

УДК 621-192

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ РОБОТА RA605 В СОСТАВЕ РОБОТИЗИРОВАННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДИСКОВ

**М. И. МИХАЙЛОВ, А. В. ШЕВЧЕНКО**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

*Разработан робототехнический комплекс для обработки деталей типа диск. В него входили: токарный станок с ЧПУ, фрезерный станок с ЧПУ и накопители заготовок и деталей. Разработана 3D-модель зоны обслуживания роботом станков. Разработана траектория движений робота с учетом производственных условий.*

**Ключевые слова:** робототехнический комплекс, моделирование, зона обслуживания, траектория движения робота.

## OPTIMIZATION OF THE TRAJECTORY OF THE RA605 ROBOT AS A PART OF A ROBOTIC TECHNOLOGICAL COMPLEX FOR DISC PROCESSING

**M. I. MIKHAILOV, A. V. SHEVCHENKO**

*Educational Institution "Sukhoi State Technical University  
of Gomel", the Republic of Belarus*

*A robotic complex for processing disk-type parts has been developed. It included: a CNC lathe, a CNC milling machine and stocks of blanks and parts. A 3D-model of the machine service area by the robot has been developed. The trajectory of robot movements has been developed taking into account production conditions.*

**Keywords:** robotic complex, simulation, service area, robot trajectory.

### **Введение**

Робототехнические комплексы (РТК) являются эффективным средством комплексной автоматизации производственных процессов в промышленности [1–3].

Как известно, манипуляционные системы представляют собой структурно разомкнутые кинематические цепи [4]. Как правило, звенья моделируются абсолютно твердыми телами [5–9].

Для обеспечения обслуживания РТК необходимо решать обратную задачу кинематики и динамики. Существует несколько методов решения обратных задач, к числу которых относятся методы обратных преобразований, винтовой алгебры, а также геометрический [10–12]. Программирование движений манипуляционной системы промышленного робота (offline-программирование) обычно производится поэтапно.

На первом этапе выполняется планирование траекторий движения рабочего органа промышленного робота [13–19].

Эта задача может быть разрешена различными способами, суть которых сводится к аппроксимации или интерполяции выбранной траектории полиномами некоторого класса. Затем выбирается последовательность опорных точек, в которых производится коррекция параметров движения манипулятора на пути от начальной к конечной точкам траектории.

Начальная и конечная точки траектории могут быть заданы как в присоединенных, так и в декартовых координатах. Чаще всего используются декартовы координаты, поскольку в них удобнее задавать правильное положение схвата. Кроме того, присоединенные координаты не пригодны в качестве рабочей системы координат еще и потому, что оси сочленений большинства манипуляторов не ортогональны, вследствие чего невозможно независимое описание положения и ориентации схвата. Если же в начальной и конечной точках траектории требуется знание присоединенных координат, их значения можно получить с помощью программы решения обратной задачи кинематики. Как правило, траектория, соединяющая начальное и конечное положения схвата, не единственна.

На втором этапе определяются обобщенные координаты, обеспечивающие положение рабочего органа на заданной (программной) траектории [14], [20–22].

Существуют два основных подхода к планированию траекторий в декартовом пространстве.

В первом из них большинство вычислений, оптимизация траекторий и последующее регулирование движения производятся в декартовых координатах. Узловые точки на заданной прямолинейной траектории в декартовом пространстве выбираются через фиксированные интервалы времени. Вычисление значений присоединенных координат в этих точках производится в процессе управления движением манипулятора.

Второй подход состоит в аппроксимации прямолинейных участков траектории в декартовом пространстве траекториями в пространстве присоединенных переменных, полученных в результате интерполяции траектории между соседними точками полиномами низкой степени. Регулирование движения в этом подходе производится на уровне присоединенных переменных.

Поскольку управление манипулятором осуществляется в пространстве присоединенных переменных, а траектория движения задается в декартовом пространстве, обычно пользуются полиномиальной аппроксимацией для формирования заданной траектории в декартовом пространстве.

Основой этого способа является алгоритм формирования последовательности дополнительных узловых точек на заданной декартовой траектории при аппроксимации ее кривой траекторией.

