



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Механика»

Д. Г. Кроль, И. А. Концевой, М. И. Лискович

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
по курсовой работе, курсовому проекту
по учебной дисциплине «Теория механизмов и машин»
для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология
машиностроения», 1-36 01 07 «Гидропневмосистемы
мобильных и технологических машин»,
1-36 12 01 «Проектирование и производство
сельскохозяйственной техники»,
1-53 01 01 «Автоматизация технологических
процессов и производств»
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2022

УДК 531.8(075.8)
ББК 34.445.5я73
К83

*Рекомендовано научно-методическим советом
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 07.06.2021 г.)*

*Рекомендовано научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 27.05.2021 г.)*

*Рекомендовано научно-методическим советом
заочного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 03.06.2021 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *Д. Л. Стасенко*

Кроль, Д. Г.

К83 Анализ и синтез зубчатых механизмов : учеб.-метод. пособие по курсовой работе, курсовому проекту по учеб. дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология машиностроения», 1-36 01 07 «Гидропневмосистемы мобильных и технологических машин», 1-36 12 01 «Проектирование и производство сельскохозяйственной техники», 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств» днев. и заоч. форм обучения / Д. Г. Кроль, М. А. Концевой, М. И. Лескович. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2022. – 71 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Содержит основы теории и проектирования эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления, кинематический анализ многоступенчатых и планетарных зубчатых механизмов, синтез типовых планетарных механизмов, приведены примеры расчета и рекомендуемый алгоритм анализа и синтеза этих механизмов.

Для студентов машиностроительных специальностей.

**УДК 531.8(075.8)
ББК 34.445.5я73**

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2022

Оглавление

	Введение	4
1	Общие положения	5
2	Синтез эвольвентной зубчатой передачи	6
2.1	Основная теорема зацепления	6
2.2	Эвольвентное зацепление. Эвольвента окружности	8
2.3	Зубчатое колесо. Основные параметры зубчатого колеса	10
2.4	Стандартизация и классификация зубчатых колес	11
2.5	Классификация зубчатых передач	15
2.6	Элементы и параметры эвольвентной передачи внешне- го зацепления	17
2.7	Геометрические показатели зубчатого зацепления	23
2.8	Качественные показатели зубчатого зацепления	26
2.9	Выбор коэффициентов смещения исходного контура	28
2.10	Воспринимаемое и уравнивающее смещение	30
2.11	Порядок расчета геометрических параметров цилиндрической эвольвентной передачи	32
2.12	Построение картины зацепления эвольвентных зубчатых колес	33
3	Кинематический анализ зубчатых механизмов	39
3.1	Простейшие трехзвенные механизмы	39
3.2	Зубчатый ряд	41
3.3	Планетарные механизмы	43
3.4	Дифференциальные механизмы	45
4	Синтез планетарного механизма	47
5	Приложения	67
6	Литература	71

ВВЕДЕНИЕ

Зубчатые механизмы являются одним из наиболее распространенных компонентов большинства современных машин и многих приборов. Надежность, долговечность и другие технико-экономические характеристики машины часто в значительной мере определяются качеством зубчатого механизма, входящего в ее состав. Следовательно, большое значение имеет грамотное проектирование этих механизмов.

Пособие содержит основы теории и проектирования эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления, кинематический анализ многоступенчатых и планетарных зубчатых механизмов, синтез типовых планетарных механизмов. Кроме этого, в пособии приведены примеры расчета и рекомендуемый порядок выполнения анализа и синтеза этих механизмов.

Предназначено для студентов дневной и заочной форм обучения по специальностям 1-36 01 01 «Технология машиностроения», 1-36 01 07 «Гидропневмосистемы мобильных и технологических машин», 1-36 12 01 «Проектирование и производство сельскохозяйственной техники», 1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств».

1. Общие положения

Передача движения от механизма двигателя к исполнительному механизму большинства современных машин осуществляется при помощи передаточных механизмов, среди которых самыми распространенными являются зубчатые механизмы. Широкое распространение зубчатых механизмов обусловлено следующими достоинствами: постоянное передаточное отношение, отсутствие проскальзывания, большой несущей способности при сравнительно малых габаритах и массе, большой долговечности, высокому коэффициенту полезного действия, простоте обслуживания и ухода.

Зубчатый механизм — это механизм, в котором подвижными звеньями являются зубчатые колеса, образующие со стойкой или водилом вращательные пары.

Зубчатые механизмы служат для передачи вращательного движения. Сравнение скоростей вращательного движения различных звеньев оценивается передаточным отношением (числом).

Передаточным отношением от звена k к звену l называется отношение угловой скорости ω_k звена k к угловой скорости ω_l звена l , или отношение частоты вращения n_k звена k к частоте вращения n_l звена l , то есть

$$i_{kl} = \frac{\omega_k}{\omega_l} = \frac{n_k}{n_l}. \quad (1)$$

Всегда имеет место соотношение

$$i_{lk} = \frac{1}{i_{kl}}. \quad (2)$$

Все зубчатые механизмы могут быть объединены по назначению в две большие группы.

1. Силовые зубчатые передачи, предназначенные для передачи от ведущего вала к ведомому значительных полезных нагрузок в виде крутящих моментов на валах зубчатых колес. К таковым относятся редукторы, коробки передач станков, автомобилей и т. п.

2. Не силовые передачи, которые либо совсем не передают полезных нагрузок, либо передаваемые ими нагрузки весьма малы. К не силовым относятся зубчатые механизмы часов, механических приборов и др.

2. Синтез эвольвентной зубчатой передачи

2.1 Основная теорема зацепления

Взаимодействующие поверхности звеньев высшей пары, обеспечивающие заданный закон их относительного движения, называются сопряженными поверхностями. Синтез зацепления состоит в отыскании сопряженных поверхностей по заданному закону их относительного движения. Для решения этой задачи используется основная теорема зацепления, устанавливающая связь между геометрией сопряженных поверхностей и заданным законом их относительного движения.

Рассмотрим простейший трехзвенный механизм с высшей кинематической парой, рис. 1.

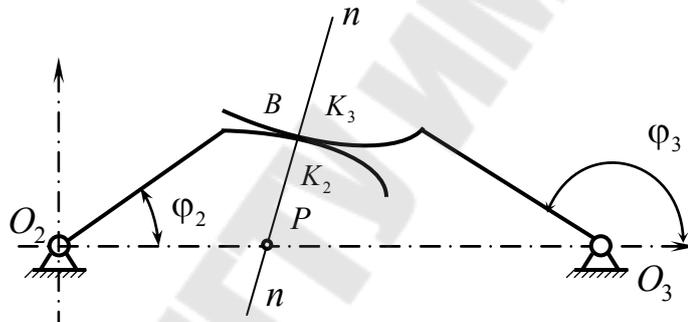


Рис. 1. Простейший трёхзвенный механизм

Теорема. Общая нормаль, проведенная через точку касания двух соприкасающихся звеньев, образующих высшую кинематическую пару, делит межосевое расстояние на части, обратно пропорциональные мгновенным угловым скоростям звеньев (рис. 1).

$$\left| \frac{\omega_2}{\omega_3} \right| = \frac{PO_3}{PO_2}. \quad (3)$$

Точку P , в которой нормаль $n - n$ пересекает межосевую линию O_2O_3 , является мгновенным центром вращения в относительном движении звеньев 2 и 3 и называется *полюсом зацепления*. Термин «зацепление» в данном случае является синонимом термина «высшая пара».

Зубчатым зацеплением называют процесс передачи движения поверхностями звеньев высшей пары, которые при последовательном взаимодействии зубьев обеспечивают требуемый закон их относительного движения.

Если $|\omega_2 / \omega_3| \neq \text{const}$, то полюс зацепления P перемещается по межосевой линии O_2O_3 . Если $|\omega_2 / \omega_3| = \text{const}$, то полюс зацепления P является неподвижной точкой и определяет радиусы окружностей, которые перекатываются одна по другой без скольжения (подобно гладким дискам фрикционной передачи). В теории зубчатого зацепления данные окружности называются **начальными** (все параметры, относящиеся к начальной окружности, имеют нижний индекс w). Далее рассмотрим вариант, когда $|\omega_2 / \omega_3| = \text{const}$.

С учетом (4), основная теорема зацепления примет вид:

$$i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \mp \frac{PO_3}{PO_2} = \mp \frac{r_{w3}}{r_{w2}}, \quad (4)$$

где r_{w2} , r_{w3} - радиус начальной окружности 2 и 3 колеса.

Если полюс зацепления P расположен между осями O_2 и O_3 , то звенья вращаются в противоположных направлениях, т. е. i_{23} имеет знак минус, а зацепление называют **внешним** (рисунок 2 а). Если полюс зацепления P находится вне отрезка O_2O_3 , то звенья вращаются в одинаковом направлении и передаточное отношение i_{23} имеет знак плюс, а зацепление называют **внутренним** (рисунок 2, б).

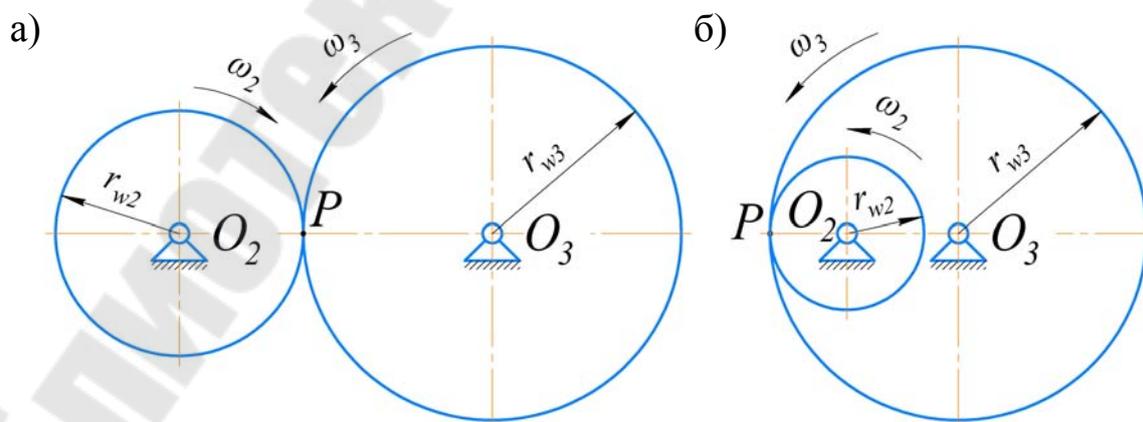


Рис. 2. Внешнее (а) и внутреннее (б) зацепление

2.2. Эвольвентное зацепление. Эвольвента окружности

При постоянном передаточном отношении наиболее часто профили зубьев очерчиваются по эвольвентам окружностей и тогда передача называется эвольвентной. Эвольвентное зацепление было предложено Л. Эйлером.

Эвольвента окружности. Геометрическое место центров кривизны какой-либо кривой называется эволютой, а сама кривая по отношению к эволюте — разверткой или эвольвентой, т.е. эвольвента окружности есть кривая, центры кривизны которой лежат на окружности. Эвольвента может быть получена как траектория точки прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности. В теории зацепления окружность, эвольвентой которой является профиль зуба, называется основной окружностью. Следовательно, эвольвента — это траектория точки прямой линии, перекатываемой без проскальзывания по основной окружности.

На рисунке 3 показана эвольвента основной окружности при перекатывании по ней прямой $n-n$ (с точкой M) в положении, когда она касается основной окружности в точке A . Прямая $n-n$ называется производящей прямой. Уравнение эвольвенты в параметрической форме получается из условия перекатывания производящей прямой по основной окружности:

$$AM_0 = \widehat{MM}_0. \quad (5)$$

Обозначим через α острый угол между касательной $\tau-\tau$ к эвольвенте и радиусом-вектором эвольвенты OM . В теории эвольвентного зацепления он называется углом профиля. Угол, образованный начальным радиусом-вектором эвольвенты OM_0 и ее текущим радиусом OM , называется эвольвентным углом и обозначается через Θ . Кроме того, обозначим через r_b радиус основной окружности. Тогда условие (5) принимает вид $r_b(\alpha + \Theta) = r_b \cdot \text{tg}(\alpha)$. Отсюда получаем

$$\Theta = \text{tg}(\alpha) - \alpha. \quad (6)$$

Тригонометрическая функция $\text{tg}(\alpha) - \alpha$ называется инволютой и обозначается $\text{inv}(\alpha)$, т. е. уравнение (6) может быть записано в виде

$$\Theta = \text{inv}(\alpha).$$

Свойства эвольвенты:

1. Эвольвентный профиль и его положение на колесе полностью определяется радиусом основной окружности r_b , начальной точкой M_0 и направлением развертки.
2. В зависимости от направления развертки можно получить правую и левую ветви эвольвенты.
3. Эвольвента не имеет точек внутри основной окружности.
4. Так как производящая прямая катится по основной окружности без скольжения, то точка A их касания является мгновенным центром скоростей в их относительном движении. Следовательно, в любой точке эвольвента направлена перпендикулярно производящей прямой, являющейся касательной к основной окружности, и, наоборот, нормаль к эвольвенте в любой ее точке является касательной к основной окружности.
5. Отрезок MA является радиусом кривизны ρ_y эвольвенты в точке M .
6. Длина дуги MM_0 равна отрезку MA производящей прямой.

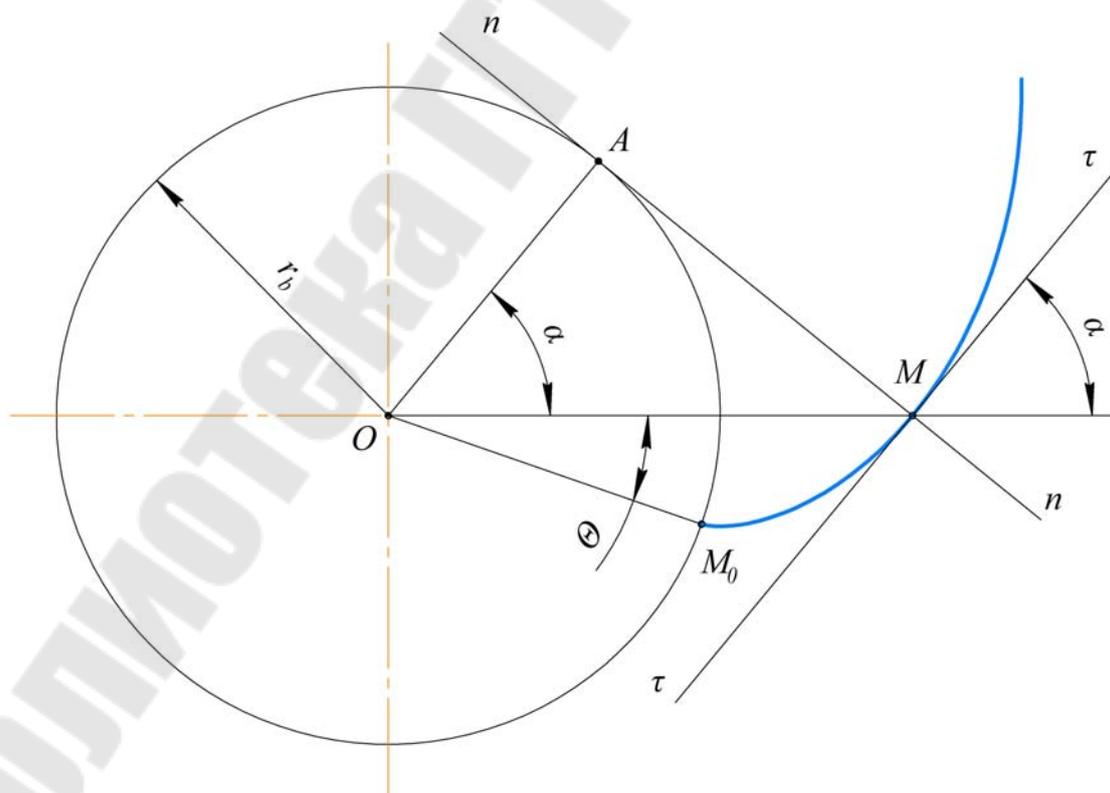


Рис. 3. Эвольвента окружности

2.3. Зубчатое колесо. Основные параметры зубчатого колеса.

Проектирование зубчатых передач заключается в определении геометрических параметров зубчатых колес согласно основному и дополнительным условиям синтеза.

Зубчатым колесом называется звено с замкнутой системой зубьев, обеспечивающих непрерывное движение другого зубчатого колеса.

Зубчатое колесо состоит из тела зубчатого колеса *1* и зубчатого венца *2* (рис. 4). Зубчатый венец образован чередующимися зубьями *3* и впадинами *4*.

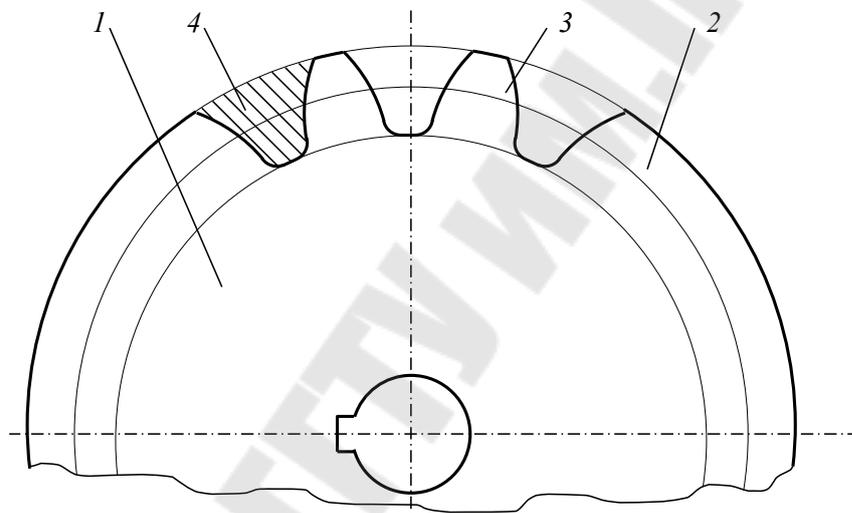


Рис. 4. Зубчатое колесо

Цилиндрическая поверхность, отделяющая зубья от тела, называется поверхностью впадин *5* (рис. 5,а). Зубчатый венец располагается между поверхностью впадин и другой цилиндрической поверхностью - поверхностью вершин *6*. Часть поверхности впадин зубчатого колеса, принадлежащая зубу, носит название основания зуба *7*, а часть поверхности вершин, принадлежащая зубу - вершины зуба *8*. Поверхность, ограничивающая зуб со стороны впадин, называется боковой поверхностью зуба *9*. Различают торец зуба *10* и кромку зуба *11*. Часть боковой поверхности зуба, обеспечивающая заданный характер передачи движения зацепления, называется главной поверхностью зуба. Часть боковой поверхности зуба может составлять переходная поверхность, соединяющая главную поверхность с поверхностью впадин *12* (рис. 5, б). Часть главной поверхности, по которой

происходит взаимодействие с поверхностью зуба сопряженного зубчатого колеса, называется активной поверхностью зуба.

Делительная поверхность *15* условно делит зуб по высоте на делительную головку *13* и делительную ножку *14*. Линией зуба *16* называется линия пересечения боковой поверхности зуба с делительной поверхностью. В зависимости от формы линии зуба различают прямой зуб, линия которого лежит в осевой плоскости зубчатого колеса, и косой зуб, линия которого является винтовой линией постоянного шага.

