существенно усложняются, поскольку в них принимают участие все связи, образующие цикл. Для комплекса Nd·ТДГ частоты колебаний, по форме наиболее соответствующих колебаниям карбонильных групп в изолированной молекуле ТДГ равны 1355 и 1294 см$^{-1}$, для комплекса Nd·2ТДГ – 1335, 1330, 1229 и 1249 см$^{-1}$. Сдвиг частот колебаний сопровождается также существенным перераспределением интенсивности поглощения в области 1400–1200 см$^{-1}$ (рисунок 3).

Поскольку расчёты предсказывают аномально большие сдвиги полос поглощения гидроксильных групп, это свидетельствует о значительном напряжении в псевдоароматическом цикле комплекса [1].

Литература

1. Строение, свойства и применение β-дикетонатов металлов ; под ред. В.И. Спицына // М., Наука, 1978.

А.С. Кравцов (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)
Науч. рук. **В.Ю. Гавриш**

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ ПО ФАЗОВОМУ ПРОСТРАНСТВУ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНОГО РАСПАДА

Введение. Задача о вычислении наблюдаемых на опыте величин, помимо вычисления матричного элемента процесса, включает в себя и интегрирование по фазовому пространству конечных частиц. Подобные расчеты требуют определенных приёмов вычислений, которые мы и продемонстрируем.

В данной работе зададимся целью вычислить интегралы по фазовому пространству двухчастичного распада в случае, когда начальная частица покоится. Помимо этого, продемонстрируем как общее выражение преобразуется для различных случаев масс конечных частиц.

Процесс распада 1→2. Рассмотрим процесс распада в системе покоя исходной частицы. Используя закон сохранения энергии-импульса, получаем [1]

$$M = E_1 + E_2 \tag{1}$$

и

$$0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 . \tag{2}$$

После несложных преобразований и учета

$$|\vec{k}_1| = \sqrt{E_1^2 - m_1^2}\,, \quad |\vec{k}_2| = \sqrt{E_2^2 - m_2^2} \tag{3}$$

выражения для энергий конечных запишутся в виде [1]

$$E_1 = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}, \quad E_2 = \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M}. \tag{4}$$

Для импульса конечных частиц в силу выражения (2) получаем

$$|\vec{k}| = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \sqrt{\frac{(M^2 + m_1^2 - m_2^2)^2 - 4M^2 m_1^2}{4M^2}}. \tag{5}$$

Типичный интеграл по импульсу конечных частиц имеет вид [2, 3]

$$I_2 = \int \frac{d^3 k_1}{2E_1} \frac{d^3 k_2}{2E_2} \delta^{(4)}(P - (k_1 + k_2)), \tag{6}$$

где $P = \{M, 0, 0, 0\}$, а $\delta^{(4)}$ – дельта-функция Дирака, выражающая закон сохранения энергии-импульса.

Интегрирование по $d^3 k_2$ устраняет трехмерную часть дельта-функция Дирака, после чего выражения выражение (6) принимает вид:

$$I_2 = \int \frac{d^3 k_1}{2E_1} \frac{1}{2E_2} \delta(M - (E_1 + E_2)). \tag{7}$$

Для дальнейшего вычисления воспользуемся тем, что

$$\begin{aligned} \frac{d}{d|\vec{k}|} M &= \frac{d}{d|\vec{k}|}(E_1 + E_2) = \frac{d}{d|\vec{k}|}\left(\sqrt{|\vec{k}_1|^2 + m_1^2} + \sqrt{|\vec{k}_2|^2 + m_2^2}\right) = \\ &= \frac{|\vec{k}_1|}{\sqrt{|\vec{k}_1|^2 + m_1^2}} + \frac{|\vec{k}_1|}{\sqrt{|\vec{k}_1|^2 + m_1^2}} = \\ &= |k|\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) = |\vec{k}|\left(\frac{E_1 + E_2}{E_1 E_2}\right) = |\vec{k}| \frac{M}{E_1 E_2}, \end{aligned} \tag{8}$$

откуда

$$d|\vec{k}| = \frac{E_1 E_2}{|\vec{k}| M}. \tag{9}$$

Преобразование $d^3 k_1 = |\vec{k}_1|^2 \, d|\vec{k}_1| \, d\Omega$, где $d\Omega$ – элемент телесного угла, в выражении (7) с учетом выражения (9) приводит нас к окончательному ответу:

$$I_2 = \frac{|\vec{k}|}{4M} d\Omega. \qquad (10)$$

Явный вид интеграла для различных спектров масс конечных частиц. Из формулы (10) следует, что выражение для интеграла по фазовому пространству зависит от импульсов конечных частиц $|\vec{k}| = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2|$. Получим явное выражение для различных спектров масс конечных частиц.

