УДК 530.145 : 530.12

В. Н. КАПШАЙ, И. Л. СОЛОВЦОВ

ОБ ИНФРАКРАСНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ В ДВУМЕРНОЙ КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

На примере двумерной квантовой хромодинамики показано, что применение калибровочно-инвариантного полевого формализма позволяет избежать трудностей, связанных с выбором способа инфракрасной регуляризации, и приводит к конфайнменту как кварк-антикварковой пары, так и отдельного кварка.

Проблема удержания цвета (конфайнмент) в квантовой хромодинамике тесным образом связана с исследованием поведения полных функций Грина в инфракрасной области. Одним из подходов к этой задаче является использование $1/N$-разложения (см., например, обзоры [1]). При этом выяснилось, что получаемые результаты сильно зависят от способа инфракрасной регуляризации [2, 3]. Такая ситуация была известна ранее в случае двумерной квантовой хромодинамики (КХД$_2$). В первоначальной работе [4] роль инфракрасного регуляризатора выполняла функция $\Theta(\kappa_- - \lambda)$, обрезающая интегрирование по импульсам $\kappa_- < \lambda$. Инфракрасный регуляризатор λ устремлялся затем к нулю, что и обеспечивало конфайнмент кварка в терминах спинорной функции Грина.

Иной результат получили авторы работы [5], предложившие понимать инфракрасную особенность в смысле главного значения. Найденный в [5] кварковый пропагатор имеет особенность в конечной точке $\kappa^2 = m^2 - g^2 N/\pi$.

Затем в работе [6] было показано, что инфракрасная регуляризация, осуществляемая с помощью Θ-функции, противоречит требованию калибровочной инвариантности и нарушает тождества Уорда. Трудности, связанные с нарушением калибровочной инвариантности, отмечались также в работах [7]. Регуляризация, предложенная в [6], приводит к кварковому пропагатору с разрезом в комплексной p^2-плоскости, который не имеет ясной физической интерпретации.

В настоящей работе мы показываем, что трудности, связанные со способом выбора инфракрасной регуляризации, могут быть преодолены на основе применения калибровочно-инвариантного подхода, развитого в работах [8][1]. При этом оказывается, что калибровочно-независимый подход приводит к такому глюонному пропагатору, который однозначно определен и не нуждается в дополнительной инфракрасной регуляризации. В идейном отношении настоящая работа продолжает исследование КХД$_2$, начатое в [11].

Введем калибровочно-инвариантные полевые переменные. Пусть $A_\mu(x)$ — исходное глюонное поле с напряженностью

$$G_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x) + ig[A_\mu(x),\ A_\nu(x)]. \qquad (1)$$

При калибровочных преобразованиях $U(x)$ преобразование глюонного поля и тензора напряженности (1) осуществляется по правилам

$$A_\mu(x) \to U(x) A_\mu(x) U^{-1}(x) - (i/g) U(x) [\partial_\mu U^{-1}(x)]; \qquad (2)$$

$$G_{\mu\nu}(x) \to U(x) G_{\mu\nu}(x) U^{-1}(x). \qquad (3)$$

[1]) Исследованию калибровочно-независимых величин посвящены также работы [9, 10].

Перейдем в лагранжиане КХД$_2$ к новым полям с помощью калибровочного преобразования

$$V(\xi;\, x) = P\exp\Big[ig\int\limits_{\xi}^{x} d\eta^{\nu} A_{\nu}(x)\Big], \tag{4}$$

где ξ — некоторая фиксированная точка пространства, а P означает упорядочение операторов вдоль пути интегрирования, соединяющего точки ξ и x. В результате лагранжиан перепишется в терминах новых векторных полей $B_{\mu}(x|\xi)$, которые при калибровочных преобразованиях исходных полей A_{μ} преобразуются по закону [8]

$$B_{\mu}(x|\xi) \to U(\xi) B_{\mu}(x|\xi) U^{-1}(\xi). \tag{5}$$

Такой же глобальный закон преобразования имеет место и для тензора напряженности $G_{\mu\nu}(x|\xi)$, построенного на основе новых полей $B_{\mu}(x|\xi)$:

$$G_{\mu\nu}(x|\xi) = V(\xi;\, x)\, G_{\mu\nu}(x)\, V^{-1}(\xi;\, x) \to U(\xi)\, G_{\mu\nu}(x|\xi)\, U^{-1}(\xi). \tag{6}$$