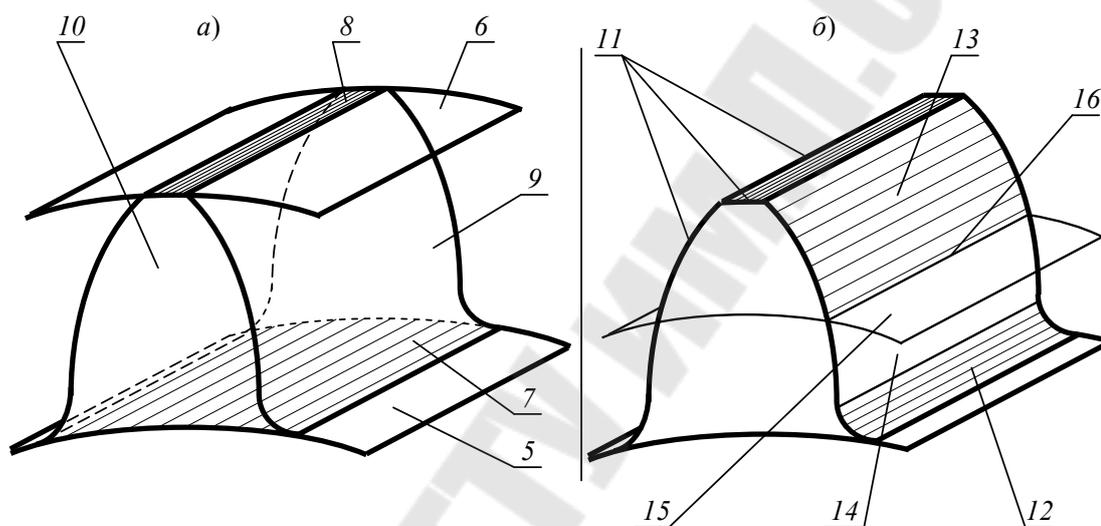


Рис. 5. Основные геометрические характеристики зубчатого колеса

Два подвижных колеса, образующие со стойкой вращательные пары и друг с другом высшую кинематическую пару, представляют собой зубчатую передачу. В зубчатой передаче одно из подвижных звеньев может быть зубчатой рейкой. Зубчатая рейка — это звено, в котором делительная поверхность, поверхности вершин и впадин зубьев являются параллельными плоскостями.

2.4 Стандартизация и классификация зубчатых колес.

С целью уменьшения номенклатуры зубчатых колес и режущего инструмента, а также с целью обеспечения их взаимозаменяемости, эвольвентные профили стандартизированы. В силу взаимозаменяемости эвольвентных колес, принадлежащих одной группе, достаточно установить стандарт на одно из них. В качестве такого представителя берется зубчатая рейка. В свою очередь, профили всех зубчатых реек

подобны. За основу стандарта форм и размеров зубчатых колес принят теоретический исходный контур (рис. 6), который представляет собой контур зубчатой рейки с чередующимися симметричными зубьями и впадинами трапецевидной формы.

Размеры теоретического исходного контура установлены ГОСТом 13755-2015. Базовая линия, по которой толщина зуба равна ширине впадины, называется делительной прямой теоретического исходного профиля. Расстояние между одноименными профилями соседних зубьев по делительной или по любой другой параллельной ей прямой называется шагом зубьев p исходного контура.

В силу подобия контуров зубчатых реек геометрические размеры их профилей можно выразить в долях постоянного множителя. Все геометрические размеры теоретического профиля выражаются через основной параметр зубчатого зацепления - модуль m .

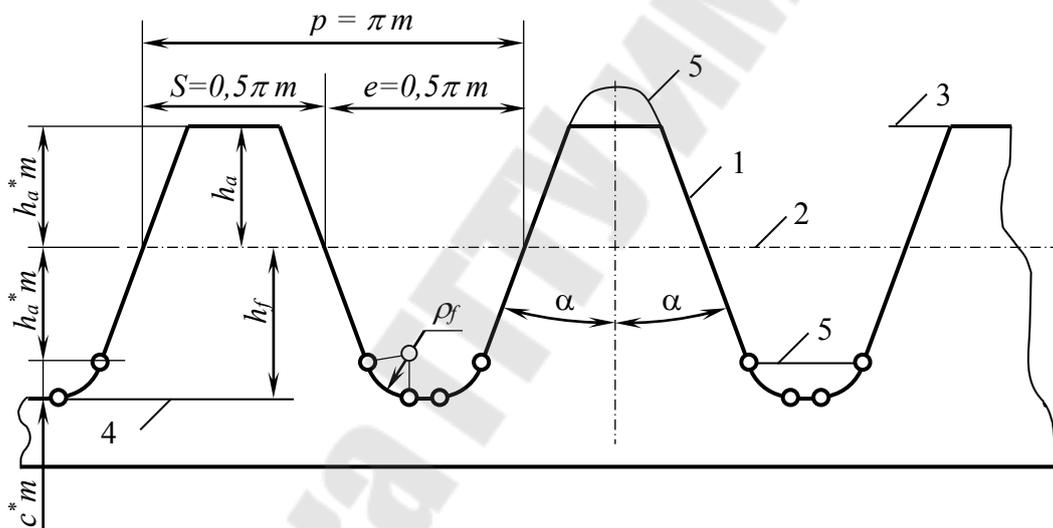


Рис. 6. Стандартный исходный контур и стандартный совпадающий исходный контур зуба рейки: 1 – стандартный исходный контур, 2 – делительная прямая, 3 – линия вершин, 4 – линия впадин, 5 – совпадающий стандартный исходный контур

Шаг зубьев исходного профиля равен:

$$p = \pi \cdot m. \quad (7)$$

Модуль измеряется в миллиметрах и может принимать значения, установленные ГОСТом 9563-60 (таблица 1). При этом следует отдавать предпочтение первому ряду. Допускается применение моду-

лей 3,25; 3,75; 4,25 мм для автомобильной промышленности, модуля 6,5 мм для тракторной промышленности, а также в редукторостроении модулей 1,6; 3,15; 6,3 и 12,5.

Таблица 1.

Значение модулей по ГОСТ 9563-60 (мм)

РЯДЫ					
1 - й	2 - й	1 - й	2 - й	1 - й	2 - й
0,05	0,0055	0,6	0,7	8	9
0,06	0,07	0,8	0,9	10	11
0,08	0,09	1	1,125	12	14
0,1	0,11	1,25	1,375	16	18
0,12	0,14	1,5	1,75	20	22
0,15	0,18	2	2,25	25	28
0,2	0,22	2,5	2,75	32	36
0,25	0,28	3	3,5	40	45
0,3	0,35	4	4,5	50	55
0,4	0,45	5	5,5	60	70
0,5	0,55	6	7	80	90
				100	

Модуль выбирается из условий прочности и является исходным расчетным параметром зубчатых колес. В долях модуля задаются все линейные размеры контура:
высота делительной головки

$$h_a = h_a^* m, \quad (8)$$

высота делительной ножки

$$h_f = (h_a^* + c^*) \cdot m, \quad (9)$$

радиус переходной кривой

$$\rho_f = \rho_f^* m, \quad (10)$$

где h_a^* - коэффициент высоты головки зуба;

c^* - коэффициент радиального зазора;

ρ_f^* - коэффициент радиуса переходной кривой.

Угол α между главным профилем зуба и осью симметрии зуба называется углом профиля исходного контура.

В зависимости от основных эксплуатационных характеристик могут быть использованы следующие параметры исходного контура (см. ГОСТ 13755-2015):

тип А - $h_a^* = 1,0$, $c^* = 0,25$, $\rho_f^* = 0,38$, $\alpha = 20^\circ$;

тип В - $h_a^* = 1,0$, $c^* = 0,25$, $\rho_f^* = 0,30$, $\alpha = 20^\circ$;

тип С - $h_a^* = 1,0$, $c^* = 0,25$, $\rho_f^* = 0,25$, $\alpha = 20^\circ$;

тип D - $h_a^* = 1,0$, $c^* = 0,4$, $\rho_f^* = 0,39$, $\alpha = 20^\circ$.

Тип А является основным. Геометрия зубчатого колеса зависит, в первую очередь, от размеров и формы инструмента. Контур исходной производящей зубчатой рейки, представляющей собой зуборезную гребенку, определяет исходный производящий контур, который заполняет впадины теоретического исходного контура, как отливка заполняет форму. При этом между прямой вершин исходного производящего контура и прямой впадин исходного производящего контура сохраняется радиальный зазор $c^* m$ (рис. 7). При этом поверхность впадин инструмента, включая и его переходную поверхность, не участвует в процессе нарезания зубьев.

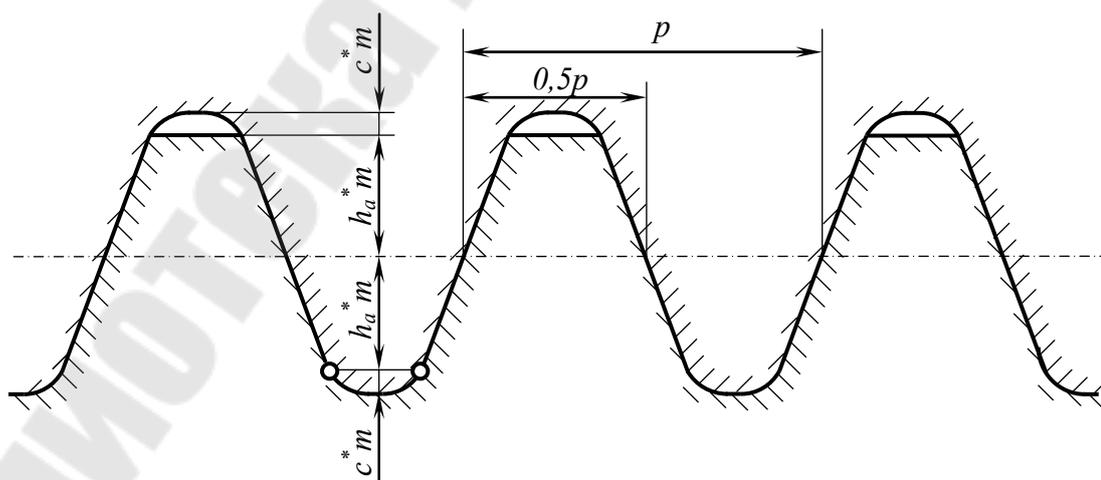


Рис. 7. Исходный производящий контур

Часть размеров колеса определяется формой и положением режущего инструмента. В первую очередь, на колесе должно располо-

житься целое число зубьев. Для этого надо разделить на число зубьев какую-либо окружность. У нарезаемого колеса имеется только одна окружность, на которой шаг зубьев равен шагу производящего исходного контура, то есть равен πm . Такая окружность называется делительной окружностью колеса. Радиус делительной окружности равен

$$r_i = \frac{mz_i}{2}. \quad (11)$$

Различают три варианта положения инструментальной рейки при нарезании зубьев колеса. В первом варианте (рис. 8, а) делительная прямая зубчатой рейки катится без скольжения по делительной окружности колеса. Колесо при этом называется нулевым колесом, так как смещение инструментальной рейки относительно колеса нулевое. При положительном смещении инструментальной рейки на величину xm (рис. 8,б) на такую же величину делительная прямая рейки удаляется от делительной окружности колеса, по которой катится без скольжения начальная прямая рейки. Колесо в данном случае называется положительным колесом. Коэффициент смещения x при этом больше нуля ($x > 0$). При отрицательном смещении (рис. 8, в) делительная прямая рейки пересекает делительную окружность колеса. В этом случае коэффициент смещения $x < 0$, а колесо называется отрицательным.

2.5. Классификация зубчатых передач

В зависимости от зубчатых колес, входящих в зубчатую передачу, зубчатая передача делится на нулевую, положительную и отрицательную.

Характерным признаком нулевой зубчатой передачи является то, что начальные окружности совпадают с делительными. При этом сумма коэффициентов смещений зубчатых колес равна нулю и угол зацепления равен профильному углу реечного инструмента. Поэтому нулевая зубчатая передача может состоять или из нулевых колес, или из колес, зубья которых нарезаны реечным инструментом и положительное смещение одного колеса по абсолютной величине соответствует отрицательному смещению другого колеса. Такую зубчатую передачу еще называют равносмещенной. Однако коэффициенты смещений зубчатых колес x_1 и x_2 при этом должны быть равны или боль-

ше соответствующих минимальных коэффициентов смещений

$$x_1 \geq \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}}, \quad x_2 \geq \frac{z_{\min} - z_2}{z_{\min}}, \quad (12)$$

где z_1, z_2 - числа зубьев колес; z_{\min} - минимальное число зубьев, нарезаемое без смещения реечного инструмента.

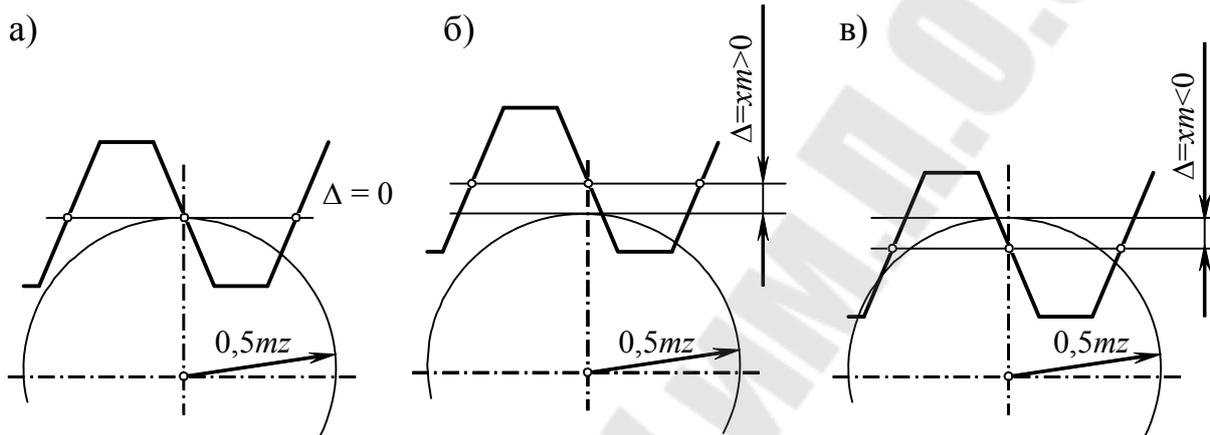


Рис. 8. Расположение инструментальной рейки и заготовки зубчатого колеса при изготовлении нулевого (а), положительного (б) и отрицательного (в) колеса

Учитывая, что для таких колес $x_1 + x_2 = 0$, нетрудно получить условие

$$z_{\Sigma} \geq 2z_{\min}. \quad (13)$$

Следовательно, нулевая зубчатая передача возможна только для колес, у которых сумма их зубьев больше удвоенной величины z . Отличительной чертой положительной зубчатой передачи является то, что сумма коэффициентов смещения больше нуля

$$x_1 + x_2 > 0 \quad (14)$$

Такая передача может быть составлена из двух положительных колес, из положительного и нулевого или из положительного и отрицательного. Однако в последнем случае коэффициент смещения положительного колеса по абсолютной величине должен быть больше, чем у

отрицательного. Для положительной передачи угол зацепления больше профильного угла зуба инструмента.

К отрицательной зубчатой передаче относятся такие, которые составлены из зубчатых колес, для которых сумма коэффициентов смещений меньше нуля

$$x_1 + x_2 < 0. \quad (15)$$

Таким образом, она может состоять из двух отрицательных зубчатых колес, одного отрицательного другого нулевого или одного отрицательного и положительного. В последнем случае коэффициент смещения для отрицательного колеса по абсолютной величине должен быть больше, чем \mathcal{Y} положительного. У этой передачи угол зацепления меньше профильного угла реечного инструмента.

2.6. Элементы и параметры эвольвентной передачи внешнего зацепления

Рассмотрим параметры, характеризующие зацепление зубчатой пары, составленной из колес, для которых известны: числа зубьев z_1 , z_2 , параметры исходного производящего контура: α , h_a^* , c^* , m , коэффициенты смещений исходного производящего контура x_1 , x_2 радиусы окружности вершин r_{a1} , r_{a2} , радиусы основной окружности r_{b1} , r_{b2} .

Линия зацепления — это траектория точки касания двух сопряженных профилей, которую описывает эта точка в процессе зацепления. В зубчатых колесах, зубья которых очерчены по эвольвенте, сопряженные профили всегда касаются друг друга в точке, лежащей на касательной к основным окружностям (общей нормали N_1N_2 в точке касания). Следовательно, общая касательная к основным окружностям является линией зацепления зубчатой передачи с зубьями эвольвентного профиля (рис. 9).

Рабочим участком линии зацепления называется тот участок линии N_1N_2 , на котором происходит касание сопряженных профилей двух зубьев за время их зацепления. Для определения точки H_1 , лежащей на линии зацепления, достаточно из центра O_2 радиусом вершин r_{a2} провести дугу до пересечения с линией зацепления. Точка H_1

отметит начало рабочего участка линии зацепления. Начиная от точки H_1 и до полюса P зуб ведущего колеса будет касаться ножкой, а зуб ведомого - головкой. После полюса зацепления зуб ведущего колеса наоборот будет касаться головкой, а зуб ведомого ножкой. Зацепление зубьев закончится в тот момент, когда крайняя точка профиля зуба ведущего колеса, лежащая на окружности вершин, пересечет линию зацепления в точке H_2 .

