

СЕКЦИЯ 7. ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

УДК 232.4

ТОЧЕЧНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ ЛИНИИ РОСТА ДЕНДРИТА В ПЕРЕОХЛАЖДЕННОМ РАСПЛАВЕ

О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Дано аналитическое описание возбужденного состояния стационарного контура свободного дендрита на конечном удалении от его вершины. Построены два варианта точечного возмущения линии роста: монотонный (экспоненциальный по координате) и немонотонный (имеющий вид уединенной волны).

Ключевые слова: дендритный рост, морфологические свойства фазовой границы кристаллизации, боковая ветвь дендрита.

POINT PERTURBATION OF THE DENDRITE GROWTH LINE IN A SUPERCOOLED MELT

O. N. Shablovsky, D. G. Krol, I. A. Kontsevoy

Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus

The article considers the analytical description of excited state of stationary loop of free dendrite at final distance from its apex. There are two variants of the point perturbation of the growth line: monotonic (exponential in coordinate) and non-monotonic (having the appearance of a secluded wave).

Keywords: dendritic growth, morphological properties of phase boundary of crystallization, lateral branch of dendrite.

Разработка новых технологий получения материалов с улучшенными эксплуатационными свойствами требует решения теоретических и экспериментальных задач высокоскоростной кристаллизации чистых веществ. Дендритный режим роста кристалла в условиях высокоскоростной кристаллизации наблюдается при достаточно глубоких переохлаждениях ΔT расплава. При изучении эволюции дендрита принципиально важен вопрос о морфологической устойчивости фазовой границы кристаллизации (ФГК). Предвестниками бокового ветвления дендрита являются изломы, изгибы и складки, генерирующие неустойчивость поверхности роста [1]. Цель работы – изучить воздействие волновых возмущений на дендритный режим роста кристалла.

Моделируем ФГК плоской линией сильного разрыва $x - F(y, t) = 0$. Здесь t – время; координата x направлена вдоль оси симметрии в сторону твердой фазы; y – поперечная декартова координата. Нормаль n границы образует с осью x угол θ : $\cos \theta = 1/G$, $G = (1 + (\partial F / \partial y)^2)^{1/2}$. ФГК перемещается со скоростью N справа налево

($N = Nn$, $N < 0$) и на ее вершине $\partial F / \partial y = 0$, $\cos \theta = 1$. По мере удаления от вершины $\theta \rightarrow \pi/2$. Угол заострения линии роста равен $\theta_1 = (\pi/2) - \theta$. Уравнение роста записываем в виде [2]:

$$\partial^2 F / \partial y^2 = \alpha B + \varphi (\partial F / \partial t) [1 + (\partial F / \partial y)^2], \quad \alpha = L / (UT_c), \quad \varphi = \alpha / \mu. \quad (1)$$

Здесь μ – кинетический коэффициент роста; $B = T_c - T_j(\theta = 0)$ – переохлаждение ФГК на вершине дендрита; μB – модуль характерной скорости роста на вершине. Остальные условные обозначения такие же как в работе [3]. Расплав находится в однородном отрелаксировавшем состоянии.

После линеаризации уравнения (1) на точном решении

$$F^0 = A_1 t + A_2 y, \quad A_1 = -\mu B / (1 + A_2^2) < 0, \quad A_2 \equiv \text{const} \quad (2)$$

получаем:

$$F(y, t) = F^0(y, t) + f(y, t), \quad \partial^2 f / \partial y^2 = B_1 (\partial f / \partial y) + B_2 (\partial f / \partial t); \quad (3)$$

$$B_1 = 2\varphi A_1 A_2 < 0, \quad B_2 = (1 + A_2^2)\varphi > 0.$$

Здесь $f(y, t)$ – малая добавка к основному решению (2). Далее выполняем сдвиг по координате, $y \rightarrow y - Y_1 \geq 0$, где $Y_1 > 0$ – координата, соответствующая начальному поперечному сечению.

В данной работе числовые расчеты проведены для меди при следующих значениях теплофизических параметров: $T_c = 1357$ К, $L = 1,77 \cdot 10^9$ Дж/м³, $c = 4,17 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $\lambda = 317$ Вт/(м·К), $U = 1,351$ Дж/м², $\gamma = 4,755 \cdot 10^{-8}$ с, $\mu = 10,056$ м/(К·с), $T_* = 1177$ К, $N_b = 11,0$ м/с. Все расчеты выполнены в безразмерных величинах. Соответствие между безразмерными и размерными параметрами выглядит так: $A_1 \rightarrow (A_1 t_b / y_b) = (-N_b t_b / y_b)$, $B_1 \rightarrow B_1 y_b$, $B_2 \rightarrow (B_2 y_b^2 / t_b)$. Индексом b отмечены масштабы величин, применяемые при обезразмеривании: $t_b = 10^{-7}$ с, $y_b = 10^{-6}$ м.

