

УДК 534.535

В. Н. Белый*

доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент

П. А. Хило**

доктор физико-математических наук, профессор

Н. С. Казак*

доктор физико-математических наук, академик

Н. А. Хило*

кандидат физико-математических наук, доцент

*Институт физики НАН Беларуси

**Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого

ТРАНСФОРМАЦИЯ ПУЧКА ГАУССОВА ТИПА В БЕССЕЛЕВ СВЕТОВОЙ ПУЧОК ПРИ ВСТРЕЧНОМ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Исследован процесс акустооптического (АО) взаимодействия пучка гауссова типа и встречного бесселева акустического пучка в акустически поперечно изотропных кристаллах. Рассмотрена АО дифракция на вертикально поляризованной (SV-) акустической волне, что позволяет задействовать в АО-процессе диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости. Установлено, что за счет указанных диагональных компонент может быть реализована изотропная дифракция светового пучка гауссова типа в бесселев световой пучок с высокой эффективностью взаимодействия.

Предложенная схема АО дифракции представляет интерес для получения бесселевых световых пучков из гауссовых с возможностями динамической перестройки их параметров.

Ключевые слова: бесселевы световые пучки, бесселевы акустические пучки, акустооптическая дифракция, пучок гауссова типа.

V. N. Belyi*

Dr. Sc. Phys.-Math., Professor, Correspondent Member

P. A. Khilo**

Dr. Sc. Phys.-Math., Professor

N. S. Kazak*

Dr. Sc. Phys.-Math., Academician

N. A. Khilo*

PhD Sc. Phys.-Math., Associate Professor

*Institute of Physics of the NAS of Belarus

**Sukhoi State Technical University of Gomel

TRANSFORMATION OF GAUSSIAN-LIKE BEAM INTO BESSEL LIGHT BEAM AT ACOUSTO-OPTIC INTERACTION

The process of acousto-optic (AO) interaction of Gaussian-like beam and backward Bessel acoustic beam in acoustically transversely isotropic crystals was investigated.

AO diffraction on vertically-polarized (SV-) acoustic wave was studied that allowed involving diagonal components of permittivity tensor into AO-process. It was established that due to the men-

tioned diagonal components there can be realized isotropic diffraction of Gaussian-like light beam into Bessel light beam with high interaction efficiency.

The proposed scheme of AO diffraction is of interest for obtaining Bessel light beams from Gaussian ones with the possibility of dynamic tuning of their parameters.

Keywords: Bessel light beams, Bessel acoustic beams, acousto-optical diffraction, Gaussian-like beam.

Геометрия акустооптического взаимодействия гауссова и акустического бesselева пучков

На рис. 1 показано взаимное положение волновых векторов световых и акустического полей в рассматриваемой задаче. Эллиптическая кривая относится к необыкновенной плоской волне (индекс e), или же ТН-моду; круговая расположена внутри эллиптической ($n_o < n_e$) и относится к обыкновенной плоской волне (индекс o), или к ТЕ-моду.

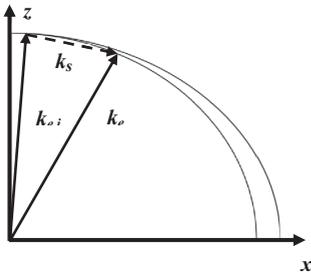


Рис. 1. Сечение поверхности волновых векторов одноосного оптически положительного кристалла главной плоскостью XZ и векторная диаграмма АО дифракции пучка гауссова типа на акустическом бesselевом пучке. Здесь $k_{e, in}$ – волновой вектор падающего пучка гауссова типа; $k_{e, d}$ – волновой вектор дифрагированного бesselева светового пучка (БСП); k_s – волновой вектор БАП

Далее будет рассматриваться $e \rightarrow e$ тип дифракции. В этом случае падающий пучок является ТН-поляризованным (или e-пучком). Для его описания использована модель бesselева пучка, близкого к гауссову, которая реализуется при стремлении угла конуса БСП к нулю. Эта модель упрощает описание АО процесса, так как позволяет проводить его в рамках теории векторных бesselевых пучков.

Парциальный волновой вектор $k_{e, in}$ падающего пучка, лежащий в плоскости (x, z) вблизи оптической оси, показан на рис. 1. Волновой вектор $k_{e, d}$ относится к дифрагированному БСП, а вектор k_s – к акустическому бesselеву пучку (БАП). Световые падающий и дифрагированный БП распространяются в положительном направлении оси z , а акустический БП распространяется во встречном направлении.

