

3. Толкачёв, А.И. Оптимизация эффективности генерации второй гармоники–суммарной частоты в тонком сферическом слое / А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай, А.А. Шамына // V Международная научная конф., посвященная академику Б.В. Бокутю: материалы: в 2 ч. – 2018. – Ч. 1. – С. 126–132.

4. Толкачёв, А.И. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя при наличии двух источников / А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай // Актуальные вопросы физики и техники: Материалы VII Респ. научной конф. студентов, магистрантов и аспирантов. – 2018. – Ч. 1. – С. 287–290.

**А.А. Хорт** (ГГТУ имени П.О. Сухого, Гомель)  
 Науч. рук. **Д.Г. Кроль**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## КОНКУРЕНЦИЯ ИСТОЧНИКА И СТОКА ИМПУЛЬСА В ВЯЗКОУПРУГОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

Плоское двумерное стационарное течение несжимаемой сплошной среды определяется уравнениями:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i, \quad \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0, \quad (1)$$

$$\rho c_p v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_v, \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}; \quad i, k = 1, 2; \quad \rho, c_p, \lambda, \mu - \text{const}. \quad (2)$$

Реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла возьмем следующей форме записи:

$$\tau_{ij} + \gamma \left[ v_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + m(\tau_{ik} \omega_{kj} - \omega_{ik} \tau_{kj}) \right] = 2\mu e_{ij}, \quad (3)$$

$$2e_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \quad 2\omega_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i}.$$

Здесь  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$  – декартовы прямоугольные координаты;  $\mathbf{v}(v_1, v_2)$  – вектор скорости;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\mathbf{F}(F_1, F_2)$  – вектор массовой силы;  $T$  – температура;  $\mathbf{q}(q_1, q_2)$  – вектор удельного теплового потока;  $c_p$  – удельная теплоемкость;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $q_v$  – объемная мощность внутренних источников энергии;  $\tau_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений;  $e_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформации;  $\mu$  – коэффициент динамической вяз-

кости;  $\gamma$  – время релаксации вязких напряжений;  $\Phi$  – диссипативная функция. Дважды повторяющийся индекс  $k$  означает суммирование. Дифференциальный оператор в (3) при  $m=1$  есть конвективная производная Яуманна, при  $m=0$  – обычная субстанциональная производная. При  $\gamma=0$  формула (3) описывает свойства вязкой ньютоновской жидкости. Объемный источник энергии  $q_v(\mathbf{v}^2, T)$  моделирует воздействие внутренних источников тепла и теплообмен жидкости с внешней средой. Для диссипативной функции  $\Phi$  принимаем оценку  $\Phi \ll |q_v|$ , т.е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии.

Данная работа продолжает исследования [1, 2] и имеет следующую цель: проанализировать закономерности формирования периодических полей скорости и температуры в условиях конкурентного взаимодействия источника и стока импульса.

Точное аналитическое решение уравнений гидродинамики вязкоупругой жидкости Максвелла имеет вид [1, 2]:

$$\bar{u} \equiv u/u_1 = 2\varepsilon[\sin(2\bar{y})]/\delta, \quad \bar{\tau} \equiv \tau/u_1 = (1-\varepsilon^2)/\delta, \quad \delta = 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(2\bar{y}), \quad (4)$$

$$\bar{\zeta} \equiv \zeta y_1^2/\nu = D_1 D_2, \quad D_1 = (1-4\Gamma)/(1+4\Gamma)^2, \quad (5)$$

$$D_2 = 4\bar{\tau}(\bar{\tau}_1 - 2\bar{\tau}), \quad \Gamma = (\bar{\gamma}m\bar{\omega})^2, \quad (6)$$

$$d\bar{u}/d\bar{y} = -2\bar{\omega} = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}), \quad \bar{y} = y/y_1, \quad y_1 > 0, \quad u_1 > 0, \quad \bar{v} = v/(u_1 y_1),$$