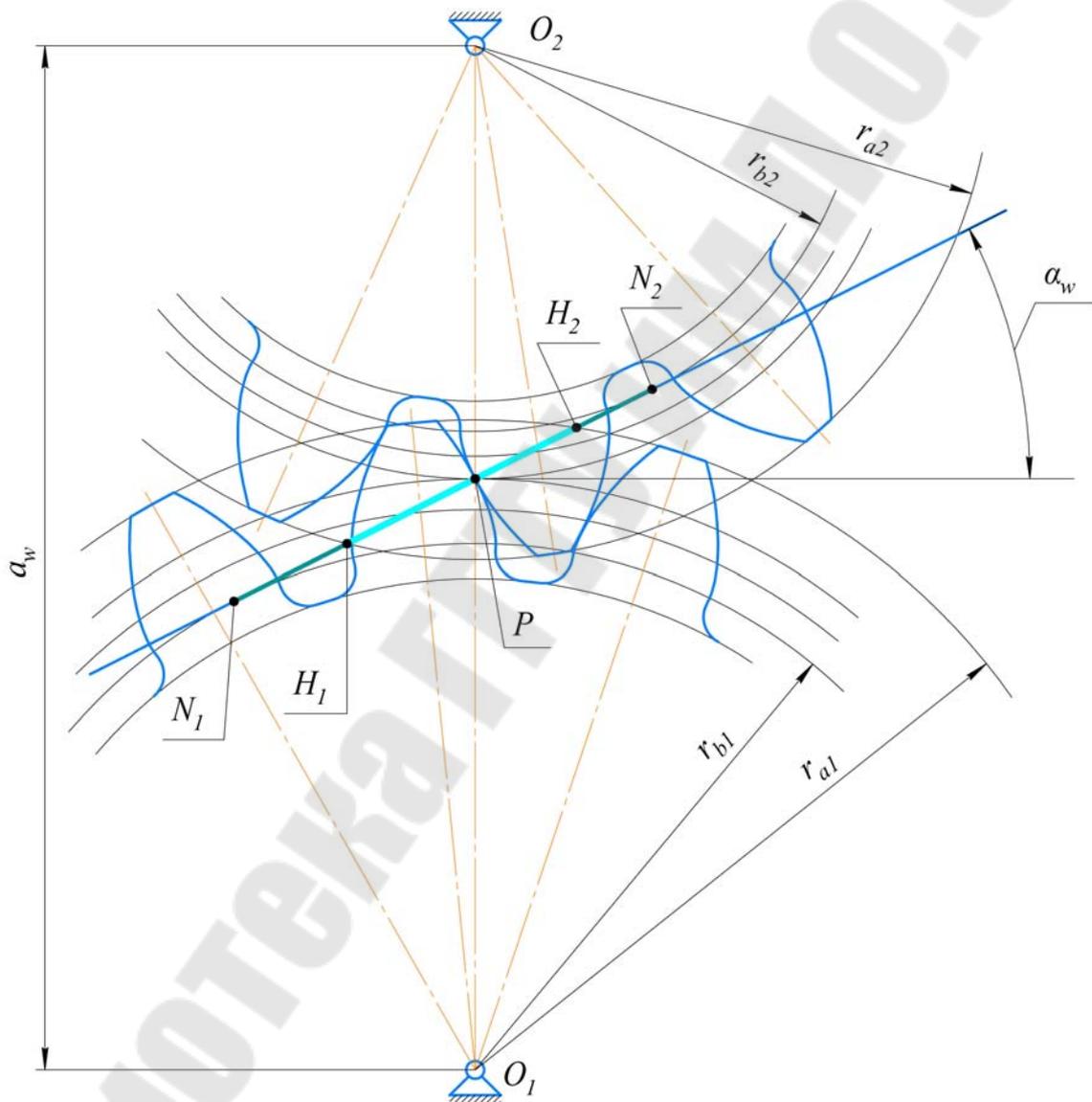


Рис. 9. Эвольвентное зацепление

Таким образом, для определения рабочего участка линии зацепления нужно из центров вращения зубчатых колес радиусами окружностей вершин зубьев сделать засечки на линии зацепления.

Углом зацепления α_w называется острый угол в главном сечении эвольвентной цилиндрической передачи между линией зацепления и прямой, перпендикулярной к межосевой линии.

Межосевым расстоянием a_w называется расстояние между осями вращения зубчатых колес, измеренное по межосевой линии.

Для внешнего зацепления можно записать

$$a_w = r_{w1} + r_{w2}, \quad (16)$$

где r_{w1} , r_{w2} - радиусы начальных окружностей. Учитывая, что

$$r_{w1} = r_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \quad r_{w2} = r_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \quad (17)$$

получим

$$a_w = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}, \quad (18)$$

где r_1 , r_2 - радиусы делительных окружностей; α_w - угол зацепления; a - делительное межосевое расстояние.

Профиль головки зуба полностью участвует в зацеплении и работает по ножке сопряженного зуба. Профиль же ножки зуба участвует в зацеплении не полностью. Таким образом, в передаче движения участвует не весь профиль зуба, а только его часть. Эта часть профиля зуба и называется рабочим участком профиля зуба.

Верхней границей рабочего участка профиля зуба будет точка профиля, лежащая на окружности вершин, так как именно этой точкой зуб ведущего колеса выходит из зацепления (точка H_2 , рис. 10), а зуб ведомого колеса входит в зацепление (точка H_1 , рис. 10). Нижней границей рабочего участка профиля зуба ведущего колеса будет та точка профиля, которой этот зуб вступает в зацепление с головкой зуба ведомого колеса.

Поэтому для определения нижней границы рабочего участка профиля ведущего колеса необходимо провести через точку H_2 радиусом O_2H_2 дугу до пересечения с этим профилем. Аналогично определяется нижняя граница профиля зуба ведомого колеса.

Дугой зацепления называется дуга, на которую поворачивается какая-либо точка активного профиля за время его зацепления.

Для нахождения дуги зацепления необходимо построить зацепление профилей зубьев в точках H_1 и H_2 , которые отмечают начало и конец зацепления пары зубчатых колес. Дуги, заключенные между этими профилями и измеренные по окружностям различных радиусов, будут являться дугами зацепления. На рис. 10 показаны дуги зацепления по начальным окружностям ($C_{w1}C'_{w1}$, $C_{w2}C'_{w2}$).

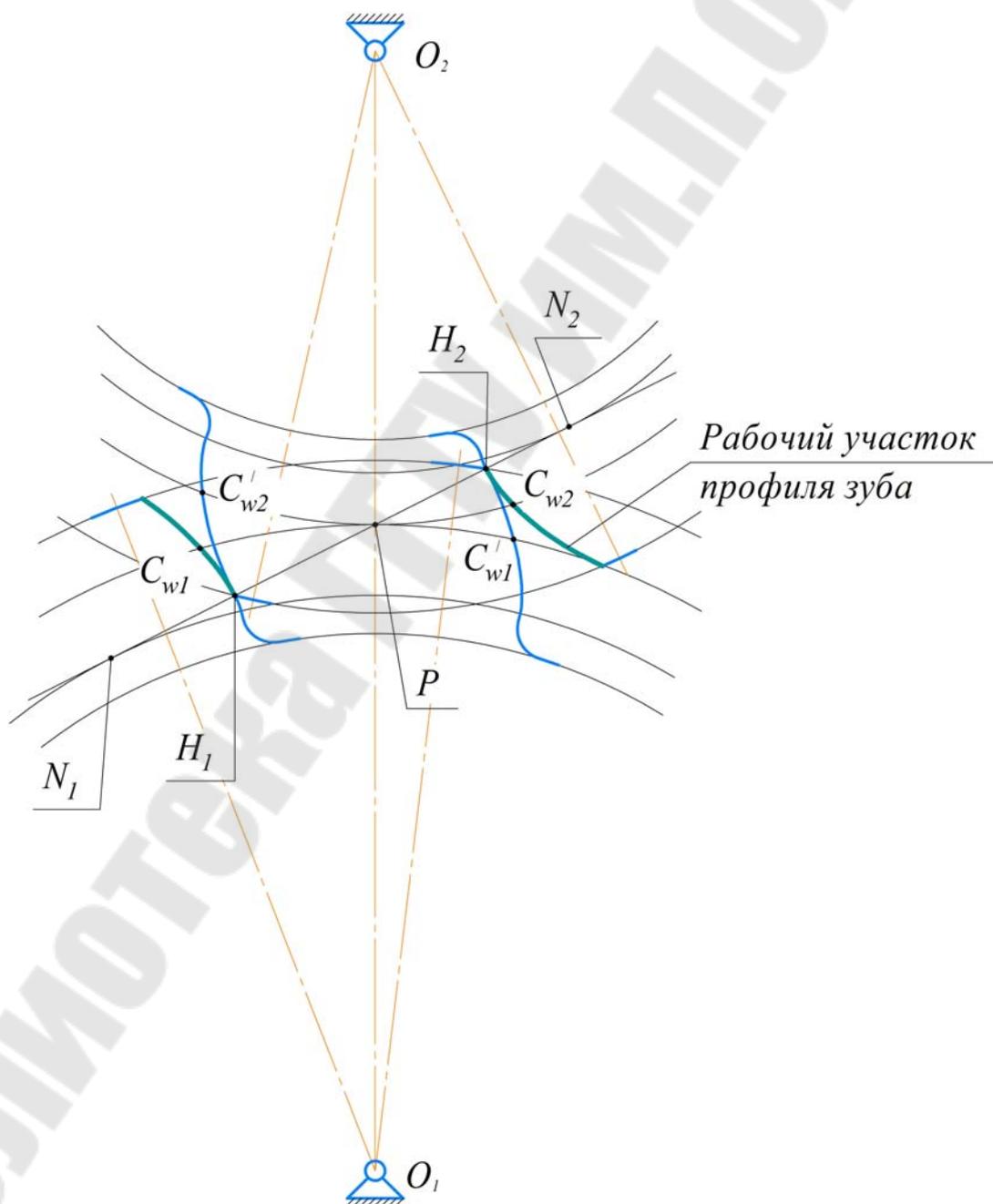


Рис. 10. Рабочий участок профиля зуба и линии зацепления

Так как профиль зубчатого колеса нарезан по эвольвенте, то длина дуги зацепления по основной окружности равна длине рабочего участка линии зацепления

$$CC' = H_1 H_2.$$

По делительной окружности она соответственно будет равна

$$CC' = \frac{H_1 H_2}{\cos \alpha}.$$

Длину дуги зацепления по начальной окружности можно рассчитать по формуле

$$C_w C'_w = \frac{H_1 H_2}{\cos \alpha_w}.$$

Шаг зацепления p_w равен шагу зубчатого колеса. Следовательно, для зубчатой передачи шаги зубчатых колес, измеренные по начальным окружностям, должны быть равны между собой

Радиальным зазором c называется расстояние между окружностью вершин зубьев одного колеса и окружностью впадин другого, измеренное по межосевой линии (рис. 11).

Он предназначен для того, чтобы вершины зубьев одного колеса не упирались во впадину другого колеса в процессе их работы и могли свободно проворачиваться на своих осях. Величина радиального зазора определяется в долях модуля и равна

$$c = c^* m, \tag{19}$$

где c^* - коэффициент радиального зазора.

Также величина радиального зазора для зубчатой передачи может рассчитываться по следующей зависимости:

$$c_1 = a_w - 0,5(d_{f1} + d_{a2}). \tag{20}$$

Боковой зазор обеспечивается допусками на изготовление колес и при расчете номинальных геометрических размеров не учитывается. Он предназначен для размещения слоя смазки, компенсации темпера-

турных деформаций и погрешностей изготовления и монтажа зубчатых колес.

Боковой зазор j_w по дуге начальной окружности может быть рассчитан по формуле

$$j_w = p_w - (S_{w1} + S_{w2}),$$

где S_{w1} , S_{w2} - толщина зуба по начальной окружности 1 и 2 колеса.

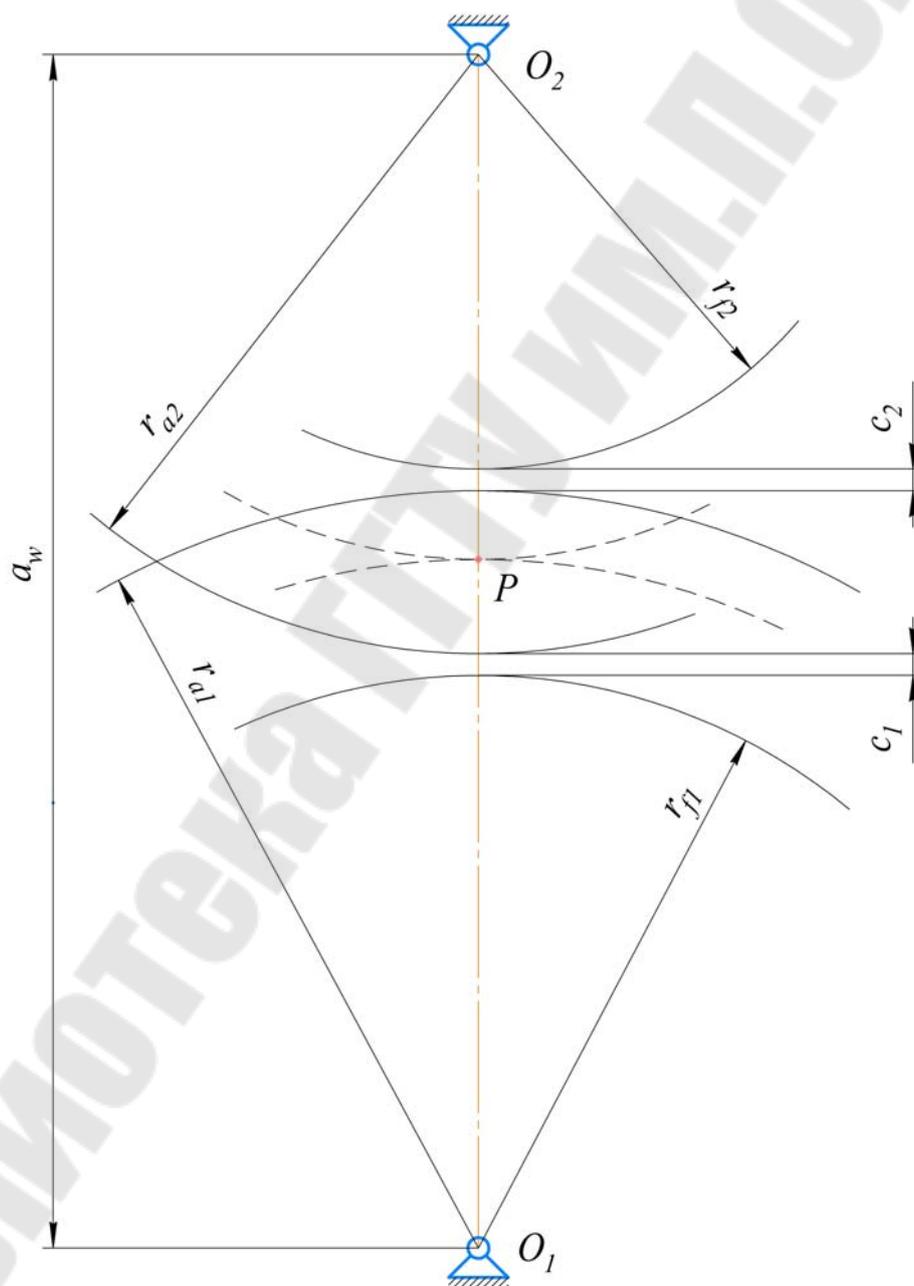


Рис. 11. Радиальный зазор

2.7. Геометрические показатели зубчатого зацепления

К геометрическим показателям зубчатого зацепления относятся: подрезание зуба, заострение зуба и явление интерференции.

Проверка отсутствия подрезания. Профиль зуба колеса состоит из главного профиля и переходной кривой, которая формируется при нарезании скругленным участком рейки. Общая точка L главного профиля и переходной кривой называется граничной точкой (рис. 12).

Тангенс угла профиля в этой точке может быть рассчитан согласно следующего выражения

$$\operatorname{tg}(\alpha_L) = \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{4(h_L^* - h_a^* - x)}{z \sin(2\alpha)}, \quad h_L^* = \frac{r_L - r}{m}. \quad (21)$$

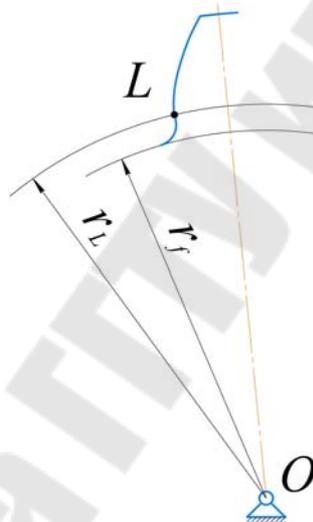


Рис. 12. Граничная точка главного профиля

Из приведенного выражения следует, что с уменьшением x и z угол α_L уменьшается, и граничная точка приближается к основной окружности. Для каждого числа зубьев z существует такой коэффициент смещения $x = x_{\min}$, при котором $\alpha_L = 0$, то есть граничная точка лежит на основной окружности. Если $x \geq x_{\min}$, то точка L будет лежать выше основной окружности, при этом переходная кривая касается эвольвенты и плавно сопрягается с ней (рис. 13, а, б). При $x \leq x_{\min}$ происходит пересечение эвольвенты переходной кривой в точке L (рис. 13, в), что приводит к срезу части главной поверхности, примыкающей к основной окружности. Такое явление называется подрезанием зуба и приводит к его ослаблению.

Подрезания зуба не будет, если

$$\operatorname{tg}(\alpha_l) \geq 0. \quad (22)$$

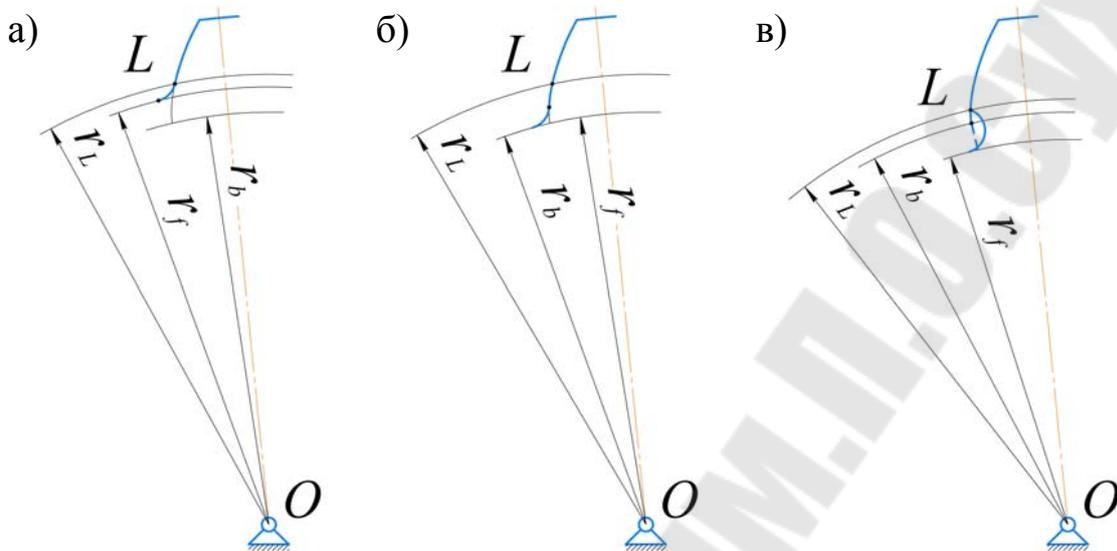


Рис. 13. Варианты расположения граничной точки L

Проверка на заострение зуба. Эвольвенты главных профилей зуба всегда пересекаются (рис. 14). Если они будут пересекаться на окружности вершин или даже ниже этой окружности, то такое явление называется заострением зуба. Проверка на заострение сводится к определению его толщины по окружности вершин и проверке условий: для кинематических передач $s_a \geq 0,25m$; для силовых передач $s_a \geq 0,4m$. Для устранения заострения зуба можно уменьшить радиус окружности вершин или увеличить коэффициенты относительного смещения.

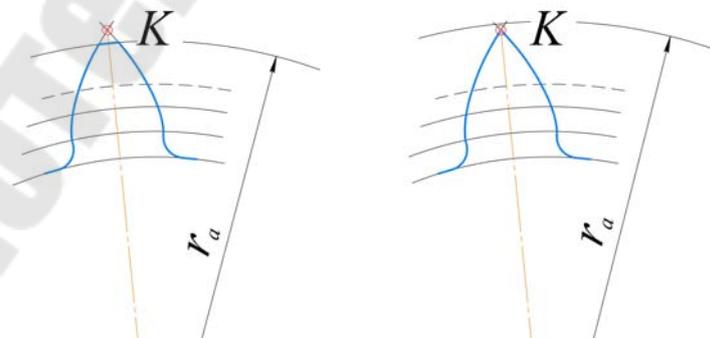


Рис. 14. Заострение зуба

Проверка на отсутствие интерференции. При рассмотрении теоретической картины зацепления иногда наблюдается, что часть пространства оказывается занятой одновременно двумя взаимодействующими зубьями (рис. 15, а).

