

УДК 621.313

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ ВОЗВРАТНО-
ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
С ПОПЕРЕЧНО-ПРОДОЛЬНОМ ИЗМЕНЕНИЕМ
МАГНИТНОГО ПОТОКА В ДВИГАТЕЛЬНОМ
РЕЖИМЕ РАБОТЫ. ЧАСТЬ 1**

А. Б. МЕНЖИНСКИЙ, А. Н. МАЛАШИН

*Учреждение образования «Военная академия Республики
Беларусь», г. Минск*

П. Б. МЕНЖИНСКИЙ

*Учреждение образования «Гродненский государственный
университет имени Я. Купалы», Республика Беларусь*

О. В. СИДЯКО

ОАО «ВОЛАТАВТО», г. Минск, Республика Беларусь

Рабочие процессы некоторых современных электротехнических систем предполагают применение возвратно-поступательного движения рабочего органа. Обычно для реализации такого рода движения используется дополнительное механическое устройство, преобразующее вращательное движение в возвратно-поступательное. Наличие промежуточного звена приводит к увеличению потерь, массогабаритов, возрастанию стоимости и в ряде случаев – к снижению надежности всего устройства. Поэтому весьма актуально отказаться от промежуточного механического устройства и создать эффективную электрическую машину возвратно-поступательного движения. Появление постоянных магнитов, созданных на основе редкоземельных элементов, позволяет повысить эффективность электрических машин. В связи с этим предложена перспективная структура электрической машины возвратно-поступательного движения с постоянными магнитами и поперечно-продольным изменением магнитного потока. Для дальнейшего ее исследования в двигательном режиме, разработки способа управления движением подвижной части, а также выработки рекомендаций по применению и оценки эффективности применения в современных электротехнических системах разработана математическая модель электрической машины возвратно-поступательного движения с постоянными магнитами и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы.

Ключевые слова: электротехнические системы, математическая модель, возвратно-поступательное движение, электрическая машина, магнитный поток.

**DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL
OF ELECTRIC MACHINE OF RECIPROCATING
MOTION WITH TRANSVERSE-LONGITUDINAL
CHANGE OF MAGNETIC FLUX IN MOTOR MODE
OF OPERATION. PART 1**

A. B. MENZHINSKY, A. N. MALASHIN

*Educational Institution “Military Academy of Belarus”,
Minsk*

P. B. MENZHINSKY

Educational Institution “Yanka Kupala State University of Grodno”, Republic of Belarus

O. V. SIDYAKO

OJSC “VOLATAVTO”, Minsk, Republic of Belarus

The working processes of some modern electrical engineering systems involve the use of reciprocating motion of the working member. Typically, an additional mechanical device is used to realize this kind of motion, which converts the rotational motion into a reciprocating motion. The presence of an intermediate link leads to an increase in losses, massogabarites, an increase in cost and in some cases leads to reduced reliability of the whole device. Therefore, it is very important to abandon the intermediate mechanical device and create an efficient electric reciprocating machine. The appearance of permanent magnets created on the basis of rare-earth elements makes it possible to increase the efficiency of electrical machines. In this regard, a promising structure of a reciprocating electric machine with permanent magnets and a transverse-longitudinal change in magnetic flux is proposed. For its further investigation in the motor mode, development of a method for controlling the movement of the movable part, as well as making recommendations on the use and evaluation of the effectiveness of application in modern electrical engineering systems, a mathematical model of an electric reciprocating machine with permanent magnets and a transverse-longitudinal change in magnetic flux in the motor mode of operation was developed.

Keywords: electrical engineering systems, mathematical model, reciprocating motion, electric machine, magnetic flux.

Введение

Рабочие процессы некоторых современных электротехнических систем предполагают применение возвратно-поступательного движения (ВПД) рабочего органа (компрессоры, насосы, свободнопоршневые двигатели, некоторые виды электроинструмента и электробытовых приборов, прессовое оборудование) [1]. Как правило, для реализации ВПД с помощью электрических машин (ЭМ) вращательного движения между рабочим органом и ЭМ устанавливается дополнительное механическое устройство, преобразующее вращательное движение в ВПД. Чаще всего в качестве дополнительного механического устройства используется кривошипно-шатунный механизм, который, являясь промежуточным звеном, может приводить к увеличению потерь, массогабаритов, возрастанию стоимости и в некоторых случаях – к снижению надежности всего устройства [1]. Вследствие этого актуальным становится отказ от промежуточного механического устройства и создание эффективной ЭМ ВПД [1].

Разработке и исследованию ЭМ ВПД посвящены труды ряда ученых: И. Г. Ефимова, А. В. Соловьева, О. А. Викторова, Г. Уайта, Д. Вудсона, А.И. Вольдека, М. М. Соколова, Л. К. Сорокина, Д. В. Свечарника, К. Ф. Лобова, И. Е. Овчинникова, М. Я. Хитерера, А. В. Иванова-Смоленского, Л. А. Нейман, О. В. Роговой, А. П. Синицина, С. А. Тарашева, Н. Л. Бабиковой, Р. Р. Саттарова, Е. В. Сергеенковой, В. Е. Высоцкого и многих других [1]–[18]. В [6] предложено большое количество электромагнитных ЭМ ВПД различного принципа работы и конструктивного исполнения. В предлагаемых электромагнитных ЭМ ВПД основной магнитный поток, необходимый для реализации ВПД, создается электрическими обмотками. Это существенно увеличивает массу и снижает КПД ЭМ. В то время как одним из основных требований, предъявляемых к современным ЭМ ВПД, являются минимальные массогабаритные показатели при высоком КПД [1].

Появление постоянных магнитов (ПМ), созданных на основе редкоземельных элементов, позволяет повысить эффективность ЭМ [1]. Исследованию ЭМ ВПД с ПМ посвящено большое количество работ, рассмотренных в [19]. В [1] проведен сравни-

тельный анализ магнитоэлектрических и электромагнитных ЭМ ВПД, в результате которого установлено, что ЭМ ВПД с ПМ существенно выгоднее, чем ЭМ ВПД с подвижной обмоткой возбуждения.

В [20] отмечено, что для непрерывного преобразования энергии ЭМ вращательного движения необходимо, чтобы электромагнитный момент не зависел от положения ротора (подвижной части). По аналогии с этим для непрерывного преобразования энергии ЭМ ВПД нужно, чтобы электромагнитная сила (ЭМС) в идеальном случае не зависела от положения подвижной части. Однако, как показал анализ, ЭМ ВПД с поперечным и продольным изменением магнитного потока не в полной мере позволяют обеспечить выполнение это условия [1], [2], [6], [15]–[18]. В [21], [22] предложена перспективная структура ЭМ ВПД с ПМ, отличающаяся одновременным использованием в магнитной системе поперечно-продольного изменения магнитного потока, проходящего через рабочую обмотку. Благодаря этому появляется возможность обеспечения непрерывного преобразования энергии ЭМ ВПД в двигательном режиме. Для последующего изучения двигательного режима работы ЭМ ВПД, разработки способа управления движением подвижной части и выработки рекомендаций по применению, а также для оценки эффективности применения в современных электротехнических системах следует разработать математическую модель (ММ) ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы.

В связи с этим целью работы является разработка ММ ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы.

Основная часть

Структура магнитной системы ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока представлена на рис. 1 [21].

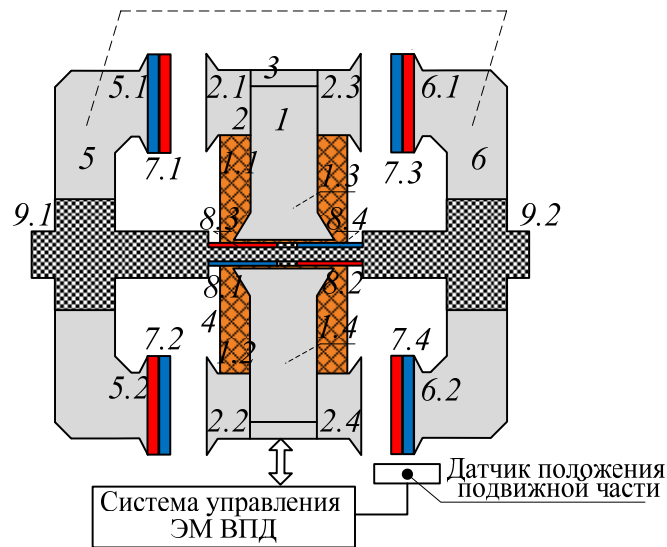


Рис. 1. Вариант структуры магнитной системы ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока

Электрическая машина ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока состоит из следующих частей (рис. 1): неподвижные магнитопроводы (МПр) Ж- и Н-образного типа 1 и 2 с общим центральным стержнем 3, на котором размещена общая рабочая обмотка 4, два подвижных МПр П-образного типа 5 и 6, восемь ПМ 7.1–7.4, 8.1–8.4 и четыре изолирующих каркаса 9.1, 9.2, где крепятся два подвижных МПр П-образного типа с ПМ 7.1–7.4 на каждом стержне 5.1, 5.2

и 6.1, 6.2, чьи оси совпадают с осями стержней Н-образного МПр 2.1–2.4, а также четыре ПМ 8.1–8.4, обращенные друг к другу через воздушный зазор между стержнями 1.1–1.4 Ж-образного МПр одноименными полюсами, оси которых параллельны осям стержней Ж-образного МПр. Электрическая машина собрана таким образом, что ВПД два П-образных МПр совершают вдоль осей стержней Н-образного МПр.

При математическом описании ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы принимается ряд традиционных допущений [1], [12]–[14], [23]–[26]: потери на гистерезис и вихревые токи не учитываются; магнитная проницаемость стали намного больше воздуха (магнитное сопротивление МПр не учитывается); положение рабочей точки ПМ в процессе работы не меняется; магнитная система ЭМ не насыщена (линейная магнитная система); потоки рассеяния не учитываются.

С учетом принятых допущений математическое описание ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы осуществляется следующей системой дифференциальных уравнений электрического равновесия и движения [1], [6], [12]:

$$\begin{cases} i_r R_r + \frac{d\Psi_r}{dt} = u_r; \\ m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{ЭМС}} - F_c, \end{cases} \quad (1)$$

где i_r – ток в рабочей обмотке; R_r – активное сопротивление рабочей обмотки; Ψ_r – потокосцепление рабочей обмотки; u_r – напряжение, приложенное к рабочей обмотке; m – масса подвижной части; x – координата перемещения подвижной части; $F_{\text{ЭМС}}$ – ЭМС, действующая на подвижную часть; F_c – сила сопротивления, действующая на подвижную часть.

В ЭМ ВПД с ПМ потокосцепление Ψ_r можно представить в виде

$$\Psi_r = L_{rr} i_r + \Psi_r^{\text{ПМ}}, \quad (2)$$

где L_{rr} – собственная индуктивность рабочей обмотки; $\Psi_r^{\text{ПМ}} = \sum_{n=1, n \neq r}^s \Psi_{rn}^{\text{ПМ}}$ – потокосцепление рабочей обмотки, обусловленное n -ми ПМ.

С учетом выражения (2) и в соответствии с правилами дифференцирования системы дифференциальных уравнений (1) можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} i_r R_r + L_{rr} \frac{di_r}{dt} + \left(i_r \frac{dL_{rr}}{dx} + \frac{d\Psi_r^{\text{ПМ}}}{dx} \right) \frac{dx}{dt} = u_r; \\ m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{ЭМС}} - F_c, \end{cases} \quad (3)$$

где $i_r R_r$ – падение напряжения на активном сопротивлении обмотки [14], [20]; $L_{rr} di_r/dt$ – трансформаторная электродвижущая сила (ЭДС), связанная с изменением тока i_r [14]; $\left(i_r dL_{rr}/dx + d\Psi_r^{\text{ПМ}}/dx \right) dx/dt = E_d$ – ЭДС движения, наводимая в рабочей обмотке [20]; $dx/dt = v$ – скорость подвижной части.

Потокоцепление рабочей обмотки, обусловленное n -ми ПМ, равно [1]:

$$\sum_{n=1, n \neq r}^s \Psi_{rn}^{\text{ПМ}} = \sum_{n=1, n \neq r}^s w_r \Phi_{rn}^{\text{ПМ}}, \quad (4)$$

где w_r – количество витков рабочей обмотки; $\Phi_{rn}^{\text{ПМ}}$ – магнитный поток через рабочую обмотку, обусловленный n -м ПМ.

Учитывая, что магнитный поток равен произведению магнитодвижущей силы (МДС) и магнитной проводимости по пути потока [1], запишем магнитный поток через рабочую обмотку, обусловленный n -ми ПМ:

$$\sum_{n=1, n \neq r}^s \Phi_{rn}^{\text{ПМ}} = \sum_{n=1, n \neq r}^s F_n^{\text{ПМ}} G_{\Phi_n^{\text{ПМ}}}, \quad (5)$$

где $F_n^{\text{ПМ}} = H_c h_m$ – МДС n -го ПМ; H_c – коэрцитивная сила по индукции; h_m – толщина ПМ (длина ПМ вдоль оси полюсов); $G_{\Phi_n^{\text{ПМ}}}$ – магнитная проводимость воздушно-го промежутка по пути магнитного потока n -го ПМ $\Phi_n^{\text{ПМ}}$.

Механическую мощность, преобразованную ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока из электрической мощности, можно выразить через величины ее электрической цепи, исходя из закона сохранения энергии [14]. Умножив уравнение электрического равновесия ЭМ ВПД из системы (3) на i_r , получим:

$$i_r u_r = i_r^2 R_r + i_r L_{rr} (di_r / dt) + i_r E_d. \quad (6)$$

Электрическая мощность, связанная с ЭДС движения, разделяется на две части: одна из них изменяет запасенную энергию, а вторая преобразуется в механическую работу [20]. Из уравнения (6) можно выделить [14]:

– $p_3 = i_r u_r$ – мгновенная электрическая мощность, поступающая из сети в рабочую обмотку;

– $p_{\Pi} = i_r^2 R_r$ – мощность потерь в рабочей обмотке при преобразовании энергии;

– $p_W = i_r L_{rr} (di_r / dt) + 0,5 i_r E_d$ – электрическая мощность, расходуемая на изменение энергии магнитного поля ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока.

Следовательно, механическая мощность равна:

$$p_{\text{мех}} = p_3 - p_{\Pi} - p_W = 0,5 i_r E_d. \quad (7)$$

Анализ выражения (7) позволяет сделать вывод, что в ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока ЭДС движения в отличие от трансформаторной ЭДС непосредственно связана с преобразованием электрической энергии в механическую.

Электромагнитная сила в ЭМ ВПД, работающих как в двигательном, так и в генераторном режиме, равна [1]:

$$F_{\text{ЭМС}} = \left. \frac{dW_{\text{м.п.}}}{dx} \right|_{i=\text{const}}, \quad (8)$$

где $W_{\text{м.п.}}$ – энергия магнитного поля.

С учетом подхода, описанного в [1], [27] для двигателей вращательного типа, ПМ ЭМ ВПД (рис. 1) могут быть эквивалентированы в виде катушек с током $I_{1, \dots, n}$. При этом каждая катушка содержит по одному элементарному витку $w_{1, \dots, n} = 1$ и создает магнитодвижущую силу (МДС) $F_{I_n} = I_n w_n$, равную по величине МДС ПМ ($F_{\text{ПМ}}^{8.1-8.4} = I_{1-4} w_{1-4} = I_{1-4}$; $F_{\text{ПМ}}^{7.1-7.4} = I_{5-8} w_{5-8} = I_{5-8}$). С учетом этого $W_{\text{м.п}}$ равна [1]:

$$W_{\text{м.п}} = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^s i_r \sum_{n=1}^s i_n L_{rn}, \quad (9)$$

где i_n – ток n -го контура; L_{kn} – взаимная индуктивность рабочей обмотки и n -го контура с током i_n .

В соответствии с принципом взаимности [1] $L_{nk} = L_{kn}$ и полагая, что $L_{13}-L_{18}$; $L_{23}-L_{28}$; L_{31} ; L_{32} ; $L_{35}-L_{38}$; L_{41} ; L_{42} ; $L_{45}-L_{48}$; $L_{51}-L_{54}$; L_{57} ; L_{58} ; $L_{61}-L_{64}$; L_{67} ; L_{68} ; $L_{71}-L_{76}$; $L_{81}-L_{86}$ равны нулю, для магнитной системы ЭМ ВПД (рис. 1) выражение (9) примет вид:

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} (I_1^2 L_{11} + I_2^2 L_{22} + I_3^2 L_{33} + I_4^2 L_{44} + I_5^2 L_{55} + I_6^2 L_{66} + I_7^2 L_{77} + I_8^2 L_{88} + i_r^2 L_{rr}) + \\ & + I_1 I_2 L_{12} + I_1 i_r L_{r1} + I_2 i_r L_{r2} + I_3 I_4 L_{34} + I_3 i_r L_{r3} + I_4 i_r L_{r4} + I_5 I_6 L_{56} + I_5 i_r L_{r5} + \\ & + I_6 i_r L_{r6} + I_7 I_8 L_{78} + I_7 i_r L_{r7} + I_8 i_r L_{r8}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставив в (8) выражение (10) с учетом принятых допущений, получим:

$$F_{\text{ЭМС}} = \underbrace{F_{\text{ПМ}}^2 \left[\frac{1}{2} \sum_{n=1}^8 \frac{dL_{nn}}{dx} + \left(\frac{dL_{12}}{dx} + \frac{dL_{34}}{dx} + \frac{dL_{56}}{dx} + \frac{dL_{78}}{dx} \right) \right]}_{F_1} + \underbrace{\frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{dx}}_{F_2} + \underbrace{F_{\text{ПМ}} i_r \sum_{n=1}^8 \frac{dL_{rn}}{dx}}_{F_3}. \quad (11)$$

Анализ выражения (11) показывает, что ЭМС ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока имеет три составляющие: F_1 – сила, не зависящая от i_r и определяющаяся параметрами ПМ ($F_{\text{ПМ}} = H_c h_m$) и его положением в зазоре (координата x); F_2 – сила, зависящая от i_r и x ; F_3 – движущая сила, зависящая от i_r , параметров ПМ и x [1]. В [1] отмечено, что составляющая силы F_2 много меньше аналогичной по характеру составляющей силы F_1 , поэтому в дальнейшем составляющей F_2 будем пренебрегать. Поэтому с учетом выражения (11) система дифференциальных уравнений (3) примет вид:

$$\begin{cases} i_r R_r + L_{rr} \frac{di_r}{dt} + \left(i_r \frac{dL_{rr}}{dx} + \frac{d\Psi_r^{\text{ПМ}}}{dx} \right) \frac{dx}{dt} = u_r; \\ m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{ПМ}} i_r \sum_{n=1}^8 \frac{dL_{rn}}{dx} \pm F_{\text{ПМ}}^2 \left[\frac{1}{2} \sum_{n=1}^8 \frac{dL_{nn}}{dx} + \left(\frac{dL_{12}}{dx} + \frac{dL_{34}}{dx} + \frac{dL_{56}}{dx} + \frac{dL_{78}}{dx} \right) \right] - F_c. \end{cases} \quad (12)$$

Для того чтобы определить $L_{11}-L_{88}; L_{12}; L_{34}; L_{56}; L_{78}; L_{rr}; L_{r1}-L_{r8}$, воспользуемся подходом, изложенным в [1]. Собственная индуктивность рабочей обмотки определяется по выражению

$$L_{rr} = \Psi_{r_i} / i_r, \quad (13)$$

где $\Psi_{r_i} = \Phi_{i_r} w_r$ – потокосцепление рабочей обмотки, обусловленное током i_r ; Φ_{i_r} – магнитный поток через рабочую обмотку, созданный i_r .

Взаимоиндуктивность рабочей обмотки определяется по выражению

$$L_{rn} = \Psi_{r_i_n} / i_n, \quad (14)$$

где $\Psi_{r_i_n} = \Phi_{i_n} w_r$ – потокосцепление рабочей обмотки, обусловленное током i_n ; Φ_{i_n} – магнитный поток через рабочую обмотку, созданный i_n .

Учитывая, что магнитный поток равен произведению МДС и магнитной проводимости по пути потока [1], запишем магнитный поток через рабочую обмотку:

– созданный током рабочей обмотки i_r :

$$\Phi_{i_r} = F_r G_{\Phi_{i_r}}, \quad (15)$$

где $F_r = i_r w_r$ – МДС рабочей обмотки; $G_{\Phi_{i_r}}$ – магнитная проводимость воздушного промежутка по пути потока Φ_{i_r} ;

– созданный током n обмотки i_n :

$$\Phi_{i_n} = F_n G_{\Phi_{i_n}}, \quad (16)$$

где $F_n = i_n w_n$ – МДС n обмотки; $G_{\Phi_{i_n}}$ – магнитная проводимость воздушного промежутка по пути потока Φ_{i_n} .

На основании уравнений (13)–(16) получим следующие выражения:

– для расчета собственной индуктивности:

$$L_{rr} = w_r^2 G_{\Phi_{i_r}}; \quad (17)$$

– для расчета взаимной индуктивности:

$$L_{rn} = w_n w_r G_{\Phi_{i_n}}, \quad (18)$$

где Φ_{i_n} – магнитный поток через рабочую обмотку, созданный током I_n ; $G_{\Phi_{i_n}}$ – магнитная проводимость воздушного зазора по пути потока Φ_{i_n} .

На основании уравнений (17)–(18) получены расчетные выражения для собственных и взаимных индуктивностей ЭМ ВПД (см. таблицу).

Расчетные выражения для собственных и взаимных индуктивностей ЭМ ВПД

Индуктивность	L_{rr}	L_{11}	L_{22}	L_{33}	L_{44}	L_{55}	L_{66}
Расчетное выражение	$w_r^2 G_{\Phi_{ir}}$	$w_1^2 G_{\Phi_{i1}}$	$w_2^2 G_{\Phi_{i2}}$	$w_3^2 G_{\Phi_{i3}}$	$w_4^2 G_{\Phi_{i4}}$	$w_5^2 G_{\Phi_{i5}}$	$w_6^2 G_{\Phi_{i6}}$
Индуктивность	L_{77}	L_{88}	L_{12}	L_{34}	L_{56}	L_{78}	L_{r1}
Расчетное выражение	$w_7^2 G_{\Phi_{i7}}$	$w_8^2 G_{\Phi_{i8}}$	$w_1 w_2 G_{\Phi_{i2}}$	$w_3 w_4 G_{\Phi_{i4}}$	$w_5 w_6 G_{\Phi_{i6}}$	$w_7 w_8 G_{\Phi_{i8}}$	$w_r w_1 G_{\Phi_{i1}}$
Индуктивность	L_{r2}	L_{r3}	L_{r4}	L_{r5}	L_{r6}	L_{r7}	L_{r8}
Расчетное выражение	$w_r w_2 G_{\Phi_{i2}}$	$w_r w_3 G_{\Phi_{i3}}$	$w_r w_4 G_{\Phi_{i4}}$	$w_r w_5 G_{\Phi_{i5}}$	$w_r w_6 G_{\Phi_{i6}}$	$w_r w_7 G_{\Phi_{i7}}$	$w_r w_8 G_{\Phi_{i8}}$

Для расчета магнитных проводимостей по путям магнитных потоков необходимо выявить наиболее вероятные пути распределения основных магнитных потоков в магнитной системе ЭМ ВПД с поперечно-продольным изменением магнитного потока, проходящего через рабочую обмотку. С этой целью следует построить двухмерные конечно-элементные модели (ДКЭМ) магнитного поля (МП) магнитных систем базовых модулей ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока, проходящего через рабочую обмотку. При построении ДКЭМ принимается ряд допущений относительно свойств магнитных материалов и характера протекания электромагнитных процессов [2], [22], [26], [28]–[30]. Основными этапами создания ДКЭМ являются [28], [30]:

- ввод геометрических объектов (построение геометрии модели);
- задание свойств сред, источников поля (задание тока в обмотках, для ПМ – коэрцитивной силы) и граничных условий (на внутренних и внешних границах областей задаются граничные условия Неймана и Дирихле);
- построение сетки конечных элементов во всех блоках, входящих в расчетную область. Затем анализ результатов.

При условии Неймана составляющие МП B и H можно найти при соблюдении граничных условий неразрывности нормальных и тангенциальных составляющих МП на границах раздела сред с различными магнитными проницаемостями μ^+ и μ^- :

- граничные условия неразрывности нормальных составляющих вектора индукции МП $B_n^+ = B_n^-$ (однородное условие Неймана);
- граничные условия неразрывности тангенциальных составляющих вектора напряженности МП $H_\tau^+ = H_\tau^-$ (однородное условие Неймана).

Условие Дирихле позволяет задать на внешней границе модели заранее известный векторный магнитный потенциал \vec{A} . Это граничное условие характеризует поведение нормальной составляющей вектора индукции на границе модели B_n . В данной задаче зададим нулевое граничное условие Дирихле $B_n = 0$ для указания полного затухания поля $\vec{A} = 0$ на удаленной от источников границе.

Магнитная система ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока, проходящего через рабочую обмотку, состоит из следующих областей: область рабочего воздушного зазора $\Omega_{\text{воз}}$; область проводников с током $\Omega_{\text{ток}}$; область МПР $\Omega_{\text{ст}}$; область ПМ $\Omega_{\text{магн}}$. Каждая область характеризуется присущими ей магнитными свойствами. В двухмерной плоскопараллельной задаче вектор магнитной индукции \vec{B} всегда ориентирован в плоскости модели (x, y) , а вектор плотности тока \vec{j} и векторный магнитный потенциал \vec{A} перпендикулярны к ней [29]. Это зна-

чит, что отличны от нуля только компоненты j_z и A_z . На рис. 2 показаны элементы структуры магнитной системы базового модуля ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока и заданными граничными условиями.

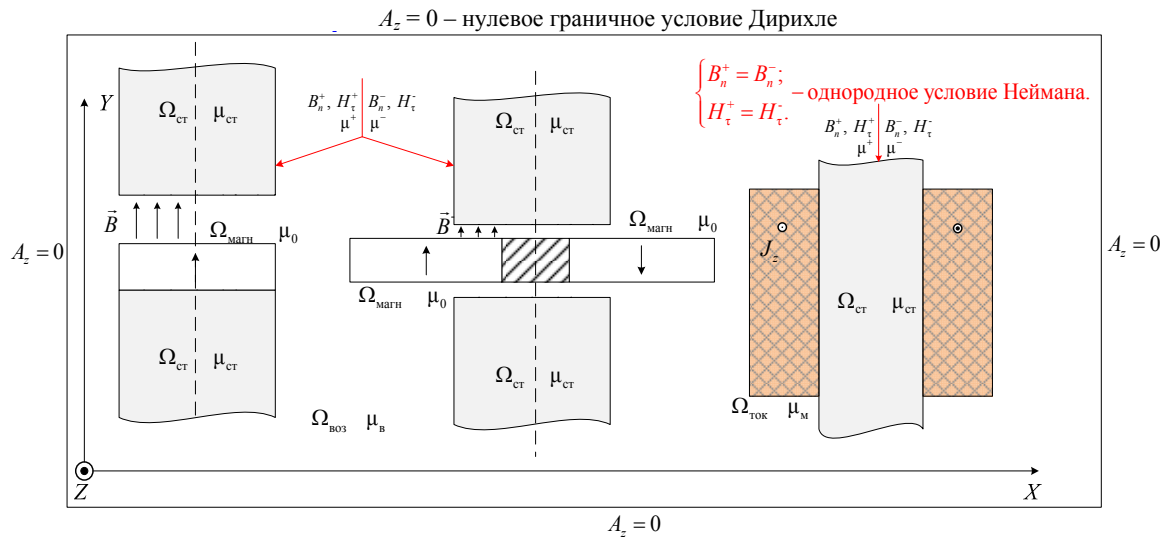


Рис. 2. Элементы структуры магнитной системы базового модуля ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока и заданными граничными условиями

Для каждой области магнитной системы может быть записана двухмерная магнитостатическая векторная модель МП [22], [30], [31]:

– область ПМ

$$\left(\partial^2 A_z / \partial x^2 + \partial^2 A_z / \partial y^2\right) = -\text{rot} \vec{B}_r; \tag{19}$$

– область проводников с током

$$\mu_m^{-1} \left(\partial^2 A_z / \partial x^2 + \partial^2 A_z / \partial y^2\right) = -j_z \mu_0; \tag{20}$$

– область рабочего воздушного зазора

$$\mu_v^{-1} \left(\partial^2 A_z / \partial x^2 + \partial^2 A_z / \partial y^2\right) = 0; \tag{21}$$

– область МП

$$\mu_{st}^{-1} \left(\partial^2 A_z / \partial x^2 + \partial^2 A_z / \partial y^2\right) = 0, \tag{22}$$

где A_z – компонента векторного магнитного потенциала; \vec{B}_r – вектор остаточной магнитной индукции; μ_m, μ_v, μ_{st} – относительные магнитные проницаемости меди, воздуха и стали; j_z – компонента вектора плотности тока; μ_0 – абсолютная магнитная проницаемость вакуума.

В результате решения уравнений (19)–(22) численным методом (методом конечных элементов (МКЭ)) выявлены наиболее вероятные пути распределения основных магнитных потоков (потоков краевого эффекта и воздушного зазора) в магнитной системе базовых модулей ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока, проходящего через рабочую обмотку. Двухмерная конечно-

элементная модель МП и элементарные магнитные проводимости [1] по путям потоков краевого эффекта и воздушного зазора базового модуля ЭМ ВПД с ПМ и поперечным изменением магнитного потока даны на рис. 3.

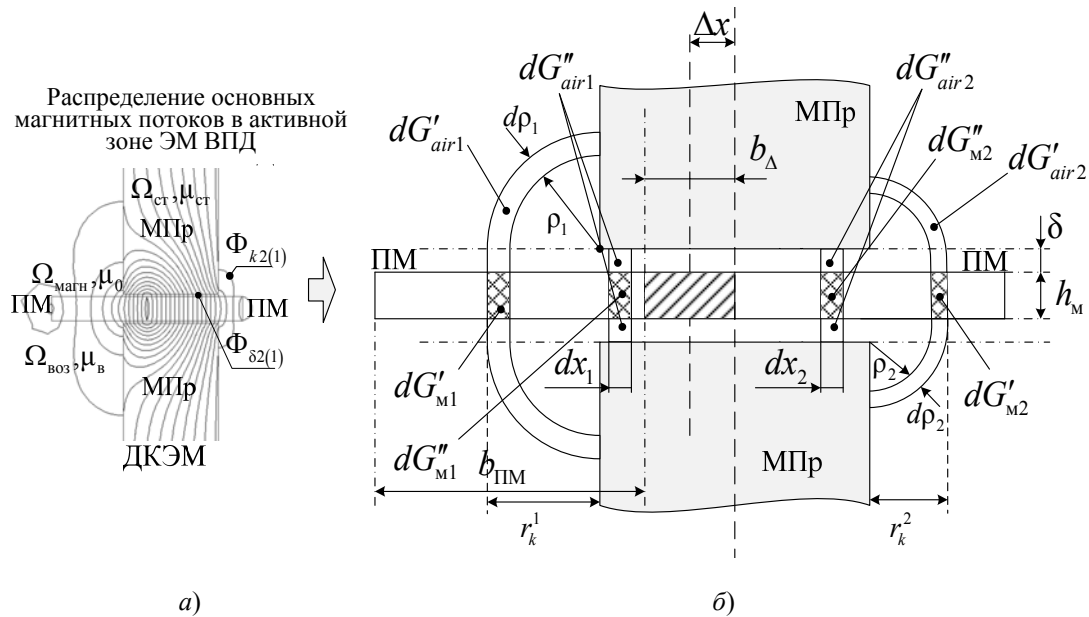


Рис. 3. Двухмерная конечно-элементная модель МП (а) и элементарные проводимости по путям потоков краевого эффекта и воздушного зазора базового модуля ЭМ ВПД с ПМ и поперечным изменением магнитного потока (б)

На рис. 3 обозначено: $\Phi_{k2(1)}$ и $\Phi_{\delta2(1)}$ – потоки краевого эффекта и воздушного зазора соответственно; $b_{ПМ}$ – ширина ПМ; b_{Δ} – ширина межполюсной вставки; $dG'_{air1(2)}$, $dG'_{m1(2)}$ – элементарные магнитные проводимости краевого эффекта по воздуху и ПМ; $dG''_{air1(2)}$, $dG''_{m1(2)}$ – элементарные магнитные проводимости воздушного зазора по воздуху и ПМ; δ – величина воздушного зазора ЭМ ВПД с поперечным изменением магнитного потока; $r_k^{1(2)}$ – радиусы, ограничивающие зону потоков краевого эффекта левого и правого ПМ соответственно. Индексы 1 и 2 относятся к левому и правому ПМ соответственно. Каждая пара элементарных проводимостей для бесконечно тонкого слоя dr или dx состоит из двух последовательно соединенных участков: воздушный промежуток и ПМ.

Из рис. 3 следует, что суммарные элементарные магнитные проводимости по путям потоков краевого эффекта и воздушного зазора могут быть представлены в виде

$$dG_{k1(2)} = dG'_{m1(2)} dG'_{air1(2)} / (dG'_{m1(2)} + dG'_{air1(2)}); \quad (23)$$

$$dG_{\delta1(2)} = dG''_{m1(2)} dG''_{air1(2)} / (dG''_{m1(2)} + dG''_{air1(2)}). \quad (24)$$

Тогда полная элементарная магнитная проводимость по путям потоков краевого эффекта и воздушного зазора равна:

$$dG_{o1(2)} = dG_{k1(2)} + dG_{\delta1(2)}. \quad (25)$$

Методика расчета элементарных проводимостей представлена в [1]. Полагаем, что элементарные магнитные проводимости по воздуху представляются в виде тонких слоев $d\rho_{1(2)}$, ограниченных дугами окружностей радиуса $\rho_{1(2)}$, сопряженных с небольшими прямолинейными участками, а в зоне воздушного зазора – только прямолинейными участками. Учитывая вышеизложенное, элементарные магнитные проводимости можно представить в следующем виде:

$$dG'_{m1(2)} = \mu_r l d\mu_{1(2)} / h_m; \quad (26)$$

$$dG'_{air1(2)} = \mu_0 l d\rho_{1(2)} / (2\delta + \pi\rho_{1(2)}); \quad (27)$$

$$dG''_{m1(2)} = \mu_r l dx_{1(2)} / h_m; \quad (28)$$

$$dG''_{air1(2)} = \mu_0 l dx_{1(2)} / 2\delta, \quad (29)$$

где μ_r – внутренняя проницаемость ПМ; l – длина ПМ в направлении, перпендикулярном плоскости на рис. 3; μ_0 – абсолютная магнитная проницаемость вакуума.

С учетом выражений (23) и (24) получим:

$$dG_{k1(2)} = \mu_0 l \pi^{-1} \left[\left((\pi^{-1} \mu_0 \mu_r^{-1} h_m + \pi^{-1} 2\delta) + \rho_{1(2)} \right)^{-1} d\rho_{1(2)} \right]; \quad (30)$$

$$dG_{\delta 1(2)} = \mu_0 l dx_{1(2)} / (\mu_0 \mu_r^{-1} h_m + 2\delta). \quad (31)$$

Проведя интегрирование выражений (30) и (31), получим полные проводимости краевого эффекта и воздушного зазора $G_{k1(2)}, G_{\delta 1(2)}$:

$$G_{k1(2)} = \mu_0 l \pi^{-1} \ln \left[\left((\pi^{-1} \mu_0 \mu_r^{-1} h_m + \pi^{-1} 2\delta) + r_{k2}^{1(2)} \right) \left((\pi^{-1} \mu_0 \mu_r^{-1} h_m + \pi^{-1} 2\delta) + r_{k1}^{1(2)} \right)^{-1} \right]; \quad (32)$$

$$G_{\delta 1(2)} = \mu_0 l x_{1(2)} / (\mu_0 \mu_r^{-1} h_m + 2\delta), \quad (33)$$

где $r_{k1}^{1(2)}, r_{k2}^{1(2)}$ – внутренний и наружный радиусы, ограничивающие зону потоков краевого эффекта (зависят от координаты перемещения x). Данные радиусы определяются по ДКЭМ МП ЭМ ВПД с поперечным изменением магнитного потока. На рис. 3 $r_{k1}^{1(2)} = 0$; $x_{1(2)}$ – часть ПМ, находящаяся в рабочем воздушном зазоре (зависит от координаты перемещения x).

С учетом выражений (25) получим полную проводимость по путям потоков краевого эффекта и воздушного зазора:

$$G_{\delta 1(2)} = \mu_0 l \pi^{-1} \ln \left[\left((\pi^{-1} \mu_0 \mu_r^{-1} h_m + \pi^{-1} 2\delta) + r_{k2}^{1(2)} \right) \left((\pi^{-1} \mu_0 \mu_r^{-1} h_m + \pi^{-1} 2\delta) + r_{k1}^{1(2)} \right)^{-1} \right] + \mu_0 l x_{1(2)} / (\mu_0 \mu_r^{-1} h_m + 2\delta). \quad (34)$$

Двухмерная конечно-элементная модель МП и элементарные магнитные проводимости по путям потоков выпучивания и воздушного зазора базового модуля ЭМ ВПД с ПМ и продольным изменением магнитного потока приведены на рис. 4.

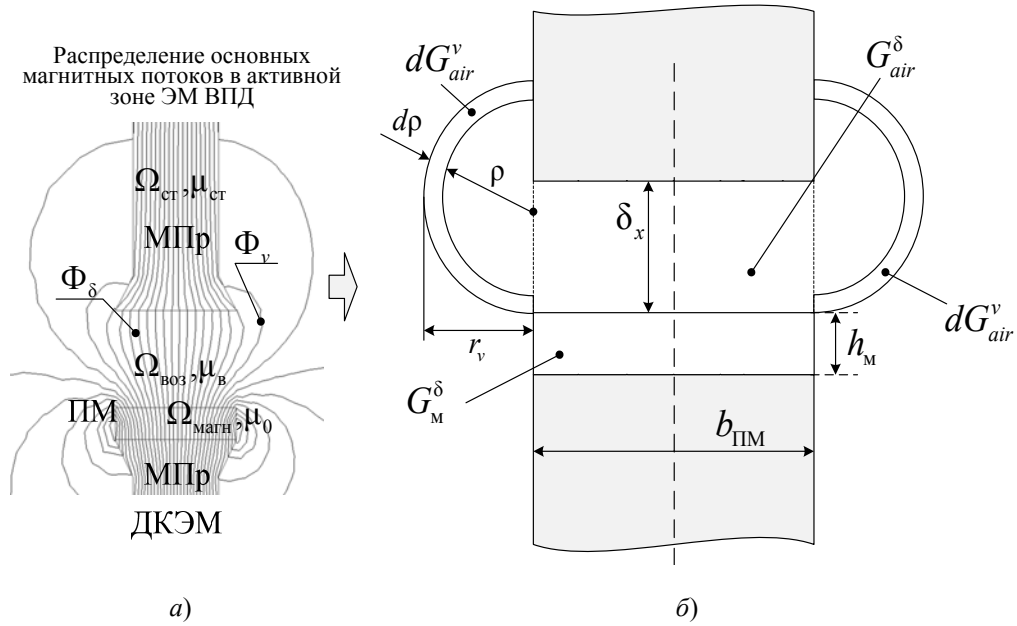


Рис. 4. Двухмерная конечно-элементная модель МП (а) и элементарные проводимости по путям потоков краевого эффекта и воздушного зазора базового модуля ЭМ ВПД с продольным изменением магнитного потока (б)

На рис. 4 обозначено: Φ_v и Φ_δ – потоки выпучивания и воздушного зазора соответственно; dG_{air}^v – элементарная магнитная проводимость выпучивания; $G_{air}^\delta = \mu_0 l b_{\text{ПМ}} / \delta_x$ – полная магнитная проводимость воздушного зазора, $G_M^\delta = \mu_r l b_{\text{ПМ}} / h_m$ – полная магнитная проводимость ПМ; r_v – радиус, ограничивающий зону потоков выпучивания. Указанный радиус определяется по ДКЭМ МП ЭМ ВПД с продольным изменением магнитного потока; δ_x – величина воздушного зазора ЭМ ВПД с продольным изменением магнитного потока.

По аналогии с ЭМ ВПД с поперечным изменением магнитного потока dG_{air}^v можно представить в виде

$$dG_{air}^v = \mu_0 l d\rho / 2\pi r. \quad (35)$$

Проведя интегрирование выражения (32), получим:

$$G_{air}^v = \mu_0 l (2\pi)^{-1} \ln r_v. \quad (36)$$

Полная магнитная проводимость базового модуля ЭМ ВПД с ПМ и продольным изменением магнитного потока равна:

$$G_o = b_{\text{ПМ}} h_m^{-1} (\mu_0 l (2\pi)^{-1} \ln r_v + \mu_0 l b_{\text{ПМ}} \delta_x^{-1}) / (\mu_0 \mu_r^{-1} (2\pi)^{-1} \ln r_v + \mu_0 \mu_r^{-1} b_{\text{ПМ}} \delta_x^{-1} + b_{\text{ПМ}} h_m^{-1}). \quad (37)$$

Структурная схема математической модели для исследования электромагнитных процессов в ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока, разработанная на основе системы уравнений (12), показана на рис. 5.

