

порционально $\left(\frac{P_0}{P}\right)^{1-n}$. Согласно данным работы [4], при турбулентном обтекании пластины $n \approx 0,2$, тогда

$$\frac{\delta}{\delta_0} \approx \frac{P_0^{0,8}}{P} \quad (15)$$

и, значит,

$$\frac{m}{m_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{0,8} \quad (16)$$

Опытные данные, приведенные на рис. 4, подтверждают справедливость проведенного анализа.

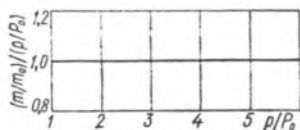


Рис. 4. График зависимости безразмерного комплекса $(m/m_0)/(p/p_0)^{0,8}$ от ρ/p_0 .

Таким образом, уменьшение потерь при охлаждении пищевых продуктов под избыточным давлением воздуха объясняется возрастанием доли конвективного теплообмена, уменьшением разности парциальных давлений водяных паров в пограничном слое у поверхности продукта и в объеме воздуха и увеличением темпа охлаждения. Последнее вытекает из того, что при создании избыточного давления увеличивается коэффициент теплоотдачи за счет снижения толщины вязкого

подслоя у поверхности продукта.

Список литературы

1. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Москва—Новосибирск, Наука, 1970.
2. Прохоров В. И.— Труды Гипрониополиграфа, 1973, вып. 3.
3. Теоретическое и экспериментальное исследование охлажденного мяса в воздушной среде под избыточным давлением/П. Г. Красномовец, И. Г. Чумак, А. П. Коцюбинский, А. К. Бабич — Холодильная техника и технология. Респ. межвед. науч.-техн. сб., 1980, вып. 30.
4. Чижев Г. Б. Теплофизические процессы в холодильной технологии пищевых продуктов. М., Пищевая промышленность, 1971.

Поступила в редколлегию 23.12.79.

УДК 621.58.004.17

В. Х. КИРИЛЛОВ, канд. физ.-мат. наук,
И. Г. ЧУМАК, д-р техн. наук,
А. В. ОВСЯННИК

ТЕПЛОБМЕН НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ АППАРАТОВ ИНТЕНСИВНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ЖИДКОСТИ

При расчете морозильных аппаратов непрерывного действия (фризеров, льдогенераторов, криоконцентраторов), в которых происходит процесс фазового перехода воды в лед, необходимо знать длину начального уча-

стка теплообменной поверхности, т. е. длину участка, на котором происходит охлаждение жидкости от начальной температуры до криоскопической. Для этого требуется определить локальные распределения температуры в жидкости по длине теплопередающей поверхности. Поэтому, зная температурное поле движущейся жидкости и температуру кристаллизации, можно для различных режимов, а также различных материалов и толщины стенок теплопередающей поверхности установить длину участка охлаждения жидкости. В связи с этим возникает потребность решения сопряженной задачи теплообмена, учитывающей изменение температуры стенки по длине.

В настоящей работе рассматриваются уравнения стационарной теплопроводности теплопередающей стенки плоского канала и притока тепла для движущейся несжимаемой жидкости. При этом предполагается, что теплофизические параметры жидкости не зависят от температуры, скорость течения жидкости в пристеночной области изменяется по степенному закону (см. рисунок).

В соответствии с этим математическая модель процесса описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} = 0, \quad 0 \leq x < \infty, \quad -\delta \leq y \leq 0; \quad (1)$$

$$U(y) \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = a_2' \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad 0 \leq y \leq R \quad (2)$$

при граничных условиях

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial y} &= \frac{\alpha_0}{\lambda_1} (T_1 - T_0), \quad y = -\delta; \\ T_1 &= T_2^{\text{вх}}, \quad x = 0, \quad y = 0; \\ T_2 &= T_2^{\text{вх}}, \quad x = 0; \\ \frac{\partial T_2}{\partial y} &= 0, \quad y = R \end{aligned} \quad (3)$$

и условиях сопряжения

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2, \quad y = 0; \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}, \quad y = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где T_0, T_1, T_2 — температура соответственно кипения хладагента, стенки и жидкости; λ_1, λ_2 — коэффициенты теплопроводности стенки и жидкости; a_2' — коэффициент температуропроводности жидкости; α_0 — коэффициент теплоотдачи от стенки к хладагенту; δ — толщина стенки; R — расстояние от оси канала до стенки.