$$\bar{q}_v \equiv q_v c_1 y_1^2 / (\lambda u_1^2) = 4\bar{\tau}(-3\bar{\tau}_1 \bar{\tau} + 2\bar{\tau}^2 + 1), \quad \bar{\tau}_1 = (1 + \varepsilon^2)/(1 - \varepsilon^2), \quad (7)$$

$$\bar{p} = -\bar{\gamma} \bar{\tau}_{12} d\bar{u}/d\bar{y}, \quad \bar{\tau}_{12} = \bar{v} (d\bar{u}/d\bar{y}) \left[ 1 + (\bar{\gamma} d\bar{u}/d\bar{y})^2 \right]^{-1},$$

$$\tau = (c_1/u_1)(T - T_0), \quad c_1, y_1, T_0 - \text{const.}$$

Здесь  $\varepsilon$  – параметр решения;  $\delta > 0$  при  $\varepsilon^2 \neq 1$ . Изотермический режим ( $\varepsilon = 1$ ) был изучен в [1]. Если  $\varepsilon^2 < 1$ , то  $\tau > 0$ , течение происходит в «горячей» области,  $T > T_0$ . Если  $\varepsilon^2 > 1$ , то  $\tau < 0$ , имеем «холодную» область,  $0 < T < T_0$ . Безразмерные величины отмечены чертой сверху.

Решение (4-7) определяет течение вязкоупругой жидкости с объемным источником энергии и с двумя конкурирующими источниками импульса:

$$\bar{F}_{11} = -\bar{u} \bar{\zeta}_r, \quad \bar{\zeta}_r = 2D_1(1 + \bar{u}^2), \quad \bar{F}_{12} = 6D_1 \bar{\tau}^2 \bar{u}. \quad (8)$$

Здесь  $\bar{\zeta}_r$  – коэффициент сопротивления,  $\bar{F}_{11}$  – внешняя сила трения (сток импульса),  $\bar{F}_{12}$  – источник импульса, конкурирующий с силой сопротивления. Оба эти источника мультипликативным образом за-

висят от  $D_1 = D_1(\Gamma)$ . Результирующая массовая сила  $\bar{F}_1 = \bar{F}_{11} + \bar{F}_{12}$  действует в продольном (вдоль оси  $OX$ ) направлении. Условие  $\zeta_r \geq 0$  выполнено при  $\Gamma(\bar{y}) \leq 1/4$ , а это приводит к неравенству  $\bar{\gamma}^2 m^2 \bar{\omega}_{\max}^2 \leq 1/4$ , которое справедливо при подходящем выборе  $\gamma$ . В случае (8) наблюдается периодическое течение при  $y \in (-\infty, \infty)$ ,  $\varepsilon^2 \neq 1$ .

Расчеты были проведены для «горячей» и «холодной» областей. Пример расчета безразмерных параметров течения для «горячей» области показан на рисунке. Входные параметры:  $\varepsilon = -0,5$ ;  $\bar{\gamma} = 0,12$ ;  $m = 1$ ;  $\bar{v} = 1$ ;  $u_{11} = 0,5$ ;  $\bar{y} \in [-2\pi; 2\pi]$ . Результаты численного анализа позволили подробно рассмотреть конкурентное взаимодействие источника и стока импульса. Прикладные аспекты данной работы связаны с расчетами гидродинамических и тепловых параметров полупроводниковых расплавов.

