

# СЕКЦИЯ VIII ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

## КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА IV КЛАССА

Н. Ю. Дорошко

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический институт имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

Научный руководитель Д. Г. Кроль

Современное развитие машиностроения невозможно без создания новых, более совершенных и точных механизмов и машин. Основу многих механизмов в машиностроении составляют плоские рычажные механизмы, в состав которых входят группы Ассур II класса, для которых разработаны методы кинематического исследования [1]–[3]. Практика машиностроения показывает, что механизмы с группами Ассур высших классов (III, IV и далее) уже применяются в машинах, и в последнее время начинают все больше использоваться. Успешному применению подобных механизмов длительное время препятствовало отсутствие соответствующих алгоритмов анализа и синтеза. Следовательно, разработка методов и выполнение кинематического исследования таких механизмов является задачей весьма актуальной. Цель работы – изучить кинематические характеристики плоского рычажного механизма с группой Ассур IV класса.

Исследуемый механизм, (рис. 1), содержит группу Ассур IV класса, которая состоит из четырех звеньев (неизвестными являются  $\psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6$ ). Известными параметрами являются длины звеньев  $l_{OA}, l_{AB}, l_{AC}, l_{BC}, l_{BD}, l_{CE}, l_{DE}, l_{FD}, l_{FE}, x_F, y_E$  и кинематические параметры входного звена 2.

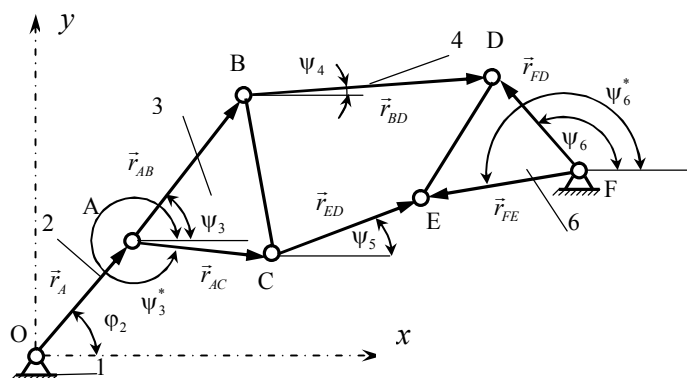


Рис. 1. Схема механизма и расположение двух контуров

Рассмотрим два векторных контура (рис. 1):

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{AB} + \vec{r}_{BD} = \vec{r}_F + \vec{r}_{FD}, \quad \vec{r}_A + \vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CE} = \vec{r}_F + \vec{r}_{FE}. \quad (1)$$

Спроецировав векторные уравнения (1) на координатные оси  $x$  и  $y$ , получим систему четырех нелинейных уравнений с четырьмя неизвестными  $\psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6$ :

$$\begin{aligned} x_A + l_{AB} \cos \psi_3 + l_{BD} \cos \psi_4 &= x_F + l_{FD} \cos \psi_6, \quad y_A + l_{AB} \sin \psi_3 + l_{BD} \sin \psi_4 = y_F + l_{FD} \sin \psi_6; \\ x_A + l_{AC} \cos \psi_3^* + l_{CE} \cos(\psi_5) &= x_F + l_{FE} \cos \psi_6^*, \quad y_A + l_{AC} \sin \psi_3^* + l_{CE} \sin(\psi_5) = y_F + l_{FE} \sin \psi_6^*. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $x_A = l_{OA} \cos \varphi_2$ ,  $y_A = l_{OA} \sin \varphi_2$ ,  $\psi_3^* = 2\pi - \angle BAC + \psi_3$ ,  $\psi_6^* = \angle DFE + \psi_6$ ,  $\angle BAC = \arccos\{(l_{AB}^2 + l_{AC}^2 - l_{BC}^2)/(2l_{AB}l_{AC})\}$ . Решение системы уравнений (2) было найдено численными методами с помощью математического пакета MathCad. Единственность решения определяли корректным заданием начального значения углов  $\psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6$ . В данной работе начальное приближение положений звеньев механизма было получено из построения механизма методом планов.

Продифференцируем по  $\varphi_2$  систему уравнений (2):