Угол конуса падающего БСП выбран таким, чтобы в области АО дифракции укладывался примерно один максимум бesselевой функции нулевого порядка (см. рис. 2). В этом случае для длины волны $\lambda = 0.63$ мкм угол конуса БСП равен $\gamma = 1.21$ мрад. Диаметр такого пучка $2R_b$ равен примерно 250 мкм, а его пространственный спектр вследствие уменьшения диаметра трансформируется из кольцевого в близкий к гауссову (рис. 2б).

Как видим из рис. 2б, полуширина углового спектра пучка с указанными выше параметрами равна примерно 4 мрад.

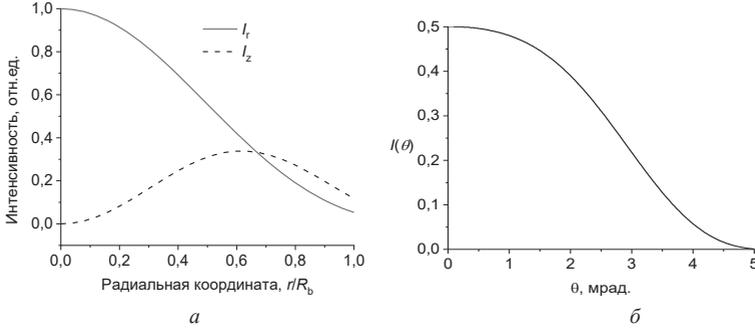


Рис. 2. Распределение интенсивности поперечной I_r и продольной I_z компонент падающего БСП в зависимости от радиальной координаты r в пределах цилиндрической области ($r=R_b$) АО дифракции (а). Угловой спектр $I(\theta)$ падающего БСП (б)

Уравнения векторного синхронизма для БП аналогичны известным уравнениям для плоских волн и имеют вид:

$$\vec{k}_e + \vec{k}_s = \vec{k}_{d,e} \quad (1)$$

Из уравнения (1) в зависимости от решаемой задачи можно определить параметры одного из полей по заданным параметрам двух остальных.

Тензор АО дифракции бesselевых светового и акустического пучков

Для SV-поляризованного БАП порядка n в поперечно изотропном кристалле компоненты вектора смещения \vec{U} имеют вид (см. [1]–[4]):

$$\vec{U} = u_0 \left[J_n^-(q_s \rho) \vec{e}_\rho + i J_n^+(q_s \rho) \vec{e}_\varphi + 2i c_z J_n(q_s \rho) \vec{e}_z \right] \exp i(k_{sz} z + in\varphi - \Omega t), \quad (2)$$

где

$$J_n^\pm(q_s \rho) = J_{n-1}(q_s \rho) \pm J_{n+1}(q_s \rho), \quad q_s = k_s \sin(\gamma_s), \quad c_z = \frac{-(c_{13} + c_{44}) q_s^2}{c_{44} q_s^2 + c_{33} k_{sz}^2 - \rho \Omega^2} \cdot \frac{k_{sz}}{q_s}.$$

Здесь q_s и $k_{sz} = \sqrt{k_s^2 - q_s^2}$ – радиальная и продольная компоненты волнового вектора БАП; γ_s – угол конуса; $u_0 = \sqrt{\frac{P}{\rho v^3}} \frac{1}{k_{sz} \sqrt{W_s}}$; P – мощность; c_{ik} – компоненты тензора упругой жесткости; ρ – плотность кристалла; $v = 2\pi f / k_s$ –

фазовая скорость; $\Omega = 2\pi f$; f – акустическая частота,

$$W_s = 2\pi \int_0^{R_b} \left(J_n^{-2}(q_s \rho) + J_n^{+2}(q_s \rho) + 2c_z^2 J_n^2(q_s \rho) \right) \rho d\rho; R_b - \text{радиус БП.}$$

Для кристалла ZnO, который будет использоваться в качестве примера [5], $c_{44}=4.25 \cdot 10^{10}$ Па, $c_{11}=20.97 \cdot 10^{10}$ Па, $c_{33}=21.09 \cdot 10^{10}$ Па, $c_{13} = 10.51 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho=5.67 \cdot 10^3$ кг/м³.

Изменение тензора диэлектрической проницаемости $\Delta \epsilon$, индуцированное акустическим полем, для кристаллов гексагональных классов имеет ненулевые компоненты:

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{\phi, z} &= \frac{1}{4} \epsilon_o \epsilon_e p_{44} u_0 J_n^+(q_s \rho); \Delta \epsilon_{\rho, z} = -\frac{i}{4} \epsilon_o \epsilon_e p_{44} u_0 J_n^-(q_s \rho), \\ \Delta \epsilon_{\rho, \rho} &= \frac{c_z}{2} \epsilon_o \epsilon_e p_{13} u_0 J^n(q_s \rho); \Delta \epsilon_{z, z} = \frac{c_z}{2} \epsilon_o \epsilon_e p_{33} u_0 J^n(q_s \rho) \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Delta \epsilon^0 = \epsilon_o \epsilon_e u_0 / 4$.