Отметим, что при $\xi\to\infty$ и при выполнении условия $\lim\limits_{\xi\to\infty} U(\xi) = 1$, в соответствии с (5) и (6), мы приходим к формулировке теории в терминах калибровочно-инвариантных полевых переменных. Кроме того, предельный переход $\xi\to\infty$ восстанавливает нарушенную при конечной фиксированной точке ξ трансляционную инвариантность функции Грина. Таким образом, в предлагаемом подходе возникает естественная предельная процедура

$$\xi_{\mu} = A\eta_{\mu};\quad A\to\infty, \tag{7}$$

в результате которой теория формулируется в терминах калибровочно-инвариантных полевых переменных и восстанавливается трансляционная инвариантность функции Грина.

В случае прямолинейного контура в (4) поля $B_{\mu}(x|\xi)$ удовлетворяют калибровочному условию Фока

$$(x-\xi)^{\mu} B_{\mu}(x|\xi) = 0 \tag{8}$$

и выражаются через тензор напряженности с помощью формулы обращения

$$B_{\mu}(x|\xi) = \int\limits_0^1 d\alpha\alpha\, (x-\xi)^{\nu}\, G_{\nu\mu}(\xi + \alpha(x-\xi)\,|\,\xi). \tag{9}$$

Существование линейных формул обращения, выражающих векторные поля через тензор напряженности, является характерной чертой рассматриваемого подхода (см. также [8—12]).

В рамках $1/N$-разложения в качестве ядра в уравнении Дайсона—Швингера для кваркового пропагатора и уравнении Бете—Солпитера для вершинной функции используется свободный глюонный пропагатор. Для его вычисления используем тот факт, что в свободном случае вакуумное среднее от хронологического произведения тензоров напряженности в двумерии имеет, как нетрудно показать, следующий вид:

$$\langle 0|TG_{\mu\nu}(x)\, G_{\rho\sigma}(y)\,|0\rangle = \varepsilon_{\mu\nu}\varepsilon_{\rho\sigma}\delta^{(2)}(x-y), \tag{10}$$

где $\varepsilon_{\mu\nu}$ — компоненты антисимметричного тензора ($\varepsilon_{00}=\varepsilon_{11}=0$; $\varepsilon_{01}= -\varepsilon_{10}=1$).

Используя выражение (10) и формулы обращения (9), находим пропагатор векторного поля $B_{\mu}(x|\xi)$:

$$D_{\mu\nu}(x,\, y|\xi) = \int\limits_0^1 \alpha d\alpha \int\limits_0^1 \beta d\beta\, (\widetilde{\xi - x})_{\mu}\, (\widetilde{\xi - y})_{\nu}\, \delta^{(2)}[\alpha(x-\xi) - \beta(y-\xi)], \tag{11}$$

где для любого двумерного вектора z_μ введено обозначение

$$\tilde{z}_\mu = \varepsilon_{\mu\nu} z^\nu. \tag{12}$$

Нетрудно видеть, что пропагатор (11) обладает свойством [2)]

$$D_{\mu\nu}(x, y|\xi) = D_{\mu\nu}(x-\xi, y-\xi|0). \tag{13}$$

Выражение (11) является явно ковариантной записью пропагатора, полученного ранее в [11].

В главном порядке $1/N$-разложения уравнение для кваркового пропагатора в координатном представлении имеет вид

$$\hat{M}(x, y|\xi) = -i\tilde{g}^2 D_{\mu\nu}(x, y|\xi)\,[\gamma^\mu \hat{G}(x, y|\xi)\gamma^\nu], \tag{14}$$

где константа связи $\tilde{g}$ связана со старой константой g соотношением

$$\tilde{g}^2 = 4g^2(N-1)/N, \tag{15}$$

а $\hat{M}(x, y|\xi)$ — массовый оператор.

В работе [11] было показано, что в пределе (7) полюс кваркового пропагатора, удовлетворяющего (14), отодвигается на бесконечность, что можно трактовать как конфайнмент отдельного кварка.