$$\begin{aligned} \frac{dx_A}{d\varphi_2} - l_{AB} \sin \psi_3 \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} - l_{BD} \sin \psi_4 \frac{d\psi_4}{d\varphi_2} &= -l_{FD} \sin \psi_6 \frac{d\psi_6}{d\varphi_2}; \\ \frac{dy_A}{d\varphi_2} + l_{AB} \cos \psi_3 \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} + l_{BD} \cos \psi_4 \frac{d\psi_4}{d\varphi_2} &= l_{FD} \cos \psi_6 \frac{d\psi_6}{d\varphi_2}; \\ \frac{dx_A}{d\varphi_2} - l_{AC} \sin \psi_3^* \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} - l_{CE} \sin(\psi_5) \frac{d\psi_5}{d\varphi_2} &= -l_{FE} \sin \psi_6^* \frac{d\psi_6}{d\varphi_2}; \\ \frac{dy_A}{d\varphi_2} + l_{AC} \cos \psi_3^* \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} + l_{CE} \cos(\psi_5) \frac{d\psi_5}{d\varphi_2} &= l_{FE} \cos \psi_6^* \frac{d\psi_6}{d\varphi_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Продифференцируем по  $\varphi_2$  систему уравнений (3):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_A}{d\varphi_2^2} - l_{AB} \cos \psi_3 \left( \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 - l_{AB} \sin \psi_3 \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} - l_{BD} \cos \psi_4 \left( \frac{d\psi_4}{d\varphi_2} \right)^2 - \\ - l_{BD} \sin \psi_4 \frac{d^2 \psi_4}{d\varphi_2^2} &= -l_{FD} \cos \psi_6 \left( \frac{d\psi_6}{d\varphi_2} \right)^2 - l_{FD} \sin \psi_6 \frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2}; \\ \frac{d^2 y_A}{d\varphi_2^2} - l_{AB} \sin \psi_3 \left( \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 + l_{AB} \cos \psi_3 \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} - l_{BD} \sin \psi_4 \left( \frac{d\psi_4}{d\varphi_2} \right)^2 + \\ + l_{BD} \cos \psi_4 \frac{d^2 \psi_4}{d\varphi_2^2} &= -l_{FD} \sin \psi_6 \left( \frac{d\psi_6}{d\varphi_2} \right)^2 + l_{FD} \cos \psi_6 \frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2}; \\ \frac{d^2 x_A}{d\varphi_2^2} - l_{AC} \cos \psi_3^* \left( \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 - l_{AC} \sin \psi_3^* \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} - l_{CE} \cos \psi_5 \left( \frac{d\psi_5}{d\varphi_2} \right)^2 - \\ - l_{CE} \sin \psi_5 \frac{d^2 \psi_5}{d\varphi_2^2} &= -l_{FE} \cos \psi_6^* \left( \frac{d\psi_6}{d\varphi_2} \right)^2 - l_{FE} \sin \psi_6^* \frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_A}{d\varphi_2^2} - l_{AC} \sin \psi_3^* \left( \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 + l_{AC} \cos \psi_3^* \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} - l_{CE} \sin \psi_5 \left( \frac{d\psi_5}{d\varphi_2} \right)^2 + \\ + l_{CE} \cos \psi_5 \frac{d^2 \psi_5}{d\varphi_2^2} = -l_{EF} \sin \psi_6^* \left( \frac{d\psi_6}{d\varphi_2} \right)^2 + l_{FE} \cos \psi_6^* \frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь принято, что  $\frac{d\psi_3^*}{d\varphi_2} = \frac{d\psi_3}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{d\psi_6^*}{d\varphi_2} = \frac{d\psi_6}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{d^2 \psi_3^*}{d\varphi_2^2} = \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2}$ ,  $\frac{d^2 \psi_6^*}{d\varphi_2^2} = \frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2}$ .

$\frac{dx_A}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{dy_A}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{d^2 x_A}{d\varphi_2^2}$ ,  $\frac{d^2 y_A}{d\varphi_2^2}$  – проекция аналога скорости и аналога ускорения точки  $A$  соответственно на ось  $x$  и  $y$ .

Система уравнений (3)–(5) представляет систему восьми линейных алгебраических уравнений с четырьмя неизвестными аналогами угловых скоростей звеньев  $\frac{d\psi_3}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{d\psi_4}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{d\psi_5}{d\varphi_2}$ ,  $\frac{d\psi_6}{d\varphi_2}$  и четырьмя неизвестными аналогами угловых ускорений звеньев  $\frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2}$ ,  $\frac{d^2 \psi_4}{d\varphi_2^2}$ ,  $\frac{d^2 \psi_5}{d\varphi_2^2}$ ,  $\frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2}$ . Полученную систему решаем с помощью математического пакета Mathcad.

Приведем здесь некоторые результаты кинематического расчета механизма (рис. 1) при следующих входных параметрах:  $\varphi_2 = 50^\circ$ ,  $l_{OA} = 0,12$  м,  $l_{AB} = 0,6$  м,  $l_{AC} = 0,6$  м,  $l_{BC} = 0,6$  м,  $l_{CE} = 0,8$  м,  $l_{BD} = 1,2$  м,  $l_{FD} = 0,7$  м,  $l_{FE} = 0,7$  м,  $l_{DE} = 1,0$  м,  $x_F = 1,9$  м,  $y_F = 0,28$  м.

Угловые координаты звеньев (в градусах):  $\psi_3 = 71,422$ ,  $\psi_4 = 7,74$ ,  $\psi_5 = 331,285$ ,  $\psi_6 = 129,223$ . Аналоги угловых скоростей звеньев:  $\frac{d\psi_3}{d\varphi_2} = -0,2112$ ,  $\frac{d\psi_4}{d\varphi_2} = -0,01043$ ,  $\frac{d\psi_5}{d\varphi_2} = 0,1089$ ,  $\frac{d\psi_6}{d\varphi_2} = -0,05506$ . Аналоги угловых ускорений звеньев:  $\frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} = -0,16992$ ,  $\frac{d^2 \psi_4}{d\varphi_2^2} = 0,11802$ ,  $\frac{d^2 \psi_5}{d\varphi_2^2} = 0,26306$ ,  $\frac{d^2 \psi_6}{d\varphi_2^2} = 0,01764$ .

Представленный в работе алгоритм проведения кинематического анализа плоского рычажного механизма с группой Ассура IV класса позволяет определить кинематические параметры механизма с целью дальнейшего анализа и синтеза таких механизмов.

#### Литература

1. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов / М. З. Коловский [и др.]. – 2-е изд., испр. – М. : Академия, 2008. – 558 с.
2. Тащилин, Л. Н. Аналитический метод кинематического анализа рычажных механизмов / Л. Н. Тащилин // Computational nanotechnology. – 2018. – № 3. – С. 16–19.
3. Yamamoto, Tatsuya Automated Kinematic Analysis of Closed-Loop Planar Link Mechanisms / Tatsuya Yamamoto, Nobuyuki Iwatsuki and Ikuma Ikeda // Machines. – 2020. – № 8 (41). – P. 1–16.