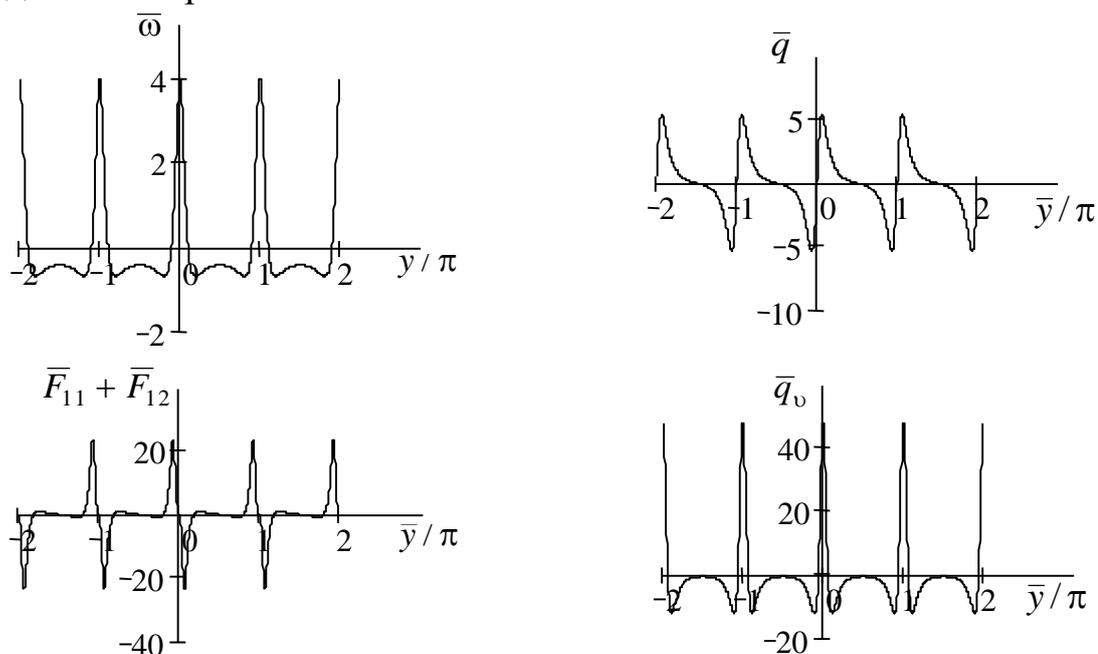


Рисунок 1 – Конкуренция источника и стока импульса.

Зависимость безразмерных параметров течения от безразмерной координаты

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

### Литература

1. Шабловский, О.Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости / О.Н. Шабловский // Вестник

Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика». 2011. Выпуск 5. №32(249). С. 77-82.

2. Шабловский, О.Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками / О.Н. Шабловский // Энергетика - Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2011. №5. С. 55-65.

**А.С. Чугунов** (БрГТУ, Брест)  
Науч. рук. **С.В. Чугунов**, ст. преподаватель

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ В НЕМТ-ТРАНЗИСТОРАХ НА ОСНОВЕ GaN**

В последние десятилетия активно разрабатываются НЕМТ-транзисторы, представляющие собой полевые транзисторы, в которых для создания канала используется контакт двух полупроводниковых материалов с различной шириной запрещенной зоны. Контакт разнозонных полупроводников, т.н. гетеропереход, создает излом и разрыв зонных границ, в результате которого в тонкой области дно зоны проводимости узкозонного полупроводника опускается ниже уровня ферми, что приводит к образованию тонкого электропроводящего слоя. Как часто говорят, в этом слое образуется двумерный электронный газ (ДЭГ). Т.к. соединение GaN обладает высокой подвижностью электронов, удастся создать гетероструктурные полевые транзисторы AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> с уникальными характеристиками, а именно: с высокими значениями выходной мощности, рабочей частоты и температурного диапазона функционирования.

В данной работе представлено моделирование распределения концентрации носителей в НЕМТ-транзисторах на основе GaN с помощью программного продукта FETIS. В качестве рабочей модели был взят транзистор с минимальным количеством слоев: (сверху – вниз) металл, n-AlGa<sub>N</sub>, нелегированный AlGa<sub>N</sub>, нелегированный-GaN с 2-мерным электронным газом (ДЭГ), подложка. Такая упрощенная модель не содержит барьера AlN между канальным GaN и барьерным AlGa<sub>N</sub> слоями, не учитывает влияние множества переходных слоев реальных НЕМТ. Однако для качественного рассмотрения данными тонкостями можно пренебречь.

Плотность связанных состояний электронов в квантовой яме согласно [1] определяется выражением: