

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика и электротехника»

ФИЗИКА. МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

ПРАКТИКУМ

**по выполнению лабораторных работ
для студентов технических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2021

УДК 531+539.19(075.8)
ББК 22.2+22.36я73
Ф50

*Рекомендовано научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 10 от 26.06.2020 г.)*

Составители: *П. А. Хило, А. И. Кравченко*

Рецензент: доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. физ.-мат. наук *В. И. Лашкевич*

Физика. Механика и молекулярная физика : практикум по выполнению лаборатор. работ для студентов техн. специальностей днев. и заоч. форм обучения / сост.: П. А. Хило, А. И. Кравченко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2021. – 129 с. – Систем. требования: РС не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Мб RAM ; свободное место на HDD 16 Мб ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Изложены теоретические сведения и методика выполнения лабораторных работ. В разделе «Приложение» приведены физические константы, а также справочный материал, необходимый для оформления отчётов лабораторных работ.

Для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

**УДК 531+539.19(075.8)
ББК 22.2+22.36я73**

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2021

Лабораторная работа № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ ПРАВИЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Цель работы:

1. Изучить основные понятия механики: масса, вес, сила тяжести.
2. Изучить порядок расчёта погрешностей измерений.
3. На примере определения плотности тела правильной геометрической формы оценить погрешность измерений.

Приборы и принадлежности: тело правильной геометрической формы, штангенциркуль, микрометр, весы с разновесом.

Теория погрешностей измерений

При экспериментальном исследовании физических явлений необходимо выполнить измерения физических величин. Под измерением понимается сравнение измеряемой величины с другой величиной, принятой за эталонную. Точность измерения определяется рядом факторов и всегда является ограниченной. Результаты измерений содержит некоторую погрешность, определение которой является неотъемлемой частью экспериментальных исследований. Теория погрешностей позволяет по результатам измерений делать оценки неизвестных измеряемых величин, определять погрешностей таких оценок и устранять грубые ошибки.

Измерения. Измерения делятся на прямые и косвенные. Под прямыми измерениями понимаются такие измерения, в результате которых значение физической величины определяется непосредственно из опыта.

В большинстве случаев приходится непосредственно измерять не искомую величины, а некоторые другие величины, связанные с ней определенными математическими соотношениями (формулами). Такие математические выражения определяются законами данного физического явления и дают возможность вычислять искомую величину, используя результаты прямых измерений других величин. В этом случае говорят о косвенных измерениях. Например, для определения ускорения свободного падения \bar{g} непосредственно измеряются такие величины, как высота h , с которой падает тело, и время его падения t .

Целью измерений является определение численного значения физической величины. При этом, следует отметить, что найденное из опыта значение не является абсолютно точным. Как бы тщательно не

выполнялся опыт, результат измерений будет содержать погрешности (ошибки). Погрешность измерений – это сложная величина. На результат измерений влияет множество различных факторов, каждый из которых вносит свою погрешность.

Виды погрешностей измерений. Погрешности измерений разделяют на систематические, грубые (промахи) и случайные.

Систематические погрешности обусловлены факторами, которые действуют одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же опытов в одних и тех же условиях. Такие погрешности связаны с точностью показаний самих приборов, с несовершенством методики проведения измерений, с неправильной установкой приборов, с пренебрежением воздействия некоторых внешних факторов и т. п. Систематические погрешности обусловлены вполне определенными постоянно действующими причинами. Не исключённая систематическая погрешность измерения рассматривается как случайная.

Разнообразие измеряемых величин и средств измерений не позволяет ввести единый способ для указания погрешностей измерительных приборов. Погрешность измерительного прибора может быть приведена в его паспорте, или нанесена на сам прибор. На многие показывающие приборы (амперметры, вольтметры, манометры и др.) наносится класс точности. Класс точности прибора равен отношению допустимой погрешности прибора к максимально возможному показанию прибора.

Итак, если известен класс точности прибора, то для любого показания прибора можно найти допустимую абсолютную погрешность прибора:

$$\Delta_{\text{приб}} = \frac{K}{100\%} \cdot X_{\text{пред}},$$

где K – класс точности, $X_{\text{пред}}$ – предел измерения шкалы прибора или максимально возможное показание прибора.

Если сведений о погрешности прибора нет, то за основу оценки точности прибора берется цена деления прибора: абсолютная погрешность прибора будет равна половине цены деления, если показания прибор являются непрерывной функцией измеряемой величины; и единице отсчета – в случае дискретного отсчета измеряемой величины.

Грубые ошибки (промахи). Грубые ошибки возникают в результате просчёта, неправильного чтения показаний измерительного прибора, неисправности средств измерений, нарушении требуемых условий измерений и т. п. Внешним признаком результата,

содержащего грубую ошибку, является его резкое отличие от остальных измерений. Такой результат необходимо исключить, а измерение по возможности повторить.

Случайные погрешности – это погрешности, которые обусловлены множеством причин, результат действия которых нельзя идентифицировать и учесть по отдельности. Исключить случайные погрешности нельзя. Их влияние оценивается по данным многократных измерений с помощью методов теории вероятностей и математической статистики.

Обработка результатов прямых измерений. Обработка опытных данных является заключительным этапом экспериментальной работы. В результате такой обработки находится численное значение измеряемой величины и оценивается погрешность измерений.

Следует разграничивать два понятия: истинные значения физических величин и их эмпирические (экспериментальные) проявления – результаты измерений. Истинные значения физических величин не зависят от средств и способов измерений. Результаты измерений, представляя собой приближенные оценки значений физических величин, напротив, зависят от метода измерения, технических средств и т.д.,

Пусть требуется определить неизвестное значение физической величины x . С этой целью с помощью некоторого измерительного прибора проводится n прямых независимых измерений, в результате которых получается набор значений:

$$x_1, x_2, \dots, x_n.$$

Сначала находится среднее арифметическое значение серии из n измерений:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.1)$$

Разность между значением x_i , полученным при отдельном i -том измерении, и средним значением \bar{x}

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \quad (1.2)$$

называется абсолютной погрешностью отдельного измерения. Эти погрешности могут быть как положительными, так и отрицательными, но при оценке погрешности результата измерений рассматриваются только их модули, т.е. $|\Delta x_i|$.

Среднее арифметическое значение абсолютных погрешностей отдельных измерений называется средней абсолютной погрешностью результата измерений:

$$\Delta\bar{x} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_i|. \quad (1.3)$$

Средней относительной погрешностью результата измерения называется отношение средней абсолютной погрешности $\Delta\bar{x}$ к среднему значению \bar{x} :

$$\bar{x} : \varepsilon_x = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}. \quad (1.4)$$

Относительные погрешности принято выражать в процентах. В этом случае:

$$\varepsilon_x (\%) = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (1.5)$$

Абсолютные погрешности выражаются в единицах измерения искомой величины и не зависят от ее значения, а определяются только точностью измерений.

В выражении для относительной погрешности (1.4) входит среднее значение самой измеряемой величины и, следовательно, при одной и той же точности измерений относительная погрешность ε в различных случаях может быть разная. Например, при измерении размеров некоторых деталей микрометром, точность которого равна 0,01 мм (см. табл. 1), абсолютная погрешность во всех измерениях будет одна и та же – 0,01 мм. Относительная погрешность будет зависеть от измеряемого размера и составит 1% при измерении размера в 1 мм и 0,1% процент при измерении размера в 1 см. Относительная погрешность позволяет наглядно судить о точности измерений, поэтому при всех измерениях принято вычислять относительную погрешность результата измерений.

При оценке измеряемой величины следует определить некоторый интервал значений, в который с определенной вероятностью попадает значение искомой величины x . Такой интервал называется доверительным, а соответствующая вероятность называется надежностью (коэффициентом надежности). Таким образом, надежность α равна вероятности того, что истинное значение измеряемой величины x попадает в доверительный интервал:

$$\bar{x} - \Delta\bar{x} < x < \bar{x} + \Delta\bar{x}, \text{ где} \quad (1.6)$$

\bar{x} – среднее арифметическое, определяемое согласно формуле (1.1).

Надежность α выражается или в долях единицы, или в процентах. Величина доверительного интервала зависит от числа измерений n . Чем больше величина доверительного интервала:

$$(\bar{x} - \Delta\bar{x}, \bar{x} + \Delta\bar{x}), \quad (1.7)$$

тем с большей надежностью истинное значение x попадает в этот интервал.

Случайная погрешность прямых измерений $\Delta\bar{x}_{сл}$ находится по формуле:

$$\Delta\bar{x}_{сл} = t_{\alpha}(n) \cdot \sigma_{\bar{x}}, \quad \text{где} \quad (1.8)$$

$\sigma_{\bar{x}}$ – называется среднеквадратичной погрешностью (отклонением) результата серии измерений относительно среднего значения и находится по формуле:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}, \quad \text{а} \quad (1.9)$$

$t_{\alpha}(n)$ – коэффициент Стьюдента.

В приложении приведены значения коэффициентов Стьюдента $t_{\alpha}(n)$ для разных значений надежности α и n .

Задавая вероятность того, что истинное значение измеряемой величины x попадает в данный доверительный интервал (1.7), т. е., другими словами, задавая надежность α , по числу проведенных измерений n находим значение коэффициента Стьюдента, например, $t_{\alpha=0.95}(n=5) = 2,78$. Далее, используя формулу (1.9) и найденное значение $t_{\alpha}(n)$, находим случайную погрешность $\Delta\bar{x}_{сл}$.

Окончательный результат прямых измерений физической величины x записывается в виде:

$$x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}, \quad \varepsilon_{\bar{x}}(\%), \quad \text{где} \quad (1.10)$$

$\Delta\bar{x}$ – среднее значение серии из n измерений,

\bar{x} – полная погрешность результата прямых измерений,

ε – относительной погрешность результата прямых измерений, которая равна:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}, \quad \text{или} \quad \varepsilon_x(\%) = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (1.11)$$

Выражение (1.10) определяет интервал, в который с надежностью α попадает численное значение измеряемой величины x : $\bar{x} - \Delta\bar{x} < x < \bar{x} + \Delta\bar{x}$.

Полная погрешность результата прямых измерений $\Delta\bar{x}$ складывается из случайной погрешности $\Delta\bar{x}_{сл}$ и не исключенной систематической погрешности $\Delta\bar{x}_{сист}$. Если одна из составляющих полной погрешности оказывается много меньше другой, то ей пренебрегают. Если же случайная погрешность $\Delta\bar{x}_{сл}$ оказывается сравнимой с систематической погрешностью $\Delta\bar{x}_{сист}$, то

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\Delta\bar{x}_{\text{сл}}^2 + \Delta\bar{x}_{\text{сист}}^2}, \quad (1.12)$$

при этом доверительная вероятность принимается одинаковой как для случайной, так и для неисключенной систематической составляющих погрешности. Если систематической погрешность обусловлена неточностью показаний прибора, то выражение (1.12) принимает вид:

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\Delta\bar{x}_{\text{сл}}^2 + \left(\frac{t_\alpha}{3}\right)^2 \Delta_{\text{приб}}^2}, \quad \text{где} \quad (1.13)$$

$t_\alpha \equiv t_\alpha(n = \infty)$, а $\Delta_{\text{приб}}$ – погрешность прибора.

Обработка результатов косвенных измерений. Основной задачей косвенных измерений является нахождение искомой величины Z которая является функцией одного или нескольких аргументов:

$$Z = f(x, y, \dots, \omega), \quad (1.14)$$

через непосредственно измеряемые независимые физические величины x, y, \dots, ω .

Пусть после обработки результатов прямых измерений величин x, y, \dots, ω были найдены их средние значения $\bar{x}, \bar{y}, \dots, \bar{\omega}$ и погрешности $\Delta x, \Delta y, \dots, \Delta \omega$ и $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \dots, \varepsilon_\omega$.

Рассмотрим вопрос о том, как, зная зависимость (1.14) и результаты прямых измерений величин x, y, \dots, ω , получить оценку величины Z .

Случай функции нескольких переменных. В случае, когда величина Z является функцией нескольких переменных, среднее значение равно:

$$\bar{Z} = f(\bar{x}, \bar{y}, \dots, \bar{\omega}). \quad (1.15)$$

Если погрешности прямых измерений $\Delta x, \Delta y, \dots, \Delta \omega$ определялись с помощью коэффициента Стьюдента $t_\alpha(n)$ для одного и того же значения надёжности α , то погрешность косвенных измерений ΔZ вычисляется по формуле:

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot (\Delta y)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega}\right)^2 \cdot (\Delta \omega)^2}, \quad \text{где} \quad (1.16)$$

$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \dots, \frac{\partial f}{\partial \omega}$ являются частными производными функции

$Z = f(x, y, \dots, \omega)$, по соответствующим переменным.

Относительная погрешность косвенных измерений выражается следующим образом:

$$\varepsilon_z(\%) = \frac{\Delta \bar{Z}}{\bar{Z}} \cdot 100\%. \quad (1.17)$$

Окончательный результат косвенных измерений физической величины Z записывается в виде:

$$Z = \bar{Z} \pm \Delta\bar{Z}, \varepsilon_z(\%), \text{ где} \quad (1.18)$$

где \bar{Z} , $\Delta\bar{Z}$ и ε_z вычисляются по формулам (1.15)–(1.18). Используя формулы (1.16) и (1.18), нужно помнить, что при непосредственных расчетах в эти формулы следует подставлять погрешности прямых измерений $\Delta x, \Delta y, \dots, \Delta \omega$, найденные для одного и того же значения надежности α . Погрешность косвенного измерения также будет соответствовать этому значению надежности.

Порядок выполнения работы

1. Нарисовать тело правильной геометрической формы, предложенное преподавателем. На рисунке показать основные линейные размеры. Записать формулу для расчёта объёма тела.

2. Плотность тела определится по формуле:

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ где} \quad (1.1)$$

ρ – плотность тела; m – масса тела; V – объём тела.

3. Произвести линейный обмер тела. Измерение каждой величины произвести не менее трех раз.

4. Произвести взвешивание тела на технических весах не менее трёх раз.

5. Полученные данные свести в таблицу.

6. Рассчитать среднее значение каждой измеренной величины:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \text{ где} \quad (1.2)$$

где n – число измерений;

x – измеряемая величина.

7. Найти абсолютную погрешность Δx для каждой измеряемой величины по формуле:

$$|\Delta x_i| = \bar{x} - x_i.$$

8. Найти среднее значение абсолютной погрешности:

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n}.$$

9. Вычислить квадраты абсолютных погрешностей измерений $(\Delta\bar{x})^2$.

10. Определить среднеквадратичные погрешности измерений для каждой измеряемой величины:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2}{n(n-1)}}.$$

Число слагаемых n должно быть равно числу измерений.

11. Вычисляем случайные погрешности прямых измерений:

$$\Delta x_{\text{сл}} = t_\alpha(n) \cdot \sigma_x, \text{ где}$$

$t_\alpha(n)$ – коэффициент Стьюдента;

σ_x – среднеквадратичная погрешность.

12. Оценить погрешности средств измерений по формуле:

$$\Delta x_{\text{сист}} = \frac{t_\alpha(\infty)}{3} \cdot \Delta x_{\text{приб}}, \text{ где } \Delta x_{\text{приб}} \text{ погрешности средств измерений.}$$

Для данных измерений случайные и систематические погрешности одного порядка и их следует учитывать.

13. Определить границы доверительных интервалов измеряемых величин:

$$\Delta x_\partial = \sqrt{\Delta x_{\text{случ}}^2 + \Delta x_{\text{сист}}^2}, \text{ при надежности } \alpha = 95\%.$$

14. Рассчитываем относительные погрешности прямых измерений по формуле: $\varepsilon = \frac{\Delta x_\partial}{\bar{x}}$, %, где

Δx_∂ – границы доверительных интервалов;

\bar{x} – средние значения измеренных величин.

15. Окончательный результат прямых измерений каждой измеряемой величины представить в виде:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x_\partial.$$

16. Расчёт погрешностей косвенных измерений. По средним значениям измеряемых величин (п.п.6) вычислить среднее значение плотности тела ($\bar{\rho}$).

17. Используя формулу для расчёта погрешности косвенных измерений для случая функции нескольких переменных (1-22) вычисляем $\Delta \rho$:

$$\Delta \rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial x_1}\right)^2 \cdot (\Delta x_{\partial 1})^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_2}\right)^2 \cdot (\Delta x_{\partial 2})^2 + \dots + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_n}\right)^2 \cdot (\Delta x_{\partial n})^2}, \text{ где}$$

$\frac{\partial \rho}{\partial x_i}$ – частные производные от функции плотности тела по

величинам входящим в выражение для плотности тела.

18. Рассчитать относительную погрешность определения плотности по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} \cdot 100\%.$$

19. Окончательный результат определения плотности тела с учётом погрешностей косвенных измерений представить в виде:

$$\rho = (\bar{\rho} \pm \Delta\rho) \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

20. Сделать выводы и определить по справочнику, из какого материала изготовлено исследуемое тело.

Контрольные вопросы

1. Виды погрешностей измерений.
2. В чём основные различия между прямыми и косвенными измерениями?
3. От чего зависит значение коэффициента Стьюдента?
4. Что такое систематическая погрешность?
5. Что определяет доверительный интервал?
6. Как рассчитываются погрешности прямых измерений?
7. Можно ли уменьшить погрешности прямых измерений?
8. Изложите схему обработки косвенных измерений.
9. Как обрабатываются косвенные измерения, если прямые измерения каждый раз проводились не в точности в тех же самых условиях, что и в предыдущий раз?

Лабораторная работа № 2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ

Цель работы:

1. Изучить основные законы равнопеременного движения.
2. Измерить величину ускорения свободного падения тел.

Приборы и принадлежности: штатив с передвижными платформами, несущими электромагнит и прерыватель; электрический секундомер; метровая линейка; постоянный магнит и стальные шарики (для лаборатории 2-506); установка «Машина Атвуда» (для лаборатории 2-508).

Теоретические сведения

В классической механике для описания положения тела в пространстве используется система отсчета. Она состоит из тела отсчета

и системы координат. Обычно используется прямоугольная декартова система координат, состоящая из взаимно перпендикулярных осей OX , OY и OZ . Положение точки (тела) однозначно описывается заданием радиус вектора $\vec{r}(t)$, который проводится из начала координат в заданную точку пространства. Связь радиус-вектора с координатами точки выражается формулой:

$$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (2.1)$$

где \vec{i} , \vec{j} и \vec{k} – единичные вектора, направленные вдоль соответствующих осей OX , OY и OZ (см. рис. 2.1).

Длина радиус-вектора (модуль) равна: $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Для характеристики движения используется такое понятия как траектория движения – линия, вдоль которой движется тело. Если траектория представляет собой прямую линию, то говорят что движение прямолинейное. Если траектория является кривой линией – криволинейное движение. Путь – длина траектории движения тела. Перемещение – вектор, соединяющий начальную и конечную точку движения тела. Модуль перемещения тела не может быть больше пути его движения.

Механическим движением тела называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени. Для характеристики движения используется величина: скорость движения – путь (перемещение), пройденный телом за единицу времени. Различают среднюю скорость движения и мгновенную. Средняя скорость пути находится как отношение всего пути пройденного телом ко времени, за которое этот путь пройден, т.е. $v_{\text{ср}} = \frac{S}{t}$. В случае средней скорости перемещения имеем: $\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{r}}{t}$. В данных формулах: S – путь пройденный телом, \vec{r} – вектор перемещения тела, t – время движения.

Если скорость движения тела меняется с течением времени, удобнее использовать мгновенную скорость движения – скорость пути (перемещения) тела в данный момент времени. Мгновенная скорость тела находится по формулам:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}, \quad (2.2)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2.3)$$

Здесь ΔS и $\Delta \vec{r}$ – приращение пути и перемещения соответственно за время Δt . Формула (2.2) – мгновенная скорость пути, (2.3) – мгновенная скорость перемещения.

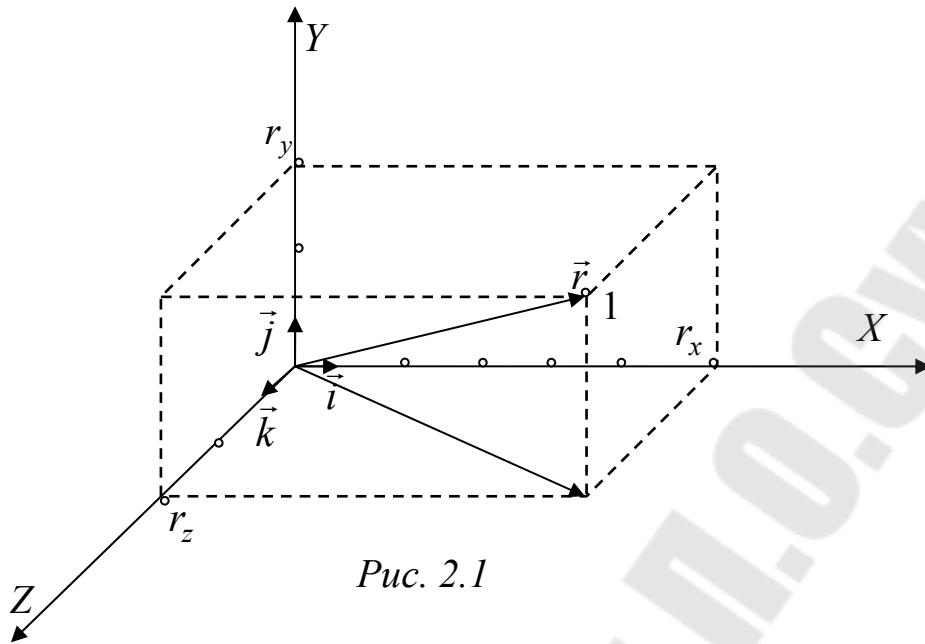


Рис. 2.1

Поскольку скорость связана с вектором перемещения, то по определению: скорость – есть быстрота изменения вектора перемещения во времени или производная от радиус-вектора по времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Так как $\Delta \vec{r}$ при предельном переходе сливается с касательной к траектории, то скорость направлена по касательной к траектории.

По определению проекции вектора скорости на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt},$$

Зная проекции вектора скорости на координатные оси v_x, v_y, v_z , можно найти вектор скорости $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ и его модуль

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Если движения происходит с постоянной скоростью, то говорят, что движения является равномерным.

По определению ускорение – есть быстрота изменения вектора скорости $\Delta \vec{v}$ во времени или производная от вектора скорости по времени:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Модуль ускорения тела равен:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Если движение осуществляется с постоянным ускорением, то говорят, что движения является равноускоренным. Равноускоренное движение происходит по прямой линии.

Направление ускорения связано с направлением вектора $\Delta \vec{v}$ и в случае прямолинейного движения изменение вектора скорости может оказаться направленным только вдоль траектории.

Ускорение, которое определяет только быстроту изменения величины скорости, и направленное вдоль вектора скорости называется тангенциальным ускорением: $\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt}$ (рис. 2.2).

При равномерном движении по кривой ($|\vec{v}| = const$) бесконечно малое изменение вектора скорости будет направлено по радиусу к центру кривизны, так как треугольник скоростей будет равнобедренным и угол при вершине в пределе стремиться к нулю (см. рис. 2.3 а).

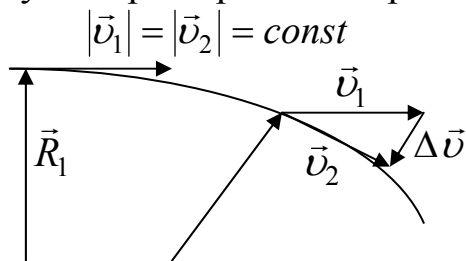


Рис. 2.2

Ускорение, которое определяет только быстроту изменения направления скорости, и направленное перпендикулярно к направлению вектора скорости называется нормальным: $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$, $v = \omega R$,

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}.$$

При неравномерном движении по криволинейной траектории изменение вектора скорости (ускорение) может оказаться направленным под любым углом к траектории (см. рис. 2.3 б).

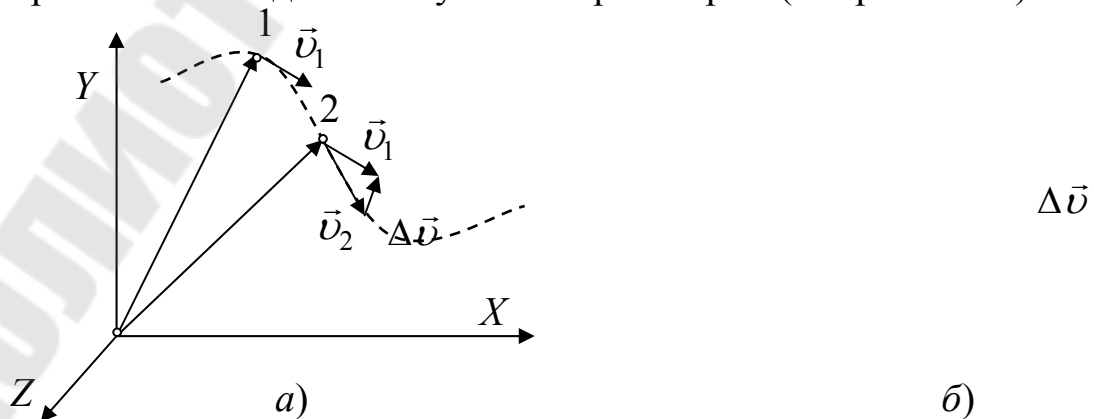


Рис. 2.3.

а) равномерное, б) неравномерное движение по кривой.

Модуль полного ускорения точки, движущейся по криволинейной траектории, может определяться (по теореме Пифагора) либо модулями векторов \vec{a}_n и \vec{a}_τ , либо проекциями a_x и a_y : $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$, $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

Пусть в момент $t_0 = 0$ тело, движущееся с ускорением $\vec{a}(t)$, имело скорость \vec{v}_0 и находилось в точке, положение которой определялось радиус-вектором \vec{r}_0 . Для нахождения координаты в любой момент времени воспользуемся соотношением: $d\vec{r} = \vec{v}dt$.

$$\int_{r_0}^r d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}dt, \text{ откуда } \vec{r} - \vec{r}_0 = \int_0^t \vec{v}dt. \quad (2.4)$$

Для нахождения скорости воспользуемся соотношением $d\vec{v} = \vec{a}dt$, интегрируя соотношения получим:

$$\int_{v_0}^v d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}dt; \vec{v} - \vec{v}_0 = \int_0^t \vec{a}dt,$$

выразив отсюда \vec{v} , получим:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt. \quad (2.5)$$

Подставив (2.4) в формулу (2.3) и упростив, получим:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{a}dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \int_0^t \int_0^t \vec{a}dt dt. \quad (2.6)$$

Формулы (2.4) и (2.5) называют кинематическими уравнениями движения.

Рассмотрим случай равнопеременного движения, когда $|\vec{a}| = const$, тогда:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt = \vec{v}_0 + \vec{a} \int_0^t dt = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)dt = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}_0 dt + \int_0^t \vec{a}t dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

Если использовать вектор перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, то получится удобная для решения задачи формула: $\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$.

Наиболее часто равнопеременное движение встречается при свободном падении тел без учета сопротивления воздуха ($a = g = const$).

Пусть на тело действует переменная сила $\vec{F}(\vec{r})$, тогда элементарная работа dA по перемещению тела на малую величину перемещения $d\vec{r}$ равна скалярному произведению этих векторов:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F dr \cos \alpha. \quad (2.7)$$

Работа этой силы по перемещению тела из точки «1» в точку «2» будет равна:

$$A_{1,2} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} F dr \cos(\vec{F}, d\vec{r}).$$

Для силы гравитационного взаимодействия двух точечных тел $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$ (G – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы тел, r – расстояния между ними), работа равна:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr = -G \frac{m_1 m_2}{r} \Big|_{r_1}^{r_2} = G \frac{m_1 m_2}{r_1} - G \frac{m_1 m_2}{r_2} = W_1 - W_2. \quad (2.8)$$

Для упругой силы $F = -kx$ работа будет равна:

$$A_{1,2} = \int_{x_1}^{x_2} -kx dx = -\frac{kx^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = W_1 - W_2.$$

Работа силы тяжести равна $\vec{F} = m\vec{g}$ будет равна:

$$A = -\int_{y_1}^{y_2} mg dy = mg(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2 = W_1 - W_2.$$

Знак « $-$ » перед интегралом показывает, что направление по оси Y и силы тяжести противоположны.

Видим, что работа сил зависит только от координаты точек начального и конечно положения тела, и не зависит от формы траектории. Работа таких сил по замкнутой траектории равна нулю. Таким образом, данные силы являются консервативными или потенциальными силами. Работу перемещения в поле консервативных сил можно представить как разность двух значений некоторой функции координат – потенциальной энергии поля сил. Потенциальная энергия (W) – это скалярная функция координат, убыль которой равна работе сил поля.

Итак, потенциальная энергия – это скалярная функция координат, убыль которой равна работе сил поля.

$$A_{1,2} = GmM \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = W_1 - W_2 = -\Delta W(\vec{r}), \text{ где } W(\vec{r}) = GmM \frac{1}{r}.$$

Эта связь показывает, что потенциальная энергия характеризует возможность совершения работы консервативной силой. Если под действием силы $F(\vec{r})$ тело изменяет скорость, то в формулу работы можно подставить её выражения из второго закона ньютона $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$,

тогда:

$$A_{1,2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\vec{p}}{dt} d\vec{r} = m \int_{v_1}^{v_2} d\vec{v} \frac{d\vec{r}}{dt} = m \int_{v_1}^{v_2} \vec{v} d\vec{v},$$

и так как $\vec{v} \parallel d\vec{v}$, то $\cos(0) = 1$ и

$$A_{1,2} = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \left. \frac{mv^2}{2} \right|_{v_1}^{v_2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = T_2 - T_1, \text{ где}$$

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

Получилось, что работу перемещения можно представить как разность двух значений некоторой функции скорости. Скалярная функция скорости, изменения которой связано с совершаемой работой, является кинетической энергией. Так как $A_{1,2} = T_2 - T_1$, а, с другой стороны, $A_{1,2} = W_1 - W_2$, то приравнявая их, получим: $T_1 + W_1 = T_2 + W_2$.

При отсутствии в системе диссипативных сил изменение механической энергии не происходит, и сумма кинетической и потенциальной энергией остается постоянной в любой момент времени:

$$U = W + T = const.$$

Если в замкнутой системе взаимодействующих тел нет диссипативных сил, то полная механическая энергия системы не меняется со временем.

При наличии в системе диссипативных сил (сил трения), происходит диссипация (преобразование) энергии.

Если в замкнутой системе взаимодействующих тел действуют диссипативные силы, то работа этих сил равна изменению полной механической энергии системы.

Запишем выражение для потенциальной энергии в интегральном

виде $\Delta W(\vec{r}) = - \int_{R_1}^{R_2} \vec{F}(r) d\vec{r}$, а затем и в дифференциальном виде:

$$dW = -\vec{F}(r) d\vec{r} \text{ или } dW = -(F_x dx + F_y dy + F_z dz).$$

Из этой записи следует, что проекция консервативной силы \vec{F} могут быть найдены дифференцированием потенциальной энергии:

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x}; F_y = -\frac{\partial W}{\partial y}; F_z = -\frac{\partial W}{\partial z}.$$

Вектор силы соответственно можно записать как полный дифференциал энергии:

$$\vec{F} = -\frac{dW}{dr} = -\nabla W = -grad W = -\left(\frac{\partial W}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W}{\partial z}\vec{k}\right).$$

Таким образом, консервативная сила $\vec{F}(r)$ равна по величине и противоположна по направлению градиенту потенциальной энергии.

Градиент скалярной функции (энергии) – есть вектор,

1) показывающий направление наибольшего возрастания функции в окрестности данной точки при малом смещении из неё;

2) равный изменению энергии на единице длины перемещения в указанном ранее направлении.

Описание установки и методика измерений для лаборатории 2-506

Ускорение свободного падения можно измерить простым способом. Схема соответствующей установки приведена на рисунке 2.4.

Для измерения времени в установке используется секундомер, цепь прохождения импульсов которого можно прерывать (или замыкать) с помощью контактов, смонтированных на стойке. При подаче напряжения на электромагнит (шарик удерживается в верхнем положении) цепь оказывается разомкнутой. Один и тот же переключатель размыкает цепь питания электромагнита и замыкает цепь прохождения импульсов, которая может быть автоматически разорвана ещё другими (нижними) контактами при ударе шарика об откидную площадку.

Используя кинематическое уравнение $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$,

принимая $y = h, y_0 = 0, v_{0y} = 0$ и $a_y = g$, получим: $h = \frac{gt^2}{2}$ и $g = \frac{2h}{t^2}$.

Измеряя высоту перемещения нижней точки шарика (эта точка определяет момент времени, когда прекращается отсчет времени падения) и время его свободного падения, можно по формуле $g = \frac{2h}{t^2}$ подсчитать ускорение свободного падения. Зная время падения шарика, можно вычислить скорость в момент удара о платформу прерывателя:

$v = v_0 + gt$, $v_0 = 0$, $v = gt$, а по формулам $T = \frac{mv^2}{2}$ и $W = mgh$ определить кинетическую и потенциальную энергии соответственно.

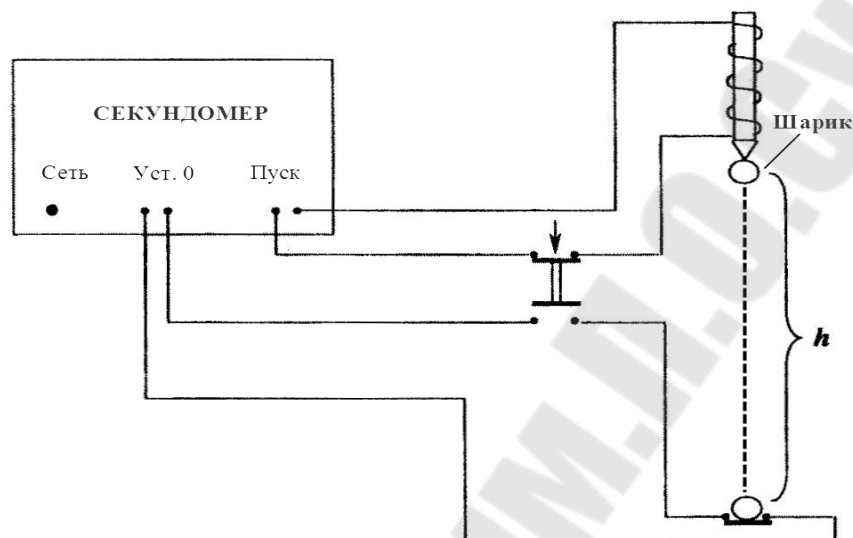


Рис. 2.4

Порядок выполнения работы для лаборатории 2–506

1. Включить секундомер в сеть и прогреть 3–5 минут. Откидную площадку прерывателя поднять в горизонтальное положение (показание секундомера должно изменяться), в этом положении она фиксируется магнитом.

2. Рычажок тумблера «пуск» на верхней платформе поднять вверх (отсчёт времени по секундомеру должен прекратиться). Нажать клавишу «Уст. 0» секундомера.

3. Поднести к электромагниту стальной шарик и отпустить его. Измерить расстояние h , которое пройдет нижняя его точка до площадки прерывателя. Расстояние h можно изменить, перемещая верхнюю платформу.

4. Рычажок тумблера «пуск» опустить вниз. Шарик оторвется от электромагнита и будет падать, а секундомер отсчитывать время t . Ударом о площадку прерывателя он разорвет цепь поступления импульсов в секундомер и остановит его.

5. Измерения по пунктам 1 – 4 повторить не менее трех раз, для трёх расстояний h , записывая результаты в табл. 2.2.1–2.2.3.

6. По средним значениям $\langle h \rangle$ и $\langle t \rangle$ для каждого расстояния вычислить среднее значение ускорения свободного падения по формуле:

$\langle g \rangle = \frac{2 \langle h \rangle}{\langle t \rangle^2}$, а затем среднее для трёх опытов.

Таблицы 2.1 – 2.3

№	h , м	t , с
1		
2		
3		
...		
n	$\langle \dots \rangle$	$\langle \dots \rangle$

7. Произвести оценку погрешности прямых измерений для величин h , t и оценку косвенных измерений для величины g для одного из опытов при заданной надежности $\alpha = 95\%$ по формулам:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta h = \sqrt{\frac{\sum (h_i - \bar{h})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta g = \sqrt{\left\{\frac{\partial g}{\partial h}\right\}^2 (\Delta h)^2 + \left\{\frac{\partial g}{\partial t}\right\}^2 (\Delta t)^2}.$$

8. Вычислить скорость шарика в момент удара об откидную площадку прерывателя по формуле $\langle v \rangle = \langle g \rangle \langle t \rangle$ и проверить справедливость закона сохранения механической энергии:

$$W + T = \text{const.}$$

9. Окончательный результат определения g представить в виде:

$$g = \bar{g} \pm \Delta g.$$

10. Сделать выводы.

Описание установки и методика измерений для лаборатории 2–508

В этом задании законы ускоренного движения тел изучаются с помощью универсальной установки «Машина Атвуда» для обеспечения как равномерного, так и равноускоренного движения с различными по величине ускорениями, внешний вид которой показан на рисунке 2.5. В исходном положении нижняя грань правого грузика должна находиться на 1мм выше линии «старт», а тормоз нужно включить нажатием клавиши «пуск». Если не включено электропитание «сеть», то электромагнит не работает! На правый груз m положить перегрузок m_1 и отпустить клавишу «пуск». Грузы придут в ускоренное движение. После прохождения расстояния h перегрузок m_1 снимается съёмным

устройством, автоматически пускается секундомер и равномерно движущиеся грузы проходят путь S , в конце которого датчик тормоза останавливает секундомер.

Зная его показания и пройденный путь S , выразим скорость, которую получает система тел за время разгона: $v = \frac{S}{t}$.

Покажем схематически движение грузов $(m + m_1)$ и m . Систему отсчёта свяжем с центром блока, направив ось Y вниз. Записав уравнения второго закона Ньютона для движения правого и левого грузов, получим систему уравнений, вычитая которые получаем

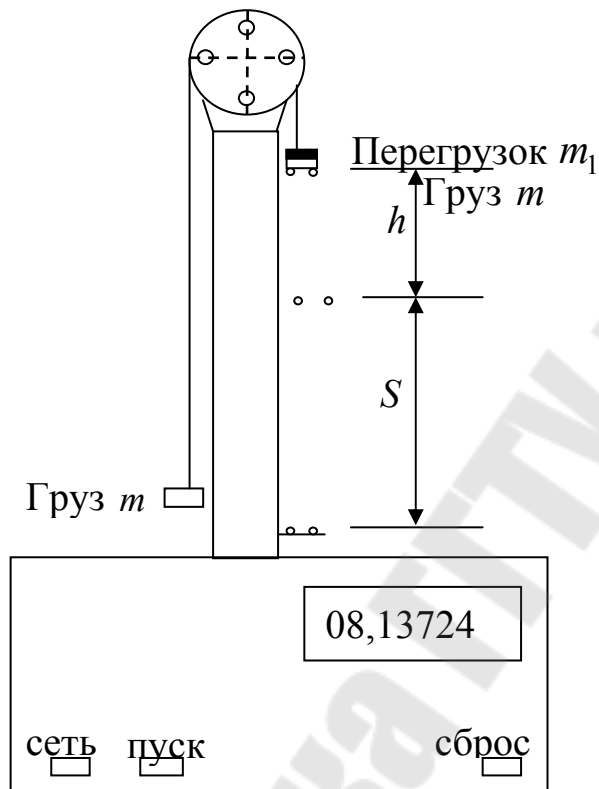


Рис. 2.5

соотношение, из которого легко вычислить ускорение грузов:

$$\begin{cases} (m + m_1)\vec{g} + \vec{F}_H = (m + m_1)\vec{a} \\ m\vec{g} + \vec{F}_H = m\vec{a}. \end{cases} \text{ и}$$

В проекции на ось Y уравнения в векторной форме запишут вид:

$$\begin{cases} (m + m_1)g - F_H = (m + m_1)a, \\ mg - F_H = m(-a) \end{cases}$$

или $m_1g = 2ma + m_1a$,

откуда $a = \frac{m_1 g}{2m + m_1}$.

Из закона сохранения механической энергии (увеличение кинетической энергии происходит за счет убыли потенциальной энергии) следует:

$$\Rightarrow v = \sqrt{2ah}, \text{ или } v = \sqrt{\frac{2m_1 gh}{2m + m_1}}, \text{ откуда } g = \frac{(2m + m_1) S^2}{m_1 t^2 2h}.$$

Порядок выполнения работы для лаборатории 2–508

1. Включить установку в сеть 220В и тумблером «сеть» зафиксировать верхний кронштейн в самом верхнем положении, а съёмное кольцо в некотором среднем положении. Измерить по шкале на стойке расстояния, проходимые при ускоренном движении « h » и при равномерном движении S . Желательно, чтобы не было $h > 2S$ и $S > 2h$.

2. Нажимая и отпуская клавишу «пуск» найти положение, при котором блок расторможен и опустив левый груз в крайнее нижнее положение убедитесь, что первый груз своей нижней плоскостью расположен на 1 мм выше линии указателя (ориентироваться можно по тени от осветителя фотодатчика). Включить тормоз блока, изменив положение клавиши «пуск».

3. Обнулить показания счётчика времени, нажав клавишу «сброс», положить на правый груз перегрузок (его получить у преподавателя) и нажать клавишу «пуск». Опыт повторить 3–5 раз, каждый раз записывая показания приборов. Взвесив грузы с нитью и перегрузок (отдельно), записывать их массы. Используя расчётную формулу $g = \frac{(2m + m_1) S^2}{m_1 t^2 2h}$ вычислить среднее значение ускорение свободного падения.

4. Измерения произвести для трёх перегрузков разной массы.

5. Оценить с избранной надёжностью границы доверительных интервалов прямых измерений (h, S, t, m, m_1) по формуле (записана для Δh):

$$\Delta h = \sqrt{\frac{\sum (h_i - h_{cp.})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}}.$$

6. Вычислить погрешность косвенных измерений для « g » по формуле:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)^2 (\Delta h)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial S}\right)^2 (\Delta S)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial m}\right)^2 (\Delta m)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial m_1}\right)^2 (\Delta m_1)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial t}\right)^2 (\Delta t)^2}.$$

7. Окончательный результат определения g представить в виде:
 $g = \bar{g} \pm \Delta g$.
8. Вычислить относительную погрешность определения g
 $\varepsilon = \dots \%$.
9. Найти значения полной механической энергии ($U = W+T$) для перегрузка m_1 до и после снятия перегруза (начало отсчёта координат лучше совместить с нижней платформой).
10. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Кинематическое описание движения: радиус-вектор, скорость, вычисление пути проходимого частицей по функции скорости.
2. Ускорение, нормальное и тангенциальное ускорение. Полное ускорение.
3. Кинематические уравнения поступательного движения
4. Вектор угла поворота.
5. Угловая скорость и угловое ускорение.
6. Связь между величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение.
7. Кинематические уравнения вращательного движения.
8. Закон сохранения механической энергии при наличии (при отсутствии) диссипативных сил в системе.
9. Связь между силой и потенциальной энергией, градиент энергии.
10. Консервативные и диссипативные силы. Работа консервативных сил.

Лабораторная работа № 3

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ТЕЛА ПРИ УПРУГОМ УДАРЕ

Цель работы:

1. Изучить законы сохранения энергии и импульса при абсолютно упругом ударе шаров.
2. Определить скорость шаров и коэффициент восстановления скорости и энергии.

Приборы и принадлежности: Приборы для исследования столкновения шаров ГРМ-08.

Теоретические сведения

Совокупность материальных точек и тел, рассматриваемых как единое целое, называется механической системой. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними. Силы, с которыми на механическую систему действуют внешние тела, называются внешними. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой.

При движении механической системы её состояние меняется с течением времени. Однако существуют физические величины, которые обладают свойствами сохранения во времени. К таким величинам относятся: импульс, энергия, момент импульса. Эти три величины имеют важное общее свойство аддитивности: их значения для системы, состоящей из большего числа частиц и тел, равны сумме значений для каждой из частиц в отдельности. Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса являются универсальными законами природы.

Импульс. Закон сохранения импульса. Импульс тела (количество движения) \vec{p} – физическая величина, являющаяся мерой механического движения тела и равная произведению массы этого тела m на его скорость: $\vec{p} = m\vec{v}$, где m – масса тела, \vec{v} – скорость тела. Пусть на тело действует постоянная сила \vec{F} , тогда по второму закону Ньютона уравнение движения тела будет: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ или $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$, т.е. производная от импульса по времени равна действующей на тело силе. Если $\vec{F} = 0$, $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, то $\vec{p} = const$. Приращение импульса тела за любой малый промежуток времени $d\vec{p} = \vec{F}dt$. Проинтегрировав это выражение по времени, можно найти приращение импульса:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_0^t \vec{F}dt$, где $(\vec{F}dt)$ называют импульсом силы. Если $\vec{F} = const$, то $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}_t$.

Импульс системы тел равен геометрической сумме импульсов $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$, где \vec{p}_i – импульс i – го тела. Изменения импульса системы тел найдем, если продифференцируем выражение $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$ по времени:

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt}$, причём по 2-му закону Ньютона:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}'_i + \sum \vec{F}_i,$$

где \vec{F}'_i – внутренние силы, т.е. силы, действующие на i – ю частицу со стороны других частиц системы; \vec{F}_i – внешние силы.

Согласно третьего закона Ньютона сумма всех внутренних сил дает ноль – $\sum \vec{F}'_i = 0$ и $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$, где $\sum_i \vec{F}_i$ – результирующая внешних сил. Так как импульс системы может измениться только под действием внешних сил, то отсюда следует, что импульс замкнутой системы частиц остаётся постоянным $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, т.е. не меняется со временем:

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i(t) = const.$$

Последняя формула является выражением закона сохранения импульса: импульс замкнутой системы тел остается постоянным, т. е. не меняется со временем.

Закон сохранения импульса является следствием однородности пространства. Пространство называется однородным, если параллельный перенос системы отсчета не меняет вид уравнений описывающие физические законы.

Если сумма импульсов замкнутой системы тел остается постоянной, то импульс отдельных тел системы при их взаимодействии может меняться со временем. Импульс может сохраняться и у незамкнутой системы при условии, что результирующая всех внешних сил равна нулю.

Механическая энергия. Закон сохранения энергии. Тела могут обладать кинетической и потенциальной энергией. Кинетическая энергия (T) – энергия движения тела равная половине произведения массы тела m на квадрат его скорости \vec{v} :

$$T = \frac{mv^2}{2}. \quad (3.1)$$

Потенциальная энергия (W) – энергия взаимодействия тел, зависящая от их расположения. Выражения потенциальной энергии для разных видов поля сил различны (см. лаб. работу № 2). Сумма кинетической и потенциальной энергии системы тел называется полной механической энергией системы (U). Для механической системы выполняется закон сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы, сохраняется, т.е.

$$U = T + W = const \quad (3.2)$$

Убыль потенциальной энергии системы (разность значений потенциальной энергии в начальной и конечной точках пути) тратится на приращение кинетической энергии системы.

Если в системе действуют диссипативные силы трения и сопротивления, то закон сохранения механической энергии не выполняется. Работа внутренних диссипативных сил в системе – всегда величина отрицательная. Она тратится на увеличения внутренней энергии тел системы. Внутренняя энергия – это сумма энергий молекулярных взаимодействий и тепловых движений молекул тела. Увеличение внутренней энергии тела приводит к возрастанию температуры тела. Полная энергия механической системы тел равна сумме механической энергии и внутренней энергий.

Общий закон сохранения энергии – в замкнутой системе тел энергия сохраняется. Закон сохранения энергии есть следствие однородности времени – уравнения, описывающие физические законы, одинаковы в любой момент времени.

Удар абсолютно упругих и неупругих тел. Примером применения законов сохранения импульса и энергии является удар абсолютно упругих и неупругих тел. Ударом называется кратковременное взаимодействие тел, при котором происходит изменение скорости взаимодействующих тел. Различают две фазы удара: 1) от момента соприкосновения, когда расстояние между центрами масс равно сумме радиусов тел до момента, когда сближение прекращается. Сначала возникает и растёт деформация тел, так как расстояние между центрами масс сокращается, и, как следствие, возникают силы отталкивания, сообщающие телам соответствующие ускорения. В конце первой фазы тела имеют максимальную деформацию. Если после взаимодействия полностью восстанавливаются геометрические размеры и форма тел, то удар считается абсолютно упругим; 2) на второй фазе столкновения расстояние между центрами тел увеличилось до тех пор, пока не прекратится их контакт. Деформация тел быстро уменьшится, а скорость тел быстро изменится. Если вторая фаза удара отсутствует, и после удара тела имеют одинаковую скорость, то удар называют абсолютно не упругим. Кинематическая энергия относительного движения соударяющихся тел за короткое время удара преобразуются в энергию или упругой деформации, или в тепловую (при неупругом ударе). Экспериментальные измерения показывают, что относительная скорость $v_{отн.}$ движения после удара не достигает своего прежнего значения (до удара). Отношение нормальных составляющих относительной скорости после и до удара называется коэффициентом восстановления скорости:

$$K_v = \frac{u_n}{v_n}.$$

Отношение энергии тела после удара к энергии до удара называется коэффициентом восстановления энергии: $K_u = \frac{T'}{T}$, где

T – кинетическая энергия до удара; T' – кинетическая энергия тела после удара.

Если удар абсолютно упругий, то коэффициент восстановления равен единице. Однако, не бывает идеальных случаев и коэффициент восстановления имеет промежуточные значения: $0 < K < 1$.

Абсолютно упругим называется удар, при котором тела полностью восстанавливают геометрические размеры и форму, а полная механическая энергия системы не изменится, и коэффициент восстановления равен единице.

Для абсолютно упругого удара выполняется закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

Рассмотрим удар двух упругих тел (стальных шаров) Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , после удара \vec{u}_1 и \vec{u}_2 . Запишем закон сохранения импульса и сохранения энергии для абсолютно упругого удара в векторном виде:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \text{ и,} \quad (3.3)$$

$$\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1 \vec{u}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{u}_2^2}{2}. \quad (3.4)$$

Записывая m_1 и m_2 в разных частях уравнений (3.3) и (3.4), получим:

$$\begin{cases} m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{u}_2) \\ m_1(\vec{v}_1^2 - \vec{u}_1^2) = m_2(\vec{v}_2^2 - \vec{u}_2^2) \end{cases}$$

Расписав разность квадратов скоростей как произведение их суммы на разность и разделив нижнее уравнение системы на верхнее:

$$\frac{\vec{v}_1^2 - \vec{u}_1^2}{\vec{v}_1 + \vec{u}_1} = \frac{\vec{v}_2^2 - \vec{u}_2^2}{\vec{v}_2 + \vec{u}_2} \Rightarrow \frac{(\vec{v}_1 - \vec{u}_1)(\vec{v}_1 + \vec{u}_1)}{(\vec{v}_1 + \vec{u}_1)} = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{u}_2)(\vec{v}_2 + \vec{u}_2)}{(\vec{v}_2 + \vec{u}_2)},$$

получим после сокращений $\vec{v}_1 - \vec{u}_1 = \vec{v}_2 - \vec{u}_2$. (3.5)

Совместное решение уравнений (3.3) и (3.5) позволяет выразить скорости шаров после удара через параметры, заданные до удара:

$$\vec{u}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}; \quad \vec{u}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}.$$

При абсолютно неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса. Тела после удара имеют одинаковую скорость.

Нарушается закон сохранения механической энергии, так как часть её переходит при ударе в потенциальную, а затем в тепло.

Рассмотрим удар двух абсолютно неупругих тел (свинцовых шаров).

Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , после удара $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = \vec{u}$. Запишем закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара в векторном виде: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$, отсюда скорость движения шаров $\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$.

Закон сохранения энергии для абсолютно неупругого удара имеет вид:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2} + \Delta Q, \text{ где}$$

ΔQ часть энергии перешедшая в тепло.

Описание установки и метода измерений

Установка представляет собой модель двух математических маятников, 2 шкалы для изменения углов отклонения и пусковой электромагнит. Внешний вид установки и расположение основных клавиш управления показан на рисунке 3.1. В положении равновесия нити подвеса обоих шариков должны быть параллельны. Начало отсчёта (ноль) угловых шкал должно находиться против соответствующих указателей шаров. Удар будет центральным, так как при ударе центры масс шаров лежат на линии удара. Шар с индексом «2» до удара будет покоиться.

Скорость первого шара v_1 найдём из закона сохранения энергии: потенциальная энергия выше расположенного шара $m_1 g h_1$ переходит в кинетическую энергию его движения:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \text{ откуда } \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 l g h_1}.$$

Стартовую точку подъёма первого шара можно вычислить геометрически, зная длину нити и угол отклонения:

$$h_1 = l - l \cos(\alpha_1) = l[1 - \cos(\alpha_1)] \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 l g (1 - \cos(\alpha_1))}.$$

Используем формулу тригонометрии и не вдаваясь в аналогичные выкладки, соответственно, сможем записать:

$$v_1 = \sqrt{2 l g} \sin \frac{\alpha_1}{2}, u_1 = 2 \sqrt{g l} \sin \frac{\beta_1}{2}, u_2 = 2 \sqrt{g l} \sin \frac{\beta_2}{2}, \quad (3.6)$$

где α_1 – начальный угол отклонения первого шара;

β_1 – максимальный угол отклонения первого шара сразу после первого удара;

β_2 – максимальный угол отклонения второго шара сразу после первого удара.

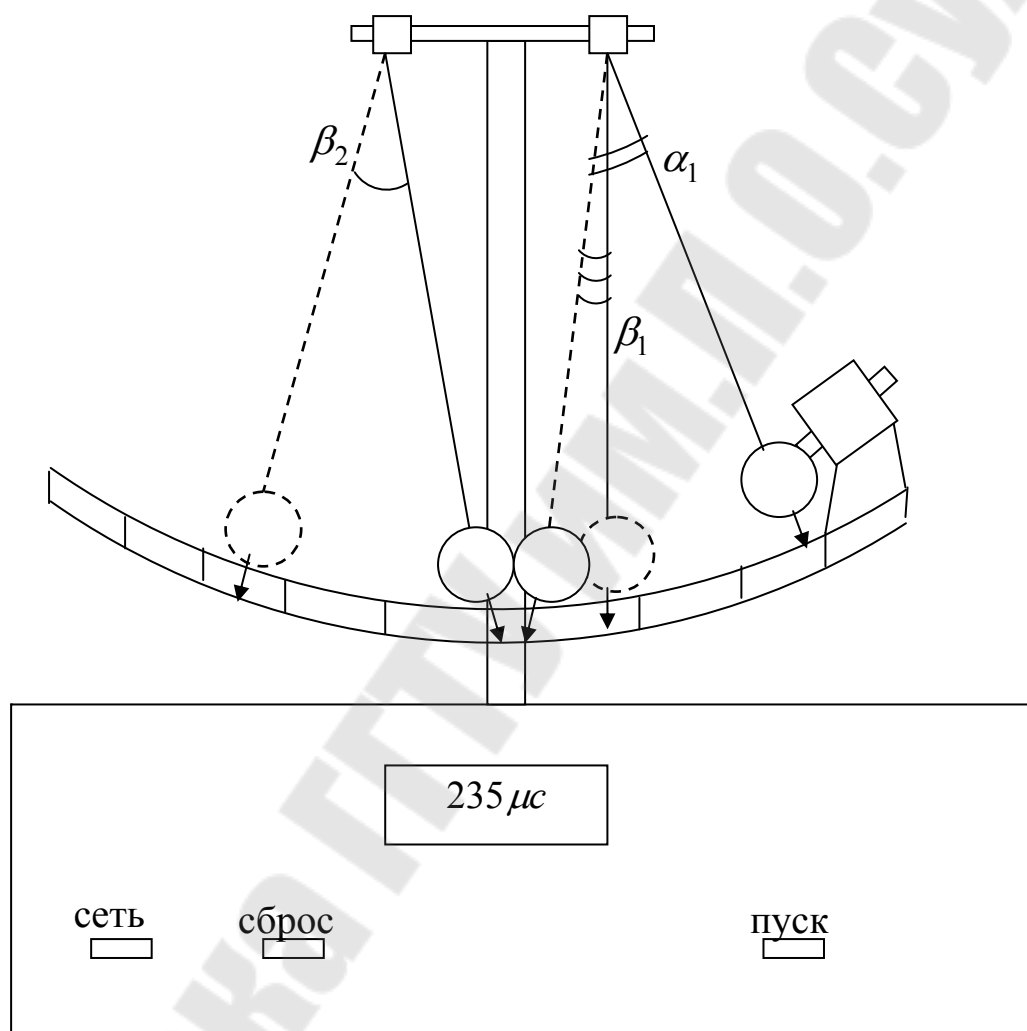


Рис. 3.1

Коэффициент восстановления скорости и энергии определяется по формулам:

$$K_v = \frac{u_n}{v_n} = \left| \frac{u_1 - u_2}{v_1 - v_2} \right| \text{ и}$$

$$K_u = \frac{T'}{T} = \frac{m_1 \sin^2(\beta_1 / 2) + m_2 \sin^2(\beta_2 / 2)}{m_1 \sin^2(\alpha_1 / 2)}, \text{ где}$$

T – кинетическая энергия до удара;

T' – кинетическая энергия тела после удара.

Порядок выполнения работы.

1. Отвинтить шары и взвешиванием определить их массу m_1 и m_2 .
Измерить длину l подвесов шаров.

2. Навесить шары, клавишей «пуск» включить электромагнит и «прицепить» к нему шар, отклонив его на угол заданный преподавателем $\alpha_1 = \dots^\circ$ и закрепить в таком положении электромагнит.

3. Отпустить клавишу «пуск». После первого столкновения шаров зафиксировать углы их максимального отклонения β_1 и β_2 . Результаты второго и последующих столкновений принимать во внимание не следует.

4. Для повышения точности измерения пункты 2 и 3 повторить не менее трёх раз. Вычислить среднее значение углов отклонения.

5. По формулам $v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_1}{2}$, $u_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\beta_1}{2}$,
 $u_2 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\beta_2}{2}$ определить средние скорости шаров до и после ударов, а затем величины импульсов шаров до и после удара:

$$p_1 = m_1 v_1, p_1' = m_1 u_1, p_2' = m_2 u_2.$$

Сравнить значение импульсов до и после удара.

6. По формуле $K_v = \frac{|u_1 - u_2|}{|v_2 - v_1|}$ вычислить коэффициент восстановления скорости.

7. По формуле $K_u = \frac{m_1 \sin^2(\beta_1 / 2) + m_2 \sin^2(\beta_2 / 2)}{m_1 \sin^2(\alpha_1 / 2)}$ вычислить коэффициент восстановления энергии для упругого удара.

8. Измерения и расчёты по п.п 3–7 выполнить для трёх углов отклонения шаров. Рассчитать средние значения коэффициентов восстановления скорости и энергии.

9. По результатам измерений сделать выводы о выполнении закона сохранения импульса. Дать объяснение полученным значениям коэффициентов восстановления скорости и энергии.

Контрольные вопросы

1. Законы Ньютона.
2. Энергия, работа силы. Мощность.
3. Закон сохранения энергии для системы частиц.
4. Упругий удар, абсолютно упругий центральный и нецентральный удар.

Лабораторная работа № 4

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ

Цель работы:

1. Проверить справедливость закона сохранения момента импульса при неупругом ударе.
2. Определить скорость полета пули.

Приборы и принадлежности: баллистический крутильный маятник ГРМ-09, набор пулек, линейка.

Теоретические сведения

Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Рассмотрим механическую систему, состоящую из n материальных точек. Пусть m_i – масса i – той частицы, u_i – скорость i – той частицы.

Моментом импульса \vec{L}_i материальной точки относительно неподвижной точки « O » называется векторное произведение радиус-вектора \vec{r}_i , материальной точки, проведенного из точки « O » в точку приложения импульса на вектор импульса этой материальной точки $\vec{p}_i = m_i \vec{u}_i$ (рис. 4.1): $\vec{L}_i = [\vec{r}_i \cdot \vec{p}_i] = [\vec{r}_i \cdot m_i \vec{u}_i]$.

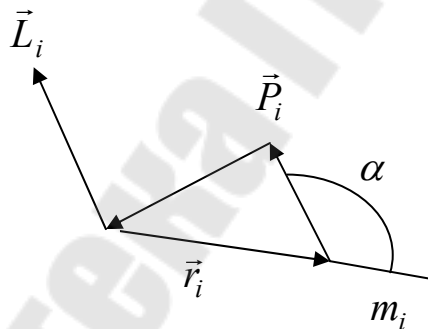


Рис. 4.1

Из определения следует, что направления вектора \vec{L} выбрано так, что вращение вокруг точки « O » от вектора \vec{r} в направлении вектора \vec{p} и вектора \vec{L} образует правовинтовую систему. Модуль вектора $L = rp \sin(\alpha) = r m u \sin(\alpha) = lp$, где

α – угол между векторами \vec{r} и \vec{p} ;

$l = r \sin \alpha$ – плечо вектора \vec{p} относительно точки « O ».

Моментом импульса механической системы относительно неподвижной точки « O » называется вектор \vec{L} , равной геометрической

сумме моментов импульса относительно той же точки всех материальных точек системы:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \cdot \vec{p}_i]$$

Выясним, какая механическая величина ответственна за изменение вектора момента импульса \vec{L} в данной системе отсчета. Для этого продифференцируем векторное произведение $[\vec{r}_i \cdot \vec{p}_i]$ по времени:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \cdot \vec{p}_i] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{d\vec{r}_i}{dt} \cdot \vec{p}_i \right] + \sum_{i=1}^n \left[\vec{r}_i \cdot \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right] = \sum_{i=1}^n \left[\vec{r}_i \cdot \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right].$$

Так как $\sum_{i=1}^n \left[\frac{d\vec{r}_i}{dt} \cdot \vec{p}_i \right] = [\vec{u}_i \cdot \vec{p}_i] = 0$, как векторное произведение коллинеарных (т.е. параллельных) векторов.

Согласно второму закону Ньютона $\sum_{i=1}^n \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}$, где \vec{F} – результирующая всех внешних и внутренних сил, действующих на механическую систему. Следовательно, $\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i [\vec{r}_i \cdot \vec{F}_i]$. Величина,

стоящая в правой части уравнения и равная векторному произведению радиус – вектора, произведенного из точки «O» в точку приложения силы на вектор силы, называется моментом силы относительно точки «O»: $\vec{M}_i = [\vec{r}_i \cdot \vec{F}_i]$. Модуль этого вектора равен $M_i = r_i F_i \sin \alpha_i = l_i F_i$.

Таким образом: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \vec{M}$.

Это уравнение называется уравнением динамики вращательного движения: производная по времени от момента импульса механической системы относительно неподвижной точки равна моменту всех внешних сил, действующих на систему, относительно той же точки. Из закона

динамики следует, что если $\vec{M} = 0$, то $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$

и $\vec{L} = const$. Другими словами, момент импульса замкнутой системы относительно неподвижной точки не изменяется с течением времени – это закон сохранения момента импульса. Возьмем в интересующей нас системе отсчета произвольную неподвижную ось Z . Моментом импульса механической системы относительно оси Z называют проекцию на эту ось вектора момента импульса \vec{L} , определенного относительно произвольной точки «O», на данной оси (см. рис. 4.2).

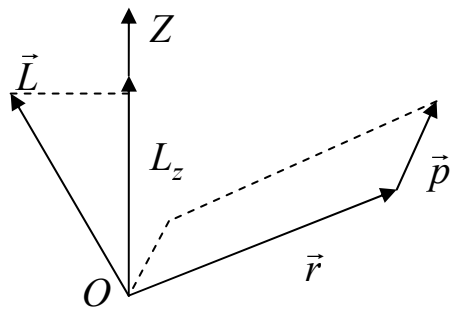


Рис. 4.2

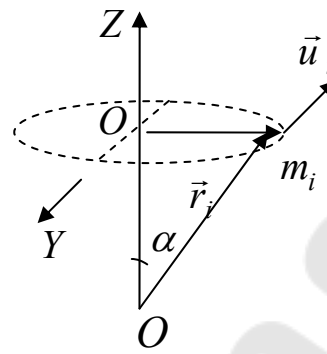


Рис. 4.3

Запишем уравнение динамики вращательного движения в проекциях на оси прямоугольной декартовой системы координат с началом в точке « O »:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{\text{внеш}}, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_y^{\text{внеш}}, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{\text{внеш}}.$$

Если момент внешних сил относительно некоторой неподвижной оси равен нулю, то момент импульса частицы относительно этой оси останется постоянным.

Если $M_z^{\text{внеш}} = 0$, то $L_z = \text{const}$. Из уравнения динамики $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{\text{внеш}}$ следует, что приращение момента импульса системы за конечный промежуток времени t будет таким:

$$\vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_0^t \vec{M}^{\text{внеш}} dt.$$

Найдём связь между моментом импульса L_z вращающегося тела относительно оси вращения Z и угловой скоростью $\vec{\omega}$:

$L_z = mur \sin \alpha = m\omega_z R^2 = J\omega_z$, где $u = \omega_z R$ и $r \sin \alpha = R$, $J = mR^2$ – момент инерции тела относительно оси вращения.

Момент импульса механической системы связан с угловой скоростью формулой $L_z = J\omega_z$.

Подобно законам сохранения импульса и энергии, закон сохранения момента импульса принадлежит к числу фундаментальных законов природы, которые выходят за рамки классической механики.

Рассмотрим на примере применение закона сохранения момента импульса.

Описание установки и метода измерения

С помощью баллистическую крутильного маятника ГРМ-09 (рис. 4.4) определим скорость пули, кинетическую энергию пули и маятника после удара.

Баллистический маятник является разновидностью физического маятника. Горизонтально летящая пуля попадает в баллистический маятник и застревает в нем в результате абсолютно не упругого удара.

Характер сил, возникающих в процессе взаимодействия, нам не известен, поэтому применим для решения этой задачи закон сохранения момента импульса.

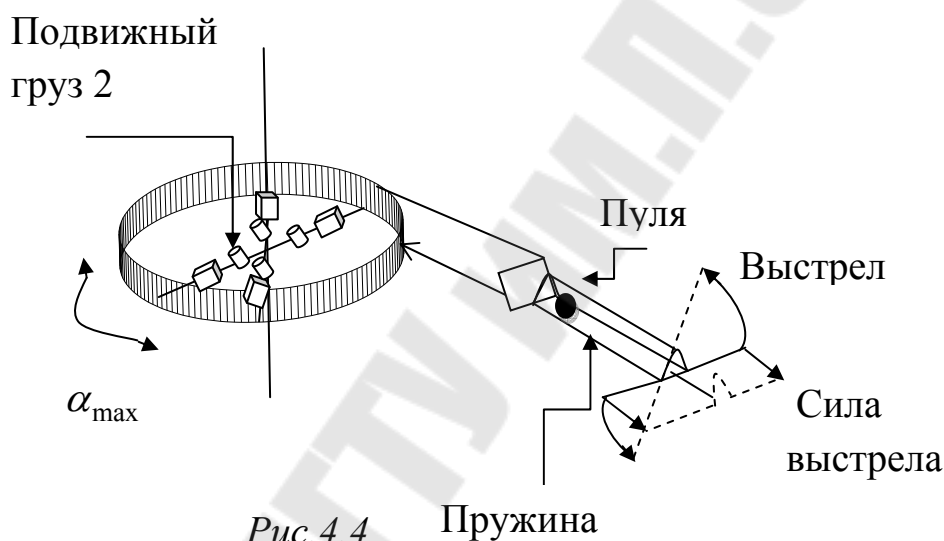


Рис.4.4 Пружина

Момент импульса пули относительно оси вращения до удара равен mul , и а неподвижного маятника – нулю. После удара момент импульса системы маятник и пуля равен: $(J_M + ml^2)\omega$. По закону сохранения момента импульса:

$$mul = (J_M + ml^2)\omega, \text{ где}$$

m – масса пули;

u – скорость пули;

J_M – момент инерции баллистического маятника;

l – расстояние от оси вращения до места попадания пули в маятнике;

ω – величина угловой скорости вращения системы.

Тогда $u = \frac{(J_M + ml^2)\omega}{ml}$. Момент инерции баллистического

маятника рассчитан с учётом его формы и зависит от местоположения перемещающихся грузов относительно оси вращения и в лабораторной работе определяется по формуле: $J_M = (7,789 \cdot 10^{-4} + 0,4R^2) \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Порядок выполнения работы

1. Включить установку и обнулить счетчик времени.
2. Максимально сблизить грузы 2 (рис. 4.4) и измерить расстояние от оси вращения до центра масс этих грузов $R_1 = \dots$ м.
3. Установить маятник в такое положение, при котором указатель угла его отклонения (в положении равновесия) показывает ноль.
4. Выстрелить из стреляющего устройства и зафиксировать максимальный угол отклонения маятника α_1 . Опыт повторить 3 раза. Вычислить среднее значение угла отклонения $\langle \alpha_1 \rangle$ в градусах, а затем перевести его в радианы. Измерить расстояние от оси вращения до центра попадания пули l .

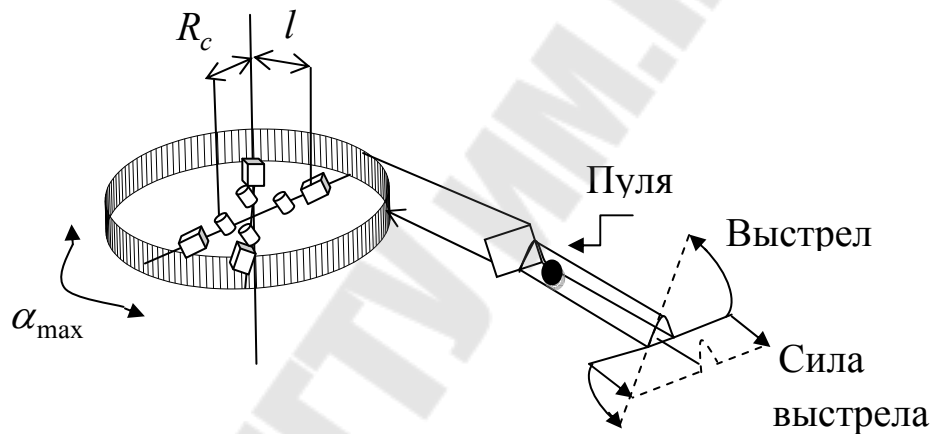


Рис. 4.5

5. Отклонить маятник на угол $30^\circ - 40^\circ$ и измерить время t_1 десяти полных колебаний. Опыт повторить три раза. Вычислить среднее значение времени $\langle t_1 \rangle$ десяти полных колебаний.

6. Вычислить период колебаний: $\langle T_1 \rangle = \frac{\langle t_1 \rangle}{n}$, где $n = 10$.

Вычислить $\omega_0 = \frac{2\pi}{\langle T_1 \rangle} = \frac{2\pi \cdot n}{\langle t_1 \rangle}$, где ω_0 – собственная частота колебаний. Тогда угловая скорость вращения системы $\omega_1 = \omega_0 \langle \alpha_1 \rangle$.

7. Вычислить момент инерции баллистического маятника $J_{M_1} = (7,759 \cdot 10^{-4} + 0,4R_1^2)$ и момент инерции системы «маятник – пуля» $(J_{M_1} + ml^2)$.

8. Результаты измерений и расчётов занести в таблицу 4.1.

Таблица 4.1

№	m , кг	l , м	R_1 , м	α_1 , град	α_1 , рад	t_1 , с	$(J_{M_1} + ml^2)$, кг·м ²
1							
2							
3							
<...>				<...>	<...>	<...>	

9. По формуле $u_1 = \frac{(J_{M_1} + ml^2)\omega_1}{ml}$ определить скорость полета пули.

10. Начальную кинетическую энергию пули вычислить по формуле: $E_k^{\text{пули}} = \frac{mu_1^2}{2}$.

11. Кинетическую энергию баллистического маятника после абсолютно неупругого удара вычислить по формуле:

$E_k^{\text{маят}} = \frac{(J_{M_1} + ml^2)\omega_1^2}{2}$. Сравнить её с кинетической энергией пули

$E_k^{\text{пули}}$ и сделать выводы.

12. Максимально отдалить грузы 2 (рис. 4.4) и измерить расстояние R_2 от оси вращения до центра груза (рис. 4.5).

13. Повторить пункты 2 – 6. Результаты измерений записать в таблицу 4.2.

Таблица 4.2

№	m , кг	l , м	R_2 , м	α_2 , град	α_2 , рад	t_2 , с	$(J_{M_2} + ml^2)$, кг·м ²
1							
2							
3							
<...>				<...>	<...>	<...>	

14. По формуле $u_2 = \frac{(J_{M_2} + ml^2)\omega_2}{ml}$ определить скорость полета пули.

15. Проверить закон сохранения момента импульса, сравнив результаты пунктов 8 и 13, и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Импульс. Импульс силы.
2. Закон сохранения импульса для системы материальных точек и его связь с однородностью пространства. Закон движения центра масс.
3. Закон динамики вращательного движения. Момент инерции. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращательного движения.
4. Реактивное движение. Уравнение Мещерского и Циолковского.
5. Неупругий удар, абсолютно неупругий удар двух тел.

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ КРЕСТООБРАЗНОГО МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы:

1. Определить момент инерции маятника и найти момент силы трения.
2. Исследовать зависимость момента инерции системы от распределения массы относительно оси вращения.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека (крестообразный маховик с горизонтальной осью вращения), инертные тела (4 шт.), электронный секундомер, линейка, штангенциркуль, набор грузов.

Теоретические сведения

Вращательное движение. Вращательным движением или вращением называется такое движение тела, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой называемой осью вращения.

Для описания вращательного движения вводятся следующие динамические параметры: момент инерции, момент силы, момент импульса тела. Аналогами их в поступательном движении являются масса, сила, импульс тела.

Основное уравнение вращательного движения. Рассмотрим твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси Z с угловой скоростью ω (рис. 5.1).

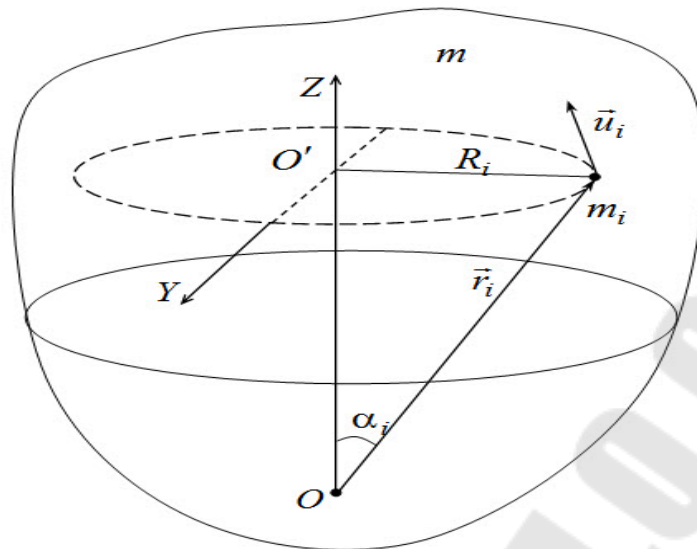


Рис. 5.1

Найдем проекцию момента импульса тела на ось Z .

Разбивая мысленно тело на элементарные массы Δm_i , получим, что момент импульса i -й элементарной массы относительно точки O равен:

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i \cdot \Delta m_i \vec{u}_i], \quad (5.1)$$

где \vec{u}_i – линейная скорость i -й элементарной массы.

Модуль линейной скорости i -й элементарной массы при ее вращательном движении вокруг оси OZ равен:

$$u_i = R_i \omega. \quad (5.2)$$

Здесь R_i – расстояния от элементарной массы до оси вращения.

Учитывая (2), получим, что проекция \vec{L}_i на ось OZ равна:

$$L_{iz} = \Delta m_i u_i r_i \sin \alpha_i = \Delta m_i R_i^2 \omega. \quad (5.3)$$

Здесь учтено, что $r_i \sin \alpha_i = R_i$. Суммируя по всем элементарным массам, получим момент импульса тела относительно оси OZ

$$L_z = \sum_{i=1}^n L_{iz} = \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i R_i^2 \right) \omega. \quad (5.4)$$

Выражение, стоящее в скобках формулы (5.4), называется моментом инерции тела и обозначается буквой J . Тогда формулу (5.4) можно переписать в следующем виде:

$$L_z = J \cdot \omega. \quad (5.5)$$

Дифференцируя выражение (5.5) по времени, и учитывая уравнение моментов $\frac{dL_z}{dt} = M_z$, получим:

$$M_z = J \frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon, \text{ где} \quad (5.6)$$

ε – величина углового ускорения вращения тела вокруг оси OZ.

Уравнение (5.6) называется основным уравнением вращательного движения.

Момент инерции тела. Момент инерции тела является мерой его инерции при вращательном движении и зависит не только от массы данного тела, но и от распределения данной массы относительно оси вращения. Эта величина скалярная. Единица измерения – $\text{кг} \cdot \text{м}^2$. В динамике вращательного движения момент инерции играет ту же роль, что и масса в динамике поступательного движения. Он определяет величину углового ускорения, получаемого телом под действием данного момента силы.

Момент инерции материальной точки относительно некоторой оси вращения равен:

$$J = mr^2, \text{ где} \quad (5.7)$$

m – масса материальной точки, r – расстояние от точки до оси вращения.

В силу аддитивности момента инерции для системы материальных точек момент инерции равен:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \text{ где} \quad (5.8)$$

m_i – масса i – ой материальной точки, r_i – расстояния i – ой точки от оси вращения, n – число материальных точек в системе.

Для протяженных тел момент инерции определяется, как сумма моментов инерции отдельных элементарных объёмов dV , на которые можно разбить данное тело и которые можно считать материальными точками:

$$J = \int r^2 \cdot dm, \text{ где} \quad (5.9)$$

$dm = \rho dV$ – масса элементарного объёма; ρ – плотность тела в данной точке.

Для однородных тел, у которых $\rho = \text{const}$ момент инерции вычисляется по формуле:

$$J = \rho \int r^2 dV. \quad (5.10)$$

Теорема Штейнера. Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется по теореме

Штейнера: момент инерции тела J_0 относительно произвольной оси вращения O равен сумме момента инерции этого тела относительно параллельной ей оси проходящей через центр масс J_C и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями, т.е.:

$$J_0 = J_C + md^2, \text{ где} \quad (5.11)$$

J_C – известный момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела,

J_0 – искомый момент инерции относительно параллельной оси,

m – масса тела,

d – расстояние между указанными осями.

Момент инерции тонкого обода (обруча). Все точки обода находятся на одинаковом расстоянии R от центра обода. Используя свойства аддитивности момента инерции, получим, что момент инерции обода относительно оси перпендикулярной ободу и проходящей через его центр равен:

$$J = mR^2. \quad (5.12)$$

Используя теорему Штейнера, получим, что момент инерции обода относительно оси перпендикулярной ободу и проходящей через обод равен:

$$J = mR^2 + mR^2 = 2mR^2. \quad (5.13)$$

Момент инерции однородного стержня. Пусть дан очень тонкий стержень длиной l . Причем его масса распределена вдоль его длины равномерно. Разобьем его на бесконечно малые элементы длиной dx (рис. 5.2).

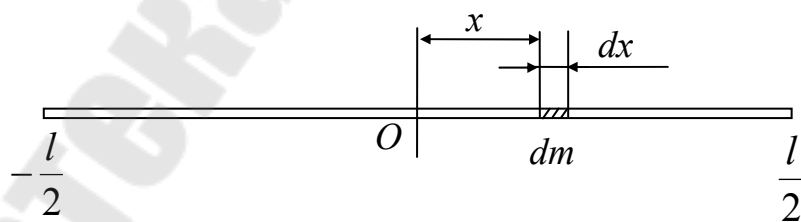


Рис. 5.2

Элементарные массы стержня равны $dm = \rho dV = \rho S dx$, где S – площадь поперечного сечения стержня. Момент инерции элементарной массы относительно оси вращения, перпендикулярной к длине стержня и проходящей через центр масс, будет равен: $dJ = dm x^2 = \rho S x^2 dx$. Момент инерции всего стержня можно найти как интегральную сумму от последнего выражения:

$$J = \int_{-l/2}^{l/2} \rho S x^2 dx = \frac{\rho S x^3}{3} \Big|_{-l/2}^{l/2} = \frac{\rho S l^3}{12}. \quad (5.14)$$

Так как масса стержня равна $m = \rho S l$, то момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его центр масс (середины) и перпендикулярно ему, равен:

$$J = \frac{m l^2}{12}. \quad (5.15)$$

Используя теорему Штейнера, получим момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец перпендикулярно стержню:

$$J = \frac{m \cdot l^2}{12} + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{m l^2}{3}. \quad (5.16)$$

Момент инерции диска. Диск радиуса R с образующей h разбиваем на бесконечно тонкие цилиндрические слои толщиной dx , причем вся масса такого слоя будет находиться на одинаковом расстоянии от оси вращения, если ось проходит через центр масс и перпендикулярна плоскости диска (рис. 5.3).

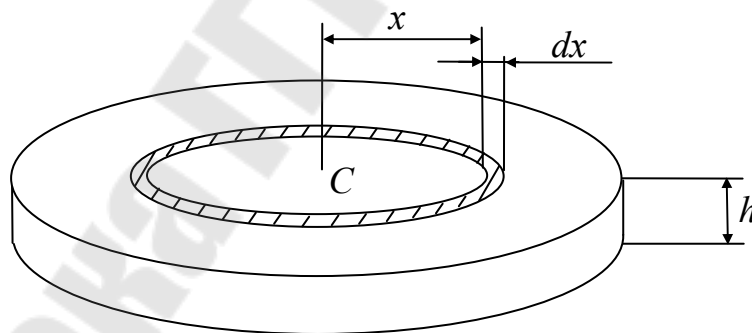


Рис. 5.3

Момент инерции выделенного цилиндрического слоя равен $dJ = dm x^2$. Масса выделенного слоя равна $dm = \rho dV = \rho 2\pi x h dx$. Момент инерции диска складывается из моментов инерции составляющих его цилиндрических слоёв, радиусы которых меняются от нуля до радиуса диска R :

$$J = \int_0^R 2\pi \rho h x^3 dx = \frac{2\pi \rho h x^4}{4} \Big|_0^R = \frac{\pi \rho h R^4}{2}. \quad (5.17)$$

Так как масса диска равна $m = \rho V = \rho \pi R^2 h$, то для момента инерции диска относительно оси перпендикулярной диску и проходящей через его центр получим:

$$J = \frac{mR^2}{2}. \quad (5.18)$$

Используя теорему Штейнера, получим, что момент инерции диска относительно оси перпендикулярной диску и проходящей через его край равен:

$$J = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3mR^2}{2}. \quad (5.19)$$

Момент инерции шара. Вычислим момент инерции шара радиуса R относительно оси Z , проходящей через его центр масс. Для этого разобьем шар секущими параллельными плоскостями на диски, радиусы которых будут изменяться от 0 до R в обоих полушариях (рис. 5.4).

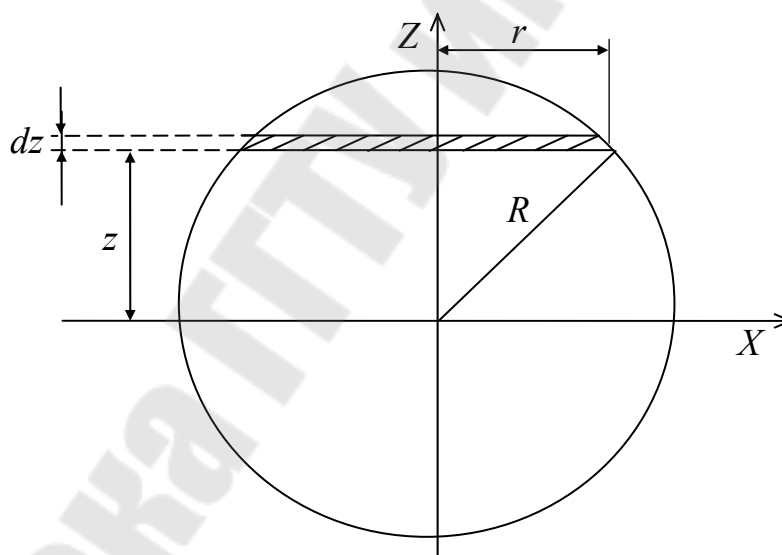


Рис. 5.4

Объем выделенного диска будет равен: $dV = \pi r^2 dz$, а его момент инерции относительно оси Z равен: $dJ = \frac{dm r^2}{2}$. Момент инерции шара равен сумме моментов инерции дисков, радиусы которых изменяются от нуля до R :

$$J = \int_{-R}^R dJ = \int_{-R}^R \frac{r^2 dm}{2}. \quad (5.20)$$

Для квадрата радиуса выделенных дисков, используя теорему Пифагора, получим: $r^2 = R^2 - z^2$, а их масса: $dm = \rho \pi r^2 dz = \rho \pi (R^2 - z^2) dz$. Подставляя данные выражения в (5.20), имеем:

$$J = \frac{\pi \rho}{2} \int_{-R}^R (R^2 - z^2)^2 dz. \quad (5.21)$$

Возводя в квадрат скобки, и, используя свойства аддитивности интеграла, получим:

$$\begin{aligned} J &= \frac{\pi \cdot \rho \cdot R^4}{2} \int_{-R}^R dz - \pi \cdot \rho \cdot R^2 \int_{-R}^R z^2 \cdot dz + \frac{\pi \rho}{2} \int_{-R}^R z^4 \cdot dz = \\ &= \pi \cdot \rho \cdot R^5 - \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot R^5}{3} + \frac{\pi \cdot \rho \cdot R^5}{5} = \frac{8 \cdot \pi \cdot \rho \cdot R^5}{15}. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Учитывая, что масса шара равна $m = \rho V = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$, для момента инерции однородного шара относительно оси проходящей через его центр, получим:

$$J = \frac{2mR^2}{5}. \quad (5.23)$$

Используя теорему Штейнера, получим, что момент инерции однородного шара относительно оси проходящей через его край равен:

$$J = \frac{2mR^2}{5} + mR^2 = \frac{7mR^2}{5}. \quad (5.24)$$

В заключение приведем значения моментов инерции (табл. 5.1) для некоторых тел (тела считаются однородными, m – масса тела):

Таблица 5.1

Тело	Положение оси	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр (обод) радиуса R	Перпендикулярно оси симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$

Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось, лежащая на образующей	$\frac{3}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$
Шар радиусом R	Ось лежит на поверхности шара	$\frac{7}{5}mR^2$

Кинетическая энергия вращения. Абсолютно твердым телом называется тело, которое не может деформироваться и взаимное положение любых точек данного тела не изменяется, в каких бы процессах оно ни участвовало.

Рассмотрим абсолютно твердое тело, вращающееся около неподвижной оси, проходящей через него. Мысленно разобьем это тело на маленькие объемы с элементарными массами m_1, m_2, \dots, m_n , находящиеся на расстоянии r_1, r_2, \dots, r_n от оси.

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси отдельные его элементарные объемы массами m_i опишут окружности различных радиусов r_i и имеют различные линейные скорости u_i . Но так как мы рассматриваем абсолютно твердое тело, то угловая скорость вращения этих объемов одинакова: $\omega = \frac{u_i}{r_i}$.

Кинетическую энергию вращающегося тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$$E_{\text{вращ}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i u_i^2}{2}. \quad (5.25)$$

Подставляя в (12) значения для угловой скорости, получим:

$$E_{\text{вращ}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right). \quad (5.26)$$

Учитывая, что выражение, стоящее в скобках согласно формуле (5.8), равно моменту инерции тела, получим, что кинетическая энергия вращающегося тела равна:

$$E_{\text{вращ}} = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (5.27)$$

Формула (5.27) справедлива для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

В случае плоского движения тела, например, цилиндра скатывающегося с наклонной плоскости без скольжения, энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения:

$$E = \frac{mu_C^2}{2} + \frac{J_C\omega^2}{2}, \text{ где} \quad (5.28)$$

m – масса катящегося тела; u_C – скорость центра масс тела; J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр его масс; ω – угловая скорость тела.

Описание установки и методика измерений

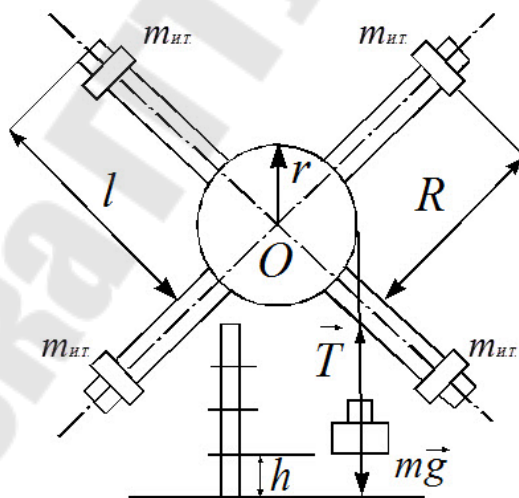


Рис. 5.5

На рис. 5.5 представлена принципиальная схема установки, с помощью которой производятся исследования. Четыре стержня укреплены на втулке под прямым углом. На стержнях находятся 4 инертные тела массой m_0 каждый. Втулки и шкив насажены на общую ось. Ось закреплена в подшипниках так, что вся система может вращаться вокруг горизонтальной оси. Передвигая грузы по стержням, можно легко изменять момент инерции J системы. На шкив намотана

нить, к которой прикреплена платформа известной массы. На платформу кладётся груз, нить натягивается и создаёт вращающий момент:

$$M = Tr, \text{ где}$$

T – сила натяжения нити, r – радиус шкива.

Кроме того, на маятник действует тормозящий момент силы трения в оси $M_{\text{тр}}$, который направлен в противоположную сторону M .

Силу T можно найти из уравнения движения платформы с грузом:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$$

или в скалярном виде:

$$mg - T = ma, \quad T = mg - ma, \text{ где}$$

m – масса платформы с грузом $m = m_{\text{пл}} + m_{\text{сп}}$,

a – ускорение платформы с грузом.

Ускорение a связано с угловым ускорением ε соотношением:

$$\varepsilon = \frac{a}{r}.$$

С учётом этого, основное уравнение динамики вращения твёрдого тела в скалярной форме имеет вид:

$$J\varepsilon = M - M_{\text{тр}} = m(g - a)r - M_{\text{тр}}.$$

В данное уравнение входит ускорение a платформы. Это ускорение можно определить, измеряя время t , в течение которого платформа опускается на расстояние h :

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Тогда основное уравнение динамики вращения твёрдого тела принимает вид:

$$J\varepsilon = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r - M_{\text{тр}}.$$

Для момента инерции J получаем выражение:

$$J = \frac{m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r - M_{\text{тр}}}{\varepsilon}$$

или с учетом ускорения a платформы:

$$J = \frac{m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r - M_{\text{тр}}}{\frac{2h}{rt^2}}.$$

По этой формуле можно вычислить значения момента инерции маховика J_i , когда инертные тела закреплены на расстояниях R_i .

Вычитая из момента инерции нагруженного маховика J_i момент инерции J_0 пустого маховика, когда все инертные тела закреплены на осевом стержне, можно вычислить экспериментальные значения момента инерции точечных тел J_i° при различных расстояниях до оси вращения R_i . Результаты вычисления позволяют построить график экспериментальной зависимости $J_i^{\circ} = f(R_i)$ и сравнить его с графиком теоретической функции зависимости $J_i^m = f(R_i)$, значения которой рассчитываются по формуле: $J_i^m = 4m_0 R_i^2$.

Порядок выполнения работы

Задание № 1. Определить момент инерции маятника и нахождение момента силы трения

1. Установить высоту падения груза h перемещением подвижного кронштейна.

2. Закрепить четыре инертных тела на любом одинаковом расстоянии $R \geq 0$ от оси маятника. Маятник должен находиться в равновесии.

3. Изменяя массу груза $m_{сп_i}$ на платформе, для каждого груза измерить время t_i движения платформы три раза. Учесть, что масса платформы с грузом в каждом случае равна $m_i = m_{пл} + m_{сп_i}$. Полученные данные занести в табл. 5.2.

4. Вычислить значения a_i , ε_i , M_i для каждого i -го груза по формулам:

$$a_i = \frac{2h}{\langle t_i \rangle^2}; \quad \varepsilon_i = \frac{a_i}{r}; \quad M_i = m_i \left(g - \frac{2h}{\langle t_i \rangle^2} \right) r, \text{ где}$$

$\langle t_i \rangle$ – среднее время движения платформы с грузом, $i = 1, 2, 3$.

5. Построить график зависимости $\varepsilon = f(M)$, отмечая точки на координатной плоскости. Затем провести усреднённую прямую так, чтобы половина точек лежало выше, а половина ниже прямой.

Таблица 5.2

N_2	$m_{зп_i} \cdot 10^{-3}$, кг	$(m_{нл} + m_{зп_i}) \cdot 10^{-3}$, кг	t_i , с	$\langle t_i \rangle$, с	J_i , кг·м ²
1					
2					
3					

6. Продолжая прямую до пересечения с осью абсцисс (экстраполируя), определить момент силы трения $M_{тр}$ (рис. 5.6):

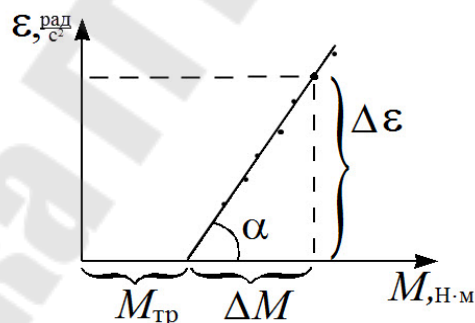


Рис. 5.6

7. По графику определить момент инерции крестообразного маятника J . Величина J определяется, как тангенс угла наклона прямой графика к оси абсцисс. Для этого необходимо для одного любого значения M определить соответствующее значение ε путем восстановления перпендикуляра до пересечения с прямой. Так как $\text{tg}\alpha = \frac{1}{J} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta M}$, то $J = \frac{\Delta M}{\Delta\varepsilon}$. Здесь ΔM – разность между моментом силы для данной точки и моментом силы трения $M_{тр}$, $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0$, где $\varepsilon_0 = 0$.

Задание № 2. Исследовать зависимость момента инерции системы от распределения массы относительно оси вращения.

1. Установить высоту падения h платформы с грузом.
2. Снять с радиальных стрелок все инертные тела и закрепить их на осевом стрелке.
3. Установить на платформу груз произвольной массы $m_{гр}$.
4. Измерить время t_l движения платформы с грузом три раза.
5. Установить четыре инертных тела на радиальных стрелках.

Изменяя расстояние R инертных тел до оси вращения ($R_1 = 0.02$ (м); $R_2 = 0.04$ (м); $R_3 = 0.06$ (м); $R_4 = 0.08$ (м); $R_5 = 0.1$ (м)), повторить пункт 4. Полученные данные занести в таблицу 5.3.

Таблица 5.3

№	$R_i \cdot 10^{-2}$, м	t_i , с	$\langle t_i \rangle$, с	I_i , кг·м ²
1	0			
2	2			
3	4			
4	6			
5	8			

6	10			

6. Для каждого расстояния R вычислить момент инерции системы J_i с учётом силы трения по формуле:

$$J_i = \frac{m(g - \frac{2h}{\langle t_i \rangle^2})r - M_{\text{тр}}}{\frac{2h}{r \langle t_i \rangle^2}}.$$

Момент силы трения системы $M_{\text{тр}}$ взять из 1-го задания.

7. Вычислить экспериментальные значения момента инерции точечных тел $J_i^{\text{э}}$ при различных расстояниях до оси вращения R_i :

$$J_0^{\text{э}} = J_0 - J_0 = 0; J_1^{\text{э}} = J_1 - J_0; J_2^{\text{э}} = J_2 - J_0; J_3^{\text{э}} = J_3 - J_0; J_4^{\text{э}} = J_4 - J_0; \\ J_5^{\text{э}} = J_5 - J_0.$$

8. Рассчитать теоретические значения функции зависимости момента инерции от расстояния R ($J_i^m = f(R_i)$) по формуле:

$$J_i^m = 4m_0 R_i^2.$$

9. Построить графики зависимости $J_i^{\text{э}} = f(R_i)$ и $J_i^m = f(R_i)$ на одном рисунке. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Момент силы.
2. Момент инерции.
3. Момент импульса.
4. Закон сохранения момента импульса.
5. Основное уравнение динамики вращательного движения.
6. Теорема Штейнера (записать формулу и определение).
7. Кинетическая энергия вращательного движения.
8. Связь момента импульса с моментом инерции.
9. Угловое ускорение.
10. Угловая скорость.

Лабораторная работа № 6

ИЗУЧЕНИЕ ПРЕЦЕССИИ ГИРОСКОПА

Цель работы:

1. Изучить закон динамики вращательного движения на примере движения гироскопа.
2. Изучить величину момента импульса и момента инерции маховика гироскопа относительно главной оси.

Приборы и принадлежности: комплект из электронного секундомера, полуавтоматического измерительного блока и гироскопа.

Теоретические сведения

У тела произвольной формы можно выделить три взаимно перпендикулярные главные оси, проходящие через центр масс, относительно которых момент инерции тела имеет минимальное или максимальное значение. У симметричных тел и тел вращения одна из таких главных осей совпадает с осью симметрии. Если ось уже вращающегося тела (волчка) не закреплена и оно может вращаться вокруг любой оси (т.е. оно свободно), то вектор момента силы относительно центра масс может не совпадать с моментом импульса \vec{L} (осью вращения). В этом случае закон динамики вращательного движения можно применить только в наиболее общем виде: если на тело действует момент силы, то у него изменяется во времени момент импульса \vec{L} , причем он может измениться как по величине, так и по направлению: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$.

Сила тяжести $m\vec{g}$ создает относительно точки опоры «O» волчка вращающий момент силы $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$: показанный на рис. 6.1 из точки опоры (из начала координат). Этот вектор перпендикулярен к плоскости, образованной векторами \vec{r}_c и $\vec{F} \Rightarrow \vec{M} \perp \vec{r}_c$. Поскольку векторы \vec{L} и \vec{r}_c направлены по одной прямой (оси вращения), то $\vec{M} \perp \vec{L}$ (момент силы перпендикулярен к моменту импульса уже вращающегося тела). По закону динамики вращательного движения приращение момента импульса “ $d\vec{L}$ ” $d\vec{L} \parallel \vec{M}$, но так как $\vec{M} \perp \vec{L}$ то и $d\vec{L} \perp \vec{L}$. По этой причине величина момента импульса не изменяется, а меняется только его направление ($|\vec{L}| = const$), и в результате момент импульса

описывает в пространстве конус (прецессирует) вокруг оси, проходящей через точку опоры параллельно направлению действующей силы.

Прецессией называется такое движение, когда тело наряду с вращением вокруг одной из главных осей так поворачивает эту ось, что она описывает в пространстве конус.

В горизонтальной плоскости XOY угол поворота радиуса R определяется соотношением:

$$d\varphi = \frac{dL}{R}. \quad (6.1)$$

Причем из треугольника, содержащего R и L следует, что $R = L \sin \beta$. Разделив обе части уравнения (6.1) на dt и подставив значение R , получим угловую скорость прецессионного движения Ω :

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dL}{dt \sin \beta} = \frac{dL}{dt} \cdot \frac{1}{L \sin \beta} = \frac{M}{L \sin \beta}.$$

$$\text{Можно записать и без дроби: } M = \Omega L \sin \beta. \quad (6.2)$$

Последняя запись напоминает векторное произведение векторов:

$$\vec{M} = [\vec{\Omega} \cdot \vec{L}]$$

Если сравнить её с определением момента силы относительно точки, то видно:

$$\begin{cases} \vec{M} = [\vec{r}_c \cdot \vec{F}] \\ \vec{M} = [\vec{\Omega} \cdot \vec{L}] \end{cases}$$

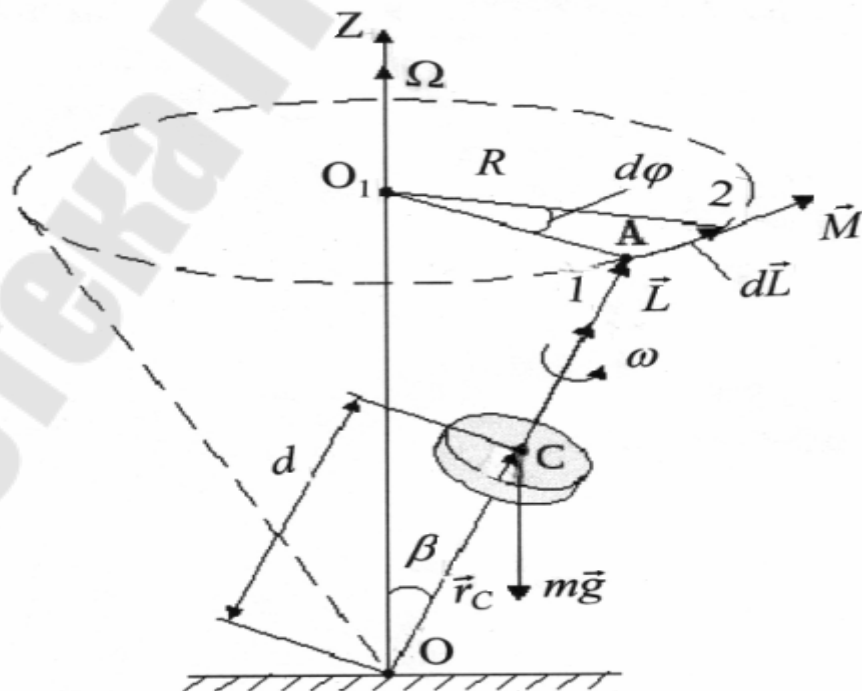


Рис. 6.1

Так как $\vec{r}_c \parallel \vec{L}$, то $\vec{\Omega} \parallel \vec{F}$. Таким образом, ось прецессии проходит через точку опоры (или центр массы тела) параллельно вектору силы.

Закон динамики вращения свободного тела, если на него действует момент сил, перпендикулярный моменту импульса ранее вращающегося тела, будет таким. Если на свободное, вращающееся тело действует момент силы тяжести (относительно точки опоры), то момент импульса тела (его ось вращения) прецессирует (поворачивается) вокруг оси прецессии, проходящей через точку опоры параллельно вектору силы тяжести. Угловая скорость прецессии прямо пропорциональна моменту внешних сил относительно точки опоры и обратно пропорциональна моменту импульса вращающегося тела.

Таким образом, результатом действия момента силы может быть не только угловое ускорение, но и угловая скорость (прецессионного движения). Этот вид движений изучается в данной работе и проверяется справедливость формулы (6.2) в случае, когда $\beta = 90^\circ$.

Методика выполнения работы

Экспериментальная установка представляет собой электродвигатель, которого может вращаться вокруг вертикали (OZ) и в небольших пределах ($+20^\circ$) отклониться от горизонтали (рис. 6.2). Таким образом, угол β можно поддерживать равным 90° .

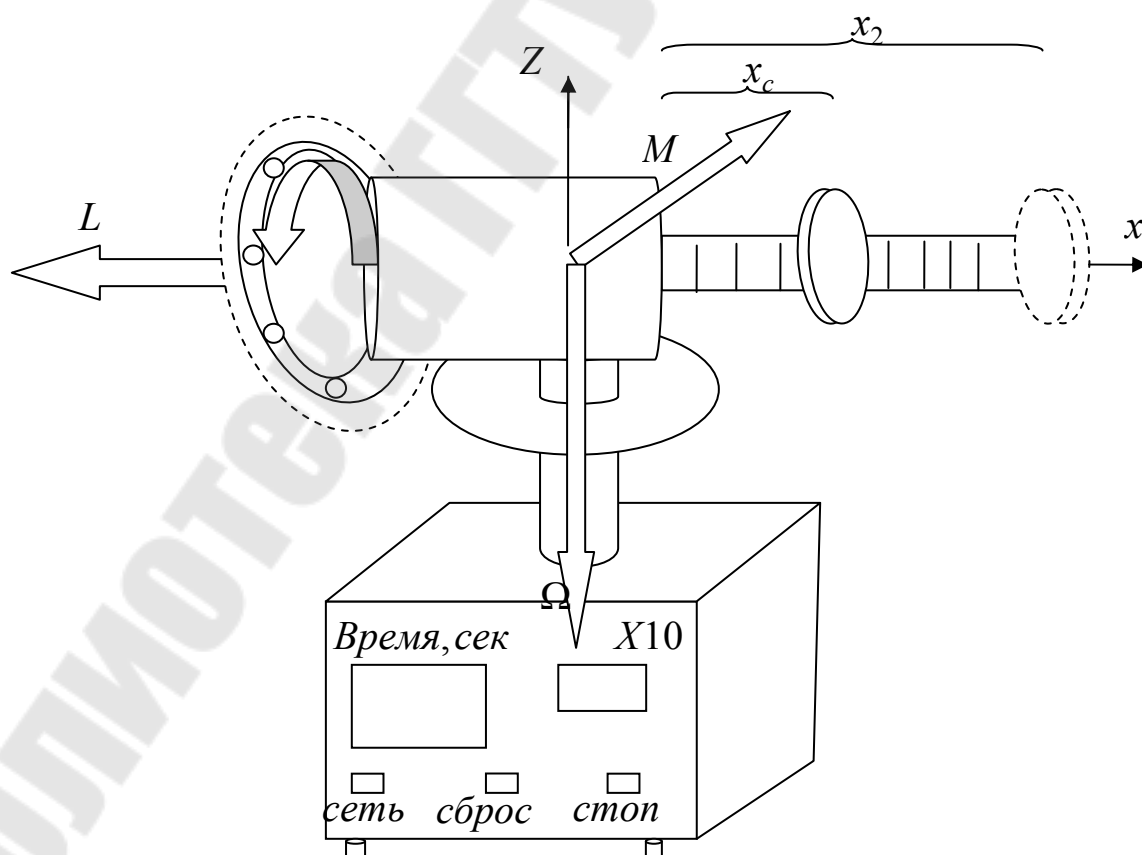


Рис. 6.2. Внешний вид установки

На оси двигателя находится маховик с отверстиями, позволяющими электронно-оптическим методом измерить угловую скорость вращения. Электродвигатель установлен на столике, который может вращаться вокруг вертикальной оси, и, благодаря своей «юбке» с прорезями, выполненными точно через 10° , позволяет электронно-оптическим методом измерять угол поворота и время, за которое этот поворот прошёл.

Частота вращения двигателя стабилизируется и может регулироваться, при этом изменяется величина момента импульса вращающейся части. Скалярная форма уравнения $M = \Omega L \sin \beta$ очень удобна для экспериментальной проверки, особенно если у гироскопа ось вращения горизонтальна и $\sin \beta = 1$.

Линейная зависимость между моментами силы и угловой скоростью прецессии, при неизменной величине момента импульса, позволяет построить прямую линию графика $M = f(\Omega)$ по двум крайним точкам (с максимально допустимым значением момента силы тяжести) и точке начала координат.

Вращающий момент силы тяжести создается за счет перемещения груза с известной массой вдоль оси двигателя, имеющей линейку для определения координаты центра масс груза. Сначала груз нужно расположить на оси таким образом, чтобы ось гироскопа была горизонтальна, и записать координату его центра масс $x_c = \dots$ мм (прецессия должна отсутствовать!).

Точность определения этой координаты существенно влияет на точность всего эксперимента.

Максимально сместив груз влево по шкале, при вращающемся с заданной скоростью гироскоп, изменяют скорость прецессионного движения (время вращения на некоторый измеренный угол) и координату центра масс груза x_1 . Затем максимально сместив груз вправо по шкале, при вращающемся гироскопе, измеряют угловую скорость прецессионного движения (время прецессионного движения на некоторый измеренный угол) и координату центра масс x_2 . Учтите, что при этом изменилось направление скорости прецессии (и угол поворота стал отрицательным) на противоположное.

По формуле $\Omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ и $M = mg(x_i - x_c)$ рассчитать угловую скорость прецессии и момент силы тяжести относительно центра масс. Построить график $M = f(\Omega)$, проведя его напрямую линию точно через начало координат и как можно ближе к полученным точкам. Эта линия

должна быть параллельна прямой, непосредственно соединяющей полученные точки, и не проходящей через начало координат.

Для одной точки графика (она, как правило, даже не используется для построения графика) рассчитать $L = \frac{M}{\Omega}$, а затем вычислить главный момент инерции маховика гироскопа I , по формуле:

$$I_c = \frac{L}{\Omega} = \frac{L}{2\pi n}, \text{ где}$$

n – число оборотов двигателя гироскопа в секунду.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя задание частоты вращения двигателя гироскопа. Груз нужно расположить на штанге таким образом, чтобы ось гироскопа была горизонтальна и записать координату центра масс груза $x_c = \dots$ мм. Точность определения этой координаты существенно влияет на точность всего эксперимента.

2. Установить заданную частоту вращения двигателя гироскопа. Максимально сместив груз влево по шкале (при вращающемся с заданной скоростью в гироскопе), измерить скорость прецессионного движения (время вращения на некоторый измеренный угол) и координату центра масс груза $x_c = \dots$ мм. Учтите, что пуск секундомера после нажатия клавиши «сброс» осуществляется автоматически и только при наличии вращения столика гироскопа вокруг вертикальной оси.

При нажатия клавиши «стоп» остановка секундомера осуществляется также автоматически при повороте столика на очередные 10° .

3. Затем, максимально сместив груз вправо по шкале (при продолжающем вращаться гироскопе), измеряют угловую скорость прецессионного движения (время вращения на некоторый измеренный угол) и координату центра масс груза $x_2 = \dots$ мм. Учтите, что при этом изменилось направление и знак скорости прецессии (и угла поворота) на противоположное.

4. Все результаты измерений занести в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Координаты груза	X_0	$X_{лев}$	$X_{прав}$
$\Delta\varphi$, град			
$\Delta\varphi$, рад			
Ω , (1/с)			
M , Н·м			

5. Вычислить моменты действующих сил при смещении груза вправо и влево от положения равновесия (их знаки противоположны) и соответствующие угловые скорости равномерной прецессии. По полученным данным построить график $M = f(\Omega)$, проводя его строго через начало координат (если $M = 0$, то и $\Omega = 0$) и параллельно вспомогательной прямой, проходящей через две точки (вспомогательную прямую можно не проводить).

6. По результатам графического усреднения для любой (удобной) точки на линии графика рассчитать момент инерции маховика гироскопа. Результат представить в виде $J = \dots$ (кг·м²).

7. Оценить погрешность измерения с избранной надежностью $\alpha = 95\%$ и сделать соответствующий вывод.

Контрольные вопросы

1. Вывести уравнение прецессионного движения гироскопа.
2. Сформулировать основной закон динамики вращения тела, если момент действующих сил перпендикулярен к моменту импульса вращающегося тела.
3. Доказать справедливость теоремы Штейнера.
4. Сформулировать основной закон динамики вращения тела, если момент действующих сил направлен произвольным образом к моменту импульса вращающегося тела.

Лабораторная работа № 7

ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы:

1. Изучить теорию незатухающих гармонических колебаний физического и математического маятников.
2. Определить ускорение свободного падения при помощи математического и физического маятников.

Приборы и принадлежности: универсальный прибор РМ-04.

Теоретические сведения

Гармоническим колебательным движением является движение, при котором величина, характеризующая движение тело изменяется со временем по закону синуса (косинуса):

$$\begin{aligned}x &= A \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ или} \\x &= A \cos(\omega t + \varphi_0),\end{aligned} \tag{7.1}$$

где $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота колебаний;

$A = x_{\max}$ – амплитуда колебаний;

$(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний;

φ_0 – начальная фаза колебаний.

Примером гармонического колебательного движения могут служить колебания гармонического осциллятора. Линейным гармоническим осциллятором называется система, состоящая из материальной точки и массой m , совершающая прямолинейные гармонические колебания под действием упругой силы: $\vec{F}_{упр} = -kx\vec{i}$.

К числу классических систем, аналогичных гармоническому осциллятору, могут быть отнесены:

1. Математический маятник в пределах малых углов отклонения.
2. Тело на пружине в пределах малых амплитуд колебаний.
3. Электрический контур, состоящий из индуктивности и ёмкости для весьма малых токов и напряжений.

Наиболее важными свойствами гармонического осциллятора являются следующие:

1. Частота колебаний не зависит от амплитуды.
2. Если действует несколько возбуждающих сил, то эффект их суммарного действия может быть получен в результате сложения эффектов от каждой силы в отдельности (принцип суперпозиции).

Свободными (незатухающими) колебаниями называются колебания, которые происходят за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему. Рассмотрим примеры систем, совершающих свободные гармонические колебания.

Пружинный маятник. Пружинный маятник – это тело массой m , совершающее гармонические колебания под действием упругой силы $\vec{F}_{упр} = -kx\vec{i}$.

Исходя из второго закона Ньютона, уравнением движения пружинного маятника является уравнение вида:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \text{ или}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (7.2)$$

Уравнение (7.1) можно записать в виде:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0, \text{ где}$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \omega_0 \text{ — циклическая частота.}$$

Решением данного дифференциального уравнения второго порядка является уравнение:

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t + \gamma), \quad \text{где} \quad (7.3)$$

x_0 — амплитуда колебаний, т.е. максимальное смещение от положения равновесия;

$(\omega_0 t + \gamma)$ — фаза колебаний.

Взяв первую, а затем вторую производную от уравнения (7.3) получим скорость и ускорение гармонического колебательного процесса:

$$\frac{dx}{dt} = -x_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \gamma) \quad \text{и} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = -x_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \gamma).$$

Пружинный маятник (гармонический осциллятор) совершает свободные незатухающие колебания с циклической частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

и периодом $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Свободные колебания физического маятника. Физическим маятником называется твердое тело, способное колебаться под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси не совпадающей с его центром масс. Если маятник отклонить от положения равновесия на угол φ (рис. 7.1), то относительно оси вращения OZ сила тяжести создаёт момент силы $\vec{M} = [\vec{r}_c \cdot \vec{F}]$, модуль которого равен: $|\vec{M}| = |r_c| mg \sin \varphi$.

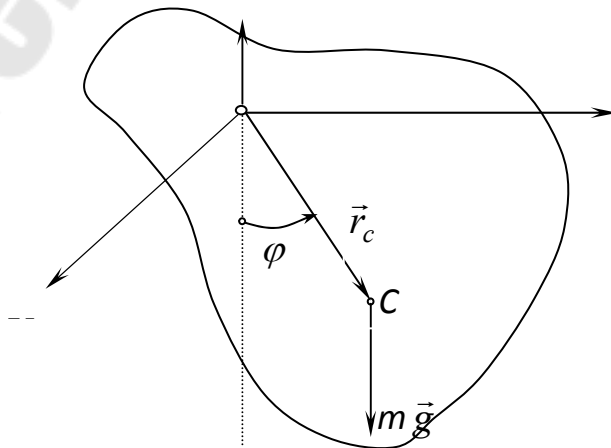


Рис. 7.1

Колебания будут гармоническими, если угол отклонения маятника φ мал, когда выполняется условие $\sin\varphi \cong \varphi$. Тогда $M = -r_c mg \cdot \varphi$.

Под действием момента силы тяжести маятник будет совершать вращательное движение и согласно основного закона динамики вращательного движения $M = J_0 \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = J_0 \cdot \varepsilon$.

$$J_0 \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -r_c mg \cdot \varphi \text{ или } \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{r_c mg}{J_0} \cdot \varphi = 0. \quad (7.4)$$

Это дифференциальное уравнение собственных колебаний физического маятника. Будем искать решение в виде:

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega_0 t.$$

Чтобы выяснить физический смысл констант φ_0 и ω_0 , возьмём первую и вторую производную от φ по времени:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varphi_0 \omega_0 \sin \omega_0 t, \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\varphi_0 \omega_0^2 \cos \omega_0 t.$$

Подставив значение функции $\varphi(t)$ и $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ в дифференциальное уравнение (7.3), получим:

$$-\varphi_0 \omega_0^2 \cos \omega_0 t + \frac{r_c mg}{J_0} \varphi_0 \cos \omega_0 t = 0.$$

После сокращений получим:

$$\omega_0^2 = \frac{r_c mg}{J_0}.$$

Используя начальное условие, что при $t_0 = 0$ маятник отклонён на угол φ ($0^\circ < \varphi_0 < 5^\circ$), φ ($0^\circ < \varphi_0 < 5^\circ$), запишем уравнение движения маятника для начального момента времени:

$$\varphi = \varphi_0 \cos 0 = \varphi_0.$$

Таким образом, решением дифференциального уравнения

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{r_c mg}{J_0} \varphi = 0 \text{ будет уравнение:}$$

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega_0 t,$$

а период колебания физического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{r_c mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}, \text{ где}$$

$$l_{np} = \frac{J_0}{r_c mg} \text{ – приведённая длина физического маятника.}$$

Приведённой длиной физического маятника называется длина математического маятника, имеющего такой же период колебаний, что и данный физический.

Математический маятник. Математический маятник – это материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и совершающая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Математический маятник представляет собой предельный случай физического маятника. Момент инерции точки относительно оси качения (рис. 7.2):

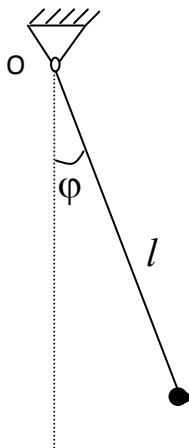
$$J = ml^2,$$

где l - длина математического маятника

$$l = |\vec{r}_c|$$

Дифференциальное уравнение свободных колебаний математического маятника будет иметь вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgr_c}{ml^2}\varphi = 0 \text{ или } \ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0, \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l}.$$



Период колебаний математического маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Сравним формулы $T = 2\pi\sqrt{\frac{J_0}{r_c mg}}$ и $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Следует вывод: что физический маятник колеблется так же, как математический

маятник с длиной $l_{np} = \frac{J_0}{mr_c}$.

Рис. 7.2

Описание установки

Общий вид универсального маятника РМ–4 изображен на рис. 7.3. В этом приборе оборотный маятник представляет собой стальной стержень с делениями, котором могут перемещаться и закрепляться в различных положениях две опорные призмы 2 тяжелые грузы 3 форме чечевицы. Призмы закреплены на маятнике так, чтобы период колебаний относительно любой из двух призм был приблизительно одинаковым. Расстояние между опорными призмами, равное

приведённой длине l_{np} , составляет порядка 29 см. Маятник при измерениях устанавливается на стальные опоры верхнего кронштейна 4. Нижний кронштейн 5 с фотоэлементом можно перемещать вдоль колонки 6 и закреплять в произвольно выбранном положении зажимным винтом 7.

Электрический сигнал от фотоэлемента при пересечении светового потока маятником поступает в блок управления и измерения 8. На лицевой панели блока находятся следующие элементы и индикаторы:

«СЕТЬ» - выключатель сети. Нажатие этой клавиши вызывает включение питающего напряжения.

«СБРОС» – сброс измерителя. Если вывести маятник из положения равновесия, то при первом нажатии этой клавиши одновременно начинают работать счетчики времени 9 и числа колебаний 10. При повторном нажатии показания счетчиков 10 сбрасываются до нуля.

При нажатии клавиши «СТОП» процесс подсчета заканчивается, и индикаторы 9 - 10 высвечивают результаты измерений.

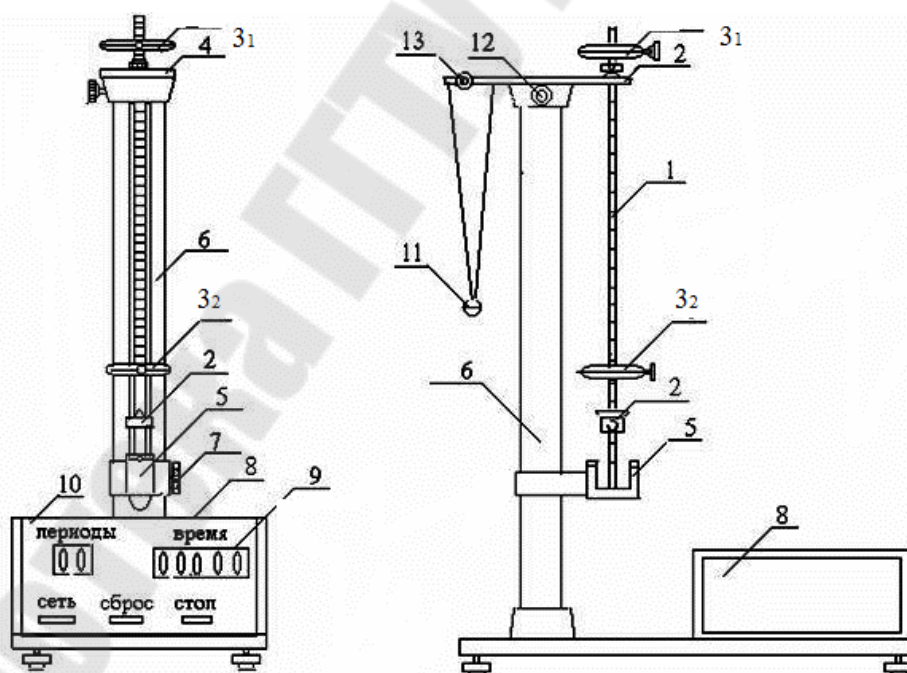


Рис. 7.3

На верхнем кронштейне 4 на бифилярном подвесе укреплен математический маятник 11. Вращением кронштейна 4 вокруг оси колонки при отпущенном зажимном винте 12 можно поочередно помещать нижние концы маятников 1 и 11 в просвет фотоэлемента. Длину математического маятника можно регулировать при помощи

воротка 13 и определять ее значение по шкале 6. Для точного определения положения математического маятника на шарике маятника 11 и на кронштейне 5 нанесены риски.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Измерить ускорение свободного падения при помощи математического маятника.

1. Поверните верхний кронштейн так, чтобы математический маятник (шарик) попал в зазор фотодатчика. Поворачивая вороток 13 можно менять длину нити маятника (соответственно нужно менять длину нити так, чтобы центр светового пятна попадал на центр шарика). Запишите это значение $l = \dots$ мм.

2. Регулировочными ножками в основании платформы добейтесь такого положения, при котором шарик пройдет в зазоре фотодатчика, не задевая его.

3. Включите секундомер кнопкой "Сеть"; отклоните маятник на 3 – 5 градусов и отпустите. Нажмите клавишу "сброс", показания секундомера обнулятся и он автоматически начинает отсчет времени и количества колебаний. После нажатия клавиши "Стоп" секундомер автоматически прекращает отсчет времени и количества колебаний, но сделает ещё одно колебание. Поэтому, чтобы измерить время 10 - ти колебаний нужно нажать клавишу "Стоп" после девяти колебаний и секундомер автоматически остановит отсчет времени после десяти полных колебаний.

4. По формуле $g = \frac{4\pi^2 l N^2}{t^2}$ вычислить среднее значение ускорения свободного падения.

5. Измерения и вычисления по п. 1–4 произвести не менее 3-х раз.

6. Произвести оценку погрешности прямых измерений для величин l , t и оценку косвенных измерений для величины g при заданной надежности $\alpha = 95\%$ по формулам:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2^2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta l = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2^2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta g = \sqrt{\left\{ \frac{\partial g}{\partial l} \right\}^2 (\Delta l)^2 + \left\{ \frac{\partial g}{\partial t} \right\}^2 (\Delta t)^2}.$$

7. Окончательный результат определения g представить в виде:
 $g = \bar{g} \pm \Delta g$.

Задание 2. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

1. Повернуть верхний кронштейн таким образом, чтобы оборотный маятник находился над фотоэлектрическим датчиком.

2. Оборотный маятник собрать так, чтобы расстояние между опорными призмами 2 было ~ 25 см и установить на опору 4 (рис. 7.3, 7.4). Соответственно зафиксировать положение фотоэлектрического датчика 5.

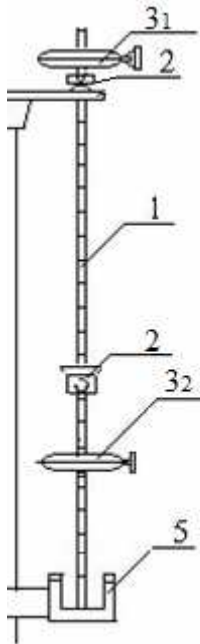


Рисунок 7.4

3. Отклонить оборотный маятник на небольшой угол.

Нажать тумблер "Сброс" и отпустить маятник.

Измерить время 10 полных колебаний.

4. По формуле $T = \frac{t}{n}$ найти период колебаний T_1 .

5. Перевернуть маятник и установить его на опору. При необходимости переместить кронштейн с датчиком.

6. Отклонить маятник на небольшой угол и измерить

время 10 полных колебаний. Найти $T_2 = \frac{t_2}{n}$.

7. Если $T_1 \neq T_2$, то перемещением призмы 2 добиться совпадения периодов колебаний $T_1 = T_2$ с точностью до 0,5%.

8. При $T_1 = T_2$ измерить расстояние между опорными призмами. Это будет приведённая длина l_{np} .

9. По формуле $g = \frac{4\pi^2 l_{np}}{T_1^2}$ находим ускорение силы тяжести.

10. Окончательный результат определения g представить в виде:
 $g = \bar{g} \pm \Delta g$.

Задание 3. Определение зависимости момента инерции физического маятника от положения его центра масс.

В этом задании используется формула, связывающая частоту незатухающих колебаний оборотного маятника с его моментом инерции относительно оси колебаний и радиус – вектором его центра масс:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{r_c mg}{J_0}} = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi N}{t_0},$$

из которой получается расчётная формула:

$$J_0 = mgr_c \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{mgr_c t^2}{4\pi^2 N^2}.$$

Расстояние от оси колебаний до центра масс определяется экспериментально путём размещения маятника горизонтально на опорной призме (см. рис. 7.6).

1. Собрать маятник в соответствии с рисунком 7.5 и установить на опору 4 (см. рис. 7.3).

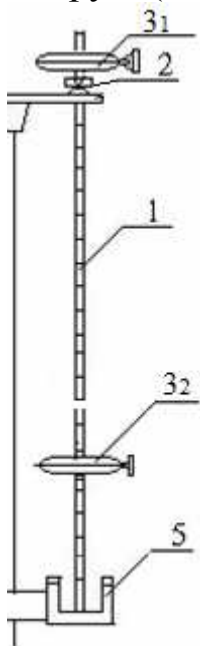


Рисунок 7.5

2. Отклонить маятник на небольшой угол. Нажать тумблер "Сброс". Измерить время 10 полных колебаний.

3. По формуле $T = \frac{t}{n}$ найти период.

4. Снять маятник и определить его центр тяжести (рис. 7.6). Записать значение r_c .

5. Смещая нижний груз на 40-50 мм повторить пункты 2-4 не менее 5-6 раз.

6. По формуле $J = \frac{mgr_c t^2}{4\pi^2 N^2}$ определить момент инерции

маятника при разных положениях груза.

При вычислениях рекомендуется считать $g =$

$9,8 \frac{M}{c} \pm 0,005 \frac{M}{c}$, а массу физического маятника : $m = 2,600 \text{ кг} \pm 0,001 \text{ кг}$.

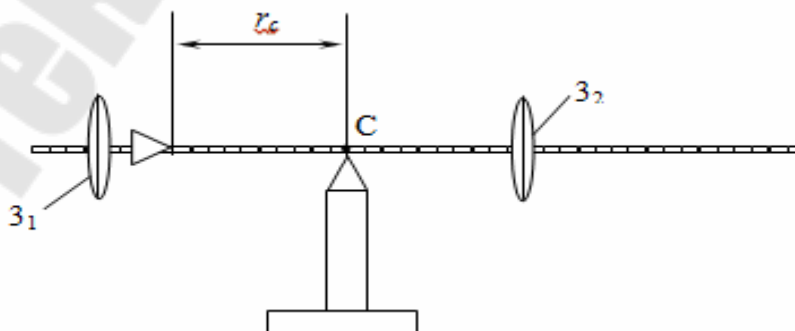


Рис. 7.6

7. Построить график зависимости $J = f(r_c)$. Для построения графика использовать не менее пяти точек.

8. По результатам работы сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Гармонические колебания. Математический, пружинный и физический маятник.
2. Свободные колебания. Дифференциальное уравнение свободных колебаний и его решение.
3. Характеристики колебаний: скорость, ускорение, кинетическая, потенциальная и полная энергия системы, период колебаний.

Лабораторная работа №8

Измерение частоты гармонических колебаний с помощью фигур Лиссажу

Цель работы:

1. Изучение теории сложения гармонических колебаний.
2. Освоение методики измерения частот при помощи фигур Лиссажу.

Приборы и принадлежности: генератор фиксированных гармонических колебаний, генератор с цифровой шкалой (или комплект из генератора и частотомера), осциллограф.

Теоретические сведения

Графическое изображение гармонических колебаний. Рассмотрим вектор, начинающийся из полюса т. О, модуль которого равен $|\vec{A}|$, который в начальный момент времени ($t_0 = 0$) образует с осью ОУ некоторый угол α (в полярной, цилиндрической системе координат). Если этот вектор будет равномерно вращаться, то угол между вектором и осью будет равномерно увеличиваться по закону: $\varphi = (\omega t + \alpha)$. Проекция вектора на ось ОУ будет изменяться по закону: $y(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$.

Таким образом, для графического отображения колебаний вида $y = A \cos(\omega t + \alpha)$ можно использовать вместо бесконечного графика синусоиды (или косинусоиды) вполне компактный вращающийся вектор длина которого, в избранном масштабе, соответствует амплитуде колебаний, а угол с осью проекции соответствует начальной фазе колебаний (рис. 8.1).

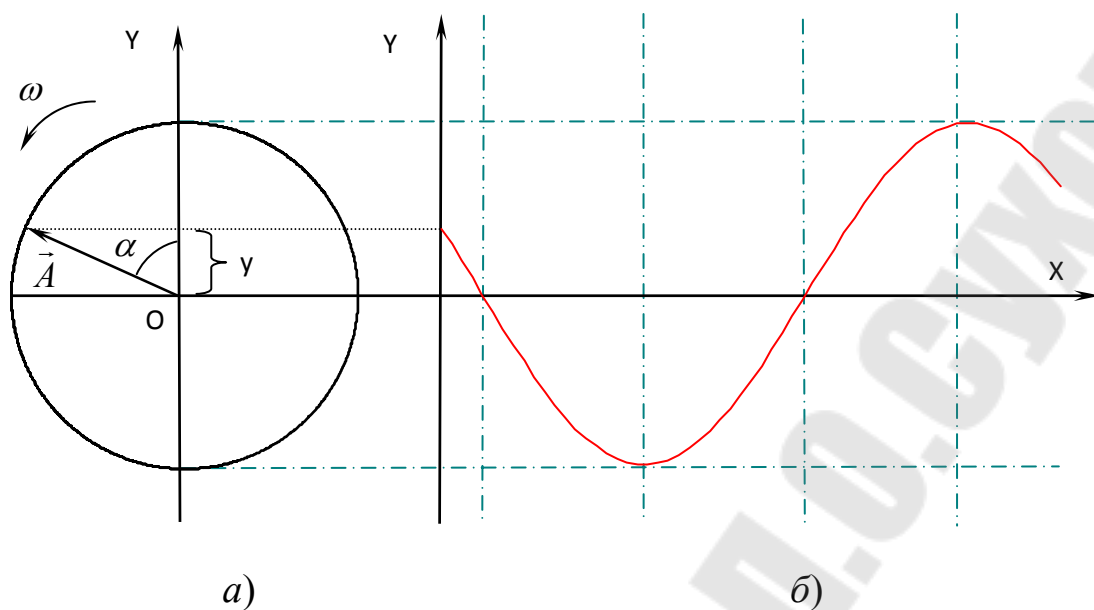


Рис. 8.1

Фаза – это наименованный параметр, записываемый как аргумент синуса (или косинуса), который определяет величину и направление (знак) для смещения, скорости и ускорения в любой момент времени и изменяется по закону: $\varphi = (\omega t + \alpha)$.

Период – это наименьший промежуток времени, в течение которого совершается одно полное колебание (фаза изменяется на 2π).

Частота – это количество колебаний, совершаемых за одну секунду.

Циклическая частота ω – это количество колебаний, совершаемых за 2π секунд.

На векторной диаграмме вектор \vec{A} вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$, которая соответствует циклической частоте колебаний. На векторной диаграмме фаза колебаний отображается углом (но это только на диаграмме).

Сложение колебаний. Конечный результат от сложения колебаний зависит от направления слагаемых колебаний, их частот и фаз.

Сложение одинаково направленных колебаний. При сложении двух колебаний одинаковой частоты $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ и одного направления (по оси «X») очень удобно пользоваться векторной диаграммой, так как сложение синусоид (косинусоид) заменяется сложением векторов (рис. 8.2).

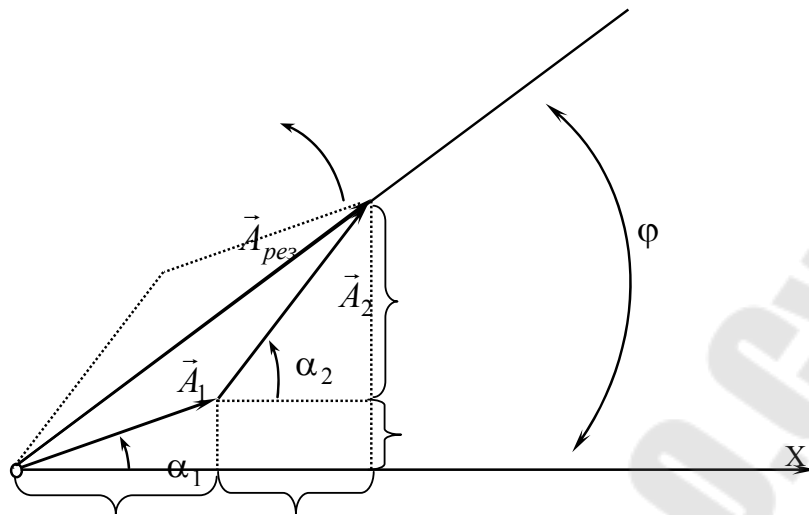


Рис. 8.2

Пусть нужно сложить два колебания с одинаковыми частотами $\omega_1 = \omega_2 = \omega$:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= A_1 \cdot \cos(\omega t + \alpha_1) \\
 + \\
 X_2 &= A_2 \cdot \cos(\omega t + \alpha_2) \\
 \hline
 X &= X_1 + X_2 = A \cdot \cos(\omega t + \varphi).
 \end{aligned}$$

Тогда, результирующее колебание будет иметь амплитуду, определяемую из векторного треугольника по теореме косинусов:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Фазу колебания можно найти по определению тангенса угла φ :

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{A_1 \sin(\alpha_1) + A_2 \sin(\alpha_2)}{A_1 \cos(\alpha_1) + A_2 \cos(\alpha_2)}.$$

При сложении колебаний одного направления с частотами, не равными, но различающимися не очень сильно $\omega_1 \neq \omega_2$, $\Delta\omega \ll \omega_1 \approx \omega_2$

будет задано:
$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t) \end{cases}$$

Пусть $A_1 = A_2$, тогда $x = x_1 + x_2 = A(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)$ или
$$x = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right).$$

Поскольку $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \omega_{cp}$, то колебания во времени будут происходить со средней частотой и фазой, а амплитуда будет медленно меняться со временем по закону: $A(t) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \alpha\right)$. Такое колебание называется биением. График биений показан на рис.8.3.

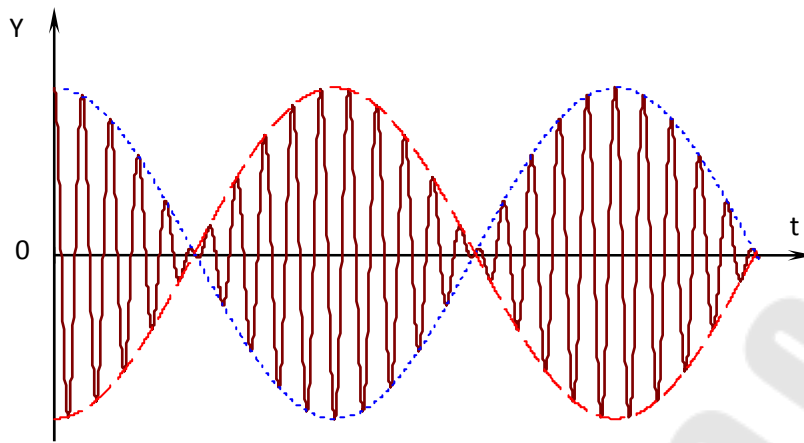


Рис. 8.3

Если складываемые колебания имеют не одинаковые амплитуды, то в узловых точках биения не будут обращаться в ноль, а будут иметь значение $A_{\min} = A_2 - A_1$, $A_{\max} = A_2 + A_1$.

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Если складываются колебания вдоль двух взаимно перпендикулярных осей, то в плоскости XOY материальная точка будет двигаться по некоторой замкнутой траектории $y(x)$.

1) рассмотрим случай, когда $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ (частоты одинаковы, а фазы различаются на $\frac{\pi}{2}$).

Пусть $(\alpha_1 - \alpha_2) = \pm \frac{\pi}{2}$. Выразим значение $\alpha_2 = \alpha_1 \mp \frac{\pi}{2}$, подставим его, и используем формулу приведения, получим:

$$x = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) = A_2 \cos(\omega t + \alpha_1 - \frac{\pi}{2}) = \mp A_2 \sin(\omega t - \alpha_1).$$

Чтобы получить зависимость $y = f(x)$ исключим время, пользуясь формулами тригонометрии:

$$\sin^2(\omega t + \alpha_1) + \cos^2(\omega t + \alpha_1) = 1$$

$$\begin{cases} \frac{x}{A_1} = \cos(\omega t - \alpha_1) \\ \frac{y}{A_2} = \pm \sin(\omega t + \alpha) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{cases} \left(\frac{x}{A_1}\right)^2 = \cos^2(\omega t + \alpha_1) \\ \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 = \sin^2(\omega t + \alpha_2) \end{cases} \\
 \hline
 & \left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 = 1
 \end{aligned}$$

Получилось каноническое уравнение эллипса (рис.8.4), причем по этой траектории точка может двигаться как по часовой стрелке, так и против нее. Определим направление движения точки для случая, когда $\alpha_1 = \alpha_2 + \frac{\pi}{2}$, найдя три последовательных положения материальной точки.

$$\text{Пусть } \left. \begin{array}{l} \omega_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ \alpha_0 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{2}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} x_0 = A_1 \cos\left(0 + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ y_0 = A_2 \cos(0 + 0) = A_2 \end{cases} \quad \text{и}$$

точка «1» имеет координаты $1(0, A_2)$.

$$\text{Пусть } \omega t_1 = \frac{\pi}{2}; \quad t_1 = \frac{\pi}{2\omega}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -A_1 \\ y_1 = A_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) = 0 \end{cases} \quad \text{и}$$

точка «2» имеет координаты $2(-A_1, 0)$.

Проставляя точки «1» и «2» на траектории получаем, что материальная точка движется по эллипсу против часовой стрелки. (рис. 8.4)

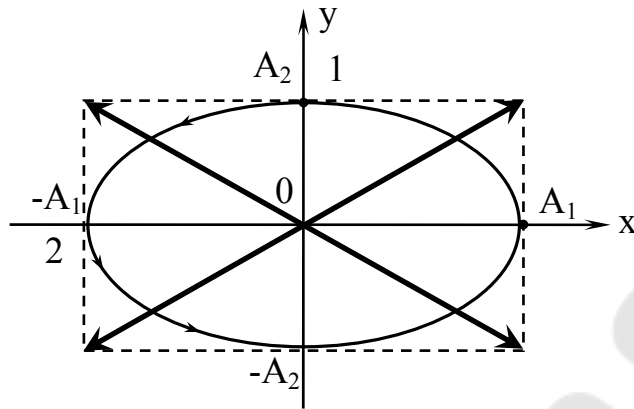


Рис. 8.4

2) рассмотрим случай, когда начальные фазы складываемых колебаний равны или отличаются на $\pm \pi n$, где $n \in \{0, 1, 2, 3 \dots \infty\}$, т.е. $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi n$.

Тогда, используя формулы приведения, получим:

$$\begin{cases} x = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \\ y = A_2 \cos(\omega t + \alpha_1 \pm \pi n) = \pm A_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \end{cases}$$

Приравняв одинаковые косинусы получим:

$$\frac{x}{A_1} = \pm \frac{y}{A_2} \Rightarrow y = \pm \frac{A_2}{A_1} \cdot x.$$

Это линейное уравнение описывает прямую, проходящую через начало координат. Так как функция косинуса ограничена в пределах от -1 до $+1$, то область определения координаты «x» будет от $-A_1$ до $+A_1$ по аналогичной причине диапазон изменения координаты «y» будет от $-A_2$ до $+A_2$. Таким образом, траектория материальной точки на плоскости XOY будет отрезком прямой $y(x) = \pm \frac{A_2}{A_1} \cdot x$ (рис. 8.4).

3) в случаях, когда разность фаз складываемых колебаний принимает промежуточное значение между п. 1 и п. 2), или разность фаз изменяется во времени из-за несовпадения частот ($\omega_1 \neq \omega_2$), то будут получаться наклонные эллипсы поворачивающиеся со временем, если $\omega_1 \approx \omega_2$, причем, по скорости вращения можно судить о величине несовпадения частот: $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_p}$. Если траектория результирующего

колебания есть эллипс, но разность частот $|\omega_x - \omega_y| = \Delta\omega$ составляет 2π радиан в секунду, то эллипс будет поворачиваться на экране, причем за

1 секунду он сделает 1 полный оборот. Чем больше разность частот колебаний, тем с большей частотой будет поворачиваться эллипс.

г) сложение взаимно – перпендикулярных колебаний в случае, когда частоты различаются в целые числа раз.

Рассмотрим случай, когда частоты различаются в 2 раза:

$$\begin{cases} x = A_1 \sin(\omega_1 t) \\ y = A_2 \sin(2\omega_1 t) \end{cases}$$

Используем формулу $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$, тогда:

$$\begin{aligned} y &= 2A_2 \sin \omega_1 t \cdot \cos \omega_1 t = 2 \frac{A_2}{A_1} x \cdot \cos \omega_1 t = 2 \frac{A_2}{A_1} x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_1}\right)^2} = \\ &= 2 \frac{A_2}{A_1^2} x \sqrt{A_1^2 - x^2}. \end{aligned}$$

Это уравнение траектории движения точки на плоскости XOY , если она (точка) участвует в двух колебаниях (по осям X и Y).

Такая неоднозначная функция изображается графически в виде замкнутой кривой, называемой фигурой Лиссажу (рис. 8.5).

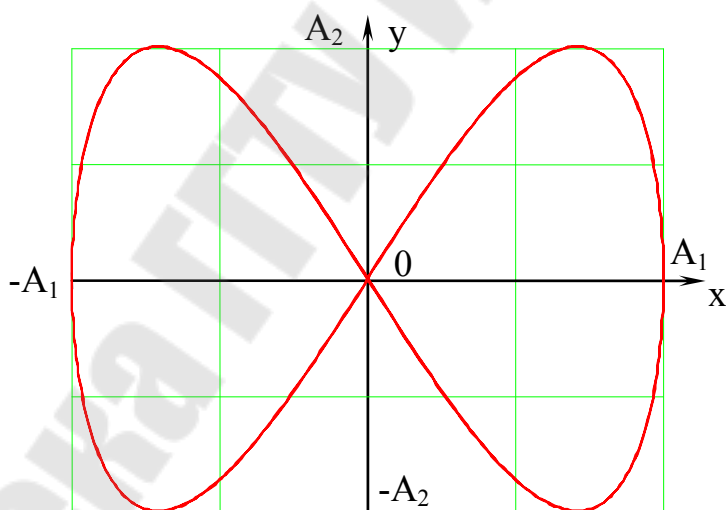


Рис. 8.5

Методика измерений частот при помощи фигур Лиссажу.

В основу этого метода положена простая формула $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{v_x}{v_y} = \frac{m}{n}$

(частоты либо равны ($m = n$) или различаются в 2, 3, ... раза).

1. Если использовать соотношение частот $\frac{v_x}{v_y} = \frac{1}{1}$, то

$$\Delta v_x = \Delta v_y.$$

2. Если $\frac{v_x}{v_y} = \frac{1}{2}$, то $\Delta v_x = \frac{\Delta v_y}{2}$, т.е. погрешность измерения

частоты при таком их соотношении в 2 раза меньше погрешности образцового генератора.

Если соотношение частот будет точно равно 2, то траектория движения материальной точки будет неизменной во времени фигурой Лиссажу. При известной частоте v_y можно достаточно точно определить частоту $v_x = 2v_y$.

Если погрешность частоты v_y имеет значение Δv_y , ($v_y \pm \Delta v_y$), то погрешность измерения частоты Δv_x в 2 раза меньше, т.е. $\Delta v_x = 0,5\Delta v_y$.

Таким образом, метод фигур Лиссажу позволяет повысить точность измерения неизвестной частоты.

Порядок выполнения работы.

1. Осциллограф и звуковой генератор включить в сеть 220 В и прогреть 5 мин (рис. 8.6.).

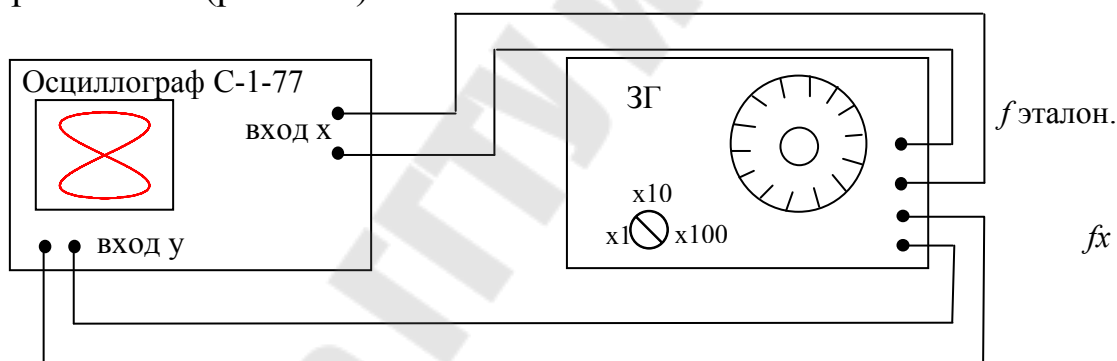


Рис. 8.6

2. Подготовить осциллограф к работе. Используя регуляторы смещения луча "→" и "↑" вывести световое пятно в центр экрана. При необходимости яркость луча можно увеличивать. Регулятором "Фокус" получить на экране точку. Режим запуска развертки установить в положении "Ждущий".

3. На переключателе фиксированных частот звукового генератора нажать одну из клавиш и сигнал этой частоты через кабель подключить к входу "У" осциллографа.

4. Используя ручки плавной и ступенчатой регулировки усиления осциллографа, получить из экрана вертикальную линию длиной 3-4 см.

5. С верхнего выхода генератора (перестраиваемая частота) подать на "Вход X" осциллографа, расположенный на боковой панели. Частота

этих колебаний определяется как произведение показателей лимба круговой шкалы на показание переключателя "Множитель".

6. Медленно вращая ручку–лимб «Частота», добейтесь неподвижного (на 5–7 секунд) изображения на экране осциллографа. Таким образом, получив на экране фигуры Лиссажу, соответствующее отношение частот 4:1, 3:1, 2:1, 1:1, 1:2 и т.д., записать значения частот перестраиваемого генератора ν_{x_i} и зарисовать полученные фигуры.

6. По соотношению частот вычислить определяемую частоту ν_y .

7. Результаты измерений представить в виде:

$\nu_y = (\bar{\nu}_y \pm \Delta\nu)$ Гц, оценку погрешностей выполнить с коэффициентом надёжности $\alpha = 95\%$.

Контрольные вопросы

1. Понятие волны. Волновой фронт, волновая поверхность, фазовая скорость, длина волны, волновое число, волновой вектор.

2. Уравнение плоской и сферической волны. Уравнение волны для поглощающей среды и в комплексной форме записи.

3. Волновое уравнение, вывод.

4. Энергия волны, плотность энергии, поток энергии, вектор Умова.

5. Сложение волн, движущихся навстречу друг другу.

6. Бегущая и стоячая волна. Нахождение узлов и пучностей в стоячих волнах. Коэффициент бегучести.

7. Звуковые волны и их основные характеристики.

Лабораторная работа № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ C_p / C_v ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА

Цель работы: изучить первое начало термодинамики и адиабатический процесс в газах; определить отношение теплоёмкостей газа методом адиабатического расширения.

Прибора и принадлежности: стеклянный баллон, манометр, насос.

Теоретические сведения

Внутренняя энергия термодинамической системы. Внутренняя энергия U – это энергия хаотического (теплового) движения

микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц. К внутренней энергии не относятся кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия является однозначной функцией состояния системы. Это означает, что всякий раз, когда система оказывается в данном состоянии, её внутренняя энергия принимает присущее этому состоянию значение, независимо от предыстории системы. При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода $\Delta U = U_2 - U_1$. Если система совершает круговой процесс, то полное изменение её внутренней энергии равно нулю $\oint dU = 0$.

Число степеней свободы. Число степеней свободы – это число независимых переменных, полностью определяющих положение системы в пространстве.

Число степеней свободы для идеального газа жестких молекул представлено в табл. 9.1

Таблица 9.1

Число степеней свободы	Одноатомный газ	Двухатомный газ	Многоатомный газ
Поступательных	3	3	3
Вращательных	—	2	3
Всего	3	5	6

В реальных молекулах нет жесткой связи между атомами в молекуле, поэтому необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения атомов внутри молекулы.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул, три степени свободы всегда поступательные. На каждую из них приходится треть кинетической энергии поступательного движения молекулы: $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}kT$.

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы (закон равнораспределения). Для системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы – в среднем энергия, равная kT .

Энергия колебательных степеней свободы вдвое больше, поскольку колебательная система обладает равными по величине средними значениями как кинетической, так и потенциальной энергии.

Таким образом, *средняя энергия молекулы*:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT,$$

где i – сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы: $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}$, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. В классической теории рассматривают молекулы с *жесткой* связью между атомами; для них i совпадает с числом степеней свободы молекулы.

В идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют и их потенциальная энергия равна нулю. Поэтому внутренняя энергия одного моля идеального газа U_{μ} и внутренняя энергия U произвольной массы газа m будут соответственно равны:

$$U_{\mu} = \bar{\varepsilon} \cdot N_A = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT \text{ и } -$$

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} \nu RT, \text{ где}$$

R – универсальная газовая постоянная, m – масса газа, μ – молярная масса, N_A – постоянная Авогадро, ν – количество вещества.

Первое начало термодинамики. Первое начало термодинамики – это закон сохранения и превращения энергии в термодинамических процессах.

Изменить внутреннюю энергию системы можно двумя способами: совершая над системой работу (например, сжимая газ в цилиндре с помощью поршня) или сообщая системе теплоту (например, нагревая газ в герметичном сосуде).

Рассмотрим замкнутую, макроскопически неподвижную систему, не находящуюся во внешних силовых полях и проанализируем с энергетической точки зрения равновесный процесс перехода системы из какого-либо начального состояния 1 в другое состояние 2.

Изменение внутренней энергии системы в таком процессе равно разности между количеством теплоты Q , полученным системой, и работой A , совершенной системой против внешних сил

$$\Delta U = Q - A \text{ или}$$

$$Q = \Delta U + A. \quad (9.1)$$

Уравнение (9.1) выражает первое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил.

В дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (9.2)$$

где dU (полный дифференциал) – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, δA – элементарная работа, δQ – бесконечно малое количество теплоты (δA и δQ не являются полными дифференциалами).

Внутренняя энергия системы является однозначной функцией состояния системы. Отсюда следует, что при совершении системой произвольного процесса, в результате которого она вновь возвращается в исходное состояние, полное изменение внутренней энергии системы равно нулю $\oint dU = 0$. Ни работа, ни теплота не являются функциями состояния системы.

Все величины входящие в первое начало термодинамики могут быть как положительными, так и отрицательными.

Если к системе подводится теплота, то $\delta Q > 0$; если от системы отводится теплота, то $\delta Q < 0$.

Если система совершает работу над внешними телами, то $\delta A > 0$, если же над системой внешние силы совершают работу, то $\delta A < 0$. Другая формулировка первого начала термодинамики связана с тем, что если система периодически возвращается в первоначальное состояние, и следовательно $\Delta U = 0$, то $A = Q$, т. е. вечный двигатель первого рода – периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, – невозможен.

Работа газа при его расширении. Если находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде газ (рис. 9.1), расширяясь, передвигает поршень на расстояние dl , то производит над ним работу $\delta A = Fdl = pSdl = pdV$, где S – площадь поршня, p – давление.

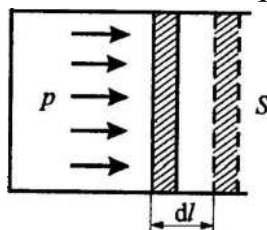


Рис. 9.1

Полная работа A , совершаемая газом при изменении его объема от V_1 до V_2 :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Равновесные процессы – это процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. Все реальные процессы неравновесны, но в ряде случаев (достаточно медленные процессы) неравновесностью реальных процессов можно пренебречь. Равновесные процессы можно изображать графически (рис. 9.2) в координатах (p, V) .

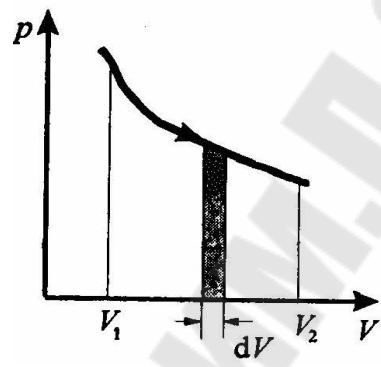


Рисунок 9.2

Так работа $\delta A = p dV$ определяется площадью заштрихованной полоски, а полная работа – площадью под кривой между V_1 и V_2 .

При неравновесных процессах значения параметров в разных частях системы различны и не существует (p, V) – точек, характеризующих состояние всей системы. Поэтому графическое изображение неравновесного процесса невозможно.

Теплоемкость. Для характеристики тепловых свойств тела в термодинамике пользуемся понятием теплоемкости.

Теплоемкость тела – физическая величина, численно равная отношению количества теплоты δQ , сообщаемого телу, к изменению температуры тела dT в рассматриваемом термодинамическом процессе:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Единица размерности теплоёмкости – $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Теплоёмкость тела зависит от его химического состава, массы и термодинамического состояния, а также от вида процесса. Для

однородных тел удобно пользоваться удельной и молярной теплоемкостями.

Удельной теплоёмкостью называют физическую величину, численно равную количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Единица размерности удельной теплоемкости – $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Молярная теплоёмкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_{\mu} = \frac{\delta Q}{\nu dT}$$

Единица размерности молярной теплоемкости – $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Связь между молярной и удельной теплоемкостями:

$$C_{\mu} = \mu \cdot c$$

Различают теплоемкости (удельную и молярную) при постоянном объеме (c_V и C_V) и при постоянном давлении (c_p и C_p), если в процессе нагревания вещества его объем или давление соответственно поддерживаются постоянными.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме. Из первого начала термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$, с учетом $\delta A = p dV$ и $C_{\mu} = \frac{\delta Q}{\nu dT}$ для 1 моль газа получим: $C_{\mu} = dU_{\mu} + p dV_{\mu}$.

При $V = \text{const}$ работа внешних сил δA равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии. Тогда молярная теплоемкость при постоянном объёме:

$$C_V = \frac{dU_{\mu}}{dT}.$$

C_V равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышении его температуры на 1 К.

$$\text{Поскольку } dU_{\mu} = \frac{i}{2} R dT, \text{ то } C_V = \frac{i}{2} R. \quad (9.3)$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении. Уравнение Майера. Если газ нагревается при $p = \text{Const}$, то молярная теплоемкость при постоянном давлении:

$$C_p = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU + p dV}{\nu dT} = \frac{dU_{\mu}}{dT} + \frac{p dV_{\mu}}{dT}.$$

Слагаемое $\frac{dU_{\mu}}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от p , ни от V , а определяется только T) и всегда равна C_V .

Дифференцируя уравнение Менделеева–Клапейрона, окончательно получим:

$$C_p = C_V + R. \quad (9.4)$$

Выражение (9.4) называется уравнением Майера. Оно показывает, что C_p всегда больше C_V на величину универсальной газовой постоянной R . Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа. Подставив (9.3) в (9.4) получим выражение для C_p :

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (9.5)$$

При рассмотрении термодинамических процессов важную роль играет величина γ , которая называется коэффициентом Пуассона:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (9.6)$$

Адиабатический процесс. Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой ($\delta Q = 0$).

К адиабатическим процессам можно отнести все быстропотекающие процессы (теплообмен не успевает совершиться), например, распространение звука в среде, циклы расширения и сжатия в двигателях внутреннего сгорания, в холодильных установках и т. д.

Из первого начала термодинамики следует, что при адиабатическом процессе $\delta A = -dU$. Используя $\delta A = pdV$ и $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$, получим:

$$pdV = -\frac{m}{\mu} C_V dT. \quad (9.7)$$

С другой стороны, при дифференцировании уравнения Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ следует:

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu} R dT. \quad (9.8)$$

Разделив (9.8) на (9.7), получим:

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V} \text{ или}$$

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}, \text{ где}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} - \text{коэффициент Пуассона.}$$

Интегрирование этого уравнения дает $\ln V^\gamma + \ln p = \ln \text{const}$, откуда следует уравнение Пуассона – уравнение адиабатического процесса:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (9.9)$$

Используя уравнение Менделеева–Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$, получаем уравнение Пуассона в других переменных:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \text{ и } p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const}.$$

Диаграмма адиабатического процесса – адиабата – в координатах (p, V) изображается гиперболой (рис. 10.3).

Адиабата ($pV^\gamma = \text{const}$) более крута, чем изотерма. Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии 1–3 увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, но и повышением температуры.

Работа газа в адиабатическом процессе. В адиабатическом процессе $\delta A = -dU$, поэтому $\delta A = -\frac{m}{\mu} C_V dT$. Если газ адиабатически

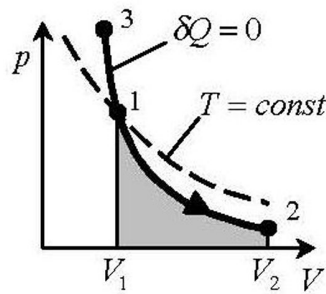


Рис. 9.3

расширится от объема V_1 до V_2 , то его температура уменьшается от T_1 до T_2 и работа расширения идеального газа:

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2).$$

Откуда получаем, используя уравнение Менделеева–Клапейрона $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$, выражение для работы:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{RT}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right].$$

Работа адиабатического расширения $1-2$ (заштрихованная площадь на рис. 9.30 меньше, чем при изотермическом процессе. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит охлаждение газа, тогда как при изотермическом расширении температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Экспериментальная работа состоит из стеклянного баллона, соединенного с манометром и насосом (рис. 9.4). Если при помощи насоса накачать в баллон некоторое количество воздуха, то давление и температура внутри баллона повыситься. Давление, установившееся в баллоне: $P_1 = P_0 + \Delta P_1$, где

P_0 – атмосферное давление;

ΔP_1 – добавочное давление.

Добавочное давление: $\Delta P_1 = \rho g h_1$, где

h_1 – разность уровней жидкости в манометре;

ρ – плотность жидкости.

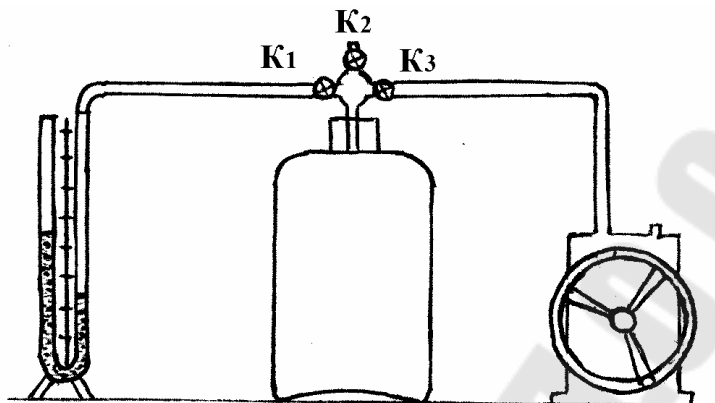


Рис. 9.4

Первоначальное состояние воздуха в баллоне будет характеризоваться параметрами P_1, V_1, T_1 .

Если открыть на некоторое время кран соединяющий баллон с атмосферой, то воздух в баллоне будет расширяться. Этот процесс расширения можно считать адиабатическим. Давление в сосуде станет равным атмосферному, температура газа понизится. Параметры газа во втором состоянии станут P_0, V_2, T_2 .

Так как процесс адиабатический, то уравнение состояния:

$$PV^\gamma = \text{const}.$$

Уравнение перепишем в виде:

$$(P_0 + \Delta P_1)V_1^\gamma = P_0V_2^\gamma \text{ и}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_0}{P_0 + \Delta P_1}. \quad (9.10)$$

Охладившийся при расширении воздух в баллоне через некоторое время вследствие теплообмена нагреется до температуры внешней среды T_1 , и давление возрастет до: $P_2 = P_0 + \Delta P_2$, где

$\Delta P_2 = \rho g h_2$ – добавочное давление, h_2 – разность уровней жидкости в манометре.

Объём воздуха не изменится и будет V_2 , т.е. конечное состояние характеризуется параметрами: P_2, V_2, T_1 .

Для первоначального и конечного состояний, имеющих одну и ту же температуру, запишем:

$$(P_0 + \Delta P_1)V_1 = (P_0 + \Delta P_2)V_2 \text{ или}$$

$$\frac{(P_0 + \Delta P_1)}{(P_0 + \Delta P_2)} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Возведём обе части уравнения в степень γ :

$$\left(\frac{(P_0 + \Delta P_1)}{(P_0 + \Delta P_2)} \right)^\gamma = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma. \quad (9.11)$$

Приравняем (9.10) и (9.11):

$$\frac{P_0}{P_0 + \rho g h_1} = \left(\frac{P_0 + \rho g h_2}{P_0 + \rho g h_1} \right)^\gamma.$$

Логарифмируя последнее выражение и решая относительно γ , находим:

$$\gamma = \frac{\lg(P_0 + \rho g h_1) - \lg P_0}{\lg(P_0 + \rho g h_1) - \lg(P_0 + \rho g h_2)}.$$

Так как давления мало отличаются друг от друга, то разности логарифмов можно принять пропорциональными разностями самих давлений и приблизительно положить:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{(P_0 + \rho g h_1) - P_0}{(P_0 + \rho g h_1) - (P_0 + \rho g h_2)} = \frac{P_0 + \rho g h_1 - P_0}{P_0 + \rho g h_1 - P_0 - \rho g h_2} = \\ &= \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \end{aligned} \quad (10.12)$$

В формулу входит отношение разностей уровней жидкости в манометре, поэтому безразлично, в каких единицах измерять h_1 и h_2 .

Порядок выполнения работы

1. Закрывать кран K_2 и накачать воздух в баллон до значений разностей уровней жидкости в манометре 150–250 мм (дел.) (h_1) и его значение занести в таблицу 9.2. Кран закрыт, если его рычаг перпендикулярен трубке и открыт, если его рычаг параллелен трубке.

Таблица 9.2

№	1	2	3	n
h_1						
h_2						

2. Открыть кран K_2 и, когда уровни жидкости в манометре сравняются, закрыть его.

3. Зафиксировать максимальную разность уровней в манометре (h_2) и его значение занести в таблицу 9.2.

4. Повторить пункты 1–3 не менее суми раз.

5. По средним значениям \bar{h}_1 и \bar{h}_2 рассчитать среднее значение показателя адиабаты по формуле

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_1 - \bar{h}_2}.$$

6. Произвести оценку погрешности прямых измерений для величин h_1 , h_2 и оценку косвенных измерений для величин для одного из опытов при заданной надежности $\alpha = 95\%$ по формулам:

$$\Delta h_1 = \sqrt{\frac{\sum (h_{1i} - \bar{h}_1)^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta h_2 = \sqrt{\frac{\sum (h_{2i} - \bar{h}_2)^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$7. \Delta\gamma = \sqrt{\left\{\frac{\partial\gamma}{\partial h_1}\right\}^2 (\Delta h_1)^2 + \left\{\frac{\partial\gamma}{\partial h_2}\right\}^2 (\Delta h_2)^2}.$$

8. Результат представить в виде $\gamma = \bar{\gamma} \pm \Delta\gamma$, вычислить относительную погрешность $\varepsilon_\gamma = \dots$.

9. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Молекулярно–кинетические представления о веществе. Понятие о функции состояния. Уравнение состояния идеального газа.
2. Изопроцессы.
3. Внутренняя энергия идеального газа. Теплоемкость тела, молярная и удельная теплоемкость. Уравнение Майера.
4. Первое начало термодинамики; интегральная и дифференциальная форма записи. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.
5. Адиабатические процессы. Уравнение адиабаты.
6. Политропические процессы. Уравнение политропы.
7. Работа идеального газа при различных политропических процессах.

Лабораторная работа № 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Цель работы: изучить явления переноса на примере внутреннего трения; определить динамический и кинематический коэффициенты вязкости жидкости.

Приборы и принадлежности: стеклянный сосуд с исследуемой жидкостью, измерительный микроскоп, шарики, секундомер, масштабная линейка.

Теоретические сведения

Беспорядочность теплового движения молекул газа, непрерывное соударение между ними приводят к постоянному перемещению частиц и изменению их скоростей и энергий. Если в газе существует

пространственная неоднородность плотности, температуры или скорости упорядоченного перемещения отдельных слоев газа, то движение молекул выравнивает эти неоднородности. Процессы выравнивания неоднородностей, в результате чего происходит пространственный перенос массы, энергии, импульса называются явлениями переноса.

Термодинамические системы, в которых происходят явления переноса, стремятся вернуться в равновесное состояние. Откуда следует, что явления переноса представляют собой необратимые процессы. К явлениям переноса относятся теплопроводность, диффузия и внутреннее трение (вязкость). В данной лабораторной работе остановимся поподробнее на явлении внутреннего трения.

Явление внутреннего трения связано с возникновением сил трения между слоями газа или жидкости, перемещающимися параллельно друг другу с различными по величине скоростями. Со стороны слоя, движущегося быстрее, на более медленно движущийся слой действует ускоряющая сила. Силы трения, которые при этом возникают, направлены по касательной к поверхности соприкосновения слоев. С точки зрения кинематической теории газов, причиной внутреннего трения является наложение упорядоченного движения слоев газа и хаотического теплового движения молекул, интенсивность которого зависит от температуры.

Для явления внутреннего трения справедлив закон Ньютона:

$$f = -\eta \frac{dv}{dx}, \text{ где} \quad (10.1)$$

$\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости;

f – сила внутреннего трения, действующая на единицу площади поверхности слоя,

$$f = \frac{dF}{dS}; \quad (11.2)$$

η – динамический коэффициент вязкости, который для идеальных газов, исходя из кинетической теории, равен $\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho$

($[\eta] = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}$).

Помимо динамического коэффициента вязкости часто пользуются кинематическим коэффициентом вязкости:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho'}$$

где ρ' – плотность жидкости, газа ($[\nu] = 1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$).

Знак минус в выражении (10.1) указывает на то, что сила трения направлена против скорости.

Приравнивая правые части уравнений (10.1) и (10.2) получим закон Ньютона для внутреннего трения в виде:

$$dF = -\eta \frac{dv}{dx} dS.$$

Взаимодействие двух слоев с силой F можно рассматривать как процесс, в ходе которого от одного слоя к другому передается в единицу времени импульс, по величине равный F .