Такое явление получило название интерференции. В реальной зубчатой передаче явление интерференции приводит к заклиниванию, а в станочном зацеплении к подрезанию ножки зуба или срезанию вершин зубьев. Интерференция будет отсутствовать, если эвольвентный профиль зуба одного зубчатого колеса сопрягается только с эвольвентным профилем зуба другого зубчатого колеса.

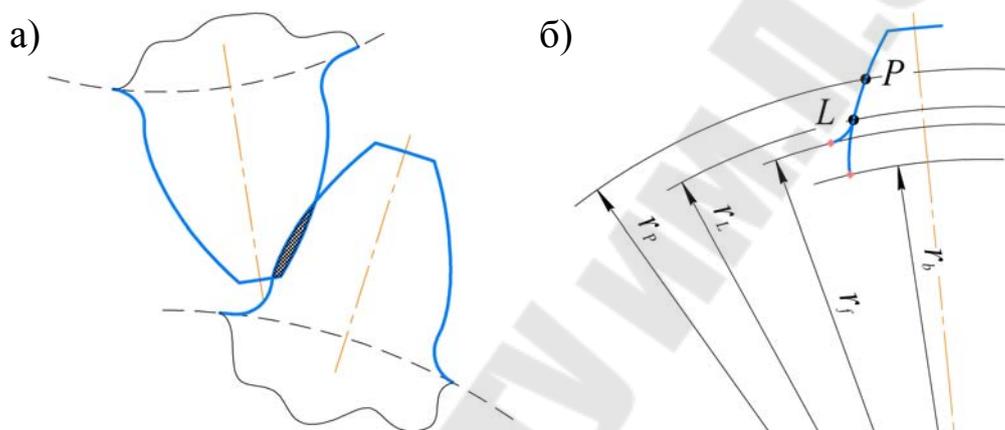


Рис. 15. Интерференция зубьев

Для этого необходимо, чтобы радиус граничной точки r_L был меньше радиуса r_p нижней точки активного профиля (рис. 15, б).

$$r_L \leq r_p. \quad (23)$$

Неравенство (23) можно привести к виду $\rho_P \geq \rho_L$, где ρ_L - радиус кривизны эвольвенты в граничной точке, ρ_P - радиус кривизны эвольвенты в нижней точке активного профиля. Параметры ρ_L и ρ_P определяем по формулам

$$\rho_{P1} = a_w \sin(\alpha_w) - r_{b2} \operatorname{tg}(\alpha_{a2}), \quad \rho_L = m \left(\frac{z \sin(\alpha)}{2} - \frac{h_a^* - x}{\sin(\alpha)} \right).$$

2.8. Качественные показатели зубчатого зацепления

К качественным показателям зубчатой передачи относятся: коэффициент перекрытия ε_α , коэффициент удельного скольжения η , геометрический коэффициент удельного давления ν и т.д. Их значение зависят от исходных данных: числа зубьев, модуля и коэффициентов относительного смещения.

Коэффициент перекрытия. Коэффициент перекрытия ε_α , определяет плавность и безударность работы, а также показывает, насколько зацепление одной пары зубьев перекрывается зацеплением следующей за ней другой пары зубьев. Коэффициент перекрытия представляет собой отношение дуги зацепления по какой-либо окружности к шагу по той же окружности. Для эвольвентного зацепления он может быть определен по зависимости

$$\varepsilon_\alpha = \frac{q_\alpha}{p_b}, \quad (24)$$

где q_α - длина активной части линии зацепления.

Учитывая, что $q_\alpha = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w$ и $p_b = \pi m \cos \alpha$, получим

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha}. \quad (25)$$

Зубчатая передача является работоспособной при всех $\varepsilon_\alpha \geq 1$, однако, при проектировании обычно выполняется условие, чтобы $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$. При изготовлении зубчатых колес повышенной точности минимальное значение коэффициента перекрытия уменьшается до 1,1. С повышением ε_α повышается плавность работы. Коэффициент перекрытия увеличивается при возрастании чисел зубьев колес z_1 и z_2 , а также при уменьшении угла зацепления. Максимальное значение ε_α в зубчатой передаче зависит от инструмента, используемого для нарезания зубьев колеса. Для стандартного исходного контура $\alpha = 20^\circ$ получаем $\varepsilon_\alpha = 1,98$, который указывает, что 98% времени в

зацеплении может находиться две пары зубьев, а 2% времени - одна пара зубьев.

Коэффициент удельного скольжения профилей. При зацеплении зубьев колес одновременно совершаются процессы качения и скольжения. В результате чего на боковых поверхностях зубьев возникает силы сопротивления качению и силы трения скольжения. Первыми силами пренебрегают в виду их малости по сравнению с силами трения скольжения.

Наличие скольжения на боковых поверхностях зубьев приводит к дополнительному расходу мощности, вызывает износ боковых поверхностей. Одним из главных факторов, определяющих износ боковой поверхности зуба, является скорость скольжения.

Коэффициенты удельного скольжения профилей могут быть рассчитаны по уравнениям:

$$\eta_1 = 1 - i_{21} + \frac{q}{x} i_{21}, \quad \eta_2 = 1 - i_{12} + \frac{q}{q-x} i_{12} \quad (26)$$

где q - длина теоретической линии зацепления; x - текущая координата; i_{12} , i_{21} - передаточные отношения.

Графики удельных скольжений имеют вид (рис. 16). Выкрашивание, наблюдаемое на поверхности зубьев, объясняется тем, что в полюсе зацепления имеют место напряжения сдвига переменного знака, которые возникают вследствие изменения направления скорости скольжения. Износ зубьев чаще всего наблюдается у ножки, где скорости скольжения достигают своего максимального значения.

Для выравнивания максимальных величин коэффициентов удельного скольжения практическую часть линии зацепления H_1H_2 следует смещать в сторону большего колеса. Уменьшение величины коэффициентов удельного скольжения наблюдается также при увеличении положительных смещений для обоих зубчатых колес.

Геометрический коэффициент удельного давления. Поверхностная прочность зуба характеризуется геометрическим коэффициентом удельного давления ν , который определяется по выражению

$$\nu = \frac{m}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}}, \quad (27)$$

где ρ_1, ρ_2 - радиусы кривизны профилей зубьев в точке контакта.

Для проектируемой зубчатой передачи необходимо, чтобы v не превышало 2, обычно добиваются значения v равного или меньшего 1. За расчетный коэффициент удельного давления принимается тот, который соответствует контакту зубьев в полюсе P , так как в этом случае, как правило, контактирует только одна пара зубьев. При этом коэффициент удельного давления может быть рассчитан по формуле

$$v_p = \frac{2z_\Sigma}{z_1 z_2 \operatorname{tg} \alpha_w \cos \alpha_w}. \quad (28)$$

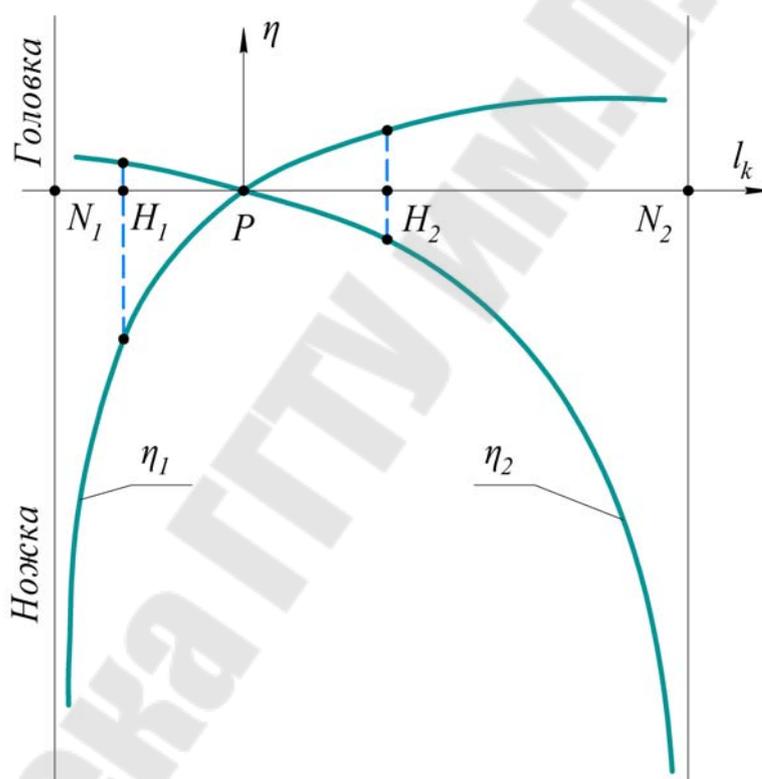


Рис. 16. График удельных скольжений

2.9. Выбор коэффициентов смещения исходного контура

Выбор коэффициентов смещения при геометрическом расчете эвольвентной зубчатой передачи должен производиться в зависимости от преследуемой практической цели, а именно: отсутствие подреза и заострения зуба, увеличение коэффициента перекрытия или уменьшения максимальных значений коэффициентов удельных скольжений, вписывание зубчатой передачи в заданное межосевое расстояние и, наконец, повышение контактной или изгибной прочно-

сти зуба. Стремление выполнить вышеуказанные цели представляет собой сложную задачу и приводит к противоречивым значениям требуемых величин коэффициентов смещений. Так, например, увеличение коэффициентов смещения благоприятно для изгибной прочности, контактной прочности и в то же время ведет к снижению коэффициента перекрытия, к заострению и интерференции. Поэтому рациональное решение основано на компромиссе, но при этом расчетные коэффициенты смещения должны обеспечить отсутствие заострения и подреза зуба, минимальное значение коэффициента перекрытия и отсутствие заострения.

Подбор коэффициентов смещения можно производить одним из следующих способов.

Первый способ основан на отсутствие подрезания зубьев. При этом значение минимального коэффициента смещения определяется по зависимости:

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}, \quad (29)$$

где z - число зубьев нарезаемого колеса.

Второй способ основан на выборе коэффициентов смещения по специальным таблицам. В настоящее время имеются специальные таблицы, разработанные В.Н. Кудрявцевым и Центральным конструкторским бюро редукторостроения. В системе В.Н.Кудрявцева при выборе коэффициентов смещения x_1 и x_2 положен принцип максимальной контактной прочности зубьев зубчатых колес. В системе ЦКБР коэффициенты смещения обеспечивают равенство коэффициентов удельного скольжения зубьев обоих колес.

Третий способ выбора коэффициентов смещения основан на использовании блокирующих контуров. Этот способ является универсальным и позволяет удовлетворить любые требования, предъявляемые к зубчатой передаче. На рис. 17 изображен блокирующий контур, который представляет собой совокупность кривых, построенных в координатах x_1 и x_2 .

На рисунке 17 линии блокирующего контура означают:

- 1 - коэффициент торцевого перекрытия $\varepsilon_a = 1$;
- 2 - толщина зуба колеса z_1 по окружности вершин $S_{a1} = 0$;
- 3 - допустимое подрезание колеса z_2 ;

- 4 - допустимое подрезание колеса z_1 ;
- 5 - интерференция или заклинивание с переходной кривой колеса z_2 .

Линии качественных показателей:

- 6 - линия $S_{a2} = 0,25m$;
- 7 - линия $S_{a2} = 0,4m$;
- 8 - линия выровненных удельных скольжений $l_1 = l_2$;
- 9 - линия $S_{a1} = 0,4m$;
- 10 - линия $S_{a1} = 0,25m$;
- 11 - линия $x_2 = x_{2\min}$;
- 12 - линия $x_1 = x_{1\min}$;
- 13 - линия $\varepsilon_a = 1,2$.

Получившийся контур и определяет зону возможного выбора коэффициентов смещения x_1 и x_2 .

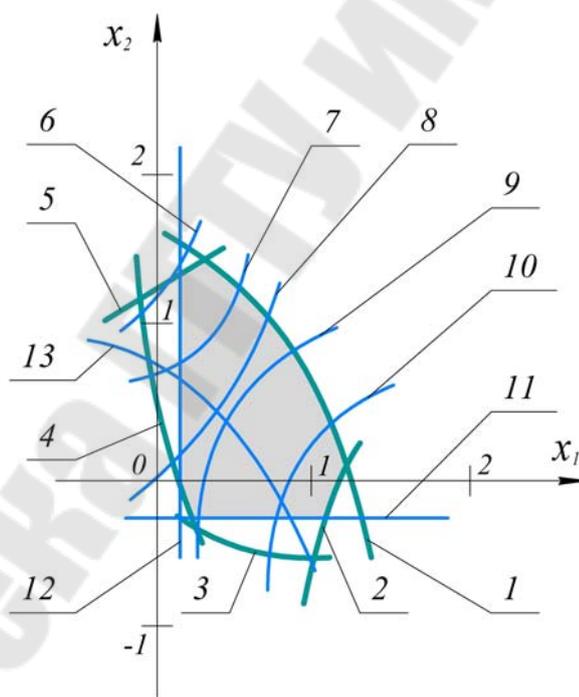


Рис. 17. Блокирующий контур

2.10. Воспринимаемое и уравнивающее смещение

Зацепление, в котором отсутствует боковой зазор, называется беззазорным. При этом как рабочие, так и не рабочие стороны зубьев одновременно находятся в контакте, и отсутствует свободный поворот одного из колес при неподвижном другом.

Если колесо z_1 нарезать со смещением x_1 , а колесо z_2 со смещением x_2 и определить межосевое расстояние как сумму радиусов делительных окружностей, то мы получим

$$a_w = \left(\frac{mz_1}{2} + x_1 m \right) + \left(\frac{mz_2}{2} + x_2 m \right) = a + (x_1 + x_2) m.$$

Однако при таком межосевом расстоянии в зацеплении имеет место боковой зазор. Для получения беззазорного зацепления зубчатые колеса необходимо сблизить. Поэтому в беззазорном зацеплении межосевое расстояние "воспринимает" некоторую часть суммы смещений $(x_1 + x_2) \cdot m$. Разность межосевого расстояния цилиндрической зубчатой передачи со смещением и ее делительного межосевого расстояния называется воспринимаемым смещением.

Отношение воспринимаемого смещения к расчетному модулю цилиндрического зубчатого колеса называется коэффициентом воспринимаемого смещения:

$$y = \frac{a_w - a}{m}. \quad (30)$$

Суммой смещений называется сумма смещения исходного контура y шестерни и колеса цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления. Отношение суммы смещений к расчетному модулю цилиндрического зубчатого колеса называется коэффициентом суммы смещений

$$x_\Sigma = \frac{x_1 m + x_2 m}{m} = x_1 + x_2. \quad (31)$$

Разность между суммой смещений и воспринимаемым смещением называется уравнительным смещением.

Отношение уравнительного смещения к расчетному модулю цилиндрического зубчатого колеса называется коэффициентом уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y. \quad (32)$$

Термин "уравнительное" показывает, что величина Δy уравнивает межосевое расстояние двух колес, находящихся в беззазорном зацеплении с парой совпадающих контуров, и межосевое расстояние тех же колес, находящихся в беззазорном зацеплении друг с другом, в связи с этим межосевое расстояние в беззазорном зацеплении может быть рассчитано по формуле

$$a_w = a + (x_1 + x_2)m - \Delta y = m \left(\frac{z_1 + z_2}{2} + x_\Sigma - \Delta y \right).$$

2.11. Порядок расчета геометрических параметров цилиндрической эвольвентной передачи

При расчете геометрических параметров эвольвентной передачи известными величинами являются: числа зубьев колес z_1 и z_2 , а также модуль зацепления m . Последовательность расчета приведена в таблице 2.

Таблица 2

Расчет геометрических параметров эвольвентной передачи

Определяемая величина	Расчетная формула
Коэффициент смещения	Определяется одним из способов, описанным в параграфе 2.9, согласно указанию преподавателя
Угол зацепления	$\text{inv}(\alpha_w) = \text{inv}(\alpha) + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \text{tg}(\alpha)$
Делительное межосевое расстояние	$a = m \frac{z_1 + z_2}{2}$
Межосевое расстояние	$a_w = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$
Коэффициент воспринимаемого смещения	$y = \frac{a_w - a}{m}$
Коэффициент уравнительного смещения	$\Delta y = x_1 + x_2 - y$

Продолжение табл. 2

Определяемая величина	Расчетная формула
Высота ножки зуба	$h_f = m(h_a^* + c^* - x)$
Высота головки зуба	$h_a = m(h_a^* + x - \Delta y)$
Радиус делительной окружности	$r = \frac{mz}{2}$
Радиус основной окружности	$r_b = r \cos \alpha$
Радиус начальной окружности	$r_w = r \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$
Радиус окружности вершин зубьев	$r_a = r + h_a$
Угол профиля эвольвенты по окружности вершин	$\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}$
Радиус окружности впадин	$r_f = r - h_f$
Толщина зуба по делительной окружности	$S = \left(\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg}(\alpha) \right) m$
Шаг зубьев по основной окружности	$p_b = \pi m \cos \alpha$
Толщина зуба по основной окружности	$S_b = \frac{p_b}{\pi} \left(2x \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + \frac{\pi}{2} + z \cdot \operatorname{inv}(\alpha) \right)$
Толщина зуба по окружности вершин	$S_a = 2r_a \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{2x \operatorname{tg}(\alpha)}{z} + \operatorname{inv}(\alpha) - \operatorname{inv}(\alpha_a) \right)$

2.12. Построение картины зацепления эвольвентных зубчатых колес

Построение картины зацепления необходимо производить в таком масштабе, чтобы полная высота зуба изображалась отрезком от 30 до 60 мм, и осуществляется в следующей последовательности.

1. Наносятся положение осей вращения O_1 и O_2 , а также проводится межосевая линия (рис. 18, а).

2. Проводятся дуги начальных окружностей (радиусы r_{w1} и r_{w2}) и отмечается полюс зацепления P в точке их контакта (рис. 18, б).

3. Строятся остальные окружности зубчатых колес: вершин зубьев (радиусы r_{a1} и r_{a2}), делительные (радиусы r_1 и r_2), основные (радиусы r_{w1} и r_{w2}), впадин зубьев (радиусы r_{f1} и r_{f2}) (рис. 19, а). При этом проверяется точность графического построения по величине радиального зазора (см. рис. 11).

4. Проводится общая касательная к основным окружностям. При этом она должна обязательно пройти через полюс зацепления P . Так как данная касательная является линией зацепления, то отмечаются на ней характерные точки: N_1 и N_2 - точки касания с основными окружностями и H_1 и H_2 - точки пересечения линии зацепления с окружностями вершин зубьев (рис. 19, б).