Целью работы является построение и отработка траектории робота для РТК с учетом его особенностей.

### **Методика моделирования**

Для обработки дисковых деталей в условиях ОАО «Гомсельмаш» был сформирован РТК. В него входили: робот, токарный станок с числовым программным управлением (ЧПУ), фрезерный станок с ЧПУ и накопители заготовок и деталей.

Построение траекторий производилось по разработанным схемам предельных положений схвата робота (рис. 1).

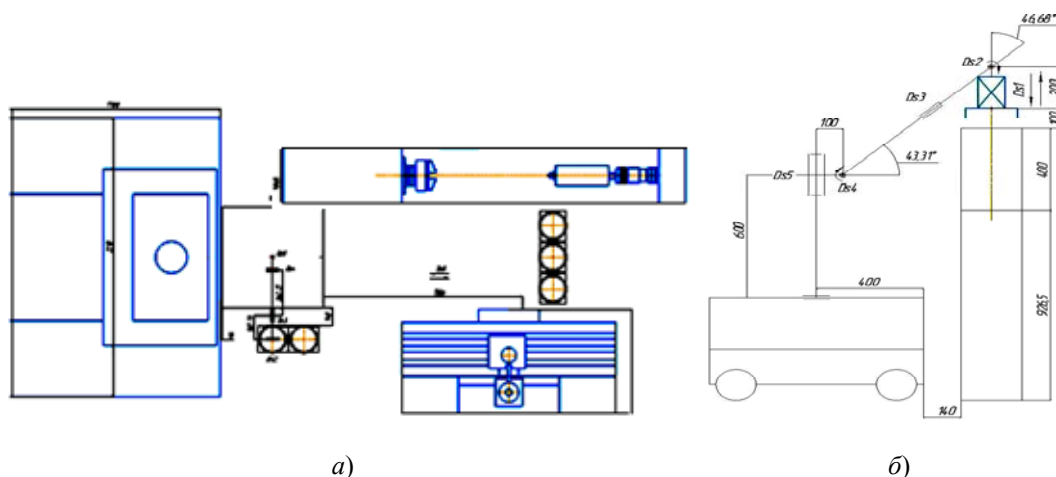


Рис. 1. Расчетная схема:  
 а – планировка робототехнического комплекса;  
 б – схема предельных положений схвата робота

С учетом габаритных зон рабочего пространства была разработана траектория движения схвата робота (рис. 2).

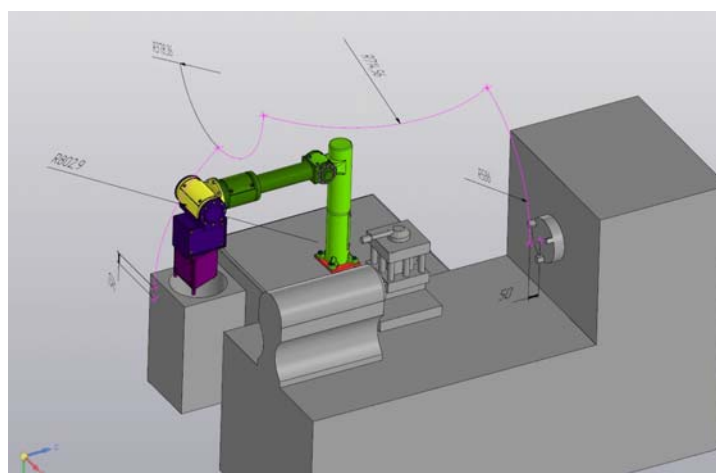


Рис. 2. 3D-модель траектории движений схвата робота

Использовался подход, состоящий в интерполяции заданной траектории кубическими полиномами по выбранным узловым точкам. При этом проводилась минимизация времени движения вдоль выбранной траектории с учетом ограничений по скорости, ускорению и скорости изменения ускорения.

Параметры обратной связи системы управления модифицировались согласно критерию метода наименьших квадратов на основе измерения ошибок.

