

Рисунок 2 – Тоже, что на рисунке 1, но для относительного сечения  $R^\mu$

## Литература

1. Osland, P. *Z*-prime interference effects from TRISTAN to LEP-2/, P. Osland, A. A. Pankov // *Phys. Lett. B.* – 1997. – 403. – pp.93–100.
2. Babich, A. A. New physics signatures at a linear collider: Model independent analysis from conventional polarized observables/ A. A. Babich, P. Osland, A. A. Pankov, N. Paver // *Phys. Lett. B.* – 2001. – 518. – pp.128–136.
3. Pankov, A. A. High-precision limits on  $W$ – $W'$  and  $Z$ – $Z'$  mixing from diboson production using the full LHC Run 2 ATLAS data set / A. A. Pankov, P. Osland, I. A. Serenkova, V. A. Bednyakov // *Eur. Phys. J. C.* – 2020. – 80. – no.6, – pp.503–525.

**Н. С. Селивёрстов**

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **Д. Г. Кроль**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## ЭВОЛЮЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ ЛИНИИ РОСТА ДЕНДРИТА В ПЕРЕОХЛАЖДЕННОМ РАСПЛАВЕ

В данной работе рассматриваются теплофизические аспекты проблемы высокоскоростной кристаллизации глубоко переохлажденного

расплава чистого металла. Современное состояние экспериментальных и теоретических исследований этого вопроса представлены в книге [1]. Здесь мы изучаем дендритный рост кристалла и процессы возмущения фазовой границы кристаллизации (ФГК), основываясь на уравнении роста, полученных в [2]. Уравнение, определяющее эволюцию малых возмущений линии роста  $x = F(y, t)$  имеет вид:

$$\partial^2 f / \partial y^2 = B_1(\partial f / \partial y) + B_2(\partial f / \partial t), \quad (1)$$

$$B_1 = 2\varphi A_1 A_2 < 0, \quad B_2 = (1 + A_2^2)\varphi > 0,$$

Координата  $x$  направлена вдоль оси симметрии в сторону твердой фазы;  $y$  – поперечная декартова координата. Это уравнение есть результат линеаризации  $[F(y, t) = F^0(y, t) + f(y, t)]$  на точном решении вида

$$F^0 = A_1 t + A_2 y, \quad A_1 = -\mu B / (1 + A_2^2) < 0, \quad B \equiv \text{const},$$

где  $A_2$  – произвольная положительная постоянная; угол  $\theta_1$  заострения линии роста определяется формулой  $A_2 = 1 / (\tan(\theta_1))$ . Фазовая граница движется вдоль оси  $x$  влево, ее скорость равна  $N = A_1 \sin(\theta_1)$ , рисунок 1.

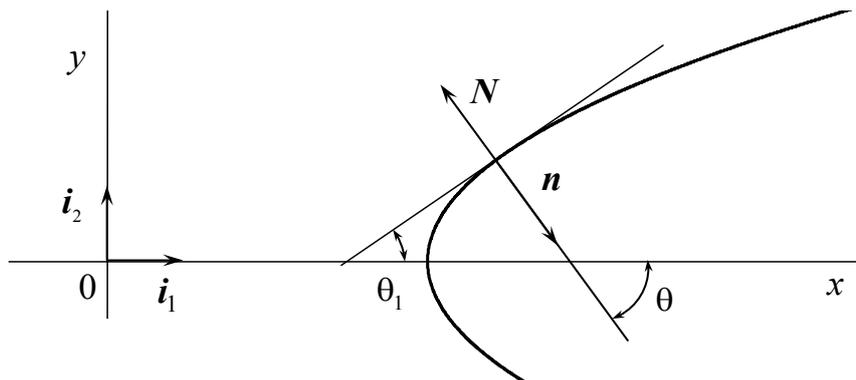


Рисунок 1 – Угол  $\theta_1$  заострения линии роста

Уравнение (1) имеет следующее точное решение:

$$f(y, t) = f_1 \exp(ky) \sin(k_1 y + rt), \quad (2)$$

$$2k = B_1 - (B_1^2 + 4k_1^2)^{1/2} < 0, \quad r = -k_1 (B_1^2 + 4k_1^2)^{1/2} / B_2 < 0.$$