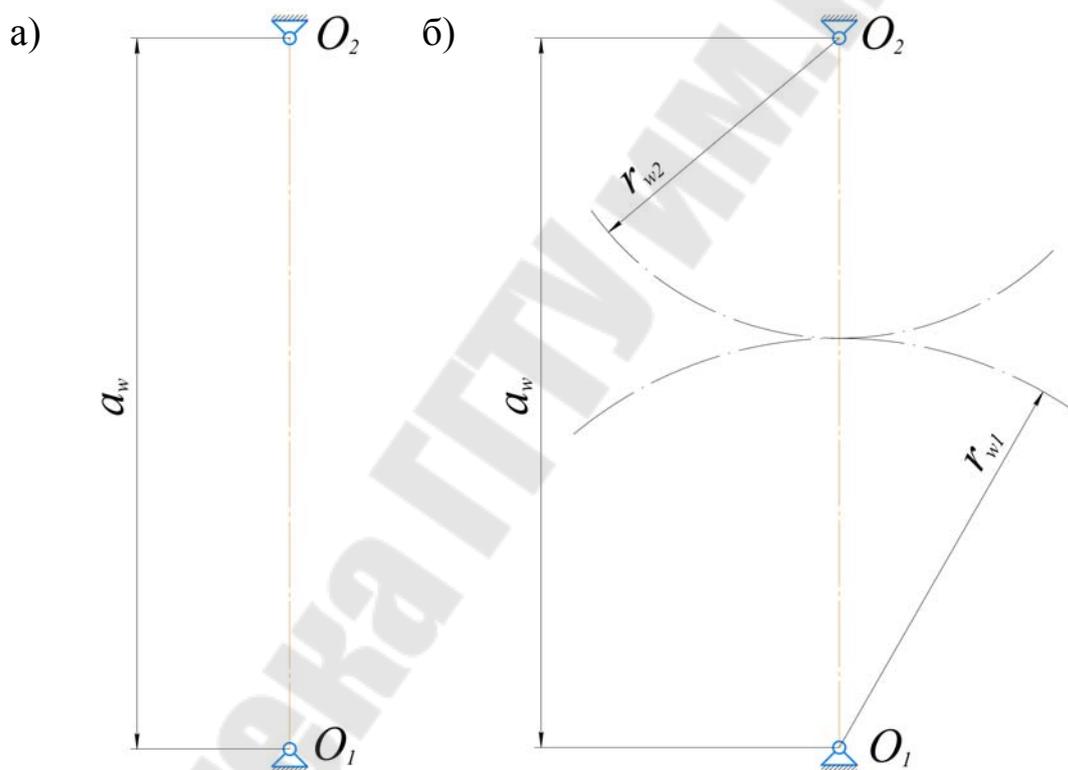


Рис. 18. Построение картины эвольвентного зацепления

Отрезок линии зацепления, заключенный между точками N_1 и N_2 , является теоретической линией зацепления, а отрезок, заключенный между точками H_1 и H_2 - рабочим участком линии зацепления.

Показывается угол зацепления α_w . Для этого проводится прямая через полюс зацепления P перпендикулярно линии межосевого расстояния. Угол отклонения линии зацепления от данной линии и является углом зацепления (см. рис. 19, б).

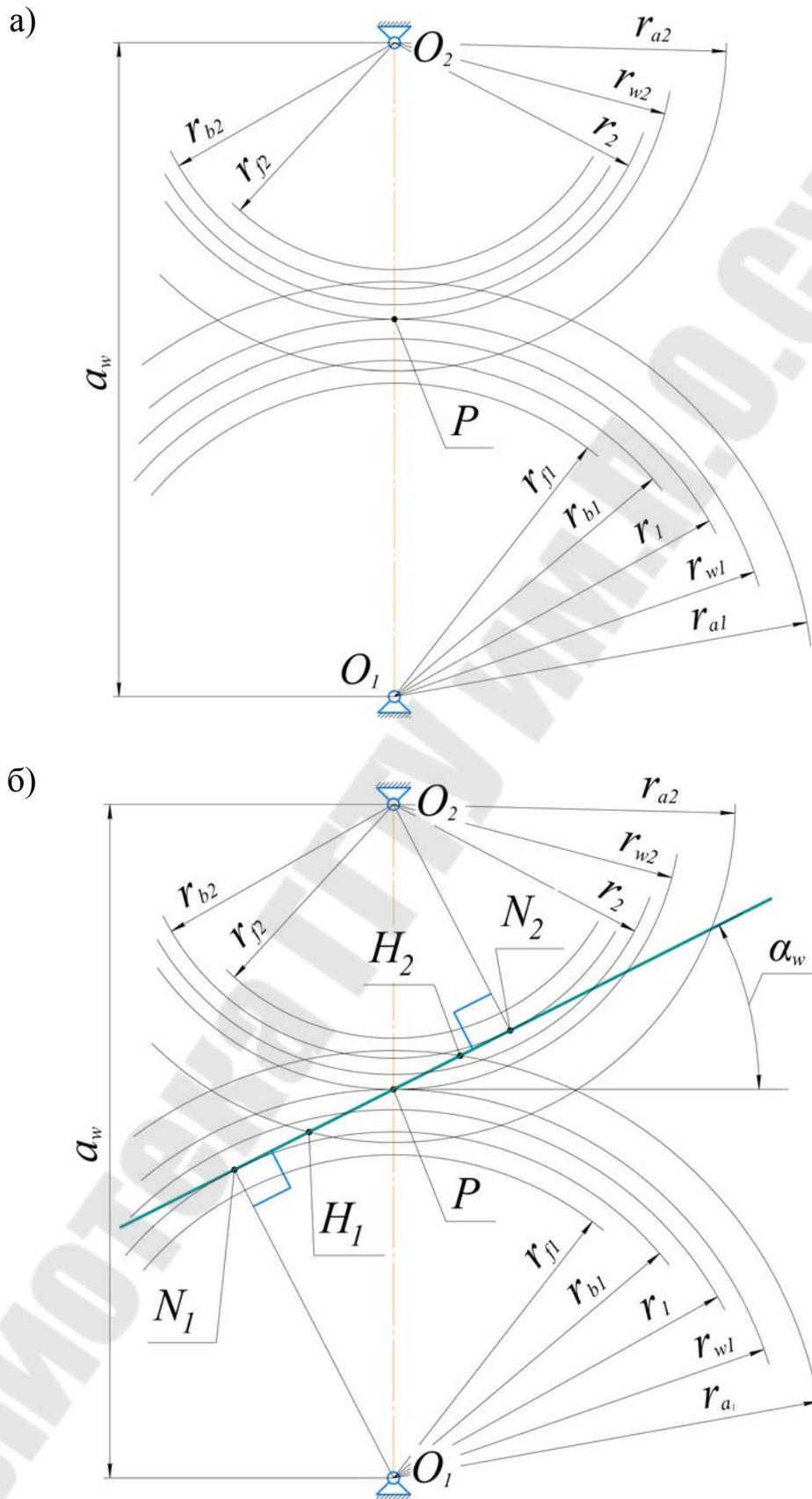


Рис. 19. Построение картины эвольвентного зацепления

5. Строятся эвольвенты зубчатых колес, соприкасающиеся в полюсе зацепления P . Для построения профиля зуба первого колеса отрезок теоретической линии зацепления N_1P делим на равные части (обычно на 4-5 частей, в нашем случае на пять частей) (рис. 20).

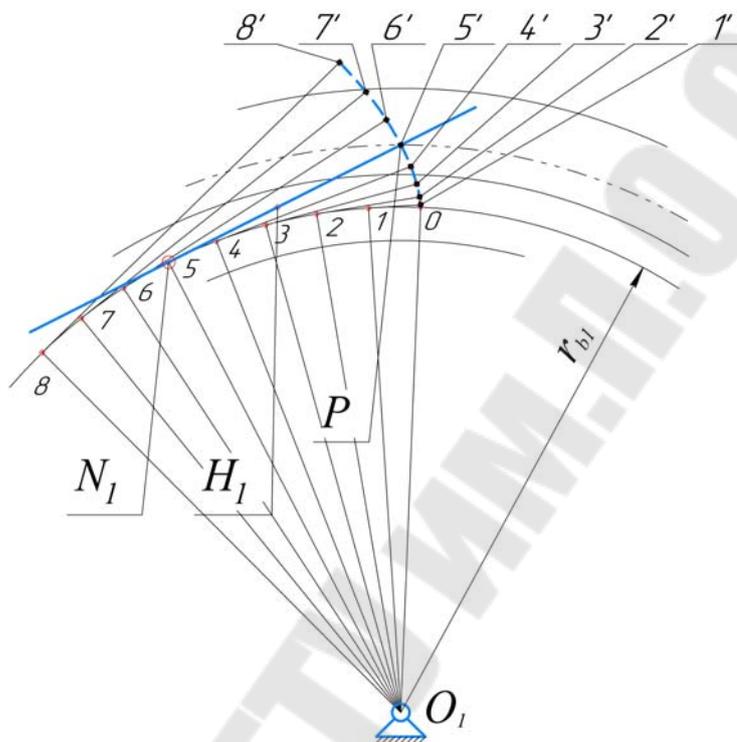


Рис. 20. Построение картины эвольвентного зацепления

Эти отрезки (принимая их равными длинам дуг) откладываются по основной окружности вправо и влево от точки N_1 и отмечаются точки 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и т.д. При этом вправо откладывается столько отрезков, на сколько равных частей разбит отрезок N_1P . Нумерация точек ведется справа налево. Через эти точки проводятся касательные к основной окружности и на них откладываются единичные отрезки, число которых соответствует номеру точки, из которой проведена касательная. Так, на касательной, проведенной из точки с номером 5, откладывается 5 единичных отрезков. Для более точного проведения касательных удобно вначале соединить отрезками эти точки с осью вращения, тогда для построения касательной достаточно восстановить перпендикуляры к этим прямым. В результате указанных построений получают точки $1', 2', 3', 4'$ и т.д. Плавная кривая, проведенная через полученные точки, является эвольвентным профилем правой части зуба первого колеса.

противоположной стороны зуба. Галтельная часть вычерчивается таким же образом, как и для первой стороны.

Отложив от точки A' вправо и влево по делительной окружности хорды, равные $b = mz \sin \frac{180}{z}$, найдем положение осей симметрии зубьев, смежных с первым зубом, по законам симметрии строим их профили. Также, положение оси симметрии второго и третьего зуба можно определить, отложив угловой шаг зуба в радианах $\tau = 2\pi/z$ или в градусах $\tau = \frac{360^\circ}{z}$.

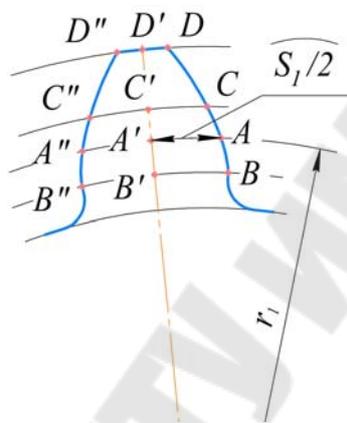


Рис. 22. Построение профиля зуба

Всего на картине должно быть изображено три зуба колеса (рис. 23). Аналогичным образом строятся зубья второго колеса.

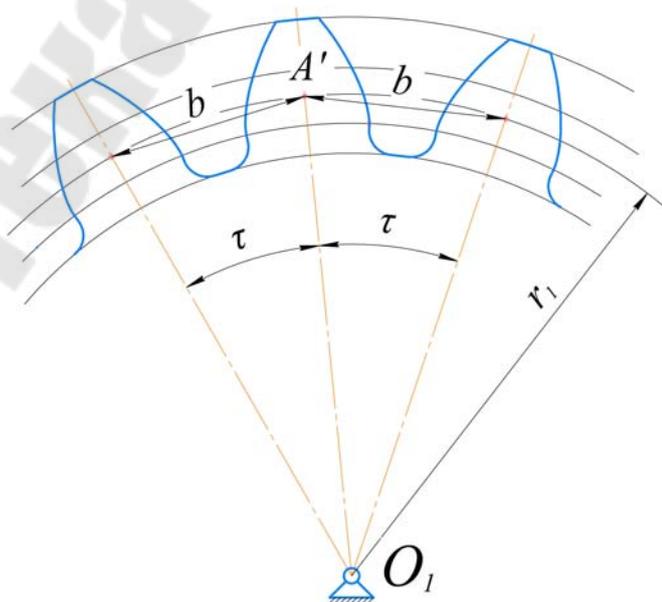


Рис. 23. Построение второго и третьего зуба зубчатого колеса

3. Кинематический анализ зубчатых механизмов

Среди зубчатых механизмов наибольшее распространение получили зубчатые механизмы имеющие неподвижные оси вращения зубчатых колес: простейшие трехзвенные зубчатые механизмы, зубчатые ряды и зубчатые механизмы с подвижной осью вращения (эпициклические механизмы): планетарный механизм, дифференциальный механизм и замкнутой дифференциальный механизм).

Зубчатые механизмы, служащие для уменьшения числа оборотов выходного звена по сравнению с входным, называются редукторами, а для увеличения - мультипликаторами.

3.1. Простейшие трехзвенные механизмы

Простейший трехзвенный механизм - зубчатый механизм, в состав которого входит стойка и два зубчатых звена, находящихся в зацеплении и образующих со стойкой вращательную кинематическую пару. Число степеней свободы этих механизмов равно единице. На рисунке 24 приведены основные простейшие трехзвенные зубчатые механизмы: цилиндрическая передача с внешним зацеплением (рис. 24, а), цилиндрическая передача с внутренним зацеплением (рис. 24, б), коническая передача (рис. 24, в), червячная передача (рис. 24, г). Внешнее зацепление зубчатых колес меняет направление вращательного движения и передаточное отношение отрицательно, внутреннее зацепление не меняет направления вращательного движения и передаточное отношение положительно. Для конической и червячной передач говорить о знаке передаточного отношения нет смысла.

Для определения передаточного отношения в простейших трехзвенных зубчатых механизмах надо знать два основных размера. Удобнее всего в качестве основных размеров взять числа зубьев колес. Тогда передаточное отношение определяется через числа зубьев колес:

$$i_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1}. \quad (33)$$

В случае червячной передачи под z_1 понимается число заходов червяка n .

При рассмотрении зубчатых передач употребляется также понятие - передаточное число, определяемое как отношение чисел зубьев колеса к числу зубьев шестерни:

$$u = \frac{z_k}{z_u} \quad (34)$$

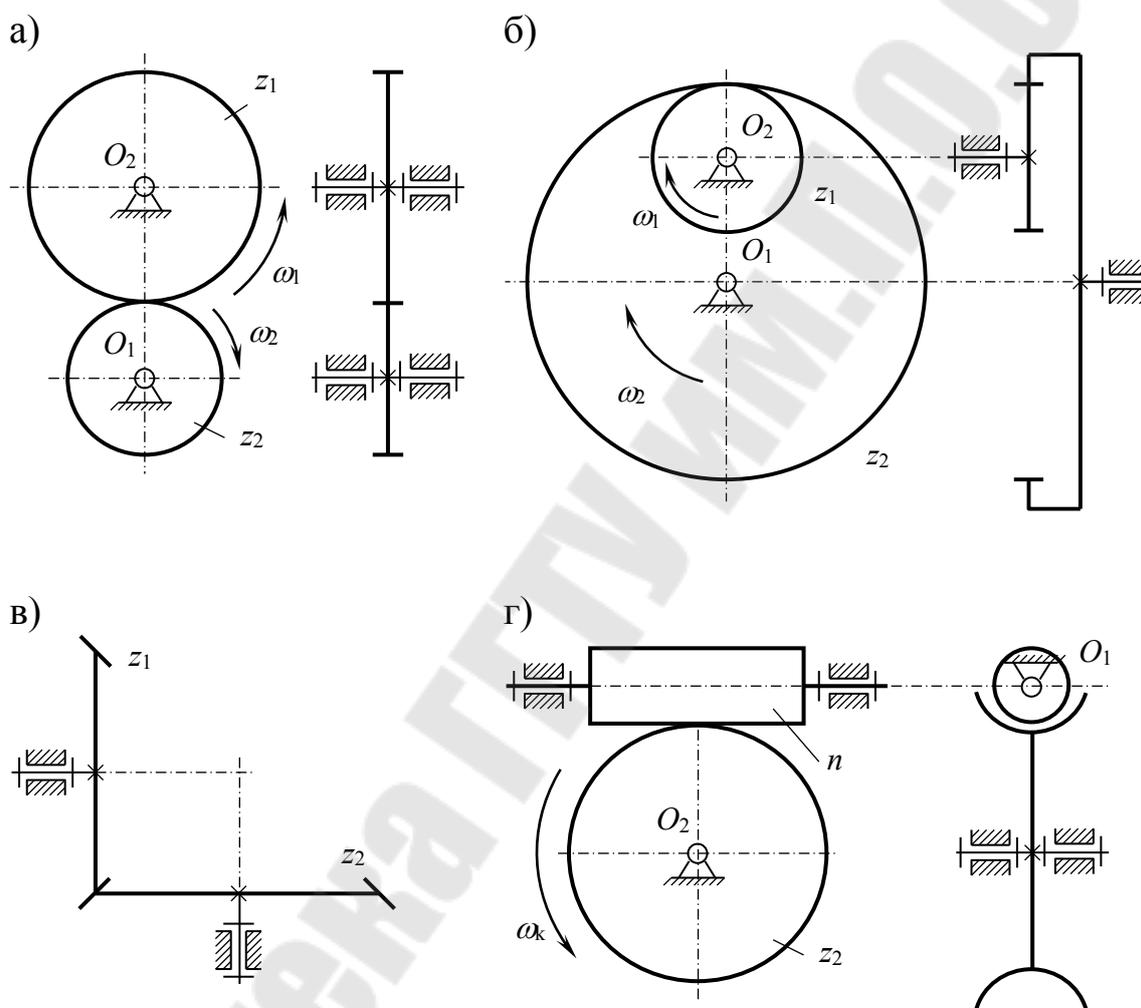


Рис. 24. Простейшие трехзвенные механизмы

Так как шестерней называют меньшее из двух зацепляющихся колес, то передаточное число не только положительно, но и больше единицы. Передаточные числа простейших трехзвенных механизмов сравнительно невелики: у цилиндрического прямозубого $u = 3 \div 8$, у цилиндрического косозубого $u = 4 \div 12$, у конического $u = 2 \div 4$, и лишь у червячного $u = 8 \div 80$. Хотя у червячного механизма большое передаточное число, но значительны силы трения. Последнее обстоя-

тельство не позволяет передавать вращательное движение от колеса к червяку. Червячная передача, как и некоторые другие передачи с большим передаточным отношением, работает только на понижение угловых скоростей.

В тех случаях, когда требуемое передаточное отношение превышает целесообразное значение для одной пары зубчатых колес или требуется обеспечить передачу движения на большое межосевое расстояние, используются сложные зубчатые механизмы, состоящие из нескольких параллельно или последовательно соединенных между собой зубчатых передач.

3.2. Зубчатый ряд

Зубчатый ряд - зубчатый механизм, в состав которого входят зубчатые колеса с неподвижной осью вращения и числом степеней свободы равным единице. Зубчатые ряды (рис. 25) применяются для осуществления передачи между осями вращения, расположенных на значительных расстояниях. Различают последовательный зубчатый ряд (с паразитными колесами) (рис. 25 а, б) и зубчатый ряд с кратным зацеплением (ступенчатый) (рис. 25 в).