Динамика нелинейного манипуляционного робота описывалась модельным дифференциальным уравнением:

$$M(q, W)\ddot{q} + f(q, \dot{q}, W) = \tau(t). \tag{1}$$

Матрица инерции  $M$  ( $n \times n$ ) симметрическая, нелинейно зависит от конфигурации манипулятора через обобщенные координаты звеньев (координаты робота)  $q$ . Вектор  $f$  обозначает общий вклад центробежной, кориолисовой и диссипативной сил, которые нелинейно зависят от скоростей  $\dot{q}$  и перемещений манипулятора  $q$ ,

а также сил гравитации, нелинейно зависящих от  $q$ . Параметр  $W$  обозначает полезную нагрузку, которая в уравнении записана в явном виде, так как ее изменение в общем может сильно влиять на  $M$  и  $f$ . Воздействия  $\tau(t)$ , развиваемые силовыми приводами роботов (двигателями), распределяются в каждом сочленении.

Траектория системы координат, связанной с рабочим органом (ориентация системы координат и положение начала координат как функции времени), представлена вектором  $p(t)$ , содержащим в качестве элементов три координаты положения начала системы координат, связанной с рабочим органом, и три ортогональных поворота этой системы координат. Соответствующий вектор траекторий звеньев (сочленений) манипулятора (координаты робота)  $q(t)$  находится путем решения обратной задачи для рассматриваемого манипулятора [19]. Приращения (малые) перемещений связаны через матрицу Якоби  $J$  как

$$\delta q(t) = J^{-1} \delta p(t). \quad (2)$$

Уравнение (2) позволяет записать траектории скоростей звеньев манипулятора в виде

$$\dot{q}(t) = J^{-1} \dot{p}(t), \quad (3)$$

а траектории ускорений звеньев манипулятора как

$$\ddot{q}(t) = J^{-1} \left[ \ddot{p} - \frac{dJ}{dt} \dot{q} \right]. \quad (4)$$

Пусть  $P$  – матрица  $4 \times 4$  однородного преобразования, соответствующая чистому переносу  $(x, y, z)$  начала системы координат рабочего органа, а  $R$  – матрица  $4 \times 4$  однородного преобразования, соответствующая чистому повороту системы координат рабочего органа на угол  $\theta$  вокруг оси  $k$ , выраженные в его исходной системе координат. Если  $T_e$  – матрица  $4 \times 4$  однородного преобразования системы координат рабочего органа, выраженная в абсолютной системе координат, приращения первого и второго порядков матрицы,  $T_e$  можно представить как

$$dT_e = T_e (dP + dR); \quad (5)$$

$$d^2 T_e = T_e (d^2 P + 2dP dR + d^2 R). \quad (6)$$

Эти приращения отражают скорость и ускорение системы координат рабочего органа, выраженные в абсолютной системе координат.

При моделировании динамики использовались прямые рекурсивные соотношения:

$$W_i = W_{i-1} A_i; \quad \dot{W}_i = \dot{W}_{i-1} A_i + W_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i} \dot{q}_i;$$

$$\ddot{W}_i = \ddot{W}_{i-1} A_i + 2\dot{W}_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i} \dot{q}_i + W_{i-1} \frac{\partial^2 A_i}{\partial q_i^2} \dot{q}_i^2 + W_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i} \ddot{q}_i, \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

где  $q$  – обобщенные координаты звеньев робота;  $W$  – полезная нагрузка;

$$A(q, \{\dot{q}, \ddot{q}, W\}) = - \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix}_d \begin{bmatrix} 0 & -I \\ \ddot{q} \frac{\partial M}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial q} & \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \end{bmatrix}_d - \text{матрица системы.}$$

Используя (7) вычислялись  $W_i$ ,  $\dot{W}_i$  и  $\ddot{W}_i$ , при  $i=1, 2, \dots, n$ .

Затем вычислялись обратные рекурсивные соотношения:

$${}^j W_i = {}^j W_{i-1} A_i; \quad {}^j \dot{W}_i = {}^j \dot{W}_{i-1} A_i + {}^j W_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i} \dot{q}_i;$$

$${}^j \ddot{W}_i = {}^j \ddot{W}_{i-1} A_i + 2 {}^j \dot{W}_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i} \dot{q}_i + {}^j W_{i-1} \frac{\partial^2 A_i}{\partial q_i^2} \dot{q}_i^2 + {}^j W_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i} \ddot{q}_i, \quad j < i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

На основе результатов (7) вычислялись соотношения:

$$\frac{\partial W_j}{\partial q_j} = W_{j-1} \frac{\partial A_j}{\partial q_j}; \quad \frac{\partial \dot{W}_j}{\partial q_i} = \dot{W}_{j-1} \frac{\partial A_j}{\partial q_j} + W_{j-1} \frac{\partial^2 A_j}{\partial^2 q_j} \dot{q}_j;$$

$$\frac{\partial \ddot{W}_j}{\partial q_j} = \ddot{W}_{j-1} \frac{\partial A_j}{\partial q_j} + 2 \dot{W}_{j-1} \frac{\partial^2 A_j}{\partial q_j^2} \dot{q}_j + W_{j-1} \frac{\partial^3 A_j}{\partial q_j^3} \dot{q}_j^2 + W_{j-1} \frac{\partial^2 A_j}{\partial q_j^2} \ddot{q}_j, \quad \text{при } j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Затем на основе результатов (8) и (9) вычислялись соотношения:

$$\frac{\partial W_i}{\partial q_j} = \frac{\partial W_j}{\partial q_j} = {}^j W_i; \quad \frac{\partial \dot{W}_i}{\partial q_j} = \frac{\partial \dot{W}_j}{\partial q_j} {}^j W_i + \frac{\partial W_j}{\partial q_j} {}^j \dot{W}_i;$$

$$\frac{\partial \ddot{W}_i}{\partial q_j} = \frac{\partial \ddot{W}_j}{\partial q_j} {}^j W_i + \frac{\partial \dot{W}_j}{\partial q_j} {}^j \dot{W}_i + \frac{\partial W_j}{\partial q_j} {}^j \ddot{W}_i; \quad j \leq i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

На основе результатов (7) вычислялись рекурсивные соотношения:

$$D_i = J_i \ddot{W}_i^T + A_{i+1} D_{i+1};$$

$$c_i = m_i^i r_i + A_{i+1} c_{i+1} \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

На основе результатов (10) вычислялись прямые рекурсивные соотношения:

$$P_{ij} = A_{i+1} P_{i+1j} + J_i \frac{\partial W_i^T}{\partial q_j}; \quad Q_{ij} = A_{i+1} Q_{i+1j} + J_i \frac{\partial \dot{W}_i^T}{\partial q_j};$$

$$N_{ij} = A_{i+1} N_{i+1j} + J_i \frac{\partial \ddot{W}_i^T}{\partial q_j}; \quad \text{при } j, i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

На основе результатов (9) и (12) вычислялись элементы матрицы инерции (с учетом симметрии  $M_{ij} = M_{ji}$ ):

$$M_{ij} = \text{tr} \left( \frac{\partial W_i}{\partial q_i} P_{ij} \right), \quad \text{при } j, i = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

Затем вычислялись

$$\frac{\partial^2 W_i}{\partial q_i \partial q_j} = \begin{cases} W_{j-1} \frac{\partial A_{j,j}}{\partial q_j} W_{i-1} \frac{\partial A_i}{\partial q_i}, & j < i = 2, 3, \dots, n, \\ W_{i-1} \frac{\partial^2 A_i}{\partial q_i^2}, & i = 1, 2, \dots, n, \\ 0, & j > i. \end{cases} \quad (14)$$

На основе результатов (9)–(12) и (14) вычислялись элементы матриц:

$$\left[ \ddot{q} \frac{\partial M}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial q} \right]_{ij} = \left[ \text{tr} \left( \frac{\partial^2 W_i}{\partial q_i \partial q_j} D_i \right) + \text{tr} \left( \frac{\partial W_i}{\partial q_i} N_{ij} \right) - g^T \frac{\partial^2 W_i}{\partial q_i \partial q_j} c_i \right]; \quad j \leq i = 1, 2, \dots, n, \quad (15)$$

$$\left[ \ddot{q} \frac{\partial M}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial q} \right]_{ij} = \left[ \text{tr} \left( \frac{\partial^2 W_j}{\partial q_i \partial q_j} D_j \right) + \text{tr} \left( \frac{\partial W_j}{\partial q_i} N_{jj} \right) - g^T \frac{\partial^2 W_j}{\partial q_i \partial q_j} c_j \right]; \quad j > i = 1, 2, \dots, n. \quad (16)$$

