

УДК 536.2

КВАЗИСТАЦИОНАРНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО НАГРЕВА МЕТАЛЛОВ

Д.Г. КРОЛЬ, И.А. КОНЦЕВОЙ

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Введение

При рассмотрении задач высокоинтенсивного теплового воздействия на вещество импульс энергии традиционно характеризуется такими основными параметрами, как максимальная интенсивность и длительность [1, 2]. В то же время существует ряд приложений, где важным является также учет и временной формы импульса. Результаты экспериментальных и теоретических работ свидетельствуют о том, что варьируя распределение энергии в импульсе, можно достичь приемлемых результатов теплового воздействия.

Целями данной работы являются: 1) исследование высокоинтенсивного теплового воздействия на материалы при квазистационарной стабилизации поверхностного источника энергии; 2) изучение пространственно-временной эволюции теплового поля в материале в зависимости от максимальной интенсивности поверхностного источника энергии.

Постановка задачи

Математическая модель содержит следующие уравнения, теплофизические свойства металла и граничные условия.

Закон сохранения энергии и закон Фурье:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0; \quad q = -\frac{\partial \Lambda}{\partial x}; \quad x \in [0, h]; \quad t > 0; \quad (1)$$

$$u(T) = \int_0^T c(T) dT; \quad c(T) = \rho(T) c_p(T); \quad \Lambda(T) = \int_0^T \lambda(T) dT,$$

где t – время; x – декартова координата; h – толщина пластины; T – температура; q – удельный тепловой поток; c – удельная объемная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности.

Решение задачи проводится в температурном интервале, для которого теплофизические свойства металла аппроксимируются полиномами третьей степени с постоянными коэффициентами:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 T + \lambda_2 T^2 + \lambda_3 T^3; \quad c = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3.$$

Построение этих полиномов осуществляется на основе справочных данных [3].

Начальные и граничные условия:

$$t = 0, \quad T(x, 0) = T^0 \equiv const; \quad (2)$$

$$x = 0, \quad q(0, t) = q_0(t); \quad (3)$$

$$x = h, \quad T(h, t) = T_w \equiv \text{const}. \quad (4)$$

Это означает, что начальная температура образца однородна по координате x ; правая граница изотермическая, причем $T_w = T^0$. Граничный тепловой поток $q_0(t)$ характеризует нестационарное тепловое воздействие на левую границу.

Численные расчеты выполняются в безразмерных величинах. При обезразмеривании применяются масштабы величин (они отмечены нижним индексом b), допускающие инвариантность размерной и безразмерной форм записи, а именно:

$$q_b = \frac{\lambda_b T_b}{x_b}; \quad t_b = \frac{x_b^2 c_b}{\lambda_b}.$$

Метод решения

Решение системы уравнений (1), удовлетворяющее краевым условиям (2) – (4), выполнено численным методом интегральных соотношений А.А. Дородницына (см. обзор [4]). Алгоритм построения расчетной схемы подробно изложен в [5-7]. Число полюсов принято равным пяти.

При обработке результатов расчетов применяем следующие критерии:

- относительная температура

$$E_i = \frac{T_i}{T^0};$$

- безразмерный тепловой поток

$$Q_i = \frac{q_i(t) h}{T^0 \lambda(T^0)};$$

- критерий Нуссельта

$$Nu_i = \frac{q_i(t) h}{T_i(t) \lambda(T_i)};$$

- безразмерный градиент температуры

$$g_i = \frac{h}{T^0} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_i;$$

- безразмерная скорость изменения температуры (коэффициент нестационарности)

$$V_i = \frac{\partial T_i}{\partial t} \frac{h^2}{T_i(t) a(T_i)}.$$

Параметры нелинейности функции $f(T)$ на левой (индекс L) и на правой (индекс R) границах области:

- параметры наклона линии $f[T(x, t)]$

$$P_L^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - \bar{f}(x_0)}{x_2 - x_0}; \quad P_R^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - \bar{f}(x_3)}{x_5 - x_3}; \quad (5)$$

- параметры вогнутости (выпуклости) линии $f[T(x, t)]$

$$P_L^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - 2\bar{f}(x_1) + \bar{f}(x_0)}{(x_1 - x_0)^2}; \quad P_R^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - 2\bar{f}(x_4) + \bar{f}(x_3)}{(x_5 - x_4)^2}; \quad (6)$$

– параметр кривизны линии $f[T(x, t)]$

$$K[f] = \frac{P^{(2)}}{[1 + (P^{(1)})^2]^{3/2}}, \quad (7)$$

где $\bar{f} = f(T) / f(T^0)$; $\bar{f}(x_i) = \bar{f}[T(x_i, t)]$.