Рассмотрим случай, когда обе конечные частицы имеют одинаковую массу $m = m_1 = m_2$. В этом случае выражение (5) упростится до [4]

$$|\vec{k}| = \sqrt{\frac{(M^2 + m_1^2 - m_2^2)^2 - 4M^2 m_1^2}{4M^2}} = \frac{1}{2} M \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} \qquad (11)$$

и выражение (10) примет вид:

$$I_2 = \frac{1}{8} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} d\Omega. \qquad (12)$$

В случае, когда одна из масс равна нулю, выражение (5) примет вид

$$|\vec{k}| = \frac{1}{2} \left(\frac{M^2 - m^2}{M} \right), \qquad (13)$$

а выражение (10) в данном случае запишется в виде

$$I_2 = \frac{1}{8} \left(\frac{M^2 - m^2}{M^2} \right) d\Omega. \qquad (14)$$

Если же масса обеих конечных частиц равна нулю, то выражение (5) значительно упростится до

$$|\vec{k}| = \frac{1}{2} M, \qquad (15)$$

а формула (10) примет вид:

$$I_2 = \frac{1}{8} d\Omega. \qquad (16)$$

Заключение. В данной работе была продемонстрирована схема вычисления интегралов по фазовому пространству в случае двухчастичного распада. Полученные выражения для различных масс конечных частиц полностью совпадают с известными выражениями [4], что подтверждает методику вычисления.

Литература

1. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: Том II. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва. Физматлит, 2006. – 536 с.
2. Биленький, С.М. Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия / С. М. Биленький. – Москва: Энергоатомиздат, 1990. – 327 с.
3. Хелзен, Ф. Лептоны и кварки: введение в физику частиц / Ф. Хелзен, А. Мартин. – Москва: Мир, 1987. – 456 с.
4. Borodulin, V.I. CoRe: COmpendium of RElations: Version 2.1 / V.I. Borodulin, R.N. Rogalyov, S.R. Slabospitsky // CORE [Electronic resourse]. Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9507456v1.pdf 05.03.2015.

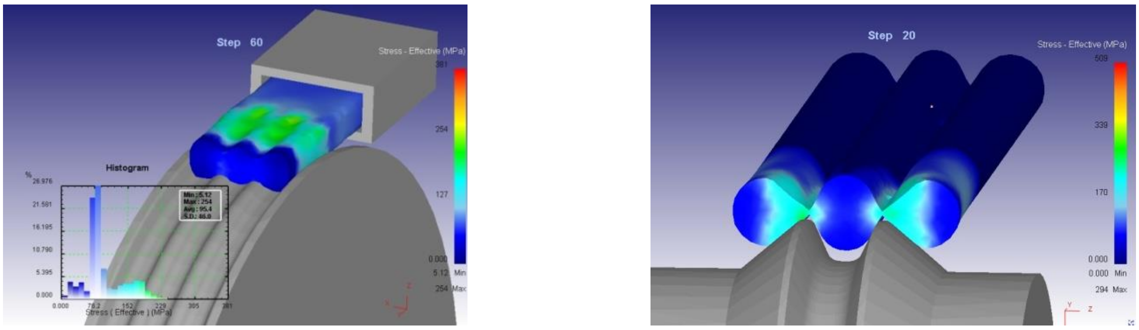
Н.В. Старков (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)

Науч. рук. **Ю.Л. Бобарикин**, канд. техн. наук, доцент

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА КАЛИБРОВКИ ВАЛКОВ И ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ В НДУ ДЛЯ ПРОКАТКИ АРМАТУРНЫХ ПРОФИЛЕЙ СЛИТТИНГ-ПРОЦЕССОМ НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ

Технология прокатки – разделения в настоящее время получила особенно широкое развитие при производстве арматурного проката мелких сечений [1–2].

Наиболее эффективным способом прокатки арматурных профилей, который позволяет уменьшить энергетические затраты и повысить производительность прокатного стана является *слиттинг-процесс* (рисунок 1).



а) б)

Рисунок 1 – Численная модель трехлинейного слиттинг-процесса прокатки арматурного профиля №14: а) формоизменение в первом специальном калибре слиттинг-процесса; б) процесс разделения в роликах НДУ