На основе результатов (8), (9) и (12) вычислялись элементы матриц:

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \right]_{ij} = 2 \text{tr} \left( \frac{\partial W_i}{\partial q_i} Q_{ij} \right); \quad j \leq i = 1, 2, \dots, n; \quad \left[ \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \right]_{ij} = 2 \text{tr} \left( \frac{\partial W_i}{\partial q_i} W_j Q_{jj} \right); \quad j > i = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

При управлении с планированием траектории рабочего органа  $p_d(t)$  известны и определяются соответствующие траектории  $q_d(t)$  звеньев манипулятора. Идеальные моменты  $\tau(t)$  в сочленениях соответствующей требуемой траектории определяются путем подстановки  $q_d(t)$ ,  $\dot{q}_d(t)$  и  $\ddot{q}_d(t)$  в уравнение (7) для данной полезной нагрузки  $W$ . Такая процедура известна как обратная задача динамики.

Эти вычисления можно упростить, используя рекурсивный метод Лагранжа или Ньютона для данной модели робота [23]. В этом случае управляющие сигналы, соответствующие вычисленным значениям момента, поступают на приводы звеньев для грубой компенсации.

Такой расчетный момент в общем не является адекватным для отработки манипулятором требуемой траектории. Основными причинами этого являются: модельные ошибки, фигурирующие в (1), численные ошибки (например, при обращении матрицы Якоби и при решении обратной задачи динамики) и внешние возмущения (например, неизвестные входные воздействия).

В случае, когда используется только управление по заданной траектории, эти ошибки, если они должным образом не компенсированы при помощи системы управления с обратной связью, обычно приводят к неустойчивости реакции манипулятора. Для достаточно малых отклонений от требуемой траектории  $\delta q$  корректирующие моменты  $\delta \tau$ , необходимые для выведения манипулятора обратно на верную траекторию, можно выразить как

$$M(q_d, W) \delta \ddot{q} + \ddot{q}_d \frac{\partial M}{\partial q}(q_d, W) \delta q + \frac{\partial f}{\partial q}(q_d, \dot{q}_d, W) \delta q + \frac{\partial f}{\partial \dot{q}}(q_d, \dot{q}_d, W) \delta \dot{q} = \delta \tau(t). \quad (18)$$

В уравнении (18)  $\partial M / \partial q$  – тензор третьей размерности. В тензорных обозначениях при  $M = M_{ij}$  и  $q = q_k$  имеем:

$$\partial M / \partial q = \partial M_{ij} / \partial q_k.$$

Кроме того,

$$\partial f / \partial q = \partial f_i / \partial q_j.$$

Целью управления являлось сведение к нулю отклонение от траектории  $x$ . Это обеспечивалось минимизацией целевой функции  $F(u)$ :

$$F(u) = [\Phi x(k) + \Gamma u(k)]^T Q [\Phi x(k) + \Gamma u(k)], \quad (19)$$

где  $u = \delta \tau(t)$  – входной вектор;  $x = [\delta q, \delta \dot{q}]^T$  – вектор состояния;  $\Phi = \exp(A, T)$  – матрица перехода состояний;  $\Gamma = \int_0^T \exp(A\tau) d\tau B$  – матрица входных коэффициентов

усиления;  $B(q_d, W) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}_d$ ;  $A(q, \{\dot{q}, \ddot{q}, W\}) = - \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M^{-1} \end{bmatrix}_d \begin{bmatrix} \ddot{q} \frac{\partial M}{\partial} + \frac{\partial f}{\partial q} & -I \\ \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \end{bmatrix}_d$  – матрица

системы;  $T$  – период дискретизации.

Матрицы  $A$  и  $B$  постоянны для данной точки траектории. Коэффициенты усиления при управлении вычисляются для данной точки траектории.