Решение уравнения (3) имеет вид:

$$f/H = \frac{1}{t^{1/2}} \exp\left(h_1 t + h_2 y - \frac{y^2 B_2}{4t}\right), \quad y \geq 0, \quad t > 0, \quad (4)$$

где H – произвольная малая постоянная. Согласно (4), исходное возмущение линии роста локализовано в точке $y = 0$ при $t = +0$. Это видно из того, что $f = 0$ при $y = +0$, $t \rightarrow 0$, и вместе с тем $f \rightarrow \infty$ для $y = 0$, $t = +0$. При каждом конечном $y > 0$ функция $f(y, t)$ в (4) является немонотонной по отношению к аргументу t : $\partial f / \partial t = 0$ вдоль линии $y_m(t) = (2t - 4h_1 t^2)^{1/2} / \sqrt{B_2}$, на которой f/H достигает своего максимального по $t > 0$ значения. Скорость перемещения этой линии равна:

$$V_m(t) = \frac{(1-4h_1t)}{\sqrt{B_2(2t-4h_1t^2)^{1/2}}}, \quad t > 0; \quad V_m(t \rightarrow \infty) = \frac{2\sqrt{-h_1}}{\sqrt{B_2}} = \frac{-2A_1A_2}{(1+A_2^2)}. \quad (5)$$

Здесь (5) – немонотонная функция аргумента $A_2 > 0$, она имеет максимум при $A_2 = 1$. Перечисленные свойства точечного возмущения (4) иллюстрируются результатами численных расчетов на рис. 1.

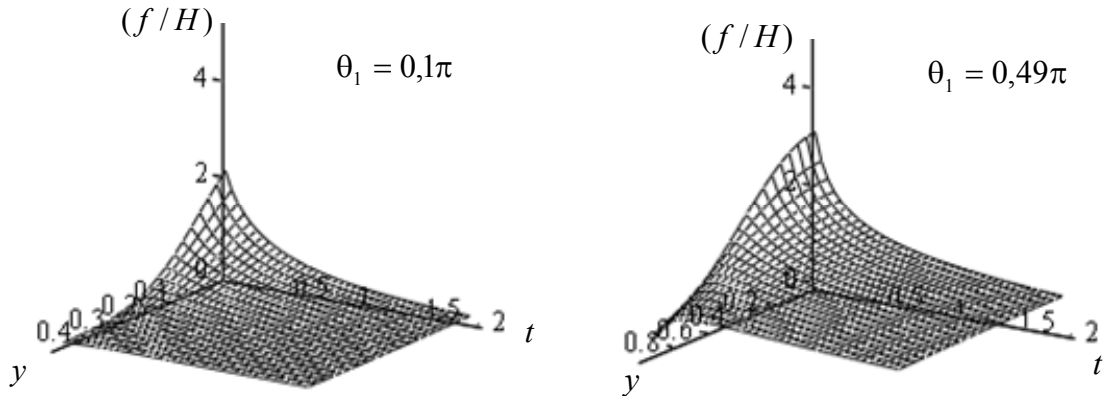


Рис. 1. Точечное возмущение (4): пространственно-временной портрет линии роста

Обсудим еще одно решение уравнения (3):

$$f/H = \frac{y}{t^{3/2}} \exp\left(h_1t + h_2y - \frac{y^2B_2}{4t}\right). \quad (6)$$

В отличие от (4) здесь имеем немонотонность по отношению к обоим аргументам y, t . Действительно, возмущение обладает такими свойствами: 1) $y=0, t=+0, f=0$; $y \rightarrow \infty, t > 0, f=0$; 2) $y=+0, t=0, f \rightarrow 0$; $y=+0, t \rightarrow \infty, f \rightarrow 0$. Функция f/H достигает максимума по отношению к аргументу $y > 0$ вдоль линии

$$y_m^{(1)}(t) = \frac{1}{B_2} [h_2t + (h_2^2t^2 + 2B_2t)^{1/2}];$$

$$V_m^{(1)}(t) = \frac{dy_m^{(1)}(t)}{dt} = \frac{1}{B_2} \left[h_2 + \frac{(h_2^2t + B_2)}{(h_2^2t^2 + 2B_2t)^{1/2}} \right] > 0, \quad t > 0.$$

Отсюда получаем предельное значение $V_m^{(1)}(t \rightarrow \infty) = 0$. Функция (6) достигает максимума по отношению к аргументу $t > 0$ вдоль линии

$$y_m^{(2)}(t) = \frac{1}{\sqrt{B_2}} (6t - 4h_1t^2)^{1/2}, \quad V_m^{(2)}(t) = \frac{dy_m^{(2)}(t)}{dt} = \frac{(3-4h_1t)}{\sqrt{B_2(6t-4h_1t^2)^{1/2}}},$$

причем $V_m^{(2)}(t \rightarrow \infty) = 2\sqrt{-h_1/B_2}$, что совпадает с (5). Это соответствие говорит о единой физической природе возмущений. Решение (6) представляет собой уединенную волну возмущения. В этом случае пространственно-временной портрет линии роста имеет морфологические свойства (рис. 2), структурно отличающиеся от свойств точечного возмущения.

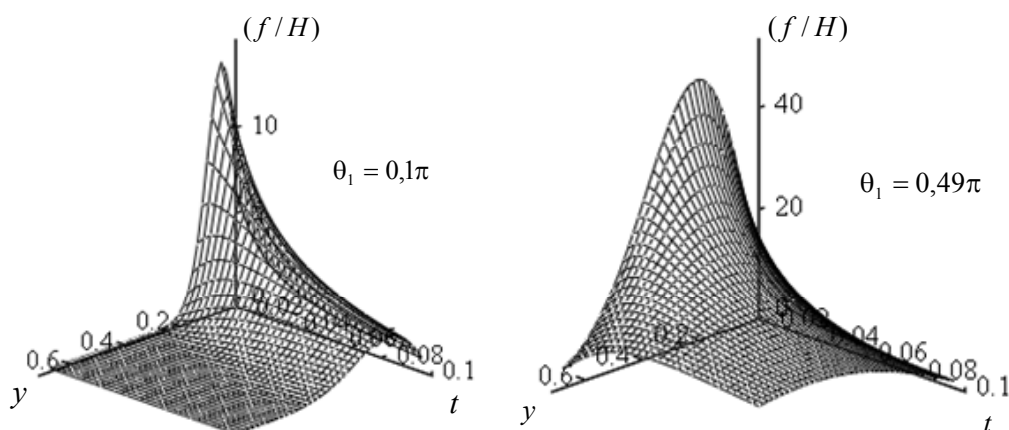


Рис. 2. Уединенная волна (6): нестационарные свойства возмущения

Дано аналитическое описание возбужденного состояния стационарного контура свободного дендрита на конечном удалении от его вершины. Построены два варианта точечного возмущения линии роста: монотонный (экспоненциальный по координате) и немонотонный (имеющий вид уединенной волны).

Литература

1. Strickland, J. On Directional Dendritic Growth and Primary Spacing – A Review / J. Strickland, B. Nenehev // *Crystals*. – 2020. – Vol. 10, N 7. – P. 627.
2. Шабловский, О. Н. Производство энтропии на фазовой границе кристаллизации / О. Н. Шабловский // *Поверхность, синхротронные и нейтронные исследования*. – 2010. – № 12. – С. 81–87.
3. Шабловский, О. Н. Динамика неустойчивости волновых возмущений и боковое ветвление дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль // *Успехи приклад. физики*. – 2022. – Т. 10, № 2. – С. 189–202.

UDC 539.12

NEW HEAVY GAUGE BOSONS DECAYING TO PAIR OF ELECTROWEAK BOSONS AT LHC AND HL-LHC WITH ATLAS

I. A. Serenkova, A. A. Pankov

Sukhoi State Technical University of Gomel, the Republic of Belarus

The expected ATLAS Run 3 data set with time-integrated luminosity of 300 fb^{-1} and HL-LHC option of the LHC with $L = 3000 \text{ fb}^{-1}$ in the diboson channels in semileptonic final states are used to probe a simple benchmark model with an extended gauge sector, proposed by Altarelli et al. This model accommodates new charged W' and neutral Z' vector bosons with modified trilinear Standard Model gauge couplings, decaying into electroweak gauge boson pairs WZ