Приведем задачу (1)–(4), используя обозначения

$$\bar{x} = \frac{x}{R}, \quad \bar{y} = \frac{y}{R}, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{R}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \lambda, \quad \bar{U}(\bar{y}) = \frac{U(y)}{U_0},$$

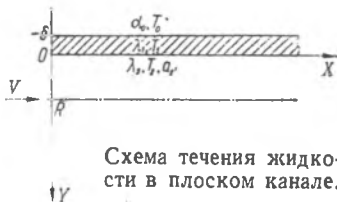


Схема течения жидкости в плоском канале.

$$\Theta_1 = \frac{T_1 - T_0}{T_2^{\text{нк}} - T_0}, \quad \Theta_2 = \frac{T_2 - T_2^{\text{нк}}}{T_2^{\text{нк}} - T_0}, \quad \text{Bi} = \frac{\alpha_0 \delta}{\lambda_1}, \quad (5)$$

$$\text{Pe} = \frac{U_0 R}{a_2'}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\text{Pe}}} \ll 1,$$

к безразмерному виду

$$\frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial \bar{y}^2} = 0; \quad (6)$$

$$U(\bar{y}) \frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{x}} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial \bar{y}^2}. \quad (7)$$

Граничные условия

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial \bar{y}} = \frac{\text{Bi}}{\delta} \Theta_1, \quad \bar{y} = -\bar{\delta}; \quad (8)$$

$$\Theta_1 = \frac{\bar{y} \text{Bi}}{\delta(1 + \text{Bi})} + 1, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial \bar{x}} = 0, \quad \bar{x} = 0; \quad (9)$$

$$\Theta_2 = 0, \quad \bar{x} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{y}} = 0, \quad \bar{y} = 0. \quad (11)$$

Условия сопряжения

$$\Theta_1 = \Theta_2 + 1, \quad \bar{y} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Theta_1}{\partial \bar{y}} = \lambda \frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{y}}, \quad \bar{y} = 0. \quad (13)$$

Для решения задачи (6)–(13) применим интегральное преобразование Лапласа

$$\Phi(\bar{y}, \rho) = \int_0^{\infty} \Theta(\bar{x}, \bar{y}) e^{-\rho \bar{x}} d\bar{x}; \quad (14)$$

$$\Theta(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} \Phi(\bar{y}, \rho) e^{\rho \bar{x}} d\rho. \quad (15)$$

В результате исходная краевая задача примет вид:

$$\frac{d^2 \Phi_1}{d\bar{y}^2} + \rho^2 \Phi_1 = \rho \left(\frac{\bar{y} \text{Bi}}{\delta(1 + \text{Bi})} + 1 \right); \quad (16)$$

$$\bar{U}(\bar{y}) \rho \Phi_2 = \varepsilon^2 \frac{d^2 \Phi_2}{d\bar{y}^2}; \quad (17)$$

$$\frac{d\Phi_1}{d\bar{y}} = \frac{\text{Bi}}{\delta} \Phi_1, \quad \bar{y} = -\bar{\delta}; \quad (18)$$

$$\frac{d\Phi_2}{d\bar{y}} = 0, \quad \bar{y} = 1 \quad (19)$$

при условиях сопряжения

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \frac{1}{\rho}, \quad \bar{y} = 0; \quad (20)$$

$$\frac{d\Phi_1}{d\bar{y}} = \lambda \frac{d\Phi_2}{d\bar{y}}, \quad \bar{y} = 0. \quad (21)$$

Для задачи (16), (18) имеем:

$$\Phi_1(\rho, \bar{y}) = A(\rho) \sin \rho \bar{y} + B(\rho) \cos \rho \bar{y} \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{\bar{y} \text{Bi}}{\delta (1 + \text{Bi})} \right); \quad (22)$$

$$A(\rho) = B(\rho) \frac{\rho \bar{\delta} \sin \rho \bar{\delta} - \text{Bi} \cos \rho \bar{\delta}}{\rho \bar{\delta} \cos \rho \bar{\delta} + \text{Bi} \sin \rho \bar{\delta}}. \quad (23)$$

Решение уравнения (17) в пристеночной области будет иметь вид

$$\Phi_2(\rho, \bar{y}) = \varphi_0(\rho) + \varphi_1(\rho) \bar{y} + \varphi_2(\rho) \bar{y}^2 + \dots, \quad (24)$$

с учетом того, что в этой области скорость жидкости представлена степенной зависимостью

$$U(\bar{y}) = a_1 \bar{y} + a_2 \bar{y}^2 + a_3 \bar{y}^3 + \dots. \quad (25)$$

В результате получаем

$$\Phi_2(\rho, \bar{y}) = \varphi_0(\rho) + \varphi_1(\rho) \bar{y} + \frac{\varphi_0(\rho)}{6\epsilon^2} a_1 \bar{y}^3 + \frac{\rho}{12\epsilon^2} (a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2) \bar{y}^4 + \dots. \quad (26)$$

Предположим, что разложение ряда (24) можно продолжить в область $\bar{y} = 1$, тогда из формулы (19) получим

$$\varphi_1 = - \frac{\varphi_0(\rho) (3a_1 + 2a_2)}{2(3\epsilon^2 + \rho a_1)}. \quad (27)$$

Оставшиеся условия сопряжения (20) и (21) позволяют определить $B(\rho)$ и $\varphi_0(\rho)$.