Из (2) следует, что если падающий БСП имеет порядок m , то он будет рассеиваться в БСП порядка $m+n$ или $m-n$ в зависимости от знака дислокаций. Далее будут рассматриваться дислокации одного знака.

Важная особенность тензора АО дифракции (3) – наличие в нем диагональных и оптимального согласования или т. н. пространственного синхронизма [1], [2] падающего и дифрагированного БСП.

Эффективность дифракции пучка гауссова типа в бesselев световой пучок

Укороченные уравнения для АО дифракции с участием БП имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dA_{m+n}^e}{dz} &= i\chi_{m+n, m}^{ee} A_m^e \exp(-i\Delta k_z z) \\ \frac{dA_m^e}{dz} &= i\chi_{m, m+n}^{ee} A_{m+n}^e \exp(i\Delta k_z z) \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь A_m^e и A_{m+n}^e – амплитуды проходящего и дифрагированного БСП; Δk_z – волновая расстройка. Параметры акустооптической связи $\chi_{m, n}^{ee}$, в отличие от случая плоских волн, достаточно сложные, поскольку содержат интегралы перекрытия различных по пространственной структуре компонент бesselевых светового и акустического пучков. Эти интегралы представлены на рис. 3 как функции угла отклонения конуса волновых векторов дифрагированного пучка от направления пространственного синхронизма. Указанное направление выбрано под углом 1 град. к оптической оси (рис. 1). Для достижения пространственного синхронизма в данном направлении требуется частота звука равная 140 МГц.

Интеграл $g_1(\theta)$ на рис. 3 описывает перекрытие радиальных компонент БСП и z-компоненты БАП; интеграл $g_2(\theta)$ – перекрытие азимутальных компонент БСП и z-компоненты БАП; интеграл $g_3(\theta)$ – перекрытие z-компоненты падающего БСП с радиальными и азимутальными компонентам дифрагированного БСП и БАП; интеграл $g_4(\theta)$ – перекрытие z-компонент световых пучков и z-компоненты БАП.

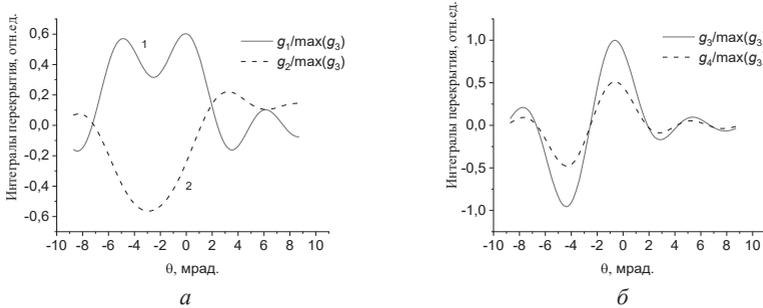


Рис. 3. Угловая зависимость интегралов перекрытия g_1 , g_2 (а) и g_3 , g_4 (б), обусловленных взаимодействием различных компонент бесселевых светового и акустического пучков

Из графиков рис. 3 видно, что в рассматриваемой геометрии дифракции преобладающим является интеграл перекрытия g_3 .

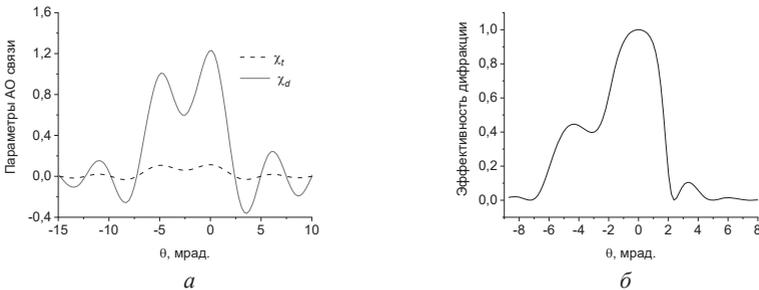


Рис. 4. Угловая зависимость параметров АО связи χ_d и χ_t , описывающих прямую (индекс d) и обратную (индекс t) перекачку энергии при АО взаимодействии. Резонансная кривая для эффективности АО дифракции (б)

На рис. 4 показана угловая зависимость параметров АО связи $\chi_d = \chi_{m+n,m}^{ee}$ и $\chi_t = \chi_{m,m+n}^{ee}$. Видно, что они достигают максимума в условиях поперечного синхронизма. Отметим также наличие второго максимума на рис. 4а и 4б, расположенного левее основного. Его появление связано с отрицательным по знаку экстремумом интегралов перекрытия на рис. 3а и 3б.