Диагональная весовая матрица  $Q$  придает определенную степень гибкости контроллеру за счет введения относительного веса перемещений и скоростей отдельного сочленения. Результирующий оптимальный закон управления имеет вид:

$$u(k) = -(\Gamma^T Q \Gamma)^{-1} \Gamma^T Q \Phi x(k), \quad (20)$$

реализуемый при

$$\text{ранг}(\Gamma^T Q \Gamma) = n, \quad (21)$$

где  $n$  – число сочленений (степеней свободы) манипулятора.

Контроллер управления с планируемой траекторией генерирует грубый момент  $\tau_d(t)$ . Любое последующее отклонение от заданной траектории корректируется при помощи контроллера управления с обратной связью по закону (20), в котором матрица коэффициентов усиления

$$K = (\Gamma^T Q \Gamma)^{-1} \Gamma^T Q \Phi \quad (22)$$

корректируется непрерывно (в зависимости от точки траектории в данное время). Вектор грубого момента и матрицу коэффициентов обратной связи вычисляли автономно и заносили в память контроллера как функции точек траектории.

Затем эти величины настраивались в процессе выполнения операции. В случае больших отклонений от заданной траектории при комбинированном управлении с планируемой траекторией и адаптивным управлением с обратной связью необходима коррекция в реальном масштабе времени.

Принятая схема адаптивного управления есть по существу метод управления с настройкой коэффициентов усиления. Этот метод не требует ни идентификации параметров, ни сведения динамической реакции манипулятора к реакции некой базовой модели.

### Результаты и их анализ

Реализуемость данного метода управления продемонстрирована на модели манипулятора при обслуживании фрезерного станка с ЧПУ (рис. 1), которая позволяет моделировать все типы нелинейностей, динамические связи, возмущения и изменения параметров без чрезмерных вычислительных затрат при решении обратной задачи динамики. Все расчеты выполнялись в программе Mathcad Prime 6.0.

Результаты расчетов управления роботом при наличии входных возмущений приведены на рис. 3. Входные возмущения моделировались добавочным возмущающим моментом с стандартным отклонением 7%. Эта величина выбрана так, чтобы ошибка была существенной, но не чрезмерной.

На рис. 3 приведена требуемая траектория (сплошная кривая 1), получаемая траектория при управлении с упреждением (пунктирная кривая 2 в виде незамкнутого контура) и траектория, получаемая при добавлении адаптивного управления с обратной связью (штрихпунктирная кривая 3). Видно, если используется только управление с планируемой траекторией, то возникает неустойчивость. Добавление адаптивного управления с обратной связью приводит к значительному улучшению характеристик.

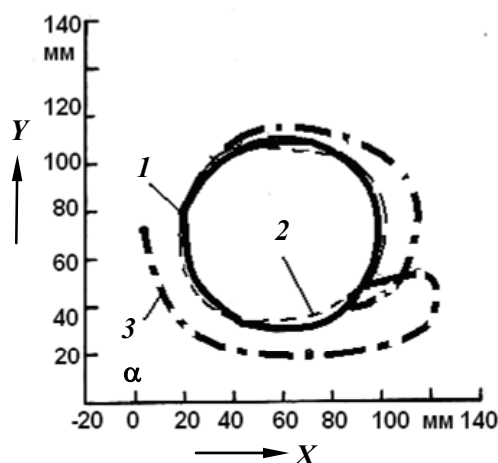


Рис. 3. Траектория движения схвата при наличии входных возмущений

### Заключение

Приведенные математические модели позволяют определять обобщенные координаты робота и производить оценку точности движения (положения и расположения) его схвата с учетом возмущающих воздействий.

### Литература

1. Асфаль, Р. Роботы и автоматизация производства / Р. Асфаль ; пер. с англ. М. Ю. Евстигнеева [и др.]. – М. : Машиностроение, 1989. – 446 с.
2. Афонин, В. Л. Интеллектуальные робототехнические системы : курс лекций / В. Л. Афонин, В. А. Макушкин. – М. : Интернет-ун-т информ. технологий, 2009. – 199 с.