В качестве $f(T)$ применяем функции $c(T)$, $\lambda(T)$, $a(T) = \lambda(T) / c(T)$. Формулы (5) – (7) представляют собой конечно-разностные аналоги первой и второй производных изучаемых функций. Представленные здесь параметры нелинейности (5) – (7) теплофизических свойств металла были введены в работах [6, 7]. Они позволяют детально изучить свойства температуры, теплового потока и градиента температуры, проявляющиеся на фоне сильной нестационарности процесса.

Пример расчета

Приведем пример расчета нагрева пластины из железа толщиной $h = 0,005$ м. Теплофизические свойства в интервале температур $T, \text{K} \in [300, 1000]$ описываются зависимостями:

$$c(T) = -50480 + 19970,23 T - 33,4337 T^2 + 0,02087765 T^3 \text{ Дж}/(\text{м}^3\text{K});$$

$$\lambda(T) = 129,878 - 0,227132 T + 2,337855 \cdot 10^{-4} T^2 - 1,0637223 \cdot 10^{-7} T^3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K}),$$

где $c, \text{ Дж}/(\text{м}^3\text{K}) \in [3,5415 \cdot 10^6, 7,43026 \cdot 10^6]$; $\lambda, \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K}) \in [79,9; 32,0]$.

Краевые условия: $q_0(t) = q^*((At^4 - 1)\exp(-16t) + 1) \text{ Вт}/\text{м}^2$; $q^* = 6,5 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^2$; $T_w(t) = 300 \text{ K}$; $T(x, 0) = 300 \text{ K}$. Рассмотрены следующие варианты граничного теплового потока:

$$1. (q_0)_{\max} = 3q^* = 19,5 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^2; \quad A = 28205,8 \text{ с}^{-4}.$$

$$2. (q_0)_{\max} = 2,45q^* = 15,925 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^2; \quad A = 20517,0 \text{ с}^{-4}.$$

$$3. (q_0)_{\max} = 2q^* = 13 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^2; \quad A = 14224,4 \text{ с}^{-4}.$$

При таких вариантах граничный тепловой поток достигает своего максимального значения в момент времени $t \approx 0,25$ с, после чего убывает, асимптотически приближаясь к постоянной величине q^* (рис. 1). Принимались следующие масштабы величин: $T_b = T_w$, $x_b = h$, $t_b = 1$ с, $c_b = 1 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3\text{K})$. Значения показателей степени: $l = 2$; $m = 1,4$. Все три варианта рассматривались на интервале времени $t, \text{с} \in [0, 7]$.

На рис. 2 представлены временные зависимости температуры левой границы для соответствующих вариантов теплового воздействия. Из рисунка видно, что теплоперенос при втором варианте граничного теплового потока характеризуется минимальным временем выхода процесса на квазистационарный режим ($\partial T_i / \partial t \approx 0$). В двух других случаях стабилизация процесса происходит значительно дольше.

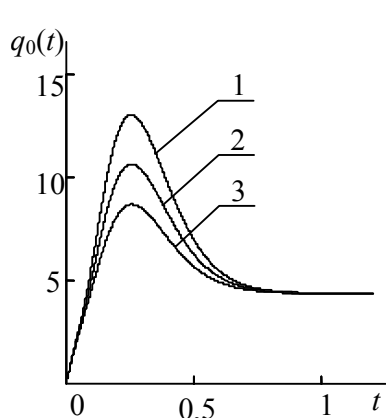


Рис. 1

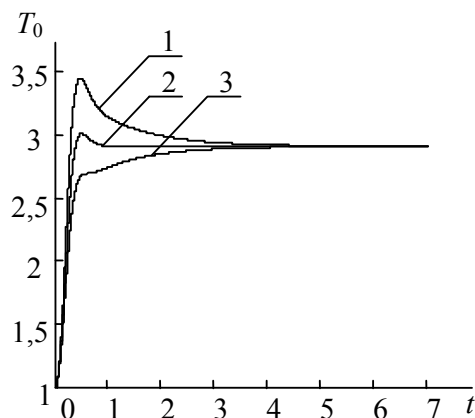


Рис. 2

Ниже приведены характерные зависимости между критериями рассматриваемого процесса для трех указанных вариантов теплового воздействия: между числом Нуссельта и коэффициентом нестационарности (рис. 3), между безразмерным тепловым потоком и безразмерным градиентом температуры (рис. 4). Неоднозначную зависимость безразмерного градиента температуры от безразмерного теплового потока (см. рис. 4) можно рассматривать как незамкнутую петлю гистерезиса.

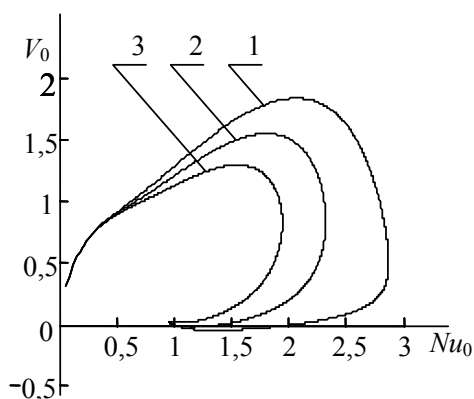


Рис. 3

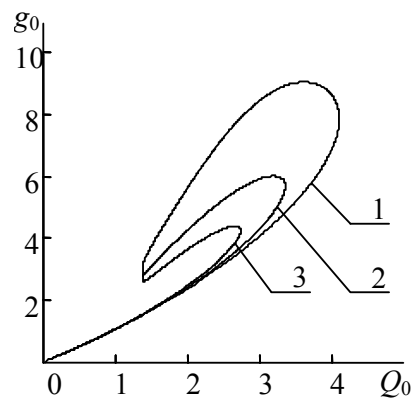


Рис. 4

Сопоставим полученные результаты с результатами расчетов для других законов граничного теплового потока. Для крайних условий вида

$$T_w = T^0(x) = 300 \text{ К}; q_0(t) = At^3 \exp(-10t) \text{ Вт/м}^2;$$

$$T_w = T^0(x) = 300 \text{ К}; q_0(t) = q_A(1 - \cos(2\pi t)) \text{ Вт/м}^2;$$

$$T_w = T^0(x) = 600 \text{ К}; q_0(t) = q_A \sin(2\pi t) \text{ Вт/м}^2,$$

рассмотренных в работах [6, 7], зависимости между безразмерным тепловым потоком и безразмерным градиентом температуры также неоднозначны и образуют замкнутые линии. Таким образом, гистерезисная зависимость в плоскости «безразмерный тепловой поток – безразмерный градиент температуры» проявляется при немонотонном характере изменения функции $q_0(t)$ поверхностного источника.

Для определения влияния нелинейных теплофизических свойств на существование отмеченной неоднозначности для данного закона $q_0(t)$ были проведены расчеты еще для трех вариантов зависимостей теплофизических свойств железа от температуры:

1) $\lambda = \lambda(T); c = const$;

2) $\lambda = const; c = c(T)$;

3) $\lambda = const; c = const$.

В первом варианте так же, как и в рассмотренном примере расчета ($\lambda = \lambda(T); c = c(T)$), зависимость безразмерного градиента температуры от безразмерного теплового потока неоднозначна. При втором и третьем вариантах указанная неоднозначность отсутствует (петля гистерезиса вырождается в прямую линию). Это означает, что именно температурная зависимость коэффициента теплопроводности обуславливает существование петли гистерезиса.

Выводы

1. При рассмотренном варианте краевых условий стабилизация процесса теплового воздействия на пластину из железа характеризуется самым малым временем при втором варианте граничного теплового потока ($(q_0)_{\max} = 2,45q^*$).

2. Существование неоднозначной зависимости между безразмерным тепловым потоком и безразмерным градиентом температуры при высокоинтенсивном нестационарном тепловом воздействии обусловлено двумя факторами:

- немонотонностью функции $q_0(t)$ поверхностного источника;
- зависимостью коэффициента теплопроводности $\lambda(T)$ от температуры.

Если хотя бы один из этих факторов отсутствует, указанная зависимость вырождается в линию.

Данная работа выполнена под научным руководством проф. О.Н. Шабловского.

Литература

1. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зуев И.В., Кокора А.Н. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов. – М.: Машиностроение, 1985. – 408 с.
2. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
3. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Справ. изд. – М.: Металлургия, 1989. – 384 с.
4. Белоцерковский О.М., Грудницкий В.Г. Исследование нестационарных течений газа со сложной внутренней структурой методами интегральных соотношений //Журнал вычисл. матем. и матем. физики. – 1980. – Т. 20. – № 6. – С. 1400-1415.
5. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г. Численное решение задач нестационарного нагрева материалов //Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения /Сб. науч. тр. Ин-т математики НАН Украины. – Киев, 1998. – С. 234-237.
6. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г., Концевой И.А. Импульсный нагрев металла в широком интервале температур //Машиностроение. – Минск, 2002. – Вып. 18. – С. 516-520.
7. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г., Концевой И.А. Нестационарные свойства поверхностного нагрева металлов //Вестник Запорожского государственного университета: Сб. науч. ст. Физико-математические науки. Биологические науки, 2002. – С. 148-152.

Получено 11.10.2002 г.