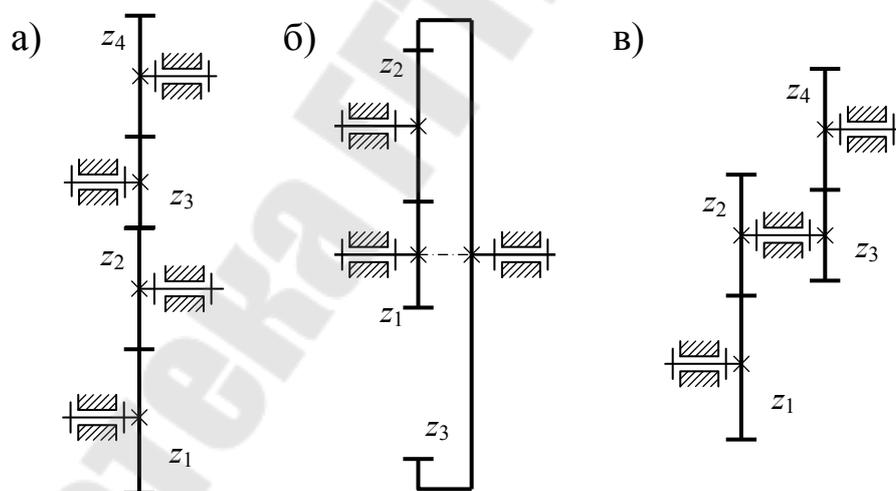


Рис. 25. Зубчатый ряд

Рассмотрим сначала механизм, в котором передача вращательного движения от вала к валу с помощью зубчатых колес ведется последовательно (рис. 25 а, б). В этом случае передаточное отношение зубчатого ряда равно произведению передаточных отношений всех последовательных зубчатых пар:

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n}. \quad (35)$$

Если передаточное отношение каждой ступени выразить через числа зубьев колес, то

$$i_{1n} = (-1)^k \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \dots \cdot \frac{z_n}{z_{n-1}}, \quad (36)$$

где k - число внешних зацеплений; в числителе произведение чисел зубьев всех ведомых, а в знаменателе - всех ведущих колес.

Передаточные отношения зубчатых рядов, изображенных на рисунке 25, а и рисунке 25, б, равны соответственно:

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot (-1)^3 = -\frac{z_4}{z_1},$$

$$i_{13} = i_{12} \cdot i_{23} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot (-1)^1 = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Видим, что в данных механизмах число зубьев некоторых зубчатых колес не влияет на величину передаточного отношения. Такое колесо называется паразитным, а зубчатый ряд - зубчатым рядом с паразитным колесом. Наличие паразитного колеса меняет знак передаточного отношения.

Рассмотрим зубчатый ряд с кратным зацеплением. Характерным для зубчатых рядов с кратным зацеплением является то, что движение на вал принимает одно колесо, а с вала передает другое (рис. 25, в). Передаточное отношение такого зубчатого ряда определяют по формуле

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot \dots \cdot i_{(n-1)n} = (-1)^k \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \dots \cdot \frac{z_n}{z_{n-1}}.$$

Передаточные отношения зубчатого ряда, изображенного на рисунке 25, в равно:

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{34} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot (-1)^2 = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

Зубчатые ряды многозвенны и имеют относительно большие габариты, так как увеличение передаточных отношений таких передач возможно лишь за счет увеличения числа ступеней. Большие передаточные отношения при относительно малых габаритах можно получить с помощью зубчатых механизмов с подвижными осями.

3.3. Планетарные механизмы

Планетарный механизм — это зубчатый механизм, имеющий зубчатые колеса с подвижной осью вращения и числом степеней свободы равным единице. Использование планетарных механизмов позволяет обеспечить высокое передаточное отношение при незначительных габаритах редуктора. Наибольшее распространение среди простейших планетарных механизмов получили следующие четыре схемы (рис. 26).

Зубчатые колеса, ось вращения которых является подвижной осью, называются сателлитами (см. рис. 26, б, колеса 2 и 3). Звено, которое несет подвижную ось сателлита, называется водилом (H). Сателлиты образуют зацепление с центральными зубчатыми колесами (колеса 1, 4, рис. 26, б). Центральное колесо называется солнечным, если оно образует с сателлитом внешнее зацепление и коронным - если внутреннее. Ось вращения водила и центральных зубчатых колес совпадает. Данная ось называется центральной осью механизма, а звенья, ось вращения которых совпадает с центральной осью, называются центральными (основными).

Передаточное отношение этих механизмов определяется по формуле Виллиса для центральных звеньев:

$$i_{KO}^{(H)} = \frac{\omega_K^{(O)} - \omega_H^{(O)}}{-\omega_H^{(O)}}. \quad (37)$$

Здесь K — подвижное центральное зубчатое колесо; O — неподвижное центральное зубчатое колесо. Условимся передаточное отношение механизмов с подвижными осями при буквенном обозначении снабжать тремя индексами, где два нижних индекса показывают, от какого

звена к которому рассматривается передача движения, а третий верхний показывает, какое звено при этом остановлено.

Для удобства формулу (37) можно записать в следующем виде:

$$i_{KH}^{(O)} = 1 - i_{KO}^H, \quad (38)$$

где $i_{KH}^{(O)} = \omega_K / \omega_H$ – передаточное отношение планетарного механизма;

i_{KO}^H – передаточное отношение обращенного механизма, т.е. зубчатого ряда.

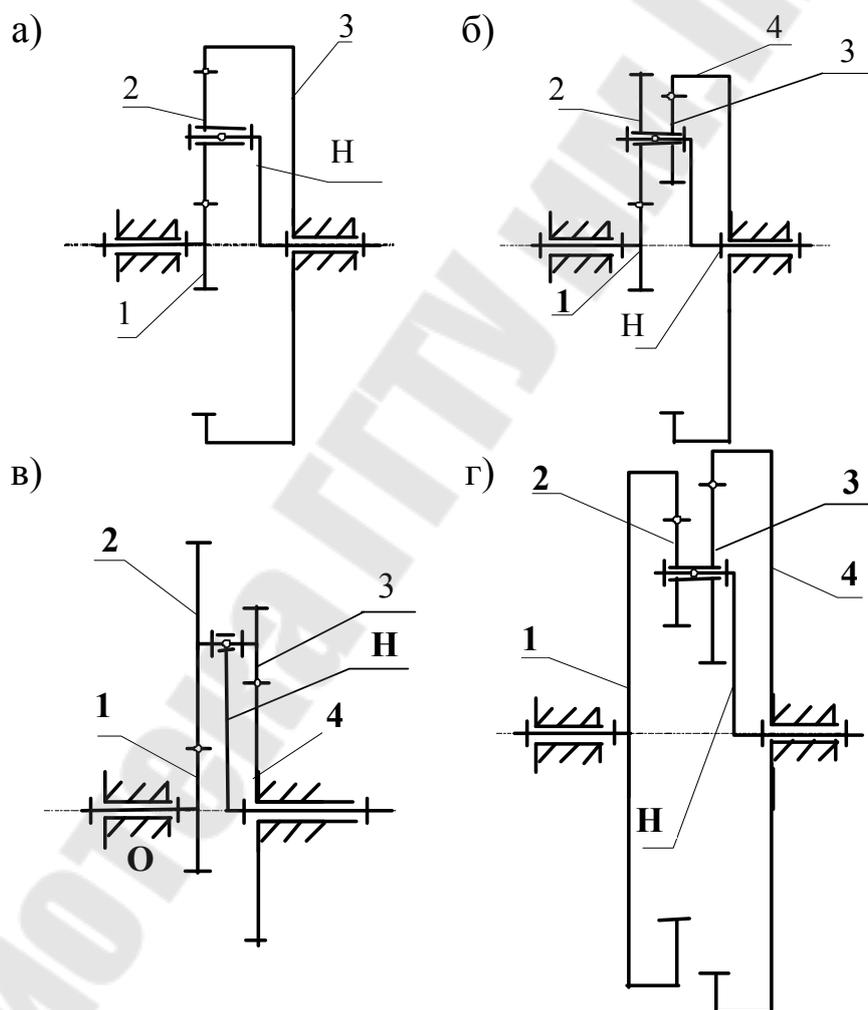


Рис. 26. Типовые планетарные механизмы

Для схем, изображенных на рис. 26, формулы передаточных отношений от колеса 1 к водилу H будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } i_{1H}^{(3)} &= \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}; \\
 \text{б) } i_{1H}^{(4)} &= \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{14}^{(H)} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \\
 \text{в) } i_{1H}^{(4)} &= \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{14}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \\
 \text{г) } i_{1H}^{(4)} &= \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{14}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

При определении передаточного отношения от водила H к колесу 1 необходимо воспользоваться соотношением:

$$i_{H1}^{(O)} = \frac{1}{i_{1H}^{(O)}}. \tag{40}$$

3.4. Дифференциальные механизмы

Дифференциальный механизм — это зубчатый механизм, имеющий зубчатые колеса с подвижной осью вращения и числом степеней свободы больше единицы.

Число степеней свободы дифференциального механизма, изображенного на рисунке 27, равно:

$$W = 3k - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

Таким образом, для определения движения звеньев должно быть два входных звена. Отличительной особенностью дифференциального механизма является то, что этот механизм не имеет неподвижных колес.

Понятие передаточного отношения для дифференциального механизма не имеет смысла. Зависимость между угловыми скоростями звеньев выражается формулой Виллиса

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}, \quad (41)$$

которая представляет уравнение передаточного отношения между центральными колесами механизма в обращенном движении.

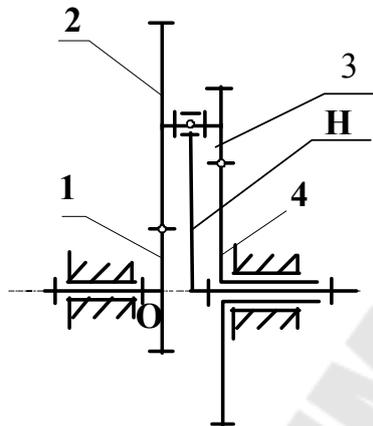


Рис. 27. Дифференциальный механизм

Если известны угловые скорости входных звеньев дифференциального механизма, то угловая скорость выходного звена может быть рассчитана по одной из формул:

а) входные звенья 1 и H

$$\omega_4 = i_{41}^{(H)} \omega_1 + i_{4H}^{(1)} \omega_H$$

б) входные звенья 1 и 4

$$\omega_H = i_{H1}^{(4)} \omega_1 + i_{H4}^{(1)} \omega_4$$

в) входные звенья 4 и H

$$\omega_1 = i_{14}^{(H)} \omega_4 + i_{1H}^{(4)} \omega_H$$

4. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Задача проектирования планетарных механизмов может быть разделена на структурный и метрический синтез механизма. При структурном синтезе определяется структурная схема механизма. При метрическом – определяются числа зубьев колес и соответственно размеры, так как радиусы зубчатых колес прямо пропорциональны числам зубьев $r_i = m z_i / 2$.

Структурный синтез планетарного механизма – задача, решение которой требует учета целого ряда факторов: условий работы механизма, требуемого КПД, габаритов, массы, значения передаточного отношения и распределения его по ступеням. Важно выбрать оптимальную схему планетарного механизма, так как одно и те же передаточное отношение может быть обеспечено различными схемами механизма, которые будут отличаться по КПД, массе, габаритам.

При метрическом синтезе (подборе чисел зубьев колес) задача формулируется так: для выбранной схемы планетарного механизма при заданном передаточном отношении i необходимо определить числа зубьев колес z_i , которые обеспечат выполнение основных и дополнительных условий синтеза.

В табл. 3 приведены диапазоны передаточных отношений и ориентировочное значение КПД для типовых планетарных механизмов.

4.1. Метрический синтез планетарного механизма

Условия, которые необходимо выполнить при подборе чисел зубьев колес типового планетарного механизма:

- 1) заданное передаточное отношение с требуемой точностью;
- 2) соосность входного и выходного валов механизма;
- 3) свободное размещение (соседство) сателлитов;
- 4) сборку механизма при выбранных числах зубьев колес;
- 5) отсутствие подрезания зубьев с внешним зацеплением;
- 6) отсутствие заклинивания во внутреннем зацеплении;
- 7) минимальные относительные габариты механизма.

Рассмотрим эти условия подробнее на примере двухрядного планетарного механизма с одним внешним и одним внутренним зацеплением, рис. 28.

Таблица 3

Структурная схема. Передаточное отношение	Звено			Диапазон значений передаточных отношений (по модулю)	Ориентировочное значение КПД
	ВХОДНОЕ	ВЫХОДНОЕ	НЕПОДВИЖНОЕ		
Тип 1 – двухрядный механизм со смешанным зацеплением (рис. 24, б) $i_{1H}^4 = 1 + z_2 z_4 / (z_1 z_3)$	1	H	4	7 – 16	0,99 – 0,97
Тип 2 – двухрядный механизм с двумя внешними зацеплениями (рис. 24, в) $i_{1H}^4 = 1 - z_2 z_4 / (z_1 z_3)$	1	H	4	До 25	0,96
	H	1	4	До 1600	Самоторможение
Тип 3 – двухрядный механизм с двумя внутренними зацеплениями (рис. 24, г) $i_{1H}^4 = 1 - z_2 z_4 / (z_1 z_3)$	1	H	4	До 16	0,96
	H	1	4	До 1600	Самоторможение
				8 – 13	0,90 – 0,75
				35 – 300	0,8 – 0,4
До 1600	Низкий				
Тип 4 – однорядный планетарный механизм (рис. 24, а) $i_{1H}^3 = 1 + z_3 / z_1$	1	H	3	2,8 – 8	0,99 – 0,97
	3	H	1	1,13 – 1,5	0,98 – 0,97

1. Обеспечение заданного передаточного отношения.

$$i_{пл мех} = i_{1H}^4 = 1 - i_{14}^H = 1 - i_{12}^H \cdot i_{34}^H = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot (-1)^1 = 1 + \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

Следует подчеркнуть, что передаточное отношение проектируемого планетарного механизма получается с некоторой погрешностью.

Допустимое отклонение передаточного отношения от заданного значения составляет не более 5%.

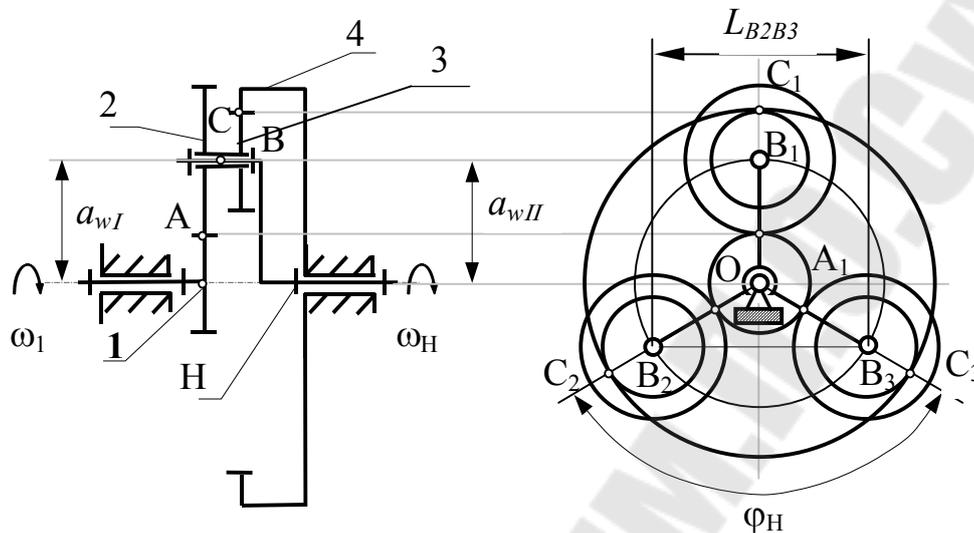


Рис. 28. Двухрядный планетарный механизм с одним внешним и одним внутренним зацеплением

2. Условие соосности.

Для этого необходимо чтобы межосевое расстояние входящих в зацепление центрального колеса 1 и сателлита 2 равнялось межосевому расстоянию входящих в зацепление сателлита 3 и центрального колеса 4, то есть

$$a_{wI} = a_{wII}; \quad a_{wI} = r_{w1} + r_{w2}; \quad a_{wII} = r_{w4} - r_{w3}.$$

Обычно в планетарных механизмах применяются зубчатые колеса без смещения, для которых $x = 0$ и $r_{wi} = r_i = m z_i / 2$. Тогда

$$r_1 + r_2 = r_4 - r_3,$$

$$m_I(z_1 + z_2) = m_{II}(z_4 - z_3).$$

Принимаем, что $m_I = m_{II} = m$, и получаем условие соосности для данной схемы механизма

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3.$$

3. Условие соседства сателлитов (при числе сателлитов $k > 1$).

Сателлиты размещаются на окружности радиуса a_w . Вершины зубьев сателлитов не будут мешать движению друг друга, если одновременно выполняются условия

$$d_{a2} < l_{B2B3} - \text{для сателлита 2 и } d_{a3} < l_{B2B3} - \text{для сателлита 3,}$$

где d_{a2}, d_{a3} – диаметры окружностей вершин сателлитов 2 и 3.

Для зубчатых колес без смещения максимальный из диаметров сателлитов равен

$$\max[(z_{2,3} + 2h_a^*) \cdot m] = \max[(z_{2,3} + 2) \cdot m].$$

Расстояние между осями сателлитов

$$l_{B2B3} = 2a_w \sin(\varphi_H / 2) = 2(r_1 + r_2) \sin(\pi / k) = m(z_1 + z_2) \sin(\pi / k).$$

Подставим полученные выражения в неравенство и получим условие соседства

$$\sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \max\left(\frac{z_{2,3} + 2}{z_1 + z_2}\right).$$

4. Условие сборки механизма с подобранными числами зубьев колес при заданном числе сателлитов.

Если число сателлитов $k > 1$, то необходимо обеспечить собираемость механизма одновременно с зацеплением всех сателлитов с центральными колесами. Это достигается выполнением условия сборки. Несобираемость передачи можно объяснить следующим образом. Первый установленный сателлит полностью определяет взаимное расположение зубчатых колес и водила. Монтаж второго сателлита будет обусловлен положением одного из центральных колес и водила, т.к. зуб сателлита может оказаться не напротив впадины, а напротив зуба.

Если k сателлитов равномерно разместить по окружности, то для установки второго сателлита водило H надо повернуть на угол

$\varphi_H = 2\pi/k$. Угловой шаг первого колеса $\tau_1 = 2\pi/z_1$. Угол φ_1 , на который повернется первое колесо при повороте водила на угол φ_H :

$$\varphi_1 = \varphi_H i_{1H} = 2\pi i_{1H} / k.$$

Число угловых шагов τ_1 в угле φ_1 :

$$B = \varphi_1 / \tau_1,$$

где B – произвольное целое число.

Подставляем все эти выражения в формулу для B и после преобразований получаем

$$B = i_{1H} z_1 / k.$$

Поворачивать водило можно на угол φ_H плюс произвольное число p полных оборотов водила, то есть

$$\varphi_H = (2\pi/k) + 2\pi p.$$

С учетом этого, формула для условия сборки примет следующий вид

$$i_{1H} (z_1 / k)(1 + kp) = B.$$

5. Отсутствие подрезания колес с внешними зубьями зубьев.

Это условие обеспечивается, если для всех колес с внешними зубьями выполняется неравенство

$$z_j > z_{\min} = 17.$$

6. Отсутствие заклинивания во внутреннем зацеплении.

