

- на 1,07 % выше у Юпитера (II–III–IV);
- на 0,25 % ниже у Сатурна (IV–III–II);
- на 0,58 % ниже у Урана (IV–III–II);
- на 0,44 % выше у Нептуна (II–III–IV).

Таблица 2 – Расчетная масса с учетом слоистой структуры

Планета	Масса (кг)	Расчетная масса (кг)		
		II–III–IV	II–IV–III	IV–III–II
Юпитер	$1,899 \cdot 10^{27}$	$1,919 \cdot 10^{27}$	$1,965 \cdot 10^{27}$	$1,988 \cdot 10^{27}$
Сатурн	$5,685 \cdot 10^{26}$	$5,767 \cdot 10^{26}$	$5,708 \cdot 10^{26}$	$5,671 \cdot 10^{26}$
Уран	$8,683 \cdot 10^{25}$	$8,331 \cdot 10^{25}$	$8,606 \cdot 10^{25}$	$8,633 \cdot 10^{25}$
Нептун	$1,024 \cdot 10^{26}$	$1,029 \cdot 10^{26}$	$1,099 \cdot 10^{26}$	$1,102 \cdot 10^{26}$

Эти результаты можно рассматривать как вполне удовлетворительные, а соответствующие функции плотности считать близкими к реальным.

### Литература

1. Уильям, Б. Внутреннее строение планет / Б. Уильям. – Москва: Мир, 1987. – 328 с.
2. Anderson, D.L. Theory of the Earth / D.L. Anderson, E.C. Robertson. – Boston: Blackwell Publications, 1989. – 366 p.
3. Carroll, B.W. An Introduction to Modern Astrophysics / B.W. Carroll, D.A. Ostlie. – Pearson International Edition, 2007. – 1309 p.
4. Тюменков, Г.Ю. Моделирование радиальной функции плотности гравитирующего шара / Г.Ю. Тюменков, Е.П. Ельников, Е.В. Фирагина // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 4(21). – С. 36–39.
5. Фирагина, Е.В. Моделирование распределения плотности для планет земной группы / Е.В. Фирагина / Актуальные вопросы физики и техники – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2013. – Ч. 1 – С. 153–155.
6. Кузнецов, Д.С. / Специальные функции / Д.С. Кузнецов. – Москва: Высшая школа, 1962. – 249 с.

**А.Е. Лисун (УО ГГТУ им. П.О. Сухого, Гомель)**  
 Науч. рук. **Д.Г. Кроль**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### **СТОЯЧАЯ ТЕПЛОВАЯ ВОЛНА И ПЕРИОДИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ В СРЕДЕ С ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ**

Теплофизические аспекты проблемы формирования периодических структур при взрывной кристаллизации аморфных пленок [1]

рассмотрены в работе [2]. Установлено, что в среде, обладающей локально-неравновесными свойствами, пространственно-периодические структуры (полосы, ячейки, решетки и др.) образуются под влиянием конкуренции между температурными областями с тепловыделением и теплоотдачей. Примером такой конкуренции является выделение кристаллизационного тепла на фазовой границе и теплоотдача в подложку, на которую напылена аморфная пленка. Важным параметром процесса служит температура  $T = T_0$  при которой тепловыделение и теплоотдача уравниваются, т.е. взрывная кристаллизация прекращается. В данной работе рассматриваются свойства динамического внешнего воздействия на уже сформировавшиеся тепловые структуры.

Теплофизическая система «среда – источник энергии» находится в пострелаксационном (стационарном) состоянии. Это состояние характеризуется двумерным плоским температурным полем, периодическим по координатам  $x, y$ . На линии разрыва  $x = 0$  внешний по отношению к среде источник энергии  $W$  возбуждает стоячую волну. Цели исследования: 1) проанализировать закономерности воздействия стоячей волны на пространственно-периодическое тепловое поле; 2) изучить морфологические свойства нейтральной изотермы.

Для исследования нестационарных температурных полей применим хорошо известное уравнение теплопроводности с источником энергии:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q_v, \quad q_v = q_v^1 (T - T_0), \quad q_v^1 > 0, \quad \lambda, c, q_v^1, T_0 - \text{const.} \quad (1)$$

Здесь основные обозначения общепринятые [2].

