

УДК 629.113-592

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДВУХЗВЕННЫХ ПНЕВМОЦЕПЕЙ В ОДНОЗВЕННЫЕ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ИХ ДИНАМИКИ

В.П. АВТУШКО, П.Р. БАРТОШ, С.В. ГИЛЬ

*Белорусский национальный технический университет,
г. Минск*

При разработке математических моделей разветвлённых пневматических приводов различного назначения часто возникает необходимость выполнять с допустимой для расчёта погрешностью преобразование двухзвенных пневмоцепей в однозвенные. Такая задача представляет практический интерес, так как это позволяет понизить порядок математической модели многозвенного привода.

В работе рассмотрены два варианта преобразования двухзвенных пневмоцепей (рис. 1а,г) в однозвенные.

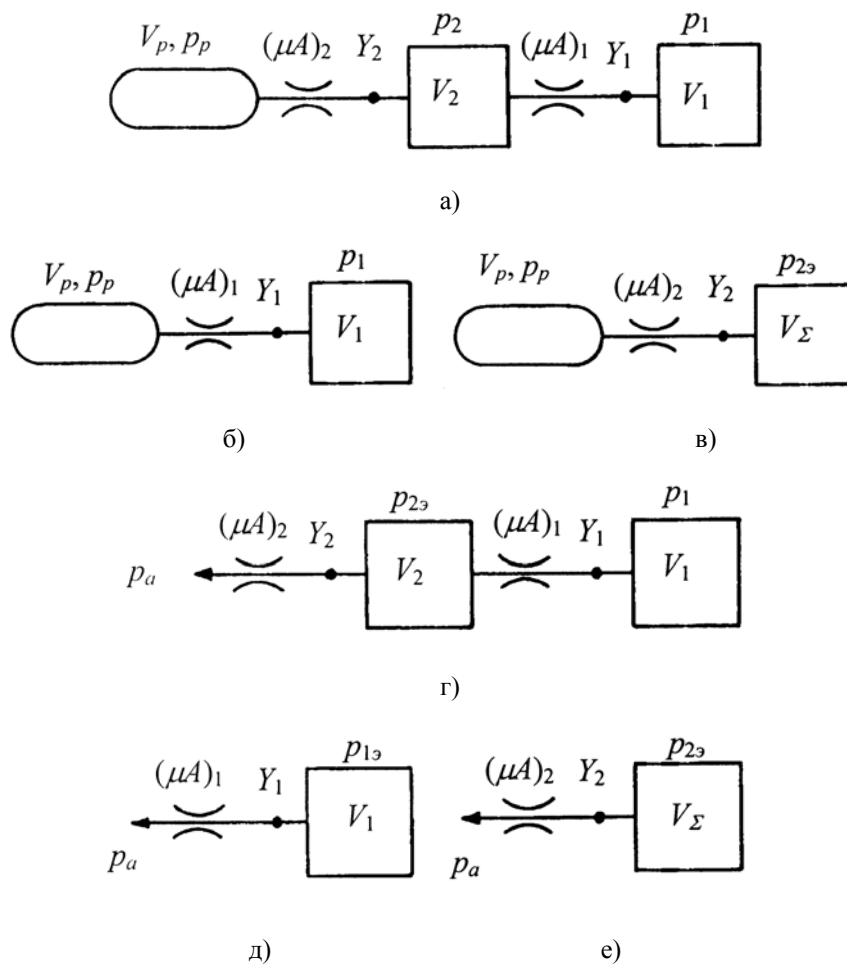


Рис 1. Расчётные схемы пневмоцепей: а, г – исходные двухзвенные; б, д – однозвенные для первого варианта преобразования; в, е – однозвенные для второго варианта преобразования (а, б, в – при наполнении ёмкости; г, д, е – для опорожнения ёмкости)

1. При $(\mu A)_2 > (\mu A)_1$ ($\beta = (\mu A)_1 / (\mu A)_2 < 1$) ёмкость объёмом V_1 наполняется (рис. 1б) или опоражняется (рис. 1д) через дроссель с пропускной способностью $(\mu A)_1$, давление в ёмкости $p_{1\gamma}$, (где $(\mu A)_1$ и $(\mu A)_2$ – пропускные способности пневмосопротивлений, расположенных, соответственно, между емкостями V_1 , V_2 и между ресивером (атмосферой) и ёмкостью V_2).