Данное решение – ограниченное при  $y \geq 0$ ,  $t \geq 0$ ; выбором произвольной константы  $f_1$  его можно сделать сколь угодно малым. При каждом фиксированном  $y$  граница гармонически колеблется по  $t$ . По отношению к координате  $y$  имеем режим затухающих колебаний с частотой  $(-k_1) > 0$ . Решение (2) описывает возмущение линии роста за волной  $k_1 y + rt = (\pi/2)$ . Скорость перемещения волны равна

$$V = dy/dt = (B_1^2 + 4k_1^2)^{1/2} / B_2 > 0.$$

Фон перед волной представляет собой аperiodическое по координате  $y$  возмущение вида

$$f_0(y) = f_1 \exp(ky), \quad k < 0, \quad y \geq 0, \quad (3)$$

где  $k$  – параметр пространственной неоднородности возмущения. Характерную ширину неоднородного слоя определим как

$$|f_0(y)| / |df_0(y)/dy| = (-1/k) > 0.$$

В решении (2) волновое число равно  $k_1$ , а круговая частота есть величина  $(-r) > 0$ . Нетрудно видеть, что  $k_1^2 = k(k - B_1) > 0$  при  $k < B_1$ . Для определенности берем  $k_1 > 0$ . Чем сильнее выражена неоднородность фона (3), тем больше квадрат  $k_1^2$  волнового числа:

$$d(k_1^2)/d(-k) = B_1 - 2k > 0.$$

Простые расчеты показывают:

$$d(V^2)/d(-B_1) = 2(2k - B_1)/B_2^2 < 0 \quad \text{при } k < B_1 < 0.$$

Эта устойчивая волна существует при  $k_1^2 > 0$ , т.е. при  $k < B_1 < 0$ . Следовательно, критическое значение параметра неоднородности равно  $k_* = B_1 = 2\varphi A_1 A_2$ . Соответственно критический размер зоны неоднородности фона есть  $y_* = 1/(-k_*)$ :

$$y_* = (\sin \theta_1 \operatorname{tg} \theta_1) / (2\varphi(-N)).$$

Для устойчивого варианта получены аналитические оценки теплового потока на ФГК. На рисунке 2 показан на примере никеля типичный пространственно-временной портрет (2) линии роста при пространственно аperiodическом состоянии ФГК (3). Если размер зоны неоднородности больше критического, т.е.  $[1/(-k)] > y_*$ , то  $k_1^2 < 0$ , и решение неустойчивое: оно неограниченно растет при  $t \rightarrow \infty$  для каждого фиксированного конечного  $y > 0$ .

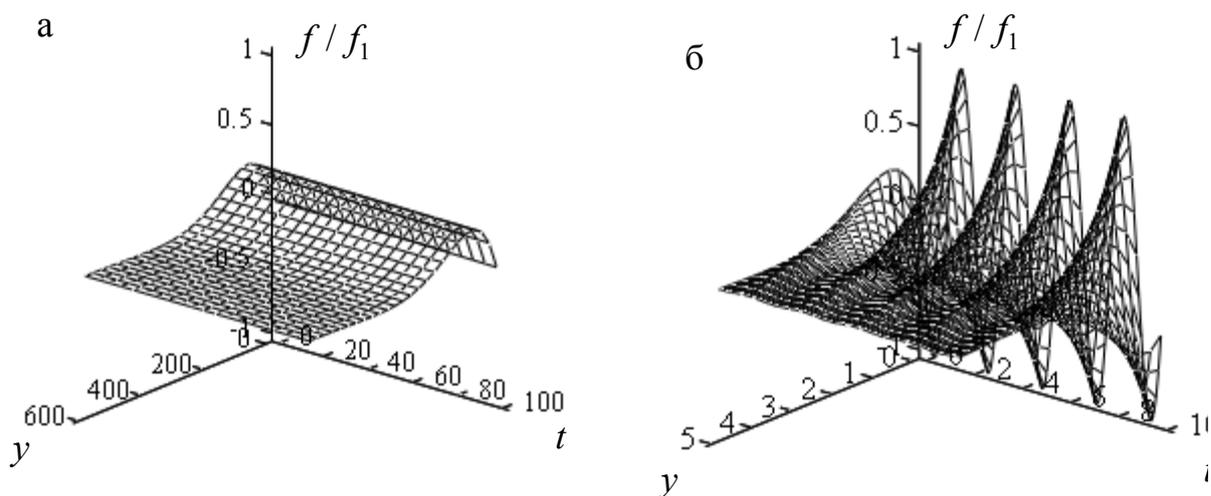


Рисунок 2 – Никель: пространственно-временной портрет линии роста  
(а –  $k = -0.01$ ;  $A_2 = 10^{-7}$ ; б –  $k = -1$ ;  $A_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  )

Вывод: условие  $[1/(-k)] > y_*$  является предвестником возникновения боковой ветви дендрита. Критический размер  $y_*$  проявляет сильную чувствительность к изменению параметров задачи.

Данная работа выполнена в рамках НИР «Кинетика неравновесных фазовых границ и неклассические тепловые структуры при высокоскоростной кристаллизации чистых веществ» ГПНИ «Энергетические и ядерные процессы и технологии», подпрограмма 1.2 «Энергетические процессы и технологии». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

### Литература

1. Herlach, D. M. Metastable Solids from Undercooled Melts / D. M. Herlach, P. Galenko, D. Holland-Moritz –Oxford: Pergamon, 2007. – 448 p.

2. Шабловский О. Н. Морфологические свойства линии роста двухмерного дендрита в переохлажденном расплаве // Прикладная физика. 2012., №4. – С. 40-46.

**И. О. Слепенчук**

(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)

Науч. рук. **А. Л. Самофалов**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТАМАТЕРИАЛОВ В ПРОГРАММЕ ANSYS HFSS**

Метаматериалы – это композитные (состоящие из нескольких компонентов) материалы, электромагнитные и акустические свойства которых не встречаются в природе и сложнодостижимы технологически. Структурные элементы метаматериала могут иметь различную форму (S, U,  $\Omega$  и др.) и обладать следующими свойствами: отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости, киральными свойствами, периодически изменять коэффициент преломления, управлять параметрами среды в результате внешних воздействий (изменять размеры, форму и период решетки мета атома). Различные виды метаматериалов показаны на рисунке 1.

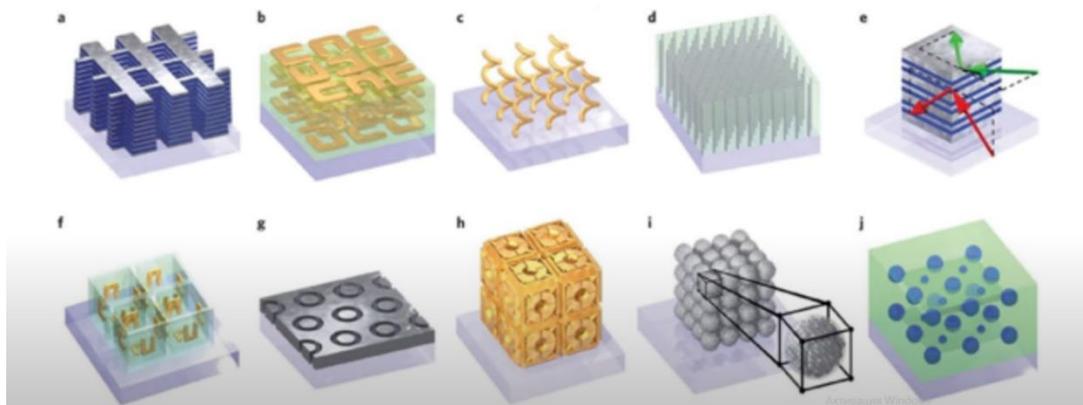


Рисунок 1 – Виды мета материалов

Для разработки метаматериала, с заданными свойствами, необходимо провести предварительное моделирование. Одной из программ широко применяемой для этих целей является Ansys HFSS.

Ansys HFSS – программное обеспечение для моделирования электромагнитных полей, используемое для анализа беспроводных