Обозначим через $D_{\mu\nu}(p)$ неисчезающую часть фурье-образа пропагатора (11) в пределе (7). Для вычисления этой функции и для последующих выкладок удобно использовать соотношения

$$\tilde{\delta}(xy) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\tau\,\delta^{(2)}(x - y\tau); \quad \int d^2x\,\tilde{\delta}(xy) f(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\tau f(\tau y). \tag{16}$$

В результате вычисления получаем

$$D_{\mu\nu}(p) = \tilde{\eta}_\mu \tilde{\eta}_\nu \left[A\,\frac{\pi}{2}\,\delta(\eta p) + P\frac{1}{(p\eta)^2} \right]. \tag{17}$$

Замечательным свойством полученного выражения (17) является тот факт, что при его использовании не возникает каких-либо неоднозначностей и нет необходимости в его доопределении в инфракрасной области.

Переходя к переменным светового фронта и выбирая вектор η_μ так, что $\eta_+ = 1$, $\eta_- = 0$, на основании (14) и (17) для массового оператора $\hat{M}(p)$ получим

$$\hat{M}(p) = M(p_-)\,\gamma_-, \tag{18}$$

где

$$M(p_-) = \frac{\tilde{g}^2}{4\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dq_- \left[A\frac{\pi}{2}\,\delta(p_- - q_-) + P\frac{1}{(p_- - q_-)^2} \right] \operatorname{sign}(q_-) =$$

$$= \frac{\tilde{g}^2}{4\pi} \left[A\,\frac{\pi}{4} \operatorname{sign} p_- - \frac{1}{p_-} \right]. \tag{19}$$

Теперь ясно, что при $A \to \infty$ полюс кваркового пропагатора отодвигается на бесконечность. Случай иного выбора η_μ в рамках приближения Блоха—Нордсика был изучен в [11].

Рассмотрим теперь уравнение для вершинной функции $\hat{\Gamma}(p, q)$, определяющей переход связанного состояния с импульсом p в кварк-

---

[2)] Свойства векторных полей в калибровке Фока при трансляциях исследовались в [9].

антикварковую пару с импульсами q и $p-q$. В ведущем порядке $1/N$-разложения это уравнение имеет вид

$$\hat{\Gamma}(p, q) = i\tilde{g}^2 \int \frac{d^2\kappa}{(2\pi)^2} D_{\mu\nu}(\kappa)\, \gamma^\mu \hat{G}(p+q)\, \hat{\Gamma}(p+\kappa, q)\, \hat{G}(p+\kappa-q)\, \gamma^\nu. \tag{20}$$

Матричную структуру вершинной функции $\hat{\Gamma}$ легко установить: $\hat{\Gamma} = \gamma_- \Gamma$. Тогда из (20) для волновой функции

$$\Psi(p, q) = \left[\frac{m_1^2}{p_-} - 2(p_+ - M(p_-)) + i0 \operatorname{sign} p_-\right]^{-1} \Gamma(p, q) \times$$
$$\times \left[\frac{m_2^2}{p_- - r_-} - 2(p_+ - q_+ - M(p_- - q_-)) - i0 \operatorname{sign}(p_- - r_-)\right]^{-1} \tag{21}$$

при ранее выбранном η_μ получим уравнение

$$\Psi(p, q) = i\frac{\tilde{g}^2}{\pi^2}\left[\frac{m_1^2}{p_-} - 2(p_+ - M(p_-)) - i0\cdot \operatorname{sign} p_-\right]^{-1} \times$$
$$\times \left[\frac{m_2^2}{p_- - r_-} - 2(p_+ - q_+ - M(p_- - q_-)) - i0 \operatorname{sign}(p_- - r_-)\right]^{-1} \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_- D(\kappa_-) \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_+ \Psi(p+\kappa, q). \tag{22}$$

Полагая

$$\Psi(p_-, q) = \int_{-\infty}^{\infty} dp_+ \Psi(p, q), \tag{23}$$

из (22) с учетом (19) получим

$$\Psi(p_-, q) = \frac{\tilde{g}^2}{2\pi}\left[\Theta(p_-)\Theta(q_- - p_-) + \Theta(-p_-)\Theta(p_- - q_-)\right] \times$$
$$\times \left[\frac{M_1^2}{2|p_-|} + \frac{M_2^2}{2|p_- - q_-|} + \frac{\tilde{g}^2 A}{4} \mp q_+ - i0\right]^{-1} \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_- \left[A\frac{\pi}{2}\delta(\kappa_-) + P\frac{1}{\kappa_-^2}\right] \Psi(p_- + \kappa_-; q), \tag{24}$$