Это условие для передачи внутреннего зацепления, состоящей из колес без смещения, можно обеспечить при выполнении следующих неравенств

$$z_{\text{внешн}} > 17; z_{\text{внутр}} > 85; z_{\text{внутр}} - z_{\text{внешн}} > 8.$$

7. Минимальные относительные габариты механизма.

Условие обеспечения минимального габаритного размера R для различных N сочетаний чисел зубьев можно записать так

$$R_{\min} = \min[R_j], j = 1 \dots N.$$

Для рассматриваемой схемы габаритный размер определяется наибольшим размером одной из ступеней (1-2 или 3-4)

Для внешнего зацепления (ступень 1-2)

$$R_{1,2} = z_1 + 2z_2$$

Для внутреннего зацепления (ступень 3-4)

$$R_{3,4} = k_* z_4$$

где $k_* = 1,1$ – коэффициент, учитывающий особенности конструкции зубчатого колеса с внутренними зубьями.

Таким образом, для рассматриваемой схемы габаритный размер принимается равным максимальному значению, выбираемому из $R_{1,2}$ и $R_{3,4}$

$$R = \max[(z_1 + 2z_2), (k_* z_4)],$$

4.2. Подбор чисел зубьев по методу сомножителей

Метод сомножителей позволяет объединить в расчетные формулы некоторые из условий подбора (условия 1, 2, 5 и 6). Выполнение остальных условий для выбранных чисел зубьев проверяется. Из первого условия (заданного передаточного отношения) выразим внутреннее передаточное отношение механизма. Внутренним передаточным отношением механизма называем отношение чисел зубьев в выражении для передаточного отношения планетарного механизма.

Для схемы, показанной на рис. 28, при входном звене 1 и выходном водиле H передаточное отношение проектируемого механизма равно:

$$i_{пл мех} = i_{1H}^4 = 1 + \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

С учетом отклонения передаточного отношения от заданного значения (± 5) определим внутреннее передаточное отношение:

$$\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = (0,95 \dots 1,05) i_{1H}^4 - 1.$$

Разложим внутреннее передаточное отношение на сомножители – некоторые целые числа C_1, C_2, C_3 и C_4 . При этом сомножители C_1, C_2, C_3, C_4 соответствует числам зубьев z_1, z_2, z_3, z_4 соответственно. Сомножители могут быть произвольными целыми числами, комбинация $(C_2 \cdot C_4)/(C_1 \cdot C_3)$ которых равна внутреннему передаточному отношению. При выборе сомножителей, настоятельно рекомендуется придерживаться следующих диапазонов изменения их отношений:

$$(C_i / C_j)_{\max} = 1 \dots 6 \text{ – для внешнего зацепления};$$

$$(C_i / C_j)_{\max} = 2 \dots 8 \text{ – для внутреннего зацепления}.$$

Таким образом, для рассматриваемой схемы

$$C_2 / C_1 = z_2 / z_1 = 1 \dots 6; \quad C_4 / C_3 = z_4 / z_3 = 2 \dots 8.$$

Запишем условие соосности:

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3$$

и выразим его через сомножители

$$\alpha(C_1 + C_2) = \beta(C_4 - C_3).$$

Если принять, что коэффициенты α и β равны

$$\alpha = (C_4 - C_3), \quad \beta = (C_1 + C_2),$$

то выражение превращается в тождество. Из этого тождества можно записать

$$z_1 = (C_4 - C_3) \cdot C_1 \cdot q; \quad z_2 = (C_4 - C_3) \cdot C_2 \cdot q;$$

$$z_3 = (C_1 + C_2) \cdot C_3 \cdot q; \quad z_4 = (C_1 + C_2) \cdot C_4 \cdot q,$$

где q – общий множитель, который необходимо подобрать так, чтобы были выполнены условия 5 и 6 и все числа зубьев были целыми и минимальными:

$$q = A/B \quad (A, B \text{ – целые числа}).$$

Числа зубьев зубчатых колес планетарного механизма, рассчитанные по этим формулам, удовлетворяют условиям 1, 2, 5 и 6. Задаемся числом сателлитных блоков k и проверяем рассчитанное сочетание чисел зубьев по условиям 3 (соседства) и 4 (сборки) и если они выполняются, считаем этот вариант одним из возможных решений. При рассмотрении нескольких возможных решений (для нескольких сочетаний сомножителей) проводим сравнение по условию 7. Решением задачи будет сочетание чисел зубьев, обеспечивающее минимальный габаритный размер R .

4.3. Примеры подбора чисел зубьев для типовых планетарных механизмов

4.3.1. Двухрядный планетарный механизм с одним внешним и одним внутренним зацеплением

Дано: схема планетарного редуктора с одним внешним и одним внутренним зацеплением (рис. 28) с заданным передаточным отношением $i_{пл. мех} = 12,6$; количество сателлитов $k = 3$.

Определить: числа зубьев z_1, z_2, z_3, z_4 .

Решение. Примем, что входное звено – колесо 1, а выходное звено – водило H . С учетом допускаемой погрешности $\pm 5\%$ передаточное отношение планетарного механизма равно

$$i_{1H}^4 = (0,95...1,05) \cdot i_{пл мех} = (0,95...1,05) \cdot 12,6 = 11,97...13,23.$$

Передаточное отношение механизма

$$i_{1H}^4 = 1 - i_{14}^H = 1 + \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3},$$

откуда внутреннее передаточное отношение механизма

$$\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = i_{14}^H - 1 = (11,97...13,23) - 1 = 10,97...12,23.$$

Принимаем $\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 12$ и рассмотрим следующие варианты сомножителей:

$$\frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{C_4}{C_3} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 12 = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{6}{1} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{1} = \dots$$

Для первого сочетания ($C_1 = 1$; $C_2 = 3$; $C_3 = 1$; $C_4 = 4$) получаем:

$$z_1 = (C_4 - C_3) \cdot C_1 \cdot q = (4 - 1) \cdot 1 \cdot q = 3 \cdot q;$$

$$z_2 = (C_4 - C_3) \cdot C_2 \cdot q = (4 - 1) \cdot 3 \cdot q = 9 \cdot q;$$

$$z_3 = (C_1 + C_2) \cdot C_3 \cdot q = (1 + 3) \cdot 1 \cdot q = 4 \cdot q;$$

$$z_4 = (C_1 + C_2) \cdot C_4 \cdot q = (1 + 3) \cdot 4 \cdot q = 16 \cdot q.$$

Для выполнения условий отсутствия подрезания и заклинивания принимаем $q = 6$:

$$z_1 = 3 \cdot q = 3 \cdot 6 = 18 > 17; \quad z_2 = 9 \cdot q = 9 \cdot 6 = 54 > 17;$$

$$z_3 = 4 \cdot q = 4 \cdot 6 = 24 > 17; \quad z_4 = 16 \cdot q = 16 \cdot 6 = 96 > 85.$$

Проверяем условие соседства (количество спутников $k = 3$):

$$\sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \max\left(\frac{z_{2,3} + 2}{z_1 + z_2}\right);$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > \max\left(\frac{54 + 2}{18 + 54}\right);$$

$0,866 > 0,778$ – условие выполняется.

Проверяем выполнение условия сборки

$$i_{1H}^4 (z_1 / k)(1 + kp) = B,$$

где i_{1H}^4 – передаточное отношение проектируемого механизма.

$$i_{1H}^4 = 1 - i_{14}^H = 1 + (z_2 \cdot z_4) / (z_1 \cdot z_3) = 1 + 12 = 13.$$

При $p = 0$ получаем: $13 \cdot (18/3) \cdot (1 + 3 \cdot 0) = 78$ – целое, т.е. условие сборки тоже выполняется. Получен первый вариант решения.

Габаритный размер для рассматриваемой схемы механизма

$$R = \max(z_1 + 2z_2; k_k \cdot z_4) = \max(18 + 2 \cdot 54; 1,1 \cdot 96) = \\ = \max(126; 105,6) = 126.$$

Аналогично проводим расчеты для двух других сочетаний сомножителей. Результаты расчетов сводим в таблицу 4.

Таблица 4

№ вар.	Сомножители				Числа зубьев				Число спутниковых блоков k	Габаритный размер R
	C_1	C_2	C_3	C_4	z_1	z_2	z_3	z_4		
1	1	3	1	4	18	54	24	96	3	126
2	1	2	1	6	30	60	18	108	3	150
3	1	4	1	3	18	72	45	135	3	162

Из трех рассмотренных вариантов принимаем первый, т.к. габаритный размер здесь наименьший.

Относительная погрешность передаточного отношения принятого механизма :

$$\delta = \left| \frac{i_{1H}^4 - i_{пл. мех}}{i_{пл. мех}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{13 - 12,6}{12,6} \right| \cdot 100\% = 3,2\%.$$

4.3.2. Двухрядный механизм с двумя внешними зацеплениями

Дано: Схема планетарного механизма (рис. 29); $i_{пл. мех} = -5,2$;
 $k = 4$.

Определить: z_1, z_2, z_3, z_4 .

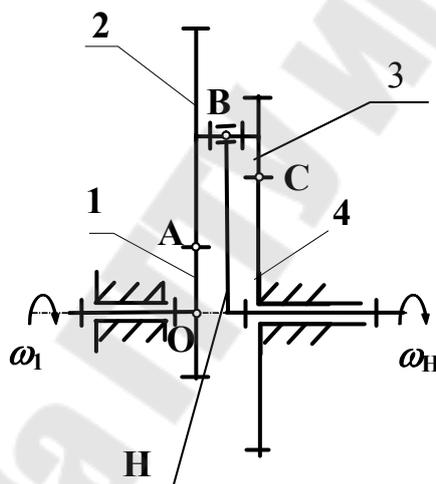


Рис. 29.

Решение. Примем, что входное звено – колесо 1, а выходное звено – водило H . С учетом допускаемой погрешности $\pm 5\%$ передаточное отношение планетарного механизма равно

$$i_{1H}^4 = (0,95 \dots 1,05) \cdot i_{пл. мех} = (0,95 \dots 1,05) \cdot (-5,2) = -(4,94 \dots 5,46).$$

Передаточное отношение механизма

$$i_{пл мех} = i_{1H}^4 = 1 - i_{14}^H = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3},$$

откуда внутреннее передаточное отношение механизма

$$i_{14}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1 - i_{1H}^4 = 1 - (-(4,94...5,46)) = 1 + (4,94...5,46) = 5,94...6,46.$$

Принимаем $\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 6$ и рассматриваем следующие варианты сомножителей:

$$\frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{C_4}{C_3} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 6 = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} = \dots$$

Условие соосности для этой схемы

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4,$$

и выразим его через сомножители

$$\alpha(C_1 + C_2) = \beta(C_4 + C_3)$$

Принимаем коэффициенты α и β :

$$\alpha = (C_4 + C_3), \quad \beta = (C_1 + C_2),$$

и получаем для первого сочетания сомножителей:

$$z_1 = (C_4 + C_3) \cdot C_1 \cdot q = (3 + 1) \cdot 1 \cdot q = 4 \cdot q;$$

$$z_2 = (C_4 + C_3) \cdot C_2 \cdot q = (3 + 1) \cdot 2 \cdot q = 8 \cdot q;$$

$$z_3 = (C_1 + C_2) \cdot C_3 \cdot q = (1 + 2) \cdot 1 \cdot q = 3 \cdot q;$$

$$z_4 = (C_1 + C_2) \cdot C_4 \cdot q = (1 + 2) \cdot 3 \cdot q = 9 \cdot q.$$

Принимаем $q = 6$ и получаем:

$$z_1 = 4 \cdot q = 4 \cdot 6 = 24 > 17; \quad z_2 = 8 \cdot q = 8 \cdot 6 = 48 > 17;$$

$$z_3 = 3 \cdot q = 3 \cdot 6 = 18 > 17; \quad z_4 = 9 \cdot q = 9 \cdot 6 = 54 > 17.$$

Проверка условия соседства

$$\sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \max\left(\frac{z_{2,3} + 2}{z_1 + z_2}\right).$$

При $k = 4$ получаем:

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) > \max\left(\frac{48 + 2}{24 + 48}\right);$$

$0,707 > 0,694$ – условие выполняется.

Проверка условия сборки

$$i_{1H}^4 (z_1 / k)(1 + kp) = B,$$

где i_{1H}^4 – передаточное отношение рассматриваемого механизма.

$$i_{1H}^4 = 1 - i_{14}^H = 1 - (z_2 z_4) / (z_1 z_3) = 1 - 6 = -5.$$

Получаем: $-5(24/4)(1 + 4p) = B$ – целое при любом p – условие сборки выполняется. Получен первый вариант решения.

Габаритный размер

$$R = \max(z_1 + 2z_2; z_4 + 2z_3) = \max(24 + 2 \cdot 48; 54 + 2 \cdot 18) = \\ = \max(120; 90) = 120.$$

Аналогичным образом рассматриваются другие сочетания множителей. Из вариантов, удовлетворяющих первым шести условиям, выбирается тот, который обеспечивает наименьшие габариты.

Относительная погрешность

$$\delta = \frac{i_{1H}^4 - i_{пл.мех}}{i_{пл.мех}} \cdot 100\% = \frac{5 - 5,2}{5,2} \cdot 100\% = -3,85\%.$$

4.3.3. Двухрядный механизм с двумя внутренними зацеплениями

Дано: Схема планетарного механизма (рис. 30); $i_{пл.мех} = -19,6$; $k = 4$.

Определить: z_1, z_2, z_3, z_4 .

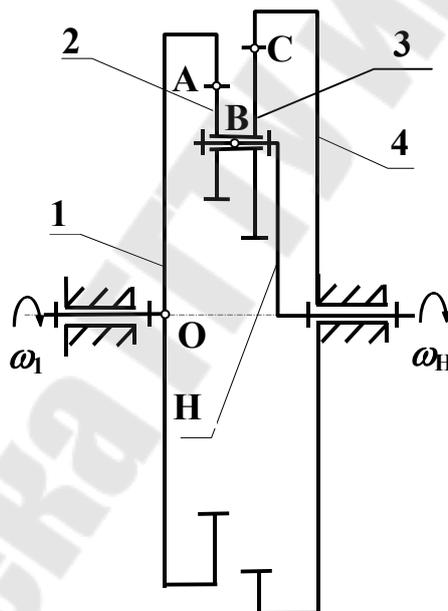


Рис. 30.

Решение. Примем, что входное звено – водило H , а выходное звено – колесо 1. С учетом допускаемой погрешности $\pm 5\%$ передаточное отношение планетарного механизма равно

$$i_{H1}^4 = (0,95 \dots 1,05) \cdot i_{пл.мех} = (0,95 \dots 1,05) \cdot (-19,6) = -(18,62 \dots 20,58).$$

Определим внутреннее передаточное отношение механизма. С учетом того, что

$$i_{1H}^4 = \frac{1}{i_{H1}^4} = \frac{1}{-(18,62...20,58)} = -(0,048...0,053),$$

получаем

$$i_{14}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1 - i_{1H}^4 = 1 - (-(0,048...0,053)) = 1,048...1,053.$$

Принимаем $\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1,05$. Рассмотрим следующие варианты сомножителей:

$$\frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{C_4}{C_3} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1,05 = \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{21}{5} = \dots$$

Условие соосности для этой схемы

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_3$$

и выразим его через сомножители

$$\alpha(C_1 - C_2) = \beta(C_4 - C_3)$$

Принимаем коэффициенты α и β :

$$\alpha = (C_4 - C_3), \quad \beta = (C_1 - C_2),$$

и получаем для первого сочетания сомножителей:

$$z_1 = (C_4 - C_3) \cdot C_1 \cdot q = (3 - 1) \cdot 20 \cdot q = 40 \cdot q;$$

$$z_2 = (C_4 - C_3) \cdot C_2 \cdot q = (3 - 1) \cdot 7 \cdot q = 14 \cdot q;$$

$$z_3 = (C_1 - C_2) \cdot C_3 \cdot q = (20 - 7) \cdot 1 \cdot q = 13 \cdot q;$$

$$z_4 = (C_1 - C_2) \cdot C_4 \cdot q = (20 - 7) \cdot 3 \cdot q = 39 \cdot q.$$

Принимаем $q = 3$ и получаем:

$$z_1 = 40 \cdot q = 40 \cdot 3 = 120 > 85; \quad z_2 = 14 \cdot q = 14 \cdot 3 = 42 > 17;$$

$$z_3 = 13 \cdot q = 13 \cdot 3 = 39 > 17; \quad z_4 = 39 \cdot q = 39 \cdot 3 = 117 > 85.$$

Проверка условия соседства

$$\sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \max\left(\frac{z_{2,3} + 2}{z_1 - z_2}\right).$$

Для заданного числа сателлитных блоков $k = 4$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) > \max\left(\frac{42 + 2}{120 - 42}\right);$$

$0,707 > 0,564$ – условие выполняется.

Передаточное отношение рассматриваемого планетарного механизма

$$i_{H1}^4 = \frac{1}{i_{1H}^4} = \frac{1}{1 - i_{14}^H} = \frac{1}{1 - 1,05} = -20.$$

Проверка условия сборки

$$i_{H1}^4 (z_1 / k)(1 + kp) = B,$$

Для $k = 4$ получаем:

$$-20(120/4)(1 + 4p) = B \text{ – целое при любом } p,$$

т.е. условие сборки выполняется. Получен первый вариант решения.

Габаритный размер для первого варианта

$$R = \max(k_k z_1; k_k z_4) = \max(1,1 \cdot 120; 1,1 \cdot 117) = \\ = \max(132; 128,7) = 132.$$

Аналогичным образом рассматриваются другие сочетания множителей и из вариантов, удовлетворяющих первым шести условиям, выбирается тот, который обеспечивает наименьшие габариты.

Относительная погрешность передаточного отношения механизма

$$\delta = \left| \frac{i_{H1}^4 - i_{пл. мех}}{i_{пл. мех}} \right| \cdot 100\% = \frac{20 - 19,6}{19,6} \cdot 100\% = 2,05\%.$$

4.3.4. Однорядный механизм с одним внутренним и одним внешним зацеплением

Дано: Схема планетарного механизма (рис. 31); $i_{пл. мех} = 6,4$; $k = 3$.

Определить: z_1, z_2, z_3 .

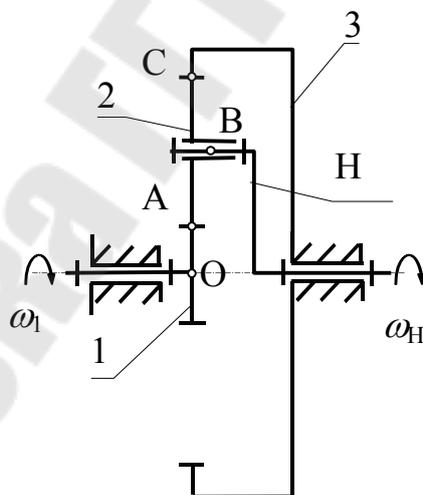


Рис. 31.

Решение. Для однорядного планетарного механизма задача подбора чисел зубьев решается без применения метода множителей. Соответственно нет необходимости изначально при расчетах вводить погрешность. Примем, что входное звено – колесо 1, выходное звено – водило Н.