Существуют два режима течения жидкостей, газов. В одних случаях жидкость как бы разделяется на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется ламинарным. При увеличении скорости или поперечных размеров потока характер течения изменяется. Возникает энергичное перемешивание жидкости. Такое течение называется турбулентным. При турбулентном течении скорость частиц в каждом данном месте все время изменяется беспорядочным образом и тогда течение считается нестационарным.

Английский ученый Осборн Рейнольдс установил, что характер течения зависит от значения безразмерной величины, называемой числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho' \upsilon l}{\eta} = \frac{\upsilon l}{\nu}; \text{ где}$$

ρ' – плотность жидкости или газа;

η – динамический коэффициент вязкости;

ν – кинематический коэффициент вязкости;

υ – средняя (по сечению трубы) скорость;

l – характерный для поперечного сечения размер, например, диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса наблюдается ламинарное течение ($\text{Re} \leq 1000$). При $\text{Re} = 2300$ и выше – течение турбулентное. Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей (газов) в трубах разных сечений одинаков.

Для определения коэффициента внутреннего трения жидкости или газа применяется два метода: метод Пуазейля и метод Стокса.

Метод Пуазейля основан на ламинарном течении жидкостей в тонком капилляре.

Рассмотрим капилляр радиусом R и длиной l . По капилляру течет жидкость. В жидкости выделим цилиндрический слой радиуса r и толщиной dr (рис. 10.1).

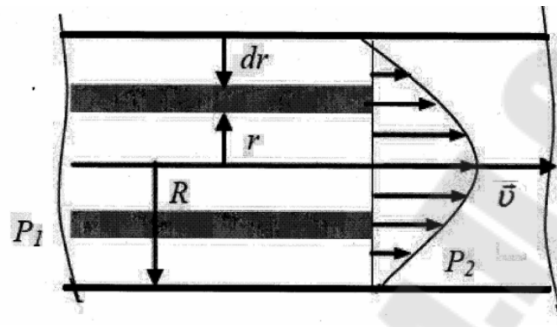


Рис. 10.1

Сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность этого слоя:

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr}, \text{ где}$$

$S = 2\pi r l$ – площадь боковой поверхности цилиндрического слоя. Знак минус в последнем выражении означает, что при возрастании радиуса поверхности скорость течения жидкости уменьшается.

Внутреннее трение является причиной того, что для протекания жидкости (газа) через капилляр требуется некоторая разность давлений на ее концах $\Delta P = P_1 - P_2$.

Для установившегося течения жидкости сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность цилиндра, уравновешивается силой давления, действующей на его основание, поэтому:

$$-\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} = \Delta P \pi r^2 \text{ или}$$

$$dv = -\frac{\Delta P}{2\eta l} r dr.$$

После интегрирования получаем:

$$v = \frac{r^2 \Delta P}{4\eta l} + C.$$

Полагая, что у стенок имеет место прилипание жидкости, т.е. скорость на расстоянии R от оси равна нулю, найдем постоянную C :

$$C = \frac{R^2 \Delta P}{4\eta l}.$$

Тогда окончательно имеем:

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Отсюда видно, что скорости частиц жидкости распределяются по параболическому закону, причем вершина параболы лежит на оси капилляра (рис.10.1).

За время t из капилляра вытечет жидкость, объем которой:

$$V = \int_0^R v t 2\pi r dr = \frac{2\pi \Delta P t}{4\eta l} \int_0^R r (R^2 - r^2) dr = \frac{\pi R^4 \Delta P t}{8\eta l}.$$

Отсюда динамический коэффициент вязкости равен:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta P t}{8Vl}.$$

Метод Стокса основан на измерении скорости падения в жидкости медленно движущихся небольших тел сферической формы (рис. 10.2).

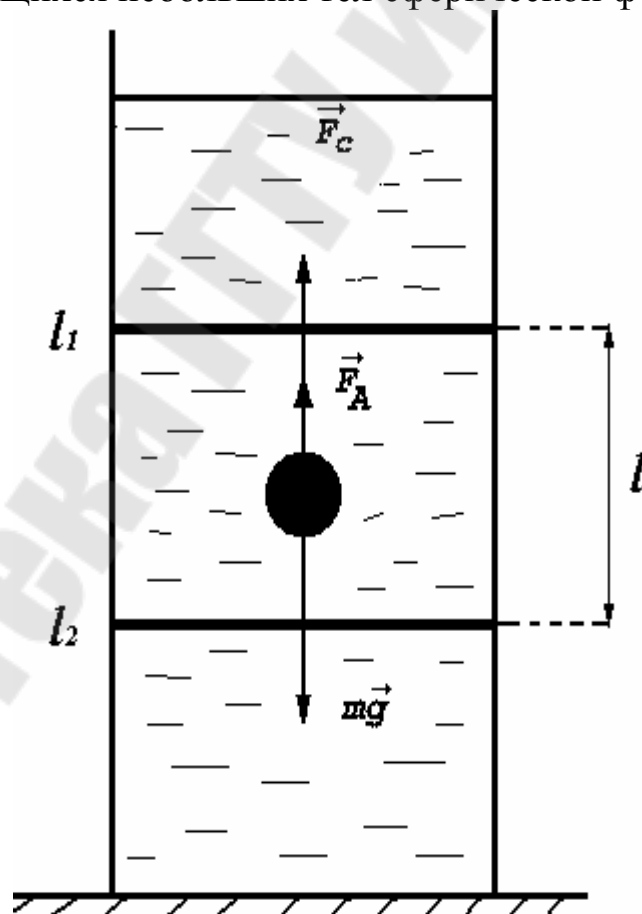


Рис. 10.2

На шарик, падающий в жидкости, действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда (выталкивающая сила) \vec{F}_a и сила сопротивления \vec{F}_c . При равномерном движении шарика:

$$mg = F_a + F_c.$$

Величина силы тяжести равна $mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$, а

силы Архимеда $F_a = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho' g$, где

R – радиус шарика, ρ – плотность материала шарика, ρ' – плотность жидкости.

Формула для величины силы сопротивления – $F_c = 6\pi\eta Rv$ установлена эмпирически Дж. Стоксом.

С учётом последних соотношений можно записать, что:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho' g + 6\pi\eta Rv, \text{ откуда}$$

$$\eta = \frac{2}{9}gR^2 \frac{\rho - \rho'}{v}.$$

Т.к. $R = \frac{d}{2}$, а $v = \frac{l}{t}$, где l – отрезок пути, проходимый шариком при его равномерном движении за время t , окончательно имеем:

$$\eta = gd^2 \frac{(\rho - \rho')t}{18l}.$$

Для определения коэффициента кинематической вязкости служит капиллярный вискозиметр.

Порядок выполнения работы

1. С помощью микроскопа измерить диаметр шарика 3 раза в трёх направлениях.

2. На сосуде с исследуемой жидкостью отложить три одинаковых отрезка длиной l . С помощью линейки измерить их длину 3 раза.

3. Опустить шарик в сосуд с жидкостью желательнее ближе к оси сосуда. Определите секундомером время прохождения шариком каждого участка длиной l .

4. Все данные пунктов 1–3 занести в табл. 10.1.

Таблица 10.1

№ п/п	d , м	l , м	t , с	η , Па·с	v , м ² /с	Re
1						
2						

3						
Средние значения	<...>	<...>	<...>	<...>	<...>	<...>

5. По формулам $\eta = gd^2 \frac{(\rho - \rho')t}{18l}$, $\nu = \frac{\eta}{\rho'}$, $Re = \frac{\rho' \nu l}{\eta} = \frac{\nu l}{\nu}$.

рассчитать динамический и кинематический коэффициенты вязкости, число Рейнольдса и расчетные данные также занести в табл. 11.1.

6. Измерения произвести с 3–5 шариками, повторить п.п. 1–5.

7. Произвести оценку погрешности прямых измерений для величин d, l, t и оценку косвенных измерений для величины η для одного из опытов при заданной надежности $\alpha = 95\%$ по формулам:

$$\Delta d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta l = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta \eta = \sqrt{\left\{\frac{\partial \eta}{\partial d}\right\}^2 (\Delta d)^2 + \left\{\frac{\partial \eta}{\partial l}\right\}^2 (\Delta l)^2 + \left\{\frac{\partial \eta}{\partial t}\right\}^2 (\Delta t)^2}.$$

8. Результат записать в виде $\eta = \bar{\eta} \pm \Delta \eta$, вычислить относительную погрешность $\varepsilon_{\eta} = \dots$.

9. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Жидкие и газообразные тела. Давление и сила давления. Закон Паскаля. Сила Архимеда.

2. Барометрическая формула, вывод формулы.

3. Трубка тока, свойства жидкости вдоль трубки тока. Массовый и объемный расход жидкости вдоль трубки тока.

4. Стационарное течение жидкости. Уравнение Бернулли и его вывод.

5. Применение уравнения Бернулли: для расчета истечения жидкости из сосуда – формула Торичелли; расходомера и скорости потока (трубка Пито).

6. Течение идеальной и вязкой жидкости. Динамический и кинематический коэффициенты вязкости.

7. Тело в потоке идеальной и вязкой жидкости. Число Рейнольдса и коэффициент лобового сопротивления. Сила Стокса. Причины лобового сопротивления.

8. Подъёмная сила крыла самолета.

Лабораторная работа № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ МЕТОДОМ СТОЯЧИХ ВОЛН

Цель работы:

1. Изучить теорию распространения волн.
2. Определить скорость звука в воздухе, изучить условия резонанса.

Приборы и принадлежности: звуковой генератор (ЗГ–18), электромагнитный телефон, микрофон, осциллограф (ЗО–7), трубка.

Теоретические сведения

Движение или изменение состояния, которое характеризуется определенной повторяемостью во времени, называется колебаниями.

Колебания, возбуждаемые в какой – либо точке среды, распространяются в ней с конечной скоростью, зависящей от свойств среды, передаваясь от одной точки среды к другой. При изучении распространения колебаний не учитывается дискретное (молекулярное) строение среды и среда рассматривается как сплошная, т.е. непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

Процесс распространения колебаний в упругой среде, периодический во времени и пространстве, называется волной. При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Основным свойством всех бегущих волн независимо от их природы является перенос энергии без переноса вещества.

Упругими волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают продольные и поперечные. Упругая волна называется продольной, если частицы среды колеблются в направлении распространения волны. Они могут распространяться в твердой, жидкой и газообразной средах во всех направлениях.

Упругая волна называется поперечной, если частицы среды колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Поперечные волны могут распространяться в твердых телах и на границе раздела сред.

Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t , называется волновым фронтом, а геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью.

Волна называется плоской, если ее волновые поверхности представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу. В плоской волне, распространяющейся вдоль оси OX , смещение зависит от времени t и координаты x точки C . Если нет поглощения волн в среде, то колебания в точке C отличаются от колебаний в точке O только тем, что запаздывают по

времени на величину $\tau = \frac{x}{v}$, где v – скорость волны и уравнение плоской волны в точке А имеет вид:

$$\xi = f\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся в непоглощающей среде вдоль оси ОХ будет:

$$\xi = A \sin\left(\omega(t - \tau) + \varphi_0\right) = A \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right), \text{ где}$$

A – амплитуда волны;

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота волны;

T – период, время одного полного колебания;

φ_0 – начальная фаза волны (при $x = 0$);

$\Phi = \left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right)$ – фаза плоской волны.

Расстояние $\lambda = vT$, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний, называется длиной волны. Длина волны – это расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе (рис. 12.1).

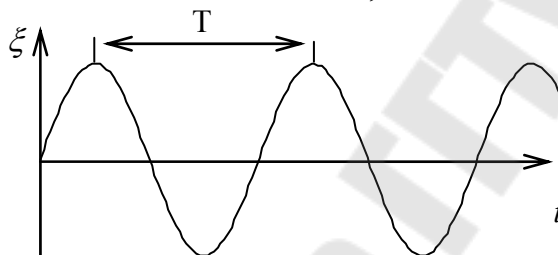


Рис. 12.1

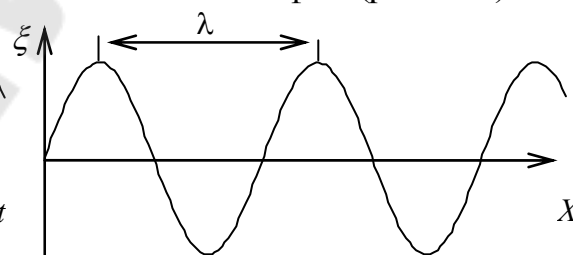


Рис. 12.2

Запаздывание по фазе колебаний на $\Delta\varphi$ точек среды определяется отношением:

$$\frac{\Delta\varphi}{\tau} = \frac{2\pi}{T}, \text{ откуда}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \tau = \frac{2\pi x}{Tv} = \frac{2\pi}{\lambda} x, \text{ где}$$

$\tau = \frac{x}{v}$ – время запаздывания;

$vT = \lambda$ – длина волны;

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k \text{ – волновое число, } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Следовательно, уравнение плоской синусоидальной волны можно представить в виде:

$$\xi = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi_0\right) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Волна называется сферической, если ее волновые поверхности имеют вид концентрических сфер. Уравнение распространяющейся сферической волны:

$$\xi = A(r) \sin(\omega t - kr + \varphi_0),$$

где $A(r)$ – амплитуда волны, и при распространении сферической волны в непоглощающей среде амплитуда волны равна $A(r) = \frac{A_0}{r}$, где A_0 – амплитуда волны в точке $x = 0$.

Волны в линейной однородной, изотропной, непоглощающей среде описываются дифференциальным уравнением в частных производных, которое называется волновым уравнением и имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \text{ или}$$

$$\Delta \xi - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0, \text{ где } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ – оператор Лапласа.}$$

Решением данного дифференциального уравнения являются уравнения:

$$\xi = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \text{ или}$$

$$\xi = \frac{A_0}{r} \sin(\omega t - kr + \varphi_0).$$

Скорость распространения синусоидальной волны называется фазовой скоростью. Она равна скорости перемещения в пространстве, точек поверхности, соответствующих любому фиксированному значению фазы синусоидальной волны. Из условия $\omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}$ следует, что

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v. \text{ Фазовая скорость синусоидальных волн зависит от их частоты.}$$

Явление зависимости фазовой скорости упругих волн от их частоты называется дисперсией волн.

Если в линейной среде (среда, в которой ее свойства не изменяются под действием возмущений) распространяется несколько волн, то результирующее смещение какой – либо точки среды равно геометрической сумме смещений, которые она получает, участвуя в каждом из этих волновых процессов порознь. Это принцип суперпозиции волн.

Рассмотрим интерференцию двух бегущих синусоидальных волн, которые распространяются навстречу друг другу и имеют одинаковые частоты и амплитуды.

Интерференция – явление наложения в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в результате чего происходит устойчивое во времени их взаимное усиление в одних точках пространства и ослабления в

других точках. Волны называются когерентными, если разность их фаз остается постоянной во времени. При наложении двух плоских волн, идущих в противоположных направлениях

$\xi_1 = A \sin(\omega t - kx)$ и $\xi_2 = A \sin(\omega t + kx + \alpha)$ образуется плоская синусоидальная стоячая волна, описываемая уравнением:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right), \text{ т.к.}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right).$$

Амплитуда стоячей волны является функцией координаты x :

$$A_{cm} = \left| 2A \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right) \right|, \text{ где } \alpha - \text{ разность фаз волн в точках } x = 0.$$

Точки, в которых амплитуда стоячей волны $A_{cm} = 0$, называются узлами стоячей волны, а точки, в которых амплитуда A_{cm} максимальна ($A_{cm} = 2A$), называются пучностями стоячей волны (рис.11.3).

В точках среды, где $kx = \pm m\pi$, $x_{пуч} = \pm \frac{m}{k} \pi = \pm \frac{m\lambda}{2\pi} \pi = \pm m \frac{\lambda}{2}$ - координаты пучностей.

В точках среды, где $kx = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$, $x_{узел} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$ - координаты узлов, $m = 0, 1, 2, \dots$

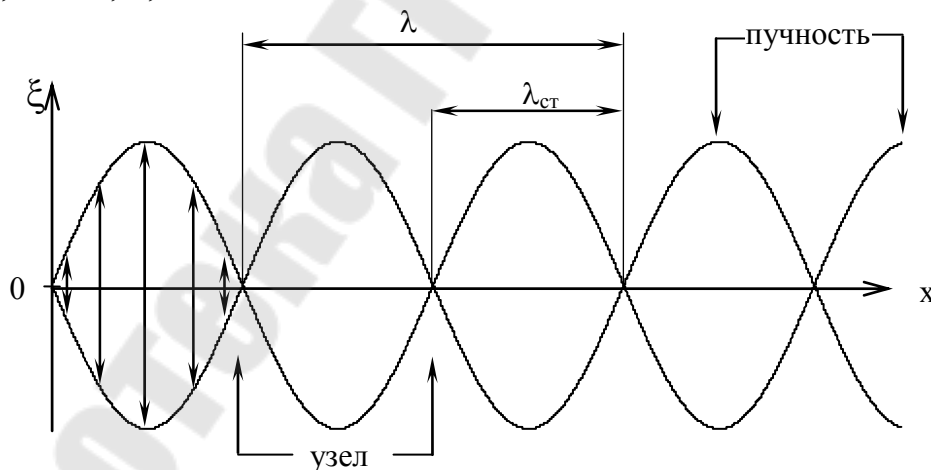


Рис.12.3

Расстояние между двумя соседними узлами или двумя соседними пучностями равно $\frac{\lambda}{2} = \lambda_{cm}$ называется длиной стоячей волны.

Образование стоячих волн наблюдают обычно при интерференции бегущей и отраженной волн. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения получается пучность, если более плотная – узел. Образование узла связано с тем, что волна отражаясь, от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и происходит

сложение колебаний, идущих в противоположных направлениях, в результате чего получается узел.

Бегущая волна в направлении своего распространения переносит энергию колебательного движения. В случае стоячей волны переноса энергии нет. Полная энергия стоячей волны, заключенная между узлами, остается постоянной.

Описание установки и методика измерений.

Звуковые колебания в трубке возбуждаются электромагнитным телефоном Т и улавливаются микрофоном М (рис.11.4).

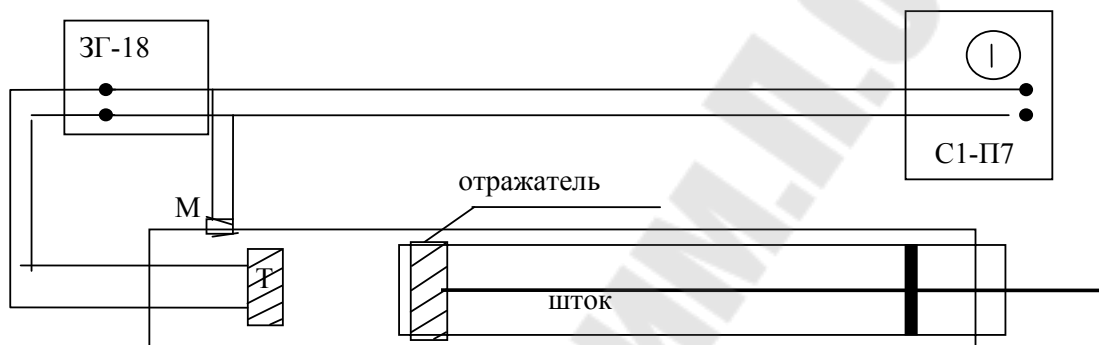


Рис. 12.4. Схема установки

Мембрана наушника приводится в движение переменным током звуковой частоты. В качестве источника переменной э. д. с используется звуковой генератор ЗГ–18. Возникающий в микрофоне электрический сигнал наблюдается на осциллографе С1–П7. Установка содержит раздвижную трубку с миллиметровой шкалой.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Проверьте схему установки.
2. Включите в сеть 220 В электронный осциллограф и звуковой генератор и дайте им прогреться 5–7 минут. На экране осциллографа должен появиться сигнал.
3. Выяснить у преподавателя значение рабочей частоты $\nu = \dots$ Гц и установить данную частоту на звуковом генераторе (рабочий диапазон частот 2000÷16000 Гц).
4. Плавно перемещая отражатель внутри трубки, т.е. выдвигая его, последовательно зафиксировать все доступные для наблюдения точки резонанса (на экране осциллографа наблюдается резкое возрастание амплитуды колебаний).

Для каждого резонанса измерьте соответствующее удлинение трубки (удлинение трубки отсчитывать от первого резонанса).

Данные занести в табл. 1.

Таблица 1

Номер резонанса		1	2	3			k
L	При удлинении	→	→	→	→	→	→
	При уменьшении	←	←	←	←	←	←
	Среднее значение						

5. Плавно перемещая отражатель, т.е. вдвигая его, последовательно зафиксировать точки резонанса. Данные внести в табл. 1.1 начиная с k -го резонанса (записать в таблицу, производить справа налево).

6. Построить график, откладывая по оси абсцисс номер очередного резонанса, а по оси ординат – соответствующее среднее значение «удлинения» трубы.

Через полученные точки при одном значении частоты провести полученную прямую. Угловым коэффициентом (тангенсом угла наклона) прямой определяет длину полуволны или $\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}$.

7. Вычислить скорость звука в воздухе по формуле: $v = 2\lambda_{cm} \nu$.

Задание 2.

1. Установить длину трубки соответствующую одному из резонансных значений ($L = \text{const}$).

2. Плавно увеличивая частоту генератора, получите ряд последовательных резонансных значений частоты, отмечая момент резонанса по увеличению амплитуды колебаний на экране осциллографа.

Данные занести в табл. 11.2.

Таблица 11.2

Номер резонанса		1	2	3			k
ν	При удлинении						
	При уменьшении						
	Среднее значение						

3. Плавно уменьшая частоту генератора, получите резонансные частоты и занесите данные в табл. 2 (данные заносить в таблицу справа налево).

4. Постройте график, откладывая по оси абсцисс номер резонанса, а по оси ординат – разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса. Через полученные точки проведите полученную

прямую. Тангенс угла наклона прямой определит величину $\frac{v}{2L} = \nu$.

5. По формуле $v = \nu 2L$ вычислите скорость звука в воздухе.
6. Сравните значения скорости звука полученных в первом и втором заданиях и сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Сложение волн движущихся навстречу друг другу.
2. Бегущая и стоячая волна. Нахождение узлов и пучностей в стоячих волнах. Коэффициент бегучести.
3. Звуковые волны и их основные характеристики.

Лабораторная работа № 13

ИЗУЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НА МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Цель работы: изучить статистические закономерности на механических моделях, получить экспериментальную и рассчитать теоретическую кривую распределения случайных величин.

Приборы и принадлежности: установка для изучения статистических закономерностей, сыпучий материал, масштабная линейка.

Теоретические сведения

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям. Вероятность того, что скорость молекулы лежит в интервале от \vec{v} до $\vec{v} + \Delta\vec{v}$ равна отношению числа молекул ΔN , скорости которых лежат в указанном интервале, к полному числу N молекул в системе, т.е.:

$$\omega = \frac{\Delta N}{N}. \quad (12.1)$$

Выражение (12.1) можно представить через функцию распределения $f(\vec{v})$ молекулы по скоростям:

$$\omega = f(\vec{v})\Delta\vec{v}. \quad (12.2)$$

Аналитический вид функции распределения молекул по скоростям впервые предложил Максвелл:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_0}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2, \text{ где} \quad (12.3)$$

m_0 – масса молекулы.

Тогда число молекул, скорости которых лежат в интервале от ϑ до $\vartheta + \Delta\vartheta$, равно:

$$\Delta N(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{m_0}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2 \Delta v. \quad (12.4)$$

Множитель v^2 в формуле (12.3) не имеет отношения к вероятностям, а учитывает плотность распределения молекул.

Вид функции распределения Максвелла (12.3) показан на рис. 13.1.

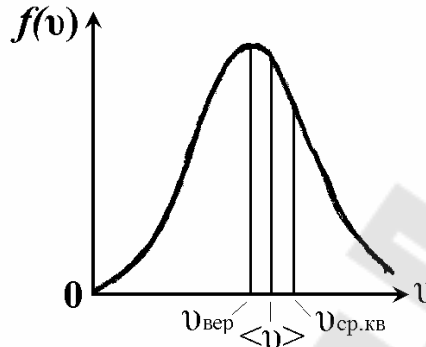


Рис. 13.1

Из этого рисунка видно, что кривая Максвелла имеет максимум. Скорость, при которой это происходит, называется наивероятнейшей скоростью, обозначается $v_{\text{вер}}$. Из условия экстремума $\left. \frac{d}{dv} f(v) \right|_{v=v_{\text{вер}}} = 0$ находим наивероятнейшую скорость:

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}. \quad (12.5)$$

Функция распределения Максвелла (12.3) позволяет вычислить средние статистические значения любой функции скоростей $F(v)$. Соответствующая формула имеет вид:

$$\bar{F} = \int_0^{\infty} F(v) f(v) dv, \quad \text{где} \quad (12.6)$$

\bar{F} – среднее значение функции $F(v)$.

Используя (12.6), получим выражения для нахождения средней скорости \bar{v} и среднеквадратичной скорости $\bar{v}_{\text{кв}}$ молекул:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad \text{и} \quad (12.7)$$

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad \bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (12.8)$$

Сравнивая выражения (12.5), (12.7) и (12.8), устанавливаем следующее

соотношение между характерными скоростями молекул:

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}} \langle v \rangle = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{\text{вер.}} \quad (12.9)$$

На рисунке 13.2 приведены кривые распределения молекул по скоростям при разных температурах. При повышении температуры наиболее вероятная скорость увеличивается, поэтому максимум кривой смещается в сторону больших скоростей. Однако площадь под кривой Максвелла остается неизменной. Вследствие этого максимум понижается по мере повышения температуры и становится менее острым.

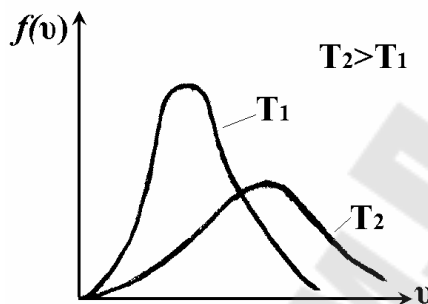


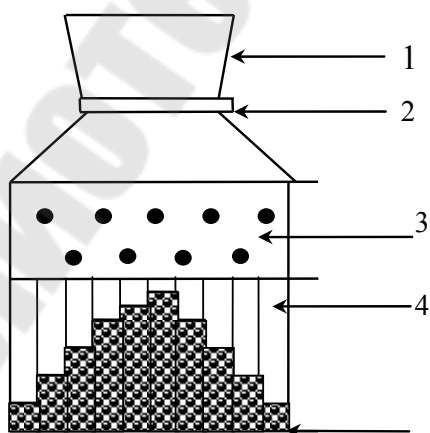
Рис. 13.2

СХЕМА УСТАНОВКИ

Изучение закона нормального распределения случайных величин (или кривой Гаусса) проводится на механической модели. Схема установки приведена на рисунке 13.3.

Сыпучий материал, например, пшено из воронки 1, после выдвижения заслонки 2, проходит через ряд сеток 3, отклоняющих частицы от вертикального направления. В силу случайного характера ударов частицы могут попадать в различные отсеки ящика 4. Если многократно повторить опыт, наблюдая за одной «меченой» частицей, то можно обнаружить, что в различных опытах эта частица попадает в различные отсеки.

Однако в распределении частиц по отсекам



- 1 – воронка
- 2 – заслонка
- 3 – сетки
- 4 – отдельные отсеки

Экспериментальная кривая
распределения частиц по отсекам
(гистограмма)

Рис. 13.3

наблюдается вполне определенная закономерность: наибольшее количество частиц всегда попадает в средние отсеки, наименьшее – в крайние. Кривая распределения частиц по отсекам повторяется с малым отклонением при каждом опыте, она и служит выражением статистической закономерности в данном случае нормального распределения случайных величин, задаваемого кривой Гаусса.

