

УДК 539.3: 621.897

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СОПРЯЖЕНИЯХ МИКРОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**С.В. ШИЛЬКО, В.Е. СТАРЖИНСКИЙ***ГНУ ИММС НАН Беларуси, г. Гомель***А.П. БАБИН, М.В. ЗЕРНИН***Брянский государственный технический университет,  
Россия*

### Введение

Динамичное развитие микросистемной техники обусловлено сочетанием в одном устройстве механических и электрических компонентов наряду с использованием новых для машиностроения технологий микроэлектроники, что облегчает массовое производство изделий. В частности, весьма эффективны микроэлектромеханические системы (МЭМС), выполняющие функцию передачи энергии и движения [1], например, с использованием миниатюрных зубчатых передач [2]. Как и в устройствах традиционного размерного исполнения, типичными узлами МЭМС являются трибосопряжения (подшипники, зубчатые колеса, шарниры и т. д.). Пример подобного изделия в виде изготовленной по LIGA-технологии миниатюрной планетарной передачи с модулями зубчатых колес менее 100 мкм показан на рис. 1. Ведущие и ведомые элементы конструкции располагаются на подвижных плитах, которые могут перемещать эти элементы по поверхности подложки и обеспечивают их взаимодействие друг с другом и внешними устройствами.

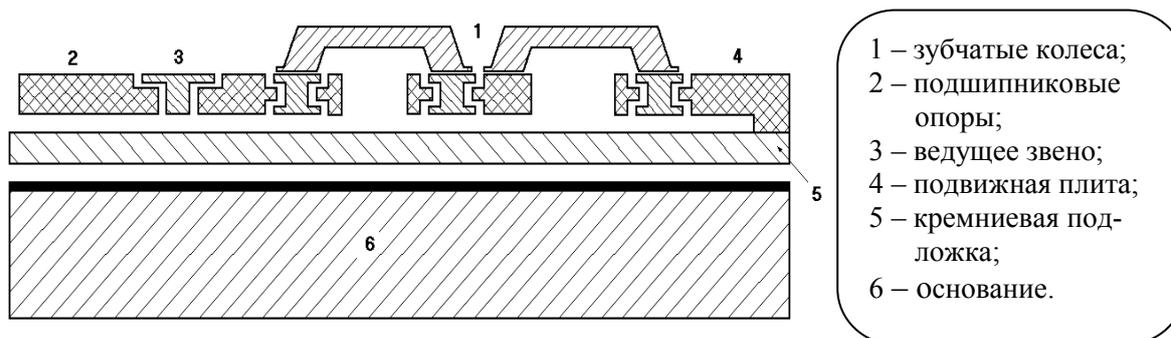


Рис. 1. Схема миниатюрной зубчатой передачи, изготовленной при помощи пяти-уровневого технологического процесса

Однако прочностные и триботехнические расчеты указанных трибосопряжений практически не разработаны, т. к. миниатюризация сопряжений привела к появлению специфических явлений, существенно влияющих на характеристики трения, изнашивания и контактной прочности.

### 1. Особенности контактного взаимодействия в МЭМС

А. Масштабный эффект в МЭМС обусловлен, с одной стороны, близостью характерных размеров структурных составляющих материала деталей, самих деталей и

адсорбированных их поверхностью слоев влаги. К примеру, модуль зацепления сверхминиатюрных зубчатых колес (50-100 мкм) становится соизмеримым с величиной надмолекулярных структур и армирующих фаз в полимерных материалах, используемых для изготовления указанных деталей.

Б. Этот эффект проявляется также в возрастании, по сравнению с объемными силами (например, инерционными), роли поверхностных сил трения и адгезии, а также ухудшении теплоотвода [1, 3]. Детали, включающие тонкие пленки микрометрической толщины, оказываются весьма чувствительными к указанным поверхностным силам. В результате существенно и иногда катастрофически снижается надежность МЭМС, вплоть до полного разрушения деталей в результате схватывания сопряженных поверхностей.

В. В целях стабильного функционирования микросистемной техники разрабатывается новое поколение адаптивных (динамически оптимальных) материалов [4] (в частности, на основе пьезокомпозитов), в которых реализуется принцип авторегулирования условий контактного взаимодействия путем изменения объемных (деформационных) и поверхностных (фрикционных, адгезионных) характеристик. В этом случае появляется дополнительная нелинейность, обусловленная возникновением контура электромеханической обратной связи.