Определяем передаточное отношение механизма:

$$i_{пл мех} = i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H = 1 - (-z_3 / z_1) = 1 + z_3 / z_1;$$

$$i_{13}^H = -z_3 / z_1 = 1 - i_{1H}^3 = 1 - 6,4 = -5,4;$$

Задаемся, с учетом условия 6, числом зубьев колеса 1:

$$z_1 = 18 > 17.$$

Тогда число зубьев колеса 3:

$z_3 = 5,4z_1 = 5,4 \cdot 18 = 97,2 \approx 98$ (округляем до ближайшего четного).

Число зубьев второго колеса определим из условия соосности

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2;$$

$$z_2 = (z_3 - z_1) / 2 = (98 - 18) / 2 = 40.$$

Проверка условия соседства

$$\sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}.$$

Для заданного числа сателлитов $k = 3$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > \frac{40 + 2}{18 + 40};$$

$0,866 > 0,724$ – условие выполняется.

Определим передаточное отношение планетарного механизма для рассчитанного числа зубьев:

$$i_{1H}^3 = 1 + (z_3 / z_1) = 1 + (98 / 18) = 6,444.$$

Проверяем условие сборки

$$i_{1H}^3(z_1/k)(1+kp) = B.$$

Получаем, что значение выражения $6,444(18/3)(1+3p)$ – не является целым ни при каких значениях p . Если в исходных данных требуется разработать механизм минимальных габаритных размеров, а количество сателлитов не указано, то необходимо уменьшить число сателлитов на 1 и заново проверить выполнение условия сборки. Для $k=2$ при $p=0$ получаем, что значение выражения $6,444(18/2)(1+2\cdot 0) = 58$ – целое, т.е. условие выполняется. Окончательно получаем число сателлитов $k=2$.

В нашем случае число сателлитов $k=3$ задано. Поэтому, чтобы обеспечить выполнение условия сборки, необходимо подобрать другие числа зубьев. Тогда, при $z_1=18$, число зубьев z_3 примем, округляя с недостатком (в меньшую сторону) до ближайшего четного:

$$z_3 = 5,4 \cdot z_1 = 5,4 \cdot 18 = 97,2 \approx 96.$$

Число зубьев второго колеса определяем из условия соосности

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2;$$

$$z_2 = (z_3 - z_1) / 2 = (96 - 18) / 2 = 39.$$

Проверка условия соседства:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > \frac{39+2}{18+39};$$

$$0,866 > 0,719 \text{ – условие выполняется.}$$

Проверка условия сборки. Передаточное отношение планетарного механизма:

$$i_{1H}^3 = 1 + (z_3 / z_1) = 1 + (96 / 18) = 6,333.$$

Для $k = 3$ получаем, что значение выражения $6,333(18/3)(1+3p)$ является целым при любом целом значении p , т.е. условие сборки выполняется.

В данном случае нет необходимости сравнивать варианты по габаритам, так как мы приняли минимально допустимую величину z_1 , то получим механизм минимальных размеров.

Относительная погрешность передаточного отношения рассчитанного механизма:

$$\delta = \left| \frac{i_{1H}^3 - i_{пл.мех}}{i_{пл.мех}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{6,333 - 6,4}{6,4} \right| \cdot 100\% = 1,05\%.$$

Примечание. Для рассматриваемой схемы, при входном звене – колесе 1 и выходном звене – водиле H , возможны следующие алгоритмы решений:

а) $2,7 \leq i_{пл.мех} \leq 5,7$; в этом случае следует задавать число зубьев колеса 3 ($z_3 > 85$), а числа зубьев колеса 1 и колеса 2 определить по формулам:

$$z_1 = z_3 / (i_{пл.мех} - 1); \quad z_2 = (z_3 - z_1) / 2.$$

б) $i_{пл.мех} < 2,7$ следует задавать число зубьев колеса 2 ($z_2 > 17$), а числа зубьев колеса 1 и колеса 3 определить по формулам:

$$z_1 = 2z_2 / i_{пл.мех}; \quad z_3 = z_1 \cdot (i_{пл.мех} - 1).$$

5. Приложение

Таблица 5

Значения инволют

α	$\text{inv}(\alpha)$	α	$\text{inv}(\alpha)$	α	$\text{inv}(\alpha)$	α	$\text{inv}(\alpha)$
10,0°	0,00179406	13,5°	0,00445931	17,0°	0,00902471	20,5°	0,01609218
10,1°	0,00184888	13,6°	0,00456068	17,1°	0,00918887	20,6°	0,01633746
10,2°	0,00190482	13,7°	0,00466362	17,2°	0,00935508	20,7°	0,01658536
10,3°	0,00196189	13,8°	0,00476812	17,3°	0,00952336	20,8°	0,01683588
10,4°	0,00202010	13,9°	0,00487421	17,4°	0,00969371	20,9°	0,01708905
10,5°	0,00207947	14,0°	0,00498191	17,5°	0,00986617	21,0°	0,01734489
10,6°	0,00214001	14,1°	0,00509121	17,6°	0,01004074	21,1°	0,01760341
10,7°	0,00220173	14,2°	0,00520215	17,7°	0,01021743	21,2°	0,01786464
10,8°	0,00226464	14,3°	0,00531472	17,8°	0,01039627	21,3°	0,01812858
10,9°	0,00232876	14,4°	0,00542895	17,9°	0,01057726	21,4°	0,01839525
11,0°	0,00239409	14,5°	0,00554484	18,0°	0,01076043	21,5°	0,01866469
11,1°	0,00246065	14,6°	0,00566242	18,1°	0,01094579	21,6°	0,01893689
11,2°	0,00252846	14,7°	0,00578169	18,2°	0,01113335	21,7°	0,01921188
11,3°	0,00259751	14,8°	0,00590267	18,3°	0,01132313	21,8°	0,01948969
11,4°	0,00266783	14,9°	0,00602537	18,4°	0,01151514	21,9°	0,01977032
11,5°	0,00273944	15,0°	0,00614980	18,5°	0,01170941	22,0°	0,02005379
11,6°	0,00281233	15,1°	0,00627599	18,6°	0,01190594	22,1°	0,02034013
11,7°	0,00288652	15,2°	0,00640394	18,7°	0,01210476	22,2°	0,02062935
11,8°	0,00296203	15,3°	0,00653367	18,8°	0,01230587	22,3°	0,02092147
11,9°	0,00303887	15,4°	0,00666519	18,9°	0,01250930	22,4°	0,02121650
12,0°	0,00311705	15,5°	0,00679851	19,0°	0,01271506	22,5°	0,02151448
12,1°	0,00319658	15,6°	0,00693365	19,1°	0,01292316	22,6°	0,02181541
12,2°	0,00327748	15,7°	0,00707063	19,2°	0,01313363	22,7°	0,02211932
12,3°	0,00335976	15,8°	0,00720946	19,3°	0,01334647	22,8°	0,02242622
12,4°	0,00344343	15,9°	0,00735014	19,4°	0,01356172	22,9°	0,02273614
12,5°	0,00352851	16,0°	0,00749271	19,5°	0,01377937	23,0°	0,02304909
12,6°	0,00361500	16,1°	0,00763716	19,6°	0,01399945	23,1°	0,02336509
12,7°	0,00370292	16,2°	0,00778352	19,7°	0,01422197	23,2°	0,02368416
12,8°	0,00379228	16,3°	0,00793180	19,8°	0,01444696	23,3°	0,02400632
12,9°	0,00388310	16,4°	0,00808201	19,9°	0,01467443	23,4°	0,02433160
13,0°	0,00397539	16,5°	0,00823417	20,0°	0,01490438	23,5°	0,02466000
13,1°	0,00406916	16,6°	0,00838829	20,1°	0,01513685	23,6°	0,02499155
13,2°	0,00416442	16,7°	0,00854439	20,2°	0,01537185	23,7°	0,02532628
13,3°	0,00426119	16,8°	0,00870249	20,3°	0,01560939	23,8°	0,02566419
13,4°	0,00435948	16,9°	0,00886259	20,4°	0,01584950	23,9°	0,02600531

Продолжение табл. 5

α	$\text{inv}(\alpha)$
24,0°	0,02634966
24,1°	0,02669727
24,2°	0,02704814
24,3°	0,02740230
24,4°	0,02775978
24,5°	0,02812059
24,6°	0,02848475
24,7°	0,02885229
24,8°	0,02922322
24,9°	0,02959756
25,0°	0,02997535
25,1°	0,03035659
25,2°	0,03074131
25,3°	0,03112953
25,4°	0,03152128
25,5°	0,03191657
25,6°	0,03231543
25,7°	0,03271788
25,8°	0,03312394
25,9°	0,03353363
26,0°	0,03394698
26,1°	0,03436401
26,2°	0,03478474
26,3°	0,03520919
26,4°	0,03563739
26,5°	0,03606936
26,6°	0,03650512
26,7°	0,03694469
26,8°	0,03738811
26,9°	0,03783539
27,0°	0,03828655
27,1°	0,03874163
27,2°	0,03920063
27,3°	0,03966360
27,4°	0,04013055

α	$\text{inv}(\alpha)$
27,5°	0,04060151
27,6°	0,04107649
27,7°	0,04155553
27,8°	0,04203866
27,9°	0,04252588
28,0°	0,04301724
28,1°	0,04351275
28,2°	0,04401245
28,3°	0,04451635
28,4°	0,04502448
28,5°	0,04553686
28,6°	0,04605353
28,7°	0,04657451
28,8°	0,04709983
28,9°	0,04762950
29,0°	0,04816357
29,1°	0,04870205
29,2°	0,04924497
29,3°	0,04979236
29,4°	0,05034424
29,5°	0,05090065
29,6°	0,05146161
29,7°	0,05202714
29,8°	0,05259728
29,9°	0,05317206
30,0°	0,05375149
30,1°	0,05433562
30,2°	0,05492446
30,3°	0,05551806
30,4°	0,05611642
30,5°	0,05671959
30,6°	0,05732760
30,7°	0,05794047
30,8°	0,05855823
30,9°	0,05918091

α	$\text{inv}(\alpha)$
31,0°	0,05980855
31,1°	0,06044117
31,2°	0,06107880
31,3°	0,06172147
31,4°	0,06236922
31,5°	0,06302207
31,6°	0,06368006
31,7°	0,06434321
31,8°	0,06501157
31,9°	0,06568515
32,0°	0,06636399
32,1°	0,06704813
32,2°	0,06773759
32,3°	0,06843241
32,4°	0,06913262
32,5°	0,06983825
32,6°	0,07054934
32,7°	0,07126592
32,8°	0,07198803
32,9°	0,07271569
33,0°	0,07344894
33,1°	0,07418782
33,2°	0,07493235
33,3°	0,07568258
33,4°	0,07643854
33,5°	0,07720026
33,6°	0,07796778
33,7°	0,07874114
33,8°	0,07952036
33,9°	0,08030550
34,0°	0,08109657
34,1°	0,08189362
34,2°	0,08269669
34,3°	0,08350582
34,4°	0,08432103

α	$\text{inv}(\alpha)$
34,5°	0,08514237
34,6°	0,08596987
34,7°	0,08680358
34,8°	0,08764353
34,9°	0,08848975
35,0°	0,08934230
35,1°	0,09020120
35,2°	0,09106650
35,3°	0,09193824
35,4°	0,09281645
35,5°	0,09370118
35,6°	0,09459247
35,7°	0,09549035
35,8°	0,09639487
35,9°	0,09730608
36,0°	0,09822400
36,1°	0,09914868
36,2°	0,10008017
36,3°	0,10101851
36,4°	0,10196374
36,5°	0,10291590
36,6°	0,10387504
36,7°	0,10484119
36,8°	0,10581441
36,9°	0,10679474
37,0°	0,10778223
37,1°	0,10877691
37,2°	0,10977883
37,3°	0,11078804
37,4°	0,11180459
37,5°	0,11282852
37,6°	0,11385987
37,7°	0,11489870
37,8°	0,11594505
37,9°	0,11699897

Окончание табл. 5

α	$\text{inv}(\alpha)$
38,0°	0,11806051
38,1°	0,11912971
38,2°	0,12020663
38,3°	0,12129131
38,4°	0,12238380
38,5°	0,12348415
38,6°	0,12459242
38,7°	0,12570865
38,8°	0,12683289
38,9°	0,12796520
39,0°	0,12910562
39,1°	0,13025422
39,2°	0,13141103
39,3°	0,13257612
39,4°	0,13374954
39,5°	0,13493133
39,6°	0,13612156
39,7°	0,13732028
39,8°	0,13852755
39,9°	0,13974341
40,0°	0,14096793
40,1°	0,14220116
40,2°	0,14344316
40,3°	0,14469398
40,4°	0,14595369
40,5°	0,14722234
40,6°	0,14849998
40,7°	0,14978669
40,8°	0,15108251
40,9°	0,15238751
41,0°	0,15370174
41,1°	0,15502528
41,2°	0,15635817
41,3°	0,15770048
41,4°	0,15905228

α	$\text{inv}(\alpha)$
41,5°	0,16041362
41,6°	0,16178458
41,7°	0,16316520
41,8°	0,16455556
41,9°	0,16595573
42,0°	0,16736576
42,1°	0,16878572
42,2°	0,17021569
42,3°	0,17165571
42,4°	0,17310588
42,5°	0,17456624
42,6°	0,17603688
42,7°	0,17751785
42,8°	0,17900923
42,9°	0,18051110
43,0°	0,18202351
43,1°	0,18354654
43,2°	0,18508027
43,3°	0,18662476
43,4°	0,18818010
43,5°	0,18974634
43,6°	0,19132358
43,7°	0,19291187
43,8°	0,19451131
43,9°	0,19612196
44,0°	0,19774390
44,1°	0,19937722
44,2°	0,20102198
44,3°	0,20267827
44,4°	0,20434616
44,5°	0,20602575
44,6°	0,20771710
44,7°	0,20942030
44,8°	0,21113543
44,9°	0,21286259

α	$\text{inv}(\alpha)$
45,0°	0,21460184
45,1°	0,21635327
45,2°	0,21811698
45,3°	0,21989304
45,4°	0,22168155
45,5°	0,22348258
45,6°	0,22529624
45,7°	0,22712260
45,8°	0,22896177
45,9°	0,23081382
46,0°	0,23267886
46,1°	0,23455697
46,2°	0,23644824
46,3°	0,23835278
46,4°	0,24027068
46,5°	0,24220202
46,6°	0,24414692
46,7°	0,24610546
46,8°	0,24807775
46,9°	0,25006388
47,0°	0,25206396
47,1°	0,25407809
47,2°	0,25610636
47,3°	0,25814888
47,4°	0,26020576
47,5°	0,26227711
47,6°	0,26436301
47,7°	0,26646360
47,8°	0,26857896
47,9°	0,27070922
48,0°	0,27285447
48,1°	0,27501484
48,2°	0,27719044
48,3°	0,27938137
48,4°	0,28158775

α	$\text{inv}(\alpha)$
48,5°	0,28380970
48,6°	0,28604733
48,7°	0,28830077
48,8°	0,29057012
48,9°	0,29285552
49,0°	0,29515707
49,1°	0,29747491
49,2°	0,29980916
49,3°	0,30215994
49,4°	0,30452737
49,5°	0,30691159
49,6°	0,30931272
49,7°	0,31173089
49,8°	0,31416623
49,9°	0,31661888
50,0°	0,32664703

Таблица 6.

Коэффициенты относительного смещения x_1 и x_2

z_1	11		12		13		14		15		16		17	
z_2	x_1	x_2												
11	0,395	0,395												
12	0,432	0,372	0,444	0,444										
13	0,464	0,354	0,479	0,423	0,486	0,486								
14	0,490	0,341	0,515	0,400	0,524	0,462	0,525	0,425						
15	0,513	0,330	0,543	0,386	0,557	0,443	0,565	0,506	0,571	0,571				
16	0,534	0,322	0,566	0,376	0,588	0,426	0,600	0,485	0,609	0,547	0,608	0,608		
17	0,551	0,317	0,589	0,365	0,614	0,414	0,631	0,468	0,644	0,526	0,644	0,586	0,646	0,646
18	0,568	0,312	0,609	0,358	0,636	0,405	0,661	0,452	0,677	0,508	0,678	0,566	0,683	0,624
19	0,584	0,308	0,626	0,353	0,659	0,394	0,686	0,441	0,706	0,492	0,716	0,542	0,720	0,601
20	0,601	0,303	0,646	0,345	0,676	0,389	0,706	0,433	0,731	0,481	0,744	0,528	0,756	0,580
21	0,617	0,299	0,663	0,341	0,694	0,384	0,726	0,426	0,754	0,472	0,766	0,519	0,781	0,568
22	0,630	0,297	0,679	0,337	0,714	0,376	0,745	0,419	0,775	0,463	0,793	0,507	0,809	0,554
23			0,693	0,334	0,730	0,372	0,763	0,414	0,792	0,458	0,815	0,497	0,833	0,543
24			0,706	0,333	0,745	0,369	0,780	0,409	0,813	0,449	0,834	0,491	0,856	0,534
25					0,758	0,368	0,796	0,405	0,830	0,445	0,854	0,483	0,878	0,525
26					0,773	0,365	0,813	0,400	0,848	0,440	0,869	0,480	0,898	0,517
27							0,826	0,399	0,862	0,438	0,892	0,470	0,916	0,511
28							0,840	0,397	0,881	0,431	0,907	0,467	0,936	0,504
29									0,894	0,430	0,921	0,465	0,952	0,500
30									0,908	0,428	0,936	0,462	0,968	0,496
31											0,951	0,459	0,981	0,495
32											0,967	0,455	0,999	0,490

Литература

1. Теория механизмов и механика машин: учебник для вузов / К. В. Фролов [и др.]; под ред. Г. А. Тимофеева. - 6-е изд. - Москва: МГТУ, 2009. - 687 с.
2. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / И. И. Артоболевский. - 4-е изд. - Москва: Наука, 1988. - 639 с.
3. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов / М. З. Коловский [и др.]. - 2-е изд., испр. - Москва: Академия, 2008. - 558 с.
4. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учебное пособие для вузов / под ред. Г. А. Тимофеева, Н. В. Умнова. - Москва: МГТУ, 2010. – 154 с.
5. Тимофеев, Г. А. Теория механизмов и машин: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Г. А. Тимофеев. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2015. - 429 с.
6. Теория машин и механизмов: практическое пособие к лабораторным работам по теории механизмов, машин и манипуляторов для студентов машиностроительных специальностей / сост.: В.И. Глазун, М.И. Лискович. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2003. – 97 с.
7. ГОСТ 9563–60 (СТ СЭВ 310-76) «Основные нормы взаимозаменяемости. Колеса зубчатые. Модули».
8. ГОСТ 9563–80 «Основные нормы взаимозаменяемости. Колеса зубчатые».
9. ГОСТ 16531–83 «Передачи зубчатые цилиндрические. Термины, определения и обозначения».
10. ГОСТ 13755–2015 (ISO 53:1998) «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные».

**Кроль Дмитрий Григорьевич
Концевой Иван Александрович
Лискович Михаил Ильич**

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Учебно-методическое пособие
по курсовой работе, курсовому проекту
по учебной дисциплине «Теория механизмов и машин»
для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология
машиностроения», 1-36 01 07 «Гидропневмосистемы
мобильных и технологических машин»,
1-36 12 01 «Проектирование и производство
сельскохозяйственной техники»,
1-53 01 01 «Автоматизация технологических
процессов и производств»
дневной и заочной форм обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 04.11.22.

Рег. № 48Е.
<http://www.gstu.by>