Порядок выполнения работы

1. Перевернуть установку так, чтобы всё пшено пересыпалось в воронку 1.
2. По возможности быстро вернуть установку в исходное положение (рис. 13.3) и дождаться момента, когда всё пшено пересыплется в ячейки.
3. Измерить высоту уровня пшена в каждой ячейке – y_i .
4. Повторить пункты 1–3 не менее 3-х раз.
5. Определить среднее значение уровней пшена $\langle y_i \rangle$ в каждой

ячейке $\langle y_i \rangle = \frac{\sum_{ik}^k y_{ik}}{k}$, где k – число опытов, i – номер ячейки.

6. Определить вероятность нахождения пшена в i -й ячейке $P_i = \frac{\langle y_i \rangle}{\sum \langle y_i \rangle} = \frac{\langle y_i \rangle}{H}$, где $H = \sum_i^N \langle y_i \rangle$ – общая высота пшена во всех ячейках.

7. Построить график функции P_i от координаты i -й ячейки в виде гистограммы (рисунок 13.3).

8. Определить среднее значение координаты ячеек $\langle x \rangle = \sum_{i=1}^N P_i x_i$, где $x_i = 1, 2, \dots, N$ – номера ячеек, P_i – вероятность попадания пшена в i -ую ячейку.

9. Построить теоретическую зависимость вероятности уровня пшена в « i » – ой ячейке от координаты ячейки $P_{i,T} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle x \rangle}} e^{-\frac{(x-\langle x \rangle)^2}{2\langle x \rangle}}$, где $x = x_i - 0,5$, где $x_i = 1, 2, \dots, N$ – номер ячейки.

10. График функции $P_{i,T} = f(x_i)$ построить на одном листе с экспериментальной вероятностью попадания пшена в i -ю ячейку $P_i = f(x_i)$.

11. Все данные занести в табл. 13.1.
12. Сделать выводы.

Таблица 12.1

Номер ячейки	1	2	3	15
$y_{i,k}$ – высота содержимого в k -опыте						
$\langle y_i \rangle = \frac{\sum_{k=1}^k y_{ik}}{k}$						
$H = \sum_i^N \langle y_i \rangle$						
$P_i = \frac{\langle y_i \rangle}{H}$						
$P_{i,T}$						

Контрольные вопросы

1. Основное уравнение молекулярно–кинетической теории идеального газа. Степени свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Средняя энергия молекул.
2. Распределение молекул идеального газа по скоростям и энергиям поступательного движения. Распределение Максвелла.
3. Закон Больцмана для распределения частиц в потенциальном поле.
4. Закон Максвелла–Больцмана.

Лабораторная работа №1-14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИРАЩЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: научиться рассчитывать изменение энтропии при переходе системы из одного состояния в другое, используя параметры состояний.

Приборы и принадлежности: установка, содержащая нагревательный элемент, тигель с оловом, термопара, милливольтметр проградуированный на градусы, секундомер.

Теоретические сведения

Переход физической системы из одного состояния в другое через какую-то последовательность промежуточных состояний называется процессом. Термодинамический процесс называется обратимым, если он допускает возможность возвращения системы в первоначальное состояние без каких-либо изменений в окружающей среде. Необходимым и

достаточным условием обратимости термодинамического процесса является равновесность всех состояний, а равновесное состояние – это такое состояние, когда параметры системы с течением времени не изменяются. Обратимые процессы обладают свойством: если при прямом ходе (1→2) на каком-то участке система получает тепло δQ и совершает работу $\delta A = PdV$ (рис. 14.1), то при обратном ходе на том же участке (2→1) система отдает тепло $\delta Q'$, при этом $\delta Q' = \delta Q$.

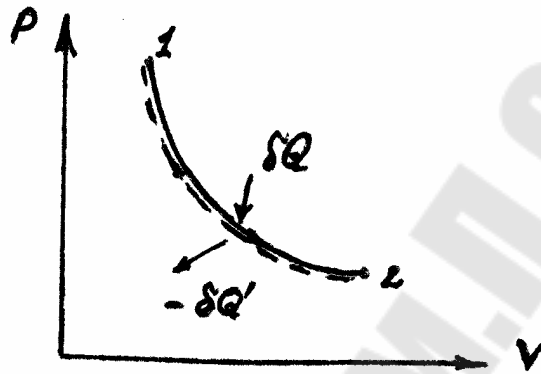


Рис. 13.1

Необратимым процессом называется процесс, не допускающий возможности возвращения системы в первоначальное состояние без изменений. Примером необратимого процесса является процесс теплообмена между телами с различной температурой. Строго говоря, все реальные процессы необратимы.

Круговым процессом или циклом называется такой процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние (рис. 13.2).

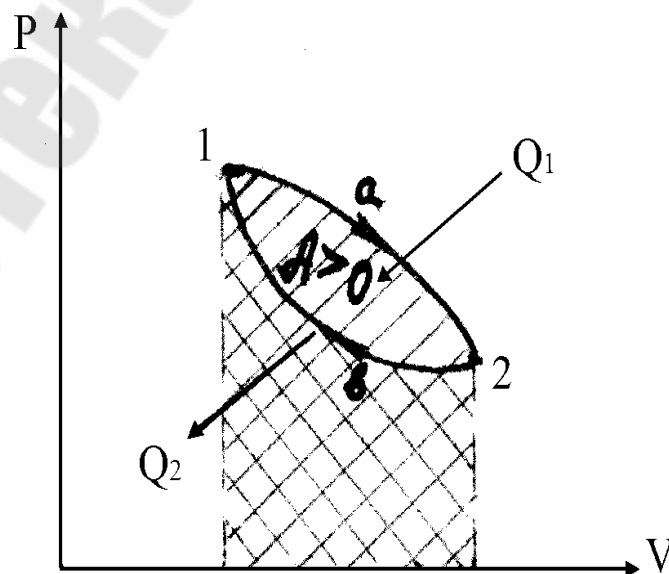


Рис. 13.2

Произвольный круговой равновесный процесс $1a2b1$ можно разбить на процесс расширения газа (кривая $1a2$) и процесс сжатия газа (кривая $2b1$).

При расширении газ совершает положительную работу A_1 , измеряемую площадью фигуры V_11a2V_2 . Сжатие газа происходит под действием внешних сил, которые совершают работу A_2 , измеряемую площадью фигуры V_11b2V_2 . Поскольку $A_1 > A_2$, то газ за цикл совершает положительную работу $A = A_1 - A_2$ (это площадь, ограниченная кривой $1a2b1$). Если круговой процесс происходит по часовой стрелке и система совершает положительную работу $A = \oint PdV > 0$, то цикл называется прямым. По такому циклу работают тепловые двигатели.

Круговой процесс, который происходит против часовой стрелки и в котором система совершает отрицательную работу $A < 0$, называется обратным циклом. Примером обратного цикла является цикл холодильной установки. Так как полное изменение внутренней энергии газа в результате кругового процесса равно нулю, то первый закон термодинамики для круговых процессов будет иметь вид:

$$Q = \Delta U + A = A$$

Первое начало термодинамики не может исчерпывающим образом описывать термодинамические процессы. Существенной ограниченностью первого начала является невозможность с его помощью предсказать направление протекания термодинамического процесса, но это позволяет сделать второе начало термодинамики. Второе начало термодинамики имеет две наиболее распространенные формулировки, которые эквивалентны друг другу:

1. Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение всей теплоты, полученной от некоторого тела, в эквивалентную ей работу (по Кельвину);
2. Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача энергии в форме теплоты от тела менее нагретого к телу более нагретому (по Клаузиусу).

Второе начало термодинамики указывает на неравноценность двух форм передачи энергии – работы и теплоты. Оно показывает, что процесс перехода упорядоченного движения тела как целого в неупорядоченное движение его частиц, необратим. Например, тепловая машина производит работу за счет подводимой от нагревателя теплоты. Но при этом часть полученной теплоты передается холодильнику. Следовательно, работа за цикл не эквивалентна всей подведенной теплоте (рис. 14.3).

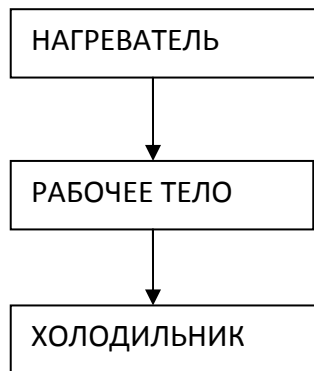


Рис. 13.3

Второе начало термодинамики позволяет для термодинамических систем ввести однозначную функцию состояния: энтропию.

Энтропия – функция состояния, характеризующая направления протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе. Разность энтропий системы в произвольных состояниях 1 и 2 равна:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \text{ где}$$

δQ – количество тепла, сообщаемое системе при бесконечно малом квазистатическом (почти равновесном) изменении ее состояния,

T – абсолютная температура, при которой тепло поглощается системой.

Интеграл берется по любому обратимому пути, соединяющему оба состояния. Например, изменение энтропии при испарении жидкости равно скрытой теплоте испарения, делённой на температуру испарения.

Для произвольного обратимого кругового процесса:

$$\Delta S = \oint \frac{\delta Q_{\text{обр.}}}{T} = 0.$$

Это равенство – необходимое и достаточное условие того, что $dS = \frac{\delta Q_{\text{обр.}}}{T}$ есть полный дифференциал, а энтропия – функция состояния.

Рассмотрим изменение энтропии идеального газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2 (рис. 13.4).

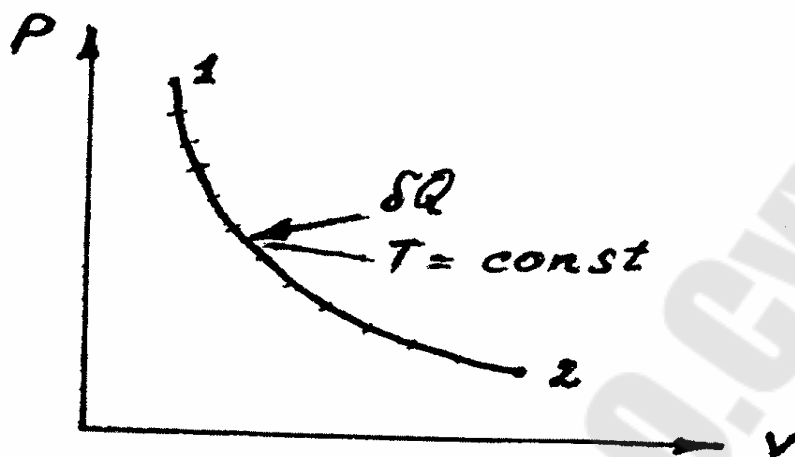


Рис. 13.4

Согласно первому началу термодинамики для идеального газа:

$$\delta Q = dU + \delta A, \delta Q = \frac{m}{\mu} C_V dT + PdV, \text{ тогда}$$

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} \frac{C_V dT}{T} + \int P \frac{dV}{T} = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} \frac{RT}{T} \frac{dV}{V} =$$

$$= \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Энтропия системы равна сумме энтропий всех тел, входящих в систему, т.е. энтропия – величина аддитивная.

Найдем изменение энтропии ΔS системы при совершении рабочим телом обратимого цикла Карно (рис. 13.5).

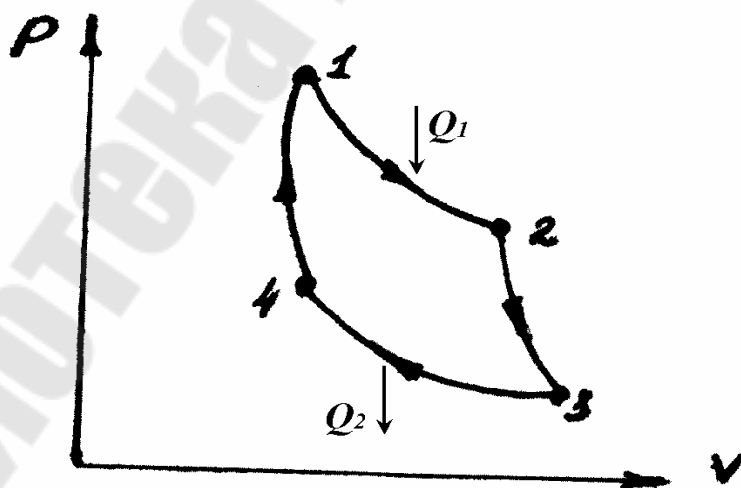


Рисунок 13.5.

- 1–2 процесс изотермического расширения;
- 2–3 процесс адиабатического расширения;
- 3–4 процесс изотермического сжатия;
- 4–1 процесс адиабатического сжатия.

Система, совершив цикл, возвращается в исходное состояние, а это значит, что полное изменение энтропии за цикл равно нулю.

Приращение энтропии на участке 1–2:

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_1}{T_1} = \frac{1}{T_1} \int_1^2 dQ_1 = \frac{Q_1}{T_1}.$$

Приращение энтропии на участке 3–4:

$$\Delta S_{34} = \int_3^4 \left(-\frac{dQ_2}{T_2}\right) = -\frac{1}{T_2} \int_3^4 dQ_2 = -\frac{Q_2}{T_2}.$$

На участках 2–3 и 4–1 энтропия постоянна.

Полное приращение энтропии за цикл равно:

$$\Delta S_{12} + \Delta S_{34} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0, \text{ отсюда } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Итак, в случае совершения системой обратимого цикла $\Delta S_{\text{обр.}} = 0$, $S_{\text{обр.}} = \text{const}$, т.е. энтропия замкнутой системы, совершающей обратимый цикл не изменится. При необратимых процессах – увеличивается $\Delta S_{\text{необр.}} > 0$. Во всех реальных процессах энтропия возрастает $\Delta S > 0$. Отсюда следует еще одна формулировка второго начала термодинамики: энтропия замкнутой системы при любых происходящих в ней процессах не может убывать:

$$\Delta S \geq 0.$$

Знак равенства относится к обратимым процессам, знак неравенства к необратимым.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Основные элементы лабораторной установки показаны на (рис.13.6). Тигель 3 с рабочим веществом 4 установлен над нагревателем 2. На штативе 5 укреплен термопара 1. Термопара представляет собой два спаянных проводника из разных металлов. Если спаи 12 и 11 имеют разную температуру, то на концах термопары (клеммы 8) возникает термо-ЭДС. Один конец термопары (12) погружен в

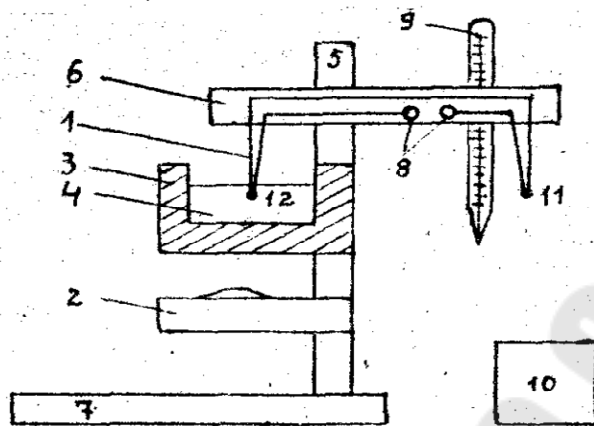


Рис. 7

Рис. 13.6. Схема экспериментальной установки

нагреваемое рабочее вещество (олово), а другой (11) – имеет температуру окружающего воздуха T_k , измеряемую термометром 9. Термо – ЭДС прямо пропорциональна разности температур горячего T и холодного T_k спаев.

Величина термо-ЭДС измеряется милливольтметром, шкала которого проградуирована по температуре в градусах t °C или цифровым вольтметром 10 через равные промежутки времени.

Порядок выполнения работы

1. Измерьте температуру воздуха в лаборатории T_k .
2. Включите установку в сеть и наблюдайте ежеминутно за изменением температуры сплава до жидкого состояния. Данные занести в табл. 13.1

Таблица 13.1

Время t , мин	Температура T , К
....

3. По данным опыта постройте график зависимости температуры олова от времени нагревания $T = f(t)$ (рис.13.7).

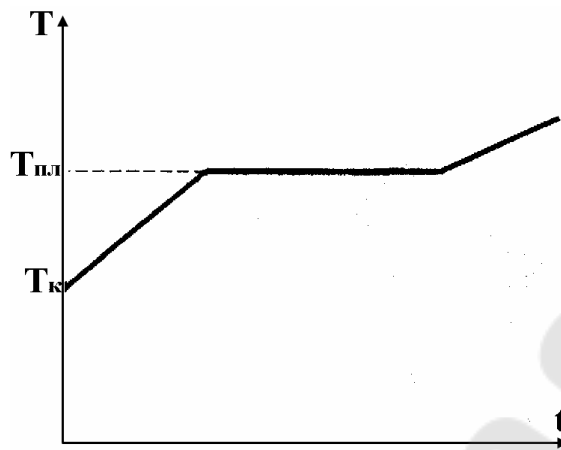


Рис. 13.7

4. По графику найдите температуру плавления олова. Вычислите приращение энтропии при плавлении по формуле:

$$\Delta S = \int_{T_k}^{T_{пл}} \frac{cm}{T} dT + \frac{\lambda m}{T_{пл}} = cm \ln \frac{T_{пл}}{T_k} + \frac{\lambda m}{T_{пл}}, \text{ где}$$

$c = 230 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ – удельная теплоемкость олова;

$\lambda = 58600 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ – удельная теплота плавления олова;

m – масса олова;

$T = t + 273 \text{ } ^\circ\text{C}$ – температура олова;

$T_k = t_k + 273 \text{ } ^\circ\text{C}$ – комнатная температура олова.

5. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Обратимые и необратимые процессы. Энтропия. Расчет энтропии для изо процессов.
2. Второе начало термодинамики.
3. Круговые процессы. Цикл Карно. КПД цикла Карно.

Лабораторная работа № 15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы: на основании измеренных макроскопических параметров газа найти его микроскопические параметры: длину свободного пробега и эффективный диаметр молекул воздуха.

Приборы и принадлежности: установка, смонтированная на штативе, мерный стаканчик, секундомер, весы, термометр, барометр.

Теоретическая часть

Идеальным газом называется газ, размерами молекул которого можно пренебречь и у которого молекулы взаимодействуют только в процессе столкновения, и все остальное время движутся как свободные. Молекулы газа, находясь в тепловом движении, непрерывно сталкиваются друг с другом, в результате чего, молекулы изменяют направление и скорость своего движения. У реальных газов молекулы испытывают силы межмолекулярного взаимодействия.

Согласно молекулярно-кинетической теории хаотическое молекулярное движение является физической причиной наблюдаемых в газах явлений переноса. Хотя величины скоростей молекул относительно велики и могут достигать сотен метров в секунду, процессы переноса совершаются сравнительно медленно, потому что в явлениях переноса важную роль играют не только скорости молекул, но и столкновения между ними, которые препятствуют свободному движению молекул, заставляя их двигаться не прямолинейно, а зигзагообразно.

Силы взаимодействия молекул становятся заметными лишь при малых расстояниях между ними. Поэтому можно считать, что в газах на пути свободного пробега молекулы движутся прямолинейно и равномерно. Отклонение молекул от прямолинейных траекторий их движения происходит только при достаточном сближении. Минимальное расстояние на которое сближаются при столкновении центры двух молекул называется эффективным диаметром молекулы.

Расстояние, которое проходит молекула между двумя последовательными столкновениями, называют длиной свободного пробега молекулы. В связи с тем, что молекул много, а длины свободного пробега их несколько отличаются друг от друга, в расчетах используют среднюю длину свободного пробега молекул.

Основные количественные данные для определения длины свободного пробега газовых молекул и их эффективных диаметров были получены из исследований явлений переноса – диффузии, теплопроводности и вязкости. Скорость выравнивания концентраций, температур или количества движения газа зависит от характера столкновений молекул при их тепловом движении. Поэтому изучение явлений переноса дает возможность определить основные величины, характеризующие столкновения – длину свободного пробега и эффективный диаметр молекулы.

Молекулярно – кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, температура) связаны с его микропараметрами (размер молекулы, масса молекулы, ее средняя тепловая скорость). Пользуясь этими формулами, можно при помощи легко измеряемых параметров: давления, температуры, коэффициента внутреннего трения – получить интересующие нас микропараметры: диаметр молекулы, ее скорость и т.д.

Из молекулярно – кинетической теории известно, что динамический

коэффициент вязкости идеального газа равен:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \rho.$$

Однако для реальных газов учет сил межмолекулярного взаимодействия приводит к формуле:

$$\eta = \frac{1}{2} \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \rho, \text{ где} \quad (14.1)$$

ρ - плотность газа;

$\bar{\lambda}$ – средняя длина свободного пробега, \bar{v} – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул.

Из формулы (14.1) следует, что

$$\bar{\lambda} = \frac{2\eta}{\rho \bar{v}}. \quad (14.2)$$

Динамический коэффициент вязкости можно определить, воспользовавшись известной формулой Пуазейля, выражающей вязкость через объем газа, протекающего через сечение трубки за определенное время и требуемую для этого разность давлений на концах трубки (капилляра):

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta P \tau}{8Vl}. \quad (14.3)$$

где V – объем протекающего газа, r – радиус трубки (капилляра), l – длина трубки (капилляра), ΔP – разность давлений на концах трубки, обуславливающая течение газа в ней, τ – время, в течение которого вытекает данный объем газа.

Все величины, входящие в эту формулу, легко поддаются измерению.

Средняя арифметическая скорость молекул идеального газа по молекулярно-кинетической теории равна:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \text{ где} \quad (14.4)$$

R – универсальная газовая постоянная;

T – абсолютная температура;

μ – молярная масса газа.

Плотность ρ газа находим из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}, \text{ где} \quad (14.5)$$

P – давление газа.

Подставив выражения (14.3)–(14.5) в уравнение (14.2) получим:

$$\bar{\lambda} = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau RT \sqrt{\pi\mu}}{8Vl 0,5\mu\rho \sqrt{8RT}} \text{ или} \quad (14.6)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8Vl\rho} \sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}}.$$

Эффективный диаметр молекулы можно вычислить из формулы для средней длины свободного пробега:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}d^2}, \text{ где} \quad (14.7)$$

n – число молекул в единице объема при данных условиях;
 d – эффективный диаметр молекулы.

Число молекул в единице объема при данных условиях можно выразить из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов:

$$n = \frac{P}{kT}, \text{ где} \quad (14.8)$$

k – постоянная Больцмана.

Используя формулы (14.7) и (14.8), получаем выражение для эффективного диаметра молекулы газа:

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2\pi\bar{\lambda}}P}}. \quad (15.9)$$

По формулам (14.6) и (14.9) рассчитывают соответственно среднюю длину свободного пробега молекулы и ее эффективный диаметр.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Стекланный баллон A заполнен водой и закрыт пробкой, через которую проходит капиллярная трубка C радиусом r и длиной l (рис.15 – 1). При закрытом кране B давление воздуха над жидкостью равно атмосферному, т.к. сосуд сообщается с атмосферой через капилляр. Как только кран открывается, начинается истечение жидкости непрерывной струей в стакан D до тех пор, пока сумма давлений воздуха над жидкостью P_1 и гидростатического давления жидкости внутри сосуда на уровне отверстия ρgh не станет равным атмосферному $P_{\text{атм}}$, т.е.: $P_1 + \rho gh = P_{\text{атм}}$.

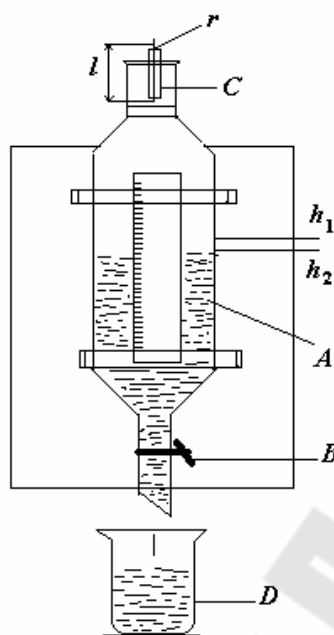


Рис. 15.1

С этого момента жидкость будет выливаться отдельными каплями. В капилляр будет засасываться воздух, т.к. концы капилляра будут находиться под разным давлением (верхний – под атмосферным, а нижний – под давлением газа внутри сосуда P_1). Разность давлений на концах капилляра с учетом предыдущего выражения:

$$\Delta P = P_{\text{атм}} - P_1.$$

Так как площадь сечения баллона A велика, а объем вытекшей жидкости будет незначительным, поэтому в качестве ΔP можно взять среднюю разность давления на концах капилляра в начале и в конце истечения жидкости:

$$\Delta P = \rho g \frac{h_1 + h_2}{2},$$

где $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды; h_1, h_2 – высота уровня жидкости (рисунок 15.1).

Порядок выполнения работы

1. Наполнить баллон A на три четверти водой и отметить уровень воды в нем h_1 . Начало системы отчета можно совместить с краном B .
2. Установить режим вытекания жидкости (непрерывными каплями) и замерить время вытекания жидкости τ объемом V (задается преподавателем).
3. Закрыть кран 2 после вытекания жидкости объемом V . Отметить новый уровень воды в сосуде h_2 .
4. Взвесить мерный стакан с водой. По массе воды в стакане найти ее

$$\text{объём: } V = \frac{m}{\rho_0}, \text{ где}$$

$$m = m_1 - m_0;$$

$\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ - плотность воды;

m_1 – масса стаканчика с водой;

m_0 – масса пустого стаканчика;

m - масса воды в стакане.

5. Объем вытекающей из баллона воды будет одновременно объемом воздуха, вошедшего в баллон.

6. Повторить пункты 1 – 4 не менее 3–х раз.

7. Рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул воздуха по формуле:

$$\bar{\lambda} = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8Vlp} \sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}}, \text{ где}$$

r – радиус капилляра;

l – длина капилляра;

τ – время вытекания данного объема жидкости;

μ – молярная масса воздуха;

R – универсальная газовая постоянная;

ΔP – средняя разность давления на концах капилляра в начале и в конце истечения жидкости.

8. Давление P и температуру T , при которых протекает опыт, берут из показаний приборов в лаборатории $T = t + 273^\circ \text{C}$.

9. Найти эффективный диаметр молекул воздуха по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\bar{\lambda}P}}.$$

10. Рассчитать средние значения величин $\bar{\lambda}$ и \bar{d} .

11. Произвести оценку погрешности прямых измерений для величин τ и V и оценку косвенных измерений для величины λ при заданной надежности $\alpha = 95\%$ по формулам:

$$\Delta\tau = \sqrt{\frac{\sum(\tau_i - \bar{\tau})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta V = \sqrt{\frac{\sum(V_i - \bar{V})^2}{n(n-1)} t^2(\alpha, n) + \left(\frac{C_{\min}}{2}\right)^2 \frac{t^2(\alpha, \infty)}{3^2}};$$

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left\{\frac{\partial\lambda}{\partial\tau}\right\}^2 (\Delta\tau)^2 + \left\{\frac{\partial\lambda}{\partial V}\right\}^2 (\Delta V)^2}.$$

12. Результат представить в виде $\bar{\lambda} = \bar{\lambda} \pm \Delta\lambda$, рассчитать относительную погрешность $\varepsilon_\lambda = \dots$

13. Сделать выводы

Контрольные вопросы

1. Средняя длина свободного пробега. Эффективное сечение.
2. Распределение молекул по длинам свободного пробега.
3. Диффузия в газах.
4. Поверхностное натяжение. Смачивание и не смачивание. Краевые углы.
5. Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Внутренняя энергия реального газа.

Лабораторная работа 16

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛА

Цель работы: определить коэффициент теплопроводности металла методом изучения распределения температуры вдоль металлического стержня.

Приборы и принадлежности: нагревательный элемент, набор металлических стержней с термопарами, штангенциркуль, универсальный электроизмерительный прибор.

Теоретическая часть

Явление теплопроводности состоит в направленном переносе энергии и возникает тогда, когда различные части среды имеют различную температуру, т.е. обладают различной внутренней энергией. Перенос тепла в теле происходит в направлении точек тела, имеющих более низкую температуру.

В случае стационарного теплового состояния тела температура каждой отдельной точки постоянна во времени и является функцией только координат:

$$T = \varphi(x, y, z). \quad (15.1)$$

Поверхности одинаковой температуры, уравнения которых вида $\varphi(x, y, z) = \text{const}$ называются изотермическими (рис. 15.1–15.2)

Положение и форма изотермических поверхностей при стационарном тепловом состоянии со временем не изменяется.