Вышеназванные факторы не учитываются в практике расчета и конструирования традиционных сопряжений деталей машин. Необходимо модифицировать существующие расчетные схемы и методы прикладной механики (в первую очередь, методы граничных и конечных элементов) для прочностного анализа трибосопряжений микроскопических размеров. Анализ подобных задач актуален также в рамках механики контактного разрушения [5], например при изучении процесса микроиндентирования (атомно-силовая микроскопия, нанотехнология и др. приложения).

## **2. Разработка алгоритма граничноэлементного расчета сопряжений МЭМС**

К числу эффективных процедур численного анализа следует отнести метод граничных элементов (МГЭ), позволяющий выполнить весьма экономичный анализ напряженно-деформированного состояния деталей с учетом реальной геометрии деталей и поверхностных явлений [6]. Метод является, в сущности, полуаналитическим, поскольку подразумевает совместное использование фундаментальных решений и пространственной дискретизации, которой подвергается лишь контур деформируемой области. Численное решение на границе и внутри тела строится на основе суперпозиции элементарных влияний, определяемых через соотношения, полученные для простых сингулярных задач. При этом добиваются приближенного выполнения заданных граничных условий на каждом элементе контура. Метод имеет два достоинства: сокращение на единицу геометрической размерности задачи и простоту описания бесконечных областей. МГЭ позволяет отразить наиболее сложные граничные условия и описать существенную нелинейность контактного взаимодействия.

Формулировка задачи. В качестве примера использования МГЭ приведем численный анализ процесса трения в адаптивном микросопряжении с пьезоэлектрическим слоем конечных размеров, схема которого показана на рис. 2. Слой представляет собой композит, образованный наполнением полимерной матрицы пьезочастицами. Рассматривается характерный для сопряжений МЭМС режим схватывания поверхностей, вызывающий локальную концентрацию напряжений сдвига. Напряжение сдвига генерирует сигнал в пьезочастицах-сенсорах и вызывает пропорциональную реакцию (констрикцию) сопряженных с ними пьезочастиц-актуаторов, способствующую уменьшению контактного давления и, тем самым, препятствующую схва-

тиванию. Введем предположение, что актуаторная реакция пьезочастицы эквивалентна локальному уменьшению податливости в зоне актуации ЗА. Для определенности считаем, что зона актуации имеет прямоугольную форму, приращение высоты которой пропорционально уровню напряжения сдвига на поверхности контакта.

Моделирование схватывания и обратного ему процесса – разделения («antilocking process») поверхностей – может быть осуществлено при помощи эффективной релаксационной процедуры, поскольку неоднородность граничных условий задачи приводит к нелинейности деформирования даже в случае линейно-упругого (в локальных объемах) материала. Воспользуемся МГЭ в виде непрямого метода источников, позволяющего решать контактные задачи трибологии с высокой точностью и экономичностью [6, 7]. В частности, анализ контактного взаимодействия с учетом подобной нелинейности материала проводили при помощи программы «BEL» [7].

В примере расчета адаптивного сопряжения МЭМС рассматривалось индентирование слоя жестким телом прямоугольной формы (рис. 2).

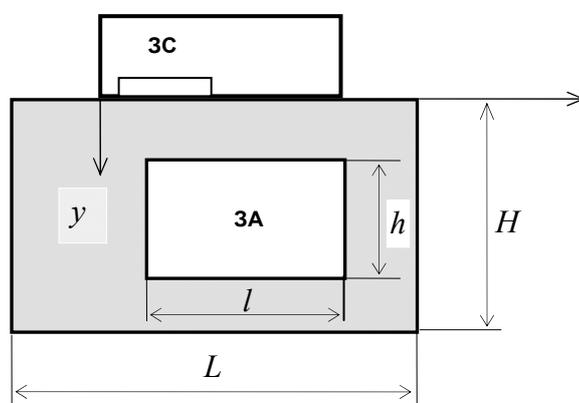


Рис. 2. Схема контактного нагружения в сопряжении МЭМС

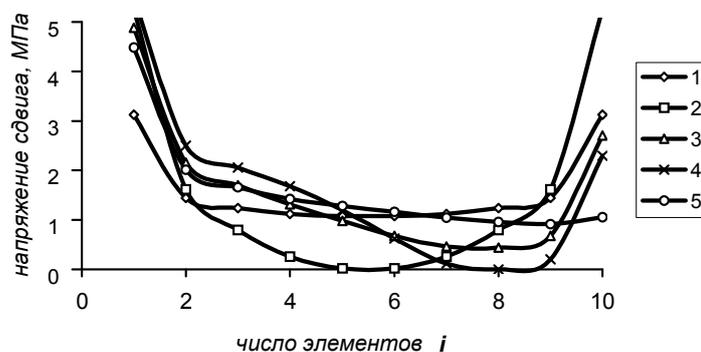


Рис. 3. Распределение напряжения сдвига в контакте в процессе адаптации

Результаты были получены для материала с начальным модулем упругости  $E = 1000$  МПа и коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,4$  при плоской деформации. Длина  $L$  и высота  $H$  покрытия составляли 5 мкм и 3 мкм. В области контакта  $S_c$  вводилась зона схватывания ЗС на участке длиной  $0,1S_c$  путем задания anomalно высокого коэффициента трения  $f_0 = 2$ . Дискретизация контактной поверхности включала 20 граничных элементов и обеспечивала высокую точность решения контактной задачи.

Начальное состояние (кривая 1) соответствует контактному деформированию физически линейного слоя (без актуации). В численном примере процесс моделировался по шагам (эпюры касательных напряжений 2-5) в правой части слоя.

Показано, что на заключительной стадии адаптации (кривая 5 указанных выше распределений) имеет место эффективное уменьшение концентрации напряжений трения вблизи правой кромки контртела по сравнению с аналогичной зоной вблизи левой кромки, где изменение свойств материала отсутствовало. Моделируемый процесс напоминает явление термоупругой неустойчивости при трении, когда локальный износ неровностей способствует снижению пиковых напряжений и температур на пятнах касания.

### 3. Разработка алгоритма конечноэлементного расчета сопряжений МЭМС

Нелинейность деформирования материала хорошо описывается методом конечных элементов, в первую очередь, его вариантами, не требующими перестройки матрицы жесткости в процессе итерационного поиска решения. К последним относятся методы дополнительных напряжений и деформаций. Так как каждый из указанных вариантов накладывает существенные ограничения на свойства материалов, предлагается их модификация, позволяющая существенно расширить решаемый класс задач.

При реализации метода конечных элементов в случае линейной упругости материала задача сводится к решению системы линейных уравнений с  $n$  неизвестными, где  $n$  – число степеней свободы расчетной схемы

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (1)$$

где  $\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \dots \end{Bmatrix}$  – вектор напряжений;  $\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \end{Bmatrix}$  – вектор деформаций;  $[D]$  – матрица жесткости.

Как отмечено выше, особенность решения задач о контактном взаимодействии в МЭМС состоит в существенной нелинейности упругих свойств материала поверхностного слоя, что в терминах конечноэлементной аппроксимации учитывается матрицей жесткости с переменными коэффициентами:

$$\{\sigma\} = [D(\{\varepsilon\})] \cdot \{\varepsilon\}. \quad (2)$$

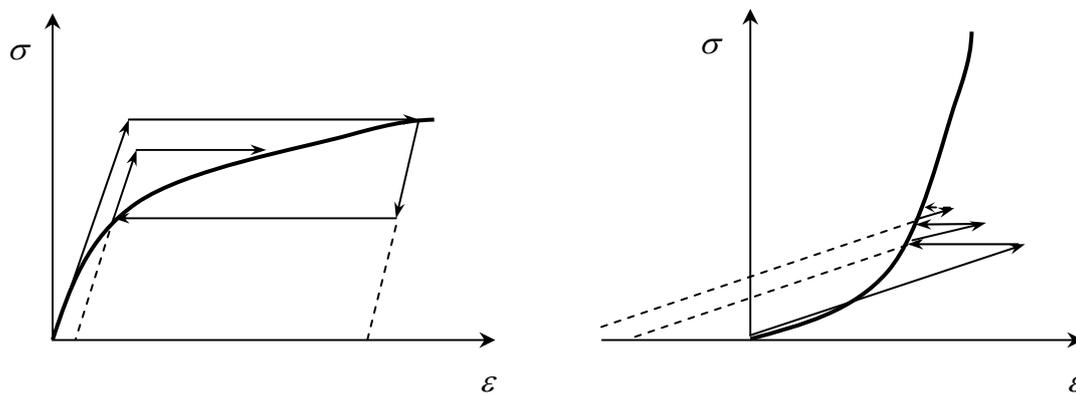
Неизвестные в системе нелинейных уравнений (2) обычно определяются в виде последовательности решений систем линейных уравнений, получаемой несколькими способами. В зависимости от способа сведения исходной задачи к указанной последовательности можно выделить ряд методов со своими достоинствами и недостатками.

Так, принимая на каждой итерации  $[D(\{\varepsilon\})] = const$ , можно свести исходную задачу к последовательности линейных задач, корректируя на каждой итерации матрицу  $[D]$ . Рассмотренный метод называется методом переменных параметров и находит свое применение при решении задач пластичности. Недостатком этого метода является необходимость решать на каждой итерации систему уравнений полностью, так как при изменении матрицы  $[D]$  меняется система разрешающих уравнений.

Более перспективными являются методы, не требующие перестройки системы разрешающих уравнений на каждой итерации. Рассмотрим кратко эти методы.

Представим нелинейные свойства конечных элементов в виде

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} + \varepsilon_0(\{\varepsilon\})). \quad (3)$$



а)

б)

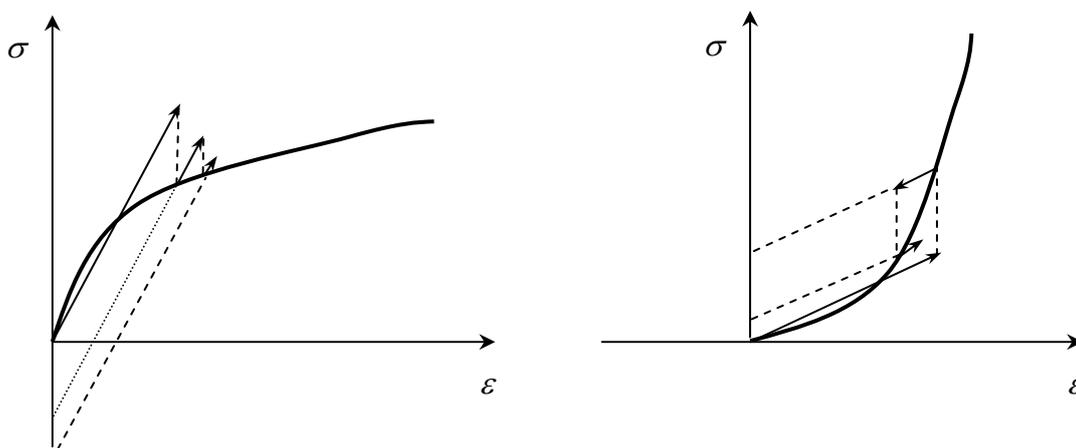
Рис. 4. Сходимость метода дополнительных деформаций

При  $\varepsilon_0(\{\varepsilon\}) = const$  на каждой итерации нелинейная задача сводится к последовательности решений линейных задач с начальной деформацией (метод дополнительных деформаций). Сходимость метода иллюстрируется на рис. 4. К недостаткам метода можно отнести невозможность его применения для анализа напряженно-деформированного состояния жестко-пластических тел, а также низкую скорость сходимости примера (а) по сравнению с примером (б).

Если же записать нелинейные свойства конечного элемента в виде

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} - \sigma_0(\{\varepsilon\}), \tag{4}$$

то при  $\sigma_0(\{\varepsilon\}) = const$  на каждой итерации нелинейная задача сводится к последовательности решений линейных задач с начальным напряжением. Такой метод называется методом дополнительных напряжений. Сходимость этого метода представлена на рис. 5.



а)

б)

Рис. 5. Сходимость метода дополнительных напряжений

К недостаткам метода дополнительных напряжений можно отнести невозможность его применения для тел, имеющих жесткую зависимость напряжений от деформаций, а также низкую скорость сходимости случая (б) по сравнению со случаем (а).

Нетрудно заметить, что там, где не эффективен метод дополнительных деформаций, хороших результатов можно добиться методом дополнительных напряжений и наоборот.

Представим нелинейные свойства конечных элементов в виде

$$\{\sigma\} = [D] \cdot (\{\varepsilon\} + \varepsilon_0(\{\varepsilon\})) - \sigma_0(\{\varepsilon\}). \quad (5)$$

При  $\varepsilon_0(\{\varepsilon\}) = const$  и  $\sigma_0(\{\varepsilon\}) = const$  на каждой итерации нелинейная задача сводится к последовательности линейных задач с начальными напряжениями и деформациями. При этом в случае (а) на последующей итерации корректируем  $\varepsilon_0(\{\varepsilon\})$ , а в случае (б) –  $\sigma_0(\{\varepsilon\})$ . Таким образом, разработанный комбинированный метод дополнительных напряжений и деформаций лишен ранее указанных недостатков.

Для того чтобы выявить преимущества предложенного подхода перед методом переменных параметров, получим зависимость разрешающей системы уравнений от значений  $\varepsilon_0(\{\varepsilon\}) = const$  и  $\sigma_0(\{\varepsilon\}) = const$ .

Деформацию элемента через перемещения узлов КЭ можно записать в виде

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}. \quad (6)$$

Запишем энергетический критерий для энергии деформации

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\} \rightarrow \min. \quad (7)$$

Из уравнения Лагранжа следует условие

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \{U\}} = 0. \quad (8)$$

Подставив (6) в выражение (7), получим

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \int_V \{U\}^T [B]^T ([D]\{\varepsilon\} + [D]\varepsilon_0(\{\varepsilon\}) - \sigma_0(\{\varepsilon\})) [B]\{U\} dV - \{U\}^T \{P\}. \quad (9)$$

Имеем

$$\int_V [B]^T [D] [B] \{U\} dV = \{P\} - \int_V [B]^T [D] \varepsilon_0(\{\varepsilon\}) dV + \int_V [B]^T \sigma_0(\{\varepsilon\}) dV. \quad (10)$$

Если на каждой итерации  $\varepsilon_0(\{\varepsilon\}) = const$  и  $\sigma_0(\{\varepsilon\}) = const$ , левая часть уравнения не меняется. Это позволяет провести факторизацию матрицы жесткости и уменьшить время решения задачи, что нельзя сделать в методе дополнительных параметров. Корректируя по изложенному выше алгоритму значения  $\varepsilon_0(\{\varepsilon\}) = const$  и  $\sigma_0(\{\varepsilon\}) = const$ , решаем задачу до тех пор, пока значения  $\{U\}$  не перестанут изменяться.

На рис. 6 представлена сходимость рассматриваемого алгоритма для решения контактной задачи с известной площадкой контакта с использованием КЭ с реальными свойствами. При этом задача была решена с различными вариантами значений коэффициентов матрицы  $[D]$ , а также различными вариантами приложения внешней

нагрузки (по частям и всей сразу). Как видно из рис. 6, для всех рассмотренных вариантов результат решения остался неизменным, что свидетельствует о достаточно высокой устойчивости решения. Следует отметить, что для заданных свойств конечного элемента методы дополнительных напряжений и деформаций в отдельности не обеспечили устойчивого результата.