Решение уравнения теплопроводности (1) представим в виде

$$\tau(x, y, t) = \tau_s(x, y) + \theta(x, y, t), \quad (2)$$

где  $\tau = T - T_0$  – отклонения температуры от ее нейтрального значения;  
 $q_v(T = T_0) = 0$ .

Для стационарной температуры  $\tau_s(x, y)$  рассмотрим случай, когда нейтральная изотерма  $\tau_s = 0$  представляет собой решетку, т. е. семейство прямоугольников:

$$\tau_s(x, y) = D \cos(h_1 x) \sin(h_2 y), \quad h_1^2 + h_2^2 = q_v^1 / \lambda; \quad h_1, h_2, D - \text{const.} \quad (3)$$

Эти прямоугольники образованы линиями  $h_1 x = 2\pi n_0 \pm (\pi/2)$ ,  $h_2 y + \beta = \pi n_0$ , где  $n_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  – любое целое число.

Нестационарная часть решения (2) имеет вид:

$$\theta(x, y, t) = A_1 \exp(-rx) \sin(\omega t - rx) \sin(hy). \quad (4)$$

Здесь  $h^2 = q_v^1 / \lambda$ ,  $r = (\omega / 2a)^{1/2}$ ,  $a = \lambda / c$ ,  $A_1$ ,  $\omega$  – произвольные постоянные.

Для теплофизического истолкования решения (2), (4) рассматриваем температурное поле на плоскости  $(x, y)$  в двух областях. Область 1 – это правая полуплоскость  $x \geq 0$ ,  $r > 0$ . Область 2 – это левая полуплоскость  $x \leq 0$ ,  $r < 0$ . Ясно, что  $\theta \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \pm\infty$ . Линию  $x = 0$  принимаем за разрыв теплового поля, на котором действует внешний для данной среды источник энергии  $W$ . На таком разрыве должно быть выполнено динамическое условие совместности, являющееся следствием интегрального закона сохранения энергии:

$$W = q_x^{(1)} - q_x^{(2)},$$

где  $W$  – поверхностная плотность распределения на разрыве притока энергии;

$q_x$  – нормальная к разрыву составляющие вектора теплового потока.

Учитывая формулы (2), (4) получаем, что источник, возбуждающий стоячую волну при  $x = 0$ , имеет вид:

$$W(y, t) = A_1 \lambda r \sqrt{2} \left[ \sin\left(hy + \omega t - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(hy - \omega t + \frac{\pi}{4}\right) \right].$$

Типичные изображения линий изотерм для «прямоугольников» представлены на плоскости  $(x, y)$ , рисунок 1, а. Данные изотермы построены в правой полуплоскости  $x \geq 0$  при  $t = \pi / (2\omega)$ , что соответствует одной четверти периода колебаний по времени. Отчетливо видим «шахматный» порядок расположения изотерм. Основным элементом всех этих периодических структур является нейтральная изотерма  $\tau = 0$ . Возбуждающая стоячая волна изменяет морфологические свойства исходных (стационарных) изотерм. Эти изменения локализованы в конечной окрестности разрыва  $x = 0$ , и в ходе колебаний формируется режим пульсаций, при котором деформированные линии отдельных изотерм сближаются / удаляются друг от друга. Характер деформирования нейтральной изотермы полностью зависит от структуры исходного стационарного температурного поля. Хорошо видно, что режим пульсаций проявляется прежде всего вблизи нейтральной изотермы, примыкающей к разрыву  $x = 0$ , рисунок 1, а.

Для иллюстрации градиентных свойств температурных полей были построены фазовые портреты изучаемой теплофизической системы в трехмерном пространстве  $\{(\partial\tau/\partial x)_j, (\partial\tau/\partial y)_j, \tau_j\}$  – рисунок 1, б. Индексом  $j$  отмечены значения функций при  $x=0$  на волне  $y_j = (\omega t - \pi/4)/n$ ,  $t \geq 0$ . Наиболее выразительно свойства фазовых траекторий проявляются в случае, когда отношение частот  $h_1/h_2$  [см. (3)] есть число иррациональное либо трансцендентное. В этих условиях фазовая траектория – незамкнутая линия, располагающаяся на тороидальной поверхности, рисунок 1, б.