где $M_i^2 = m_i^2 - \tilde{g}^2/\pi$, а знаки $\mp q_+$ выбираются соответственно для первой и второй комбинаций Θ-функций. Определим далее функцию $\varphi(p_-, q)$, полагая

$$\Psi(p_-; q) = [\Theta(p_-)\Theta(q_- - p_-) + \Theta(-p_-)\Theta(p_- - q_-)]\,\varphi(p_-; q). \tag{25}$$

Из (24) для введенной функции получим уравнение

$$\left[\frac{M_1^2}{2|p_-|} + \frac{M_2^2}{2|p_- - q_-|} \mp q_+\right]\varphi(p_-; q) =$$
$$= \frac{\tilde{g}^2}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_- P\frac{1}{(p_- - \kappa_-)^2} \times$$
$$\times [\Theta(\kappa_-)\Theta(q_- - \kappa_-) + \Theta(-\kappa_-)\Theta(\kappa_- - q_-)]\,\varphi(\kappa_-, q). \tag{26}$$

Важно подчеркнуть, что в уравнение (26) не вошли члены, содержащие стремящийся к бесконечности параметр A. Пусть $q_- > 0$, тогда, полагая $p_- = xq_-$, $k_- = yq_-$, $\varphi(p_-, q) = \varphi(x)$, имеем

$$\left[\frac{\alpha_1}{x} + \frac{\alpha_2}{1-x}\right]\varphi(x) - P\int_0^1 dy \frac{\varphi(y)}{(x-y)^2} = \mu^2\varphi(x), \tag{27}$$

где

$$\mu^2 = q^2 = 2q_+ q_-; \; \alpha_i^2 = M_i^2 \pi / g^2. \tag{28}$$

Уравнение (27) в точности совпадает с уравнением, полученным и исследованным в работе [4]. Спектр этого уравнения дискретен, что и трактуется как конфайнмент кварк-антикварковой пары.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Coleman S.//I/N Ettore Majorana Int. School of Subnuclear Phys. Erice. — 1979; Slavnov A. A.//Acta Phys. Aust. Suppl. — 1983. — V. 25. — P. 357.
2. Славнов А. А.//ТМФ. — 1983. — V. 54. — № 1. — С. 52.
3. Куликов А. В., Некрасов М. Л., Рочев В. Е.//ТМФ. — 1985. — Т. 65. — № 1. — С. 79.
4. 't Hooft G.//Nucl. Phys. — 1974. — V. B75. — P. 461.
5. Callan C. G., Coote N., Gross D. J.//Phys. Rev. — 1976. — V. D13. — № 6. — P. 1649.
6. Wu T. T.//Phys. Lett. — 1977. — V. 71B. — № 1. — P. 142.
7. Pak N. K., Tze H. C.//Phys. Rev. — 1976. — V. D14. — № 12. — P. 3472; Frishman Y. et al.//Phys. Rev. — 1977. — V. D15. — № 8. — P. 2275.
8. Skachkov N. B., Solovtsov I. L., Shevchenko O. Yu.//JINR Rapid Commun. — 1985. — № 8-85. — P. 42; 1985. — № 9-85. — P. 39; 1985. — № 10-85. — P. 13; — Dubna, 1985. — 7 p./Preprint JINR, E2-85-430; — Dubna, 1985. — 14 p./Preprint JINR, E2-85-462.
9. Капшай В. Н., Скачков Н. Б., Соловцов И. Л.//Тр. VI Межд. семин. по пробл. физ. выс. энерг. и квант. теор. поля. — Протвино, 1983. — Т. 2. — С. 262; — Dubna, 1983. — 14 p./Preprint JINR, E2-83-26.
10. Соловцов И. Л.//Изв. вузов. Физика. — 1985. — № 1. — С. 65; Изв. АН БССР. Сер. Физ-мат. наук. — 1985. — № 5. — С. 99; Соловцов И. Л., Соловцова О. П.//Изв. вузов. Физика. — 1984. — № 12. — С. 49.
11. Skachkov B. B., Solovtsov I. L., Shevchenko O. Yu.//Z. Phys. C — Part. and Fields. — 1985. — V. 29. — № 4. — P. 631.
12. Иванов С. В., Корчемский Г. П., Радюшкин А. В.//ЯФ. — 1986. — Т. 44. — Вып. 1(7). — С. 230.

Гомельский госуниверситет
Гомельский политехнический институт

Поступила в редакцию 24.06.88.