Далее была рассчитана резонансная кривая, описывающая зависимость эффективности дифракции от угла отклонения от направления полного синхронизма. Полный синхронизм здесь означает, что в направлении максимума интеграла перекрытия реализуется также и согласование фазовых скоростей, то есть волновая расстройка Δk_z равна нулю.

Для расчета резонансной кривой использовалась формула для эффективности дифракции в одну поперечную моду, следующая из укороченных уравнений (4)

$$\eta(\theta) = \frac{W_d(\theta) / W_{in}(\theta) \chi_d(\theta)^2}{[\Delta k_z(\theta) / 2]^2 + \chi_d(\theta) \chi_t(\theta)} \sin^2 \left(L \sqrt{[\Delta k_z(\theta) / 2]^2 + \chi_d(\theta) \chi_t(\theta)} \right). \quad (5)$$

Здесь длина взаимодействия L рассчитывалась из уравнения $\sin \left(L \sqrt{\chi_d(0) \chi_t(0)} \right) = 1$, то есть из условия максимума интенсивности дифрагированного поля в направлении полного синхронизма. При акустической мощности 1Вт длина L оказалась равной 4 мм. В итоге резонансная кривая эффективности имеет вид, показанный на рис. 4б. Видно, что кривая несимметрична относительно направления синхронизма и имеет два характерных максимума. Ее угловая полуширина в направлении положительных углов θ равна примерно 2 мрад., а в направлении отрицательных – 6 мрад. Учитывая, что резонансный угол равен 1 град., то есть 17,4 мрад. получаем, что отношение полуширины углового спектра дифрагированного многомодового бesselева поля к центральному углу конуса равно 0,46.

Резонансная кривая 4б имеет несколько иную интерпретацию в случае, когда АО процесс происходит в достаточно узкой цилиндрической области, ограничивающий пучки. В этом случае дифракция происходит в несколько дискретных мод в пределах угловой ширины резонансной кривой. Для расчета количества мод N можно использовать формулу $\Delta\theta \approx \lambda/R_b$, описывающую угловое расстояние бesselевых мод в цилиндрической области радиусом R_b . При $R_b = 125$ мкм получим $N \sim 3$. При этом ближайшая к центральной мода имеет относительную эффективность генерации $\sim 0,45$. Это означает, что в принципе возможно преобразование исходного пучка гауссова типа в близкий к одномодовому БСП. Для подтверждения такой возможности необходимо провести аналогичный расчет для многомодового волокна из изотропного материала. Отметим в связи с этим, что оптическая схема на основе волокна позволяет нетривиально решать вопрос о методе возбуждения акустической волны. Это связано с тем, что в предлагаемой схеме угол конуса БАП очень большой (89,47 град. в приведенном расчете) и поэтому оптимальной является геометрия возбуждения БАП через боковую поверхность световода с помощью цилиндрического пьезопреобразователя.

Таким образом, в работе предложен и описан режим АО дифракции светового пучка гауссова типа на SV-поляризованной акустической волне с генерацией бesselева светового пучка. Такой тип АО дифракции реализует новый

метод получения бесселевых пучков, отличающийся возможностями динамического управления параметрами генерируемого БСП.

Представляет интерес распространение метода на случай АО дифракции в изотропных световодах. Световодный режим дифракции представляет практический интерес в связи с возможностями динамического управления модовым составом поля, а также переноса винтовых дислокаций из акустического бесселева пучка на световой.

Библиографический список

1. Features of the acousto-optic interaction of Bessel light beams and Bessel acoustic beams in transversely isotropic crystal / V. Belyi, P. Khilo, N. Kazak, N. Khilo // *Journal of Optical Technology*. 2017. Vol. 84. P. 130–136.
2. Low-frequency backward acousto-optical scattering of Bessel light beams / V. Belyi, P. Khilo, N. Kazak, N. Khilo // *Opt. comm*. 2018. Vol. 415. P. 6–12.
3. *Salo J., Salomaa M.* Nondiffracting waves in anisotropic media // *Phys. Rev. E*. 1999. Vol. 67. P. 056609.
4. *Hanorvar F., Sinclair N.* Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2003. Vol. 100. P. 57–63.
5. *Auld B.* Acoustic Fields and Waves in Solids. Vol. 1. John Wiley & Sons, Inc., 1973. 430 p.