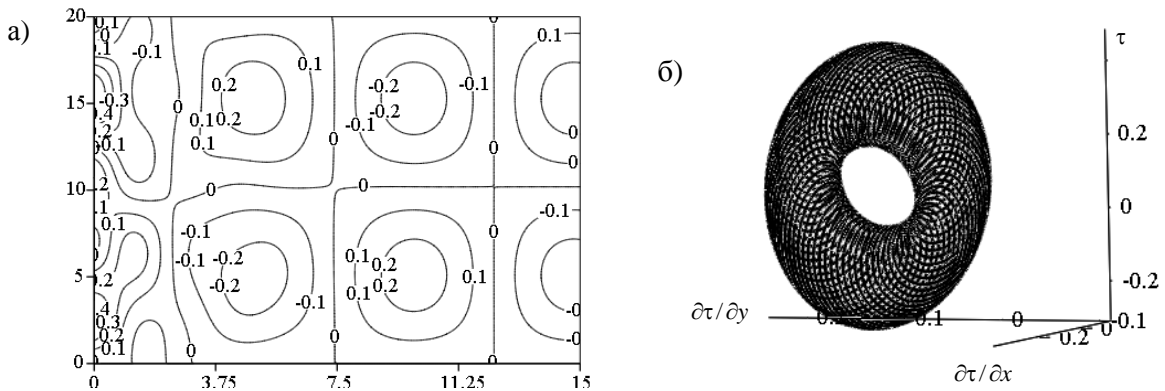


Рисунок 1 – Типичное промежуточное состояние  $[t = \pi/(2\omega)]$  линий изотерм при воздействии стоячей волны на стационарное тепловое поле – (а); фазовый портрет теплофизической системы – (б)

**Выводы.** В работе решена задача о воздействии стоячей волны на двумерное стационарное температурное поле, обладающее периодической неоднородностью по координатам. Рассмотрен случай, для которого основным элементом периодической структуры служат линии нейтральной изотермы, образующие «прямоугольники». Обнаружен режим пульсаций изотерм в конечной окрестности разрыва  $x=0$ , вдоль которого действует стоячая волна. Построен трехмерный фазовый портрет этой теплофизической системы.

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергобезопасность, энергоэффективность и энергосбережение, атомная энергетика 2.1.17». Научн. рук.проекта профессор О. Н. Шабловский.

### Литература

1. Grigoropoulos, C. Explosive crystallization in the presence of melting / C. Grigoropoulos [et. al.] // Physical Review B. – 2006. – Vol. 73. P. 184125-1–184125-15.

2. Шабловский, О.Н. Неравновесные тепловые структуры в средах с источниками энергии / О.Н. Шабловский, Д.Г. Кроль. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2013. – 208 с.

**И.И. Карабанов, В.П. Петров**  
**(ИПНК НАН Беларуси, Минск)**

Науч. рук. **Н.Н. Кольчевский**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## **ПОСТРОЕНИЕ СЛОЖНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ МАРШРУТОВ**

**Введение.** На сегодняшний день практически не существует систем, которые смогли бы предложить пользователю маршрут следования, если для этого пришлось бы его комбинировать из нескольких предложенных поставщиками транспортных услуг. Исходя из этого становится актуальной задача, автоматического составления комбинированных маршрутов.

**Теория.** Наиболее известными методами оптимизации функции многих переменных являются градиентные методы происходящие от аналитических методов отыскания экстремума. Эти методы оказались плохо приспособленными для поиска глобального экстремума, когда целевая функция имеет несколько локальных экстремумов в области поиска. Для решения задач такого рода был предложен ряд алгоритмов случайного поиска (ненаправленного, направленного, направленного с самообучением), генетические и эволюционные алгоритмы, алгоритмы имитации отжига.

Одним из примеров генетических алгоритмов поиска является алгоритм роя частиц [1]. Использование метода роя частиц базируется на идеях моделирования многоагентных систем, используемых для исследования динамики децентрализованных систем. Агент (частица) обладает самостоятельной активностью, имеет автономное поведение в соответствии с набором простых правил, может взаимодействовать с другими агентами.

Все частицы роя действуют индивидуально в соответствии с одним управляющим принципом: двигаться в направлении наилучшей персональной и наилучшей глобальной позиции, постоянно проверяя значение текущей позиции. Позиция частицы является координатами в исследуемом  $N$ -мерном пространстве.

Персональная наилучшая позиция (ПНП) – позиция с наибольшим (или наименьшим, если ищется минимум функции) значением целевой функции, обнаруженная частицей. Каждая частица имеет собственную