Так, с точностью до членов второго порядка малости

$$B_1(\rho) = \frac{2 \text{Bi} (3\epsilon^2 + \rho a_1) (\rho \bar{\delta} \cos \rho \bar{\delta} + \text{Bi} \sin \rho \bar{\delta})}{\rho^2 \bar{\delta} (1 + \text{Bi}) [2(3\epsilon^2 + \rho a_1) (\rho \bar{\delta} \sin \rho \bar{\delta} - \text{Bi} \cos \rho \bar{\delta}) + \lambda (3a_1 + 2a_2) \times (\rho \bar{\delta} \cos \rho \bar{\delta} + \text{Bi} \sin \rho \bar{\delta})]}. \quad (28)$$

Так как нас интересует изменение температуры на внутренней поверхности стенки по длине канала, то трансформанта Лапласа при $\bar{y} = 0$ имеет вид

$$\Phi_1(0, \rho) = B(\rho) + \frac{1}{\rho}. \quad (29)$$

Совершая обратное преобразование Лапласа по теории вычетов, имеем

$$\Theta_1(\bar{x}, 0) = \frac{\text{Bi}}{\text{Bi}(1-a)a} - \frac{\text{Bi}}{1+\text{Bi}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\mu_n^2 + \text{Bi}^2) \exp\left(-\frac{\mu_n \bar{x}}{\delta}\right)}{\mu_n^4 + \mu_n^2(a^2 - a + \text{Bi}) + a\text{Bi}(a\text{Bi} + a - \text{Bi})} \quad (30)$$

где μ_n являются корнями характеристического уравнения

$$\mu_n = \frac{a\text{Bi} + \mu_n^2}{\text{Bi} - a} \text{tg } \mu_n \quad (31)$$

При условии кристаллизации (намораживания) жидкости на стенки канала длина участка L охлаждения жидкости от температуры входа до криоскопической определится из условия

$$T_1 = T_*, \bar{y} = 0, x = L. \quad (32)$$

Из формул (30), (32) и (5) с учетом только первого члена ряда запишем искомую длину

$$L = R \frac{\delta}{\mu_1} \ln b \left[\frac{T_2^{\text{вх}} - T_0}{T_* - T_0 - c(T_2^{\text{вх}} - T_0)} \right], \quad (33)$$

$$\text{где } b = \frac{\text{Bi}}{1+\text{Bi}} \frac{(\mu_1^2 + \text{Bi}^2)}{\mu_1^4 + \mu_1^2(a^2 - a + \text{Bi} + \text{Bi}^2) + a\text{Bi}(a\text{Bi} + a - \text{Bi})}; \quad (34)$$

$$c = \frac{\text{Bi}}{\text{Bi}(1-a) - a}; \quad a = \lambda \delta \left(3/2 + \frac{a_2}{a_1} \right) + 0 (e^2). \quad (35)$$

По формуле (33) можно определить границу начала кристаллизации в плоском канале, т. е. длину участка охлаждения жидкости до температуры кристаллизации.

По полученным зависимостям проведены расчеты при следующих значениях: $\lambda_1 = 45,2$ Вт/(м · К); $\lambda_2 = 4,65$ Вт/(м · К); $a_2 = 13$ мм²/с; $T_0 = 233$ К; $\delta = 5$ мм; $R = 5$ см; $\alpha_0 = 1400$ Вт/(м² · К); $T_2^{\text{вх}} = 279$ К.

Полученные зависимости длины участка охлаждения при ламинарном течении жидкости в канале ($L_{\text{лам}} = 0,15R$) и турбулентном ($L_{\text{тур}} = 0,12R$) хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Таким образом, формулы (30) и (33) позволяют установить конструктивные размеры начального участка теплообменного аппарата и произвести тепловой расчет теплопередающей поверхности.

Список литературы

1. Лыков А. В., Алексашенко В. В., Алексашенко В. А. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. Минск, И-т тепломассообмена, 1971.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., Высшая школа, 1967.
3. Шеяг В. Р. — ИФЖ, 1967, т. 12, № 2.

Поступила в редколлегию 05.01.80.