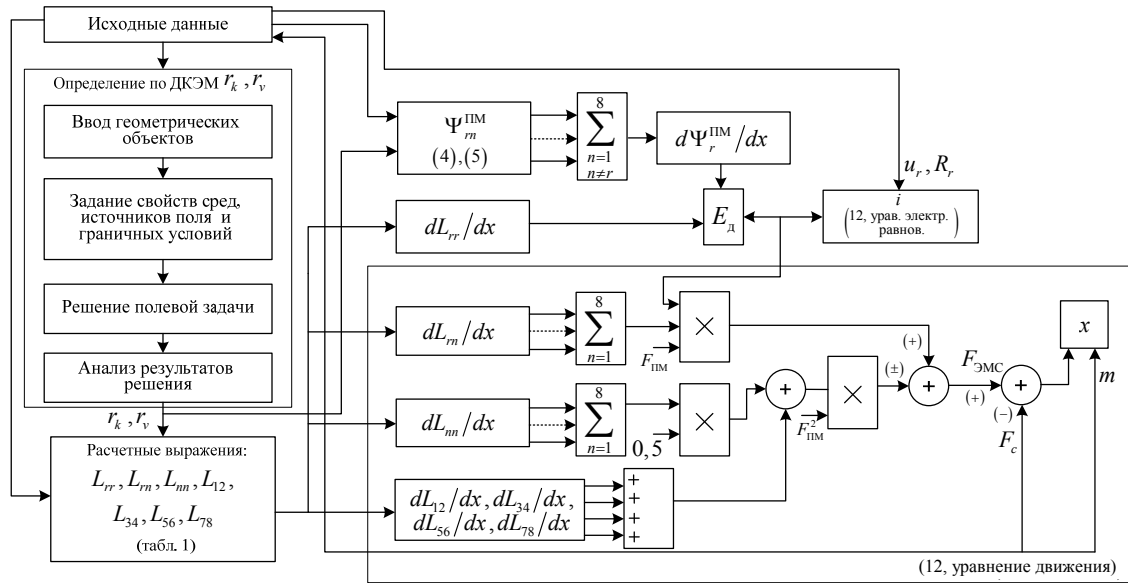


Рис. 5. Структурная схема математической модели для исследования электромагнитных процессов ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока

Результаты математического моделирования потокосцепления рабочей обмотки Ψ_r^{PM} ЭМ ВПД при перемещении подвижной части из крайнего левого в крайнее правое положение приведены на рис. 6.

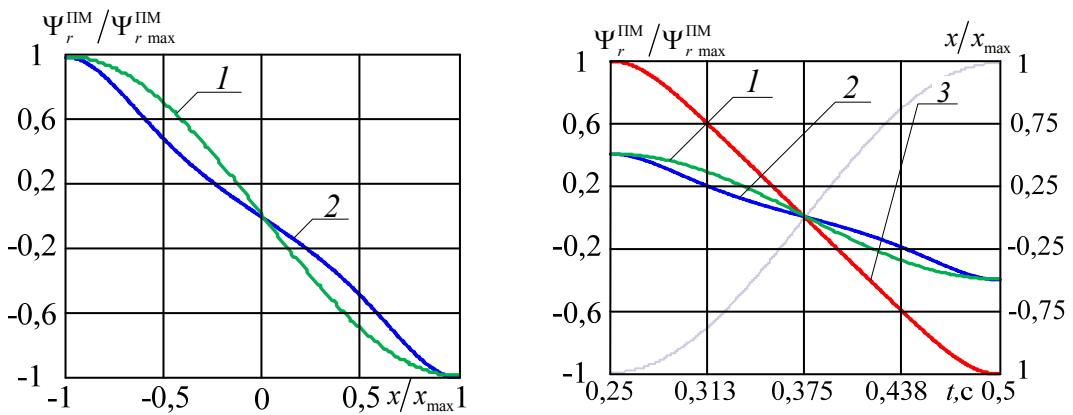


Рис. 6. Результаты математического моделирования потокосцепления рабочей обмотки ЭМ ВПД:
1, 2, 3 – ЭМ ВПД с поперечным, продольным и поперечно-продольным изменением магнитного потока соответственно

Результаты математического моделирования ЭДС движения E_d^{PM} , обусловленной ПМ в ЭМ ВПД с поперечно-продольным изменением магнитного потока, представлены на рис. 7.

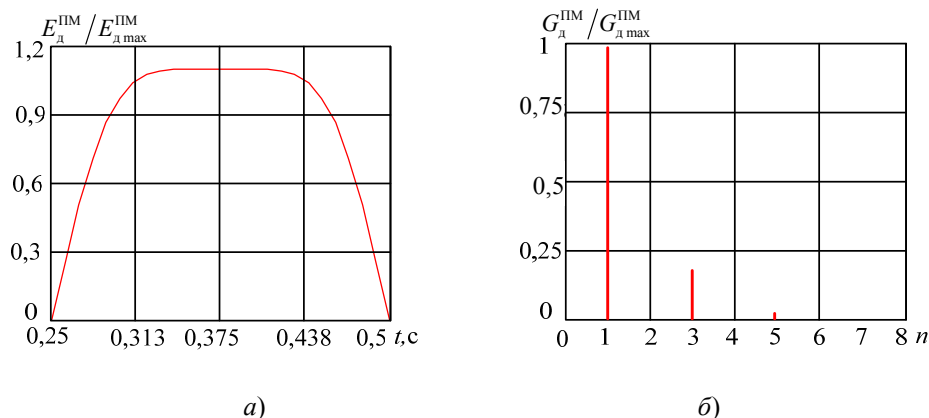


Рис. 7. Результаты математического моделирования ЭДС движения ЭМ ВПД с поперечно-продольным изменением магнитного потока:
а – временные диаграммы; б – спектральный состав

Результаты расчета магнитного потока через поверхность, заданную контуром Φ_S в базовом модуле ЭМ ВПД с ПМ и продольным изменением магнитного потока посредством (1) численного МКЭ и (2) аналитического методов, приведены на рис. 8. На рис. 8 показан усредненный на интервале повторяемости Φ_S . Условия моделирования: $b_{PM} = 20$ мм; $l = 20$ мм; $\delta_x = var$; $h_m = 5$ мм; $r_v = var$; $H_c = 900$ кА/м.

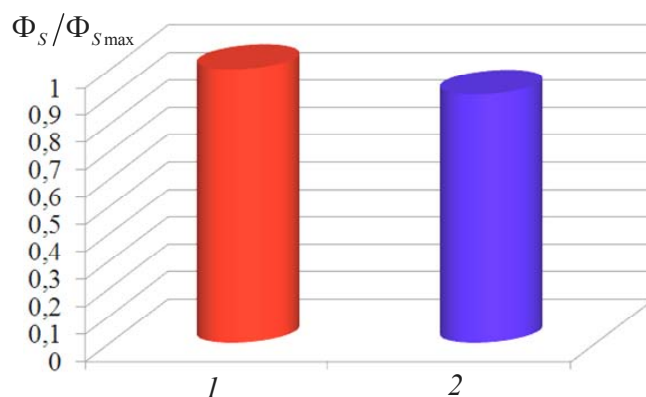


Рис. 8. Результаты расчета магнитного потока через поверхность, заданную контуром в базовом модуле ЭМ ВПД с продольным изменением магнитного потока

Расхождение результатов, полученных посредством аналитического и численного методов, не превышает 10 %. Такая погрешность является приемлемой для большинства инженерных расчетов. Погрешность обусловлена принятыми допущениями при разработке аналитической математической модели.

Заключение

Разработана ММ ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы. Отличительными особенностями предложенной ММ являются учет одновременного использования в магнитной системе поперечно-продольного изменения магнитного потока, проходящего через рабочую обмотку, а также применение теории поля для выявления наиболее вероятных путей распределения основных магнитных потоков в магнитной системе (зон потоков краевого эффекта и выпучивания). Новизна технических решений предлагаемой структуры ЭМ ВПД защищена патентом Республики Беларусь на изобретение [21].

Разработанная ММ позволяет получить основные параметры ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в двигательном режиме работы с приемлемой точностью. Также данная модель может служить основой для дальнейшего исследования, разработки способа управления движением подвижной части, выработки рекомендаций по применению и для оценки эффективности применения ЭМ ВПД с ПМ и поперечно-продольным изменением магнитного потока в современных электротехнических системах.

Литература

1. Хитерер, М. Я. Синхронные электрические машины возвратно-поступательного движения : учеб. пособие / М. Я. Хитерер, И. Е. Овчинников. – СПб. : Корона принт, 2013. – 357 с.
2. Сеницин, А. П. Совершенствование линейных генераторов с постоянными магнитами для автономных объектов : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.01 / А. П. Сеницин. – Самара, 2013. – 124 л.
3. Тарашев, С. А. Вентильный линейный генератор для систем электропитания автономных объектов : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.01 / С. А. Тарашев. – Самара, 2011. – 129 л.
4. Высоцкий, В. Е. Линейный генератор с постоянными магнитами для систем электропитания автономных объектов / В. Е. Высоцкий, С. А. Тарашев, А. П. Сеницин // Изв. вузов. Электромеханика. – 2010. – № 1. – С. 80–82.
5. Сергеевкова, Е. В. Синхронная электрическая машина возвратно-поступательного движения (генератор) : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.01 / Е. В. Сергеевкова. – М., 2011. – 118 л.
6. Ефимов, И. Г. Линейный электромагнитный привод / И. Г. Ефимов, А. В. Соловьев, О. А. Викторов ; науч. ред. С. А. Кобчин. – Л. : Изд-во Ленингр. гос. ун-та, 1990. – 210 с.
7. Ефимов, И. Г. Теория регулируемых линейных электромагнитных приводов и их применение в системах управления техническими объектами : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.03 / И. Г. Ефимов ; С.-Петерб. гос. техн. ун-т. – СПб., 1995. – 31 с.
8. Опыт разработки и применения линейных электромагнитных двигателей в оборудовании гибких производственных систем / И. Г. Ефимов [и др.]. – Л. : Ленингр. Дом науч.-техн. пропаганды, 1987. – 21 с.
9. Лобов, К. Ф. Линейный электромагнитный привод малых перемещений : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.03 / К. Ф. Лобов. – Л., 1987. – 200 л.
10. Соколов, М. М. Электропривод с линейными асинхронными двигателями / М. М. Соколов, Л. К. Сорокин. – М. : Энергия, 1974. – 136 с.
11. Саттаров, Р. Р. Исследование установившегося режима синхронного генератора возвратно-поступательного движения / Р. Р. Саттаров, Н. Л. Бабилова, Е. А. Полихач // Вестн. Уфим. гос. авиац. техн. ун-та. – 2007. – Т. 9, № 6. – С. 194–199.
12. Уайт, Д. Электромеханическое преобразование энергии / Д. Уайт, Г. Вудсон ; пер. с англ. Н. Ф. Ильинского [и др.] ; под ред. С. В. Страхова. – М. : Мир, 1964. – 528 с.
13. Вольдек, А. И. Электрические машины / А. И. Вольдек. – 3-е изд., перераб. – Л. : Энергия, 1978. – 832 с.

14. Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины / А. В. Иванов-Смоленский. – М. : Энергия, 1980. – 928 с.
15. Нейман, Л. А. К исследованию тяговых характеристик электромагнитных приводов с учетом зубчатости элементов магнитопровода / Л. А. Нейман, О. В. Рогова // Докл. Акад. наук высш. шк. Рос. Федерации. – 2013. – № 1. – С. 100–108.
16. Рымша, В. В. Математическое моделирование линейных вентильно-реактивных двигателей / В. В. Рымша // Электротехніка і електромеханіка. – 2003. – № 4. – С. 72–76.
17. Колпахчян, П. Г. Повышение эффективности линейного вентильно-индукторного генератора возвратно-поступательного действия / П. Г. Колпахчян, А. Е. Кочин, А. Р. Шайхiev // Научные тенденции: вопросы точных и технических наук : сб. науч. тр. / Междунар. науч.-исслед. федерация «Общественные науки». – СПб., 2016. – С. 25–31.
18. Нейман, Л. А. К решению задачи рационального выбора электромагнитного двигателя заданного габарита и веса на основе численного эксперимента / Л. А. Нейман // Науч. вестн. – 2013. – № 4 (53). – С. 184–190.
19. Менжинский, А. Б. Анализ структур электрических генераторов возвратно-поступательного движения / А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин, П. Б. Менжинский // Изобретатель. – Режим доступа: <https://izobretatel.by/nauchnye-publikacii/analiz-struktur-elektricheskikh-generatorov/>. – Дата доступа: 27.03.2020.
20. Фираго, Б. И. Теория электропривода : учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Изд. 2-е. – Минск : Техноперспектива, 2007. – 585 с.
21. Линейный генератор возвратно-поступательного движения : пат. 22842 Респ. Беларусь, МПК Н 02 К 35/00 (2006) / Суходолов Ю. В., Менжинский А. Б., Малашин А. Н., Колчин Е. В. ; опубл. 28.02.2020 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2020.
22. Менжинский, А. Б. Математическая модель генератора комбинированной конструкции возвратно-поступательного типа / А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин, Ю. Г. Коваль // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2018. – № 2. – С. 74–85.
23. Балагуров, В. А. Проектирование специальных электрических машин переменного тока / В. А. Балагуров. – М. : Высш. шк., 1982. – 272 с.
24. Балагуров, В. А. Электрические генераторы с постоянными магнитами / В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
25. Буль, Б. К. Основы теории и расчета магнитных цепей / Б. К. Буль. – М. ; Л. : Энергия, 1964. – 464 с.
26. Копылов, И. П. Математическое моделирование электрических машин : учебник / И. П. Копылов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 2001. – 327 с.
27. Овчинников, И. Е. Теория вентильных электрических двигателей / И. Е. Овчинников ; отв. ред. В. В. Хрущев. – Л. : Наука, 1985. – 164 с.
28. ELCUT Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.3.1. – СПб. : Тор, 2018. – Режим доступа: https://elcut.ru/downloads/manual_r_pocket.pdf. – Дата доступа: 24.05.2018.
29. Ледовский, А. Н. Электрические машины с высококоэрцитивными постоянными магнитами / А. Н. Ледовский. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 169 с.

30. Кулон, Ж.-Л. САПР в электротехнике / Ж.-Л. Кулон, Ж.-К. Сабоннадьер ; пер. с фр. В. А. Соколова ; под ред. Э. К. Стрельбицкого. – М. : Мир, 1988. – 204 с.
31. Андреева, Е. Г. Математическое моделирование электромагнитных процессов систем с незамкнутым магнитопроводом / Е. Г. Андреева, И. А. Семина // Россия молодая: передовые технологии – в промышленность. – 2015. – № 1. – С. 98–104.

Получено 28.10.2021 г.