3. Белоусов, И. Р. Управление роботами через сеть Интернет / И. Р. Белоусов // Доклады НАН Беларуси. – 2002. – № 2 (383). – С. 198–201.
4. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1975. – 640 с.
5. Виттенбург, И. С. Динамика систем твердых тел / И. С. Виттенбург ; пер. с англ. В. Н. Рубановского [и др.]. – М. : Мир, 1980. – 292 с.
6. Воробьев, Е. И. Анализ кинематики пространственных исполнительных механизмов манипуляторов методом матриц / Е. И. Воробьев // Механика машин. – 1970. – Вып. 53. – С. 8–16.
7. Игнатъев, М. Б. Алгоритмы управления роботами-манипуляторами / М. Б. Игнатъев, Ф. М. Кулаков, А. М. Покровский. – Л. : Машиностроение, 1972. – 247 с.
8. Корендясев, А. И. Определение числа степеней свободы исполнительного органа промышленного робота / А. И. Корендясев, Б. Л. Саламандра, Л. И. Тывес // Машиноведение. – 1984. – № 6. – С. 44–53.
9. Овакимов, А. Г. Кинематическое исследование пространственной цепи управляющего механизма манипулятора / А. Г. Овакимов // Изв. вузов. Машиностроение. – 1971. – № 4. – С. 58–62.
10. Воробьев, Е. И. Механика промышленных роботов : в 3 кн. / Е. И. Воробьев, О. Д. Егоров, С. А. Попов. – М. : Высш. шк., 1988. – Кн. 1: Кинематика и динамика. – 304 с.
11. Крахмалев, О. Н. Методика анализа влияния сил инерции на динамику манипуляционных роботов / О. Н. Крахмалев // Теория механизмов и машин. – 2012. – Т. 10, № 2 (20). – С. 41–53.
12. Тывес, Л. И. К задаче динамической развязки движений манипуляторов по обобщенным координатам / Л. И. Тывес // Машиноведение. – 1985. – № 2. – С. 17.
13. Булгаков, А. Г. Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление / А. Г. Булгаков, В. А. Воробьев. – М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2012. – 485 с.
14. Верещагин, А. Ф. Планирование траектории исполнительного органа манипуляционного робота / А. Ф. Верещагин, В. Л. Геперозов // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1978. – № 2. – С. 76–87.
15. Вертю, Ж. Телеуправление роботами с помощью ЭВМ / Ж. Вертю, Ф. Куафе ; пер. с фр. В. Б. Тарасова. – М. : Мир, 1989. – 198 с.
16. Воробьев, Е. И. Синтез механизмов по заданному движению твердого тела в пространстве / Е. И. Воробьев // Механика машин. – 1978. – Вып. 54. – С. 25–33.
17. Механика миниатюрных роботов / В. Г. Градецкий [и др.]. – М. : Наука, 2010. – 265 с.
18. Медведев, В. П. Синтез оптимального управления приводами манипулятора / В. П. Медведев // Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации : тр. 12 Междунар. научн.-техн. семинара, Алушта, сент. 2003. – М. : МЭП, 2003. – С. 133.
19. Овакимов, А. Г. Аналогии скоростей и ускорений пространственных механизмов с несколькими степенями свободы / А. Г. Овакимов // Изв. вузов СССР. Машиностроение. – 1969. – № 6. – С. 51–58.
20. Гречановский, Е. Н. Метод планирования движения манипулятора при наличии препятствий / Е. Н. Гречановский, И. Ш. Пинскер // Модели. Алгоритмы. Принятие решения. – М. : Наука, 1979. – С. 100–142.

21. Малышев, В. А. Представление среды, планирование, построение и стабилизация программных движений роботов / В. А. Малышев, А. В. Тимофеев // II Всесоюзная межвузовская конференция «Робототехнические системы» : тез. докл. – Киев : КПП, 1980. – Кн. 1. – С. 138–142.
22. Пол, Р. Моделирование. Планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора / Р. Пол ; пер. с англ. А. Ф. Верещагина, В. Л. Генерозова. – М. : Наука, 1976. – 103 с.
23. Luh, J. On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators/ J. Luh, M. Walker, R. Paul // ASME. – 1980. – Vol. 102. – P. 69–76.

*Поступила 20.10.2022*