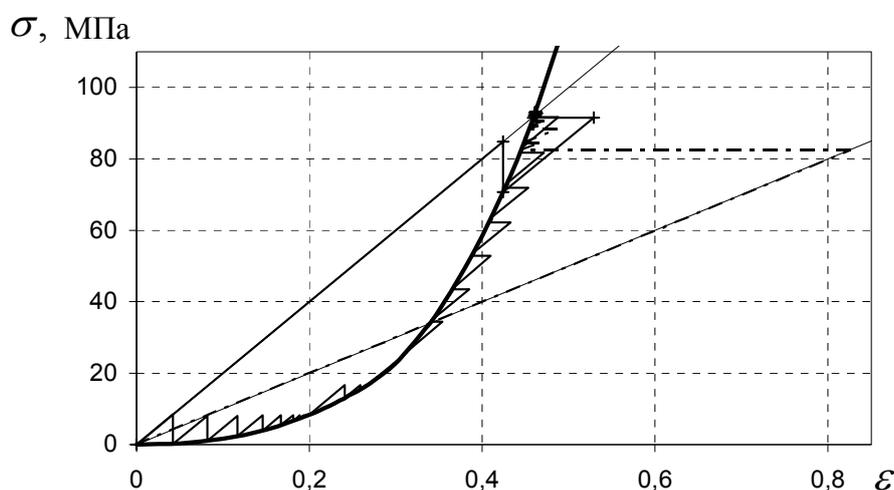


Рис. 6. Сходимость комбинированного метода

Здесь следует отметить и тот факт, что описанный подход может применяться не только для учета нелинейностей контактного слоя, но и для описания напряженно-деформированного состояния, где нелинейность обусловлена нелинейными свойствами материала (например, пластичностью), как показано на рис. 7.

Разница состоит лишь в том, что записываются выражения, связывающие интенсивности деформаций и напряжений. Таким образом, алгоритм решения задачи включает следующие действия:

- на текущей итерации определяются векторы напряжений и деформаций;
- вычисляется интенсивность напряжений и деформаций;
- по известной зависимости  $\sigma_i = \Phi(\epsilon_i)$  определяются  $\epsilon_0$  и  $\sigma_0$ ;
- вычисляются векторы начальных напряжений и деформаций для следующей итерации  $\epsilon_0(\{\epsilon\}) = const$  и  $\sigma_0(\{\sigma\}) = const$ .

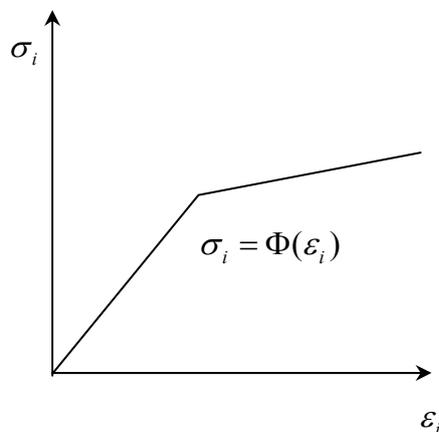


Рис. 7. Пример физической нелинейности материала

Таким образом, по описанному выше алгоритму можно решать физически нелинейные контактные задачи, не перестраивая матрицу жесткости от итерации к итерации.

#### **Заключение**

Расчет МЭМС имеет принципиальные особенности, не учитываемые в традиционных формулировках и методиках прочностного и триботехнического анализа.

Предложены алгоритмы и программы расчета решения существенно нелинейных контактных задач с учетом фрикционного и адгезионного взаимодействия в МЭМС.

#### **Литература**

1. Tribology Issues and Opportunities in MEMS //Proc. of NSF/AFOSR/ASME. Workshop on Tribology Issues and Opportunities in MEMS, Columbus, 9–11 Nov. 1997 /Edited by V. Bhushan: Netherlands, Kluwer Acad. Publ., 1998.
2. Антонюк В.Е., Иванов Б.В., Кане М.М., Кудинов А.Т., Руденко С.П., Старжинский В.Е., Сусин А.А., Фельдштейн Э.Е., Шалобаев Е.В., Шилько С.В. Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач: Справочное и научное издание /Под общ. ред. В.Е. Старжинского, М.М. Кане. – Минск–Гомель – Санкт-Петербург: Технопринт, 2002.
3. Дедков Г.В. Нанотрибология: экспериментальные факты и теоретические модели //Успехи физических наук.– 2000.– Т. 170. – № 6. – С. 585-618.
4. Плескачевский Ю.М., Шилько С.В., Стельмах С.В. Этапы развития и уровни организации структуры материалов: адаптивные композиты //Доклады Нац. Акад. наук Беларуси. – 1999. – Т. 43. – № 5. – С. 119-123.
5. Морозов Е.М., Зернин М.В. Контактные задачи механики разрушения.– М.: Машиностроение, 1999.
6. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987.
7. Шилько С.В., Петроковец Е.М., Семенова Т.В. Оценка контактной жесткости локальных покрытий: сопоставление расчетных методов //Трение и износ. – 2001. – Т. 22. – № 2. – С. 23-28.
8. Shilko S.V., Babin A.P., Starzinskij V.E., Zernin M.V. The modelling of contact interaction in microelec tromechanical systems tribojoints.

*Получено 11.10.2002 г.*