При этом в процессе наполнения промежуточная ёмкость V_2 относится к ресиверу, а в процессе опорожнения – к атмосфере и, следовательно, не учитывается.

2. При $(\mu A)_2 < (\mu A)_1$ ($\beta > 1$) ёмкость объёма $V_\Sigma = V_1 + V_2$ наполняется (рис. 1в) или опоражняется (рис. 1е) через дроссель с пропускной способностью $(\mu A)_2$, давление в ёмкости $p_{2\gamma}$.

Для описания динамических процессов, происходящих в двухзвенных и однозвенных пневмоцепях, использованы уравнения балансов мгновенных массовых расходов воздуха в узлах пневмоцепей. Составляющими указанных балансов являются мгновенные массовые расходы воздуха в ёмкостях (уравнения состояния воздуха в ёмкостях) и мгновенные массовые расходы воздуха через пневматические сопротивления, полученные при использовании гиперболической газодинамической функции расхода воздуха [1].

Динамика двухзвенной пневмоцепи при наполнении емкостей (рис. 1а) описывается системой дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} &= \frac{kv_0 B_0}{V_2} \left((\mu A)_2 p_p \frac{p_p - p_2}{B_1 p_p - p_2} - (\mu A)_1 p_2 \frac{p_2 - p_1}{B_1 p_2 - p_1} \right); \\ \frac{dp_1}{dt} &= kv_0 B_0 \frac{(\mu A)_1}{V_1} p_2 \frac{p_2 - p_1}{B_1 p_2 - p_1} \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Для первого варианта преобразования (рис. 1б) имеем уравнение

$$dp_{1\gamma} / dt = kv_0 B_0 \left((\mu A)_1 / V_1 \right) p_p \left((p_p - p_{1\gamma}) / (B_1 p_p - p_{1\gamma}) \right). \quad (2)$$

Решая уравнение (2), находим время наполнения t_{nm1} ёмкости V_1 через дроссель $(\mu A)_1$ до конечного давления $\sigma_{1\gamma k} = p_{1\gamma} / p_p = \sigma_{нач} + a(1 - \sigma_{нач})$

$$t_{nm1} = V_1 K_1 / (kB_0 v_0 (\mu A)_1), \quad (3)$$

где $K_1 = (\sigma_{1\gamma k} - \sigma_{нач}) + (B_1 - 1) \ln((1 - \sigma_{нач}) / (1 - \sigma_{1\gamma k}))$.

Систему (1) приведём к безразмерному виду, используя параметры: $\sigma_1 = p_1 / p_p$; $\sigma_2 = p_2 / p_p$; $\tau = t / t_{nm1}$; $\gamma = V_1 / V_2$ и после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_2 / d\tau &= K_1 \gamma \left((1 - \sigma_2) / \beta (B_1 - \sigma_2) \right) - \sigma_2 (\sigma_2 - \sigma_1) / (B_1 \sigma_2 - \sigma_1) \\ d\sigma_1 / d\tau &= K_1 \sigma_2 (\sigma_2 - \sigma_1) / (B_1 \sigma_2 - \sigma_1) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Решая систему (4) численным методом на ЭВМ находим при $\tau = 1$ конечное давление $\sigma_{1\gamma k}$ в ёмкости V_1 для различных параметров γ и β и далее определяем погрешность замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную для первого варианта преобразования $\varepsilon_{n1} = ((\sigma_{1\gamma k} / \sigma_{1\gamma k}) - 1) 100 \%$.

Для второго варианта преобразования пневмоцепи при наполнении ёмкости $V_\Sigma = V_1 + V_2 = (1 + \gamma)V_2$ (рис. 1в) переходной процесс описывается дифференциальным уравнением

$$dp_{2э} / dt = kv_0 B_0 ((\mu A)_2 / (1 + \gamma) V_2) p_p ((p_p - p_{2э}) / (B_1 p_p - p_{2э})). \quad (5)$$

Решая уравнение (5), получаем время наполнения t_{nm2} постоянной ёмкости V_Σ до конечного давления $\sigma_{2эк} = p_{2э} / p_p = \sigma_{нач} + a(1 - \sigma_{нач})$

$$t_{nm2} = ((1 + \gamma) V_\Sigma K_1) / ((\mu A)_2 k B_0 v_0), \quad (6)$$

где $K_1 = (\sigma_{2эк} - \sigma_{нач}) + (B_1 - 1) \ln((1 - \sigma_{нач}) / (1 - \sigma_{2эк}))$.

Систему (1) приведём к безразмерному виду, используя $\tau = t / t_{nm2}$, и после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_2}{d\tau} &= K_1 (1 + \gamma) \left(\frac{1 - \sigma_2}{B_1 - \sigma_2} - \beta \sigma_2 \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{B_1 \sigma_2 - \sigma_1} \right); \\ \frac{d\rho_2}{d\tau} &= K_1 \frac{(1 + \gamma)}{\gamma} \beta \sigma_2 \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{B_1 \sigma_2 - \sigma_1} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (7) численным методом на ЭВМ, находим $\sigma_{1к}$ при $\tau = 1$ для различных параметров γ и β , и далее определим погрешность замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную для второго варианта преобразования $\varepsilon_{н2} = ((\sigma_{1к} / \sigma_{2эк}) - 1) 100\%$.

Динамика двухзвенной пневмоцепи при опорожнении емкостей описывается системой дифференциальных уравнений (рис. 1г)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= -kv_0 B_0 \frac{(\mu A)_1}{V_1} p_1 \frac{p_1 - p_2}{B_1 p_1 - p_2}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \frac{kv_0 B_0}{V_2} ((\mu A)_1 p_1 \frac{p_1 - p_2}{B_1 p_1 - p_2} - (\mu A)_2 p_2 \frac{p_2 - p_a}{B_1 p_2 - p_a}) \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Для однозвенной схемы (рис. 1д) имеем уравнение

$$dp_{1э} / dt = -kv_0 B_0 ((\mu A)_1 / V_1) p_{1э} ((p_{1э} - p_a) / (B_1 p_{1э} - p_a)). \quad (9)$$

Решая уравнение (9), получаем время опораживания t_{om1} постоянной ёмкости V_1 до давления $\sigma_{1эк} = p_{1э} / p_p = 1 - a(1 - \sigma_{нач})$

$$t_{om1} = V_1 K_2 / ((\mu A)_1 k B_0 v_0), \quad (10)$$

где $K_2 = \ln(1 / \sigma_{1эк}) + (B_1 - 1) \ln((1 - \sigma_{нач}) / (\sigma_{1эк} - \sigma_{нач}))$.

Систему (8) приводим к безразмерному виду, используя параметры $\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \beta, \tau = t / t_{om1}$, а также $\sigma_a = p_a / p_p$, и после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_2}{d\tau} &= K_2 \gamma \left(\sigma_1 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{B_1 \sigma_1 - \sigma_2} - \frac{1}{\beta} \sigma_2 \frac{\sigma_2 - \sigma_a}{B_1 \sigma_2 - \sigma_a} \right); \\ \frac{d\sigma_1}{d\tau} &= -K_2 \sigma_2 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{B_1 \sigma_1 - \sigma_2} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Решая систему уравнения (11) численным методом на ЭВМ, находим $\sigma_{1к}$ при $\tau = 1$ для различных параметров χ и β , и затем определяем погрешность замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную для первого варианта преобразования $\varepsilon_{01} = ((\sigma_{1к} / \sigma_{1эк}) - 1)100\%$.

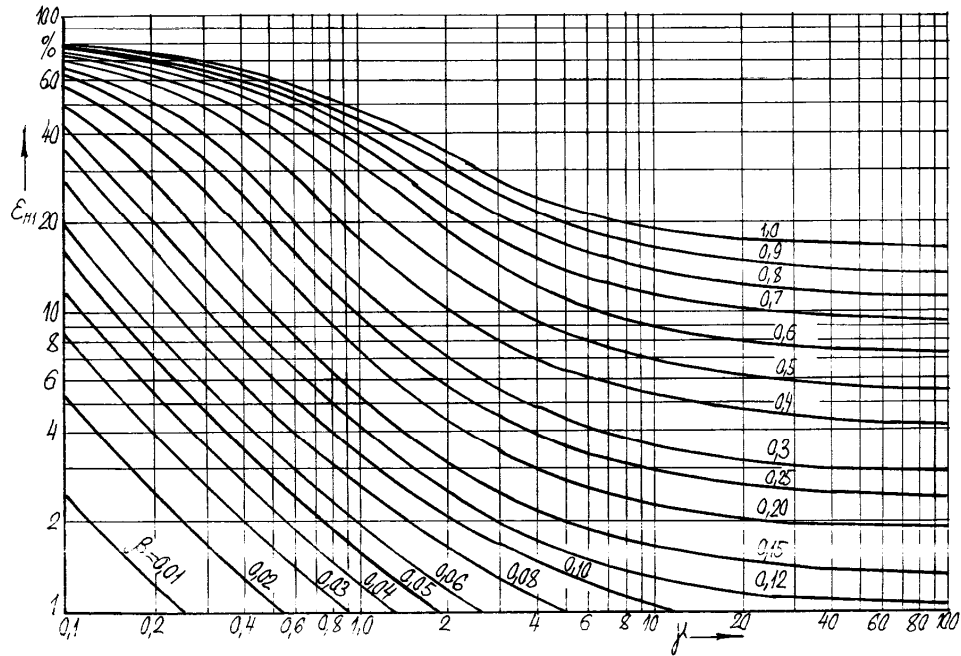


Рис. 2. Номограмма для определения погрешности замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную при наполнении ёмкости для первого варианта преобразования

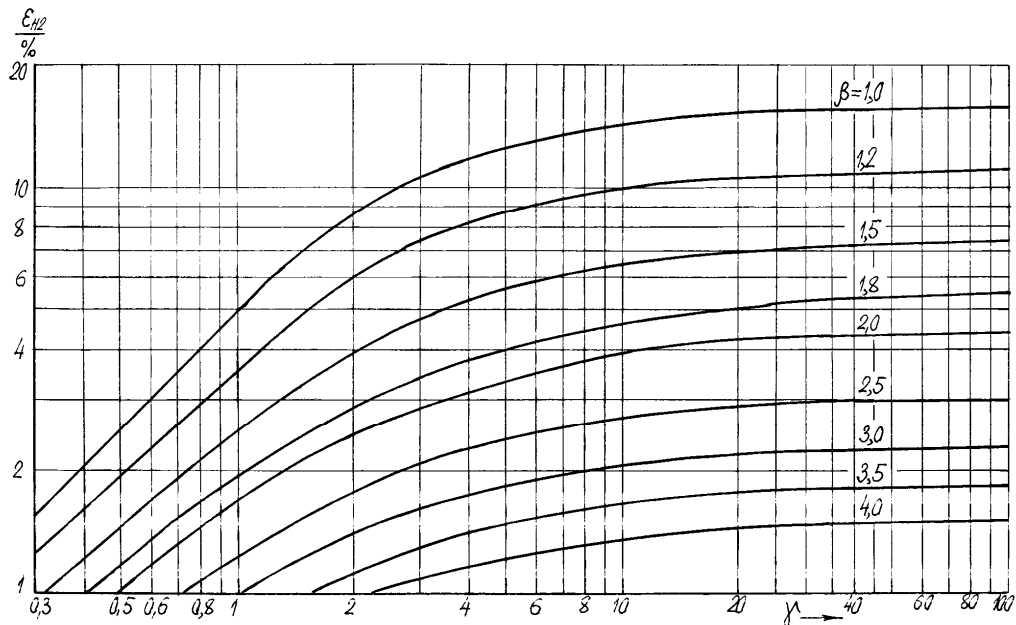


Рис. 3. Номограмма для определения погрешности замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную при наполнении ёмкости для второго варианта преобразования

Для второго варианта преобразования двухзвенной пневмоцепи при опорожнении ёмкости V_{Σ} (рис. 1д) переходный процесс описывается дифференциальным уравнением

$$dp_{2э} / dt = -k\nu_0 B_0 ((\mu A)_2 / (1 + \gamma) V_2) p_{2э} ((p_{2э} - p_a) / (B_1 p_{2э} - p_a)). \quad (12)$$

Решив уравнение (12), получим время опорожнения t_{om2} ёмкости V_Σ до конечного давления $\sigma_{2эк} = p_{2э} / p_p = \sigma_{нач} + a(1 - \sigma_{нач})$

$$t_{om2} = (1 + \gamma) V_2 K_2 / (\mu A)_2 k B_0 \nu_0, \quad (13)$$

где $K_2 = \ln(1 / \sigma_{2эк}) + (B_1 - 1) \ln((1 - \sigma_a) / (\sigma_{2эк} - \sigma_a))$.

Систему (8) приводим к безразмерному виду, используя параметры $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_a, \gamma, \beta, \tau = t / t_{om2}$, и после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_2}{d\tau} &= K_2 (1 + \gamma) \left(\beta \sigma_1 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{B_1 \sigma_1 - \sigma_2} - \sigma_2 \frac{\sigma_2 - \sigma_a}{B_1 \sigma_2 - \sigma_a} \right); \\ \frac{d\sigma_1}{d\tau} &= -K_2 \frac{(1 + \gamma)}{\gamma} \beta \sigma_1 \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{B_1 \sigma_1 - \sigma_2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решая систему (14) численным методом, находим $\sigma_{1к}$ при $\tau = 1$ для различных параметров γ и β , и затем определяем погрешность замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную для второго варианта преобразования $\varepsilon_{o2} = ((\sigma_{1к} / \sigma_{2эк}) - 1) 100\%$. По вышеприведенным алгоритмам на языке Паскаль разработаны четыре программы для расчёта погрешностей замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенные для двух вариантов преобразований. Расчёт погрешностей производился для широкого диапазона изменения безразмерных параметров γ и β . По результатам расчётов для $\sigma_{нач} = 0,125$ и $a = 0,9$ построены номограммы для определения погрешностей замены двухзвенных пневмоцепей на однозвенные в зависимости от параметров γ и β для двух вариантов преобразования. В качестве примера на рис. 2 и 3 приведены номограммы для определения погрешности замены двухзвенной пневмоцепи на однозвенную при наполнении ёмкости для первого и второго вариантов преобразования. Построенные номограммы позволяют оценивать погрешности замены двухзвенных пневмоцепей на однозвенные, а также решать обратную задачу, т. е. определить область относительных параметров двухзвенной пневмоцепи γ и β , при которой с заданной погрешностью можно проводить такую замену.

Литература

1. Метлюк Н.Ф., Автушко В.П. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей. – М.: Машиностроение, 1980. – 231 с.

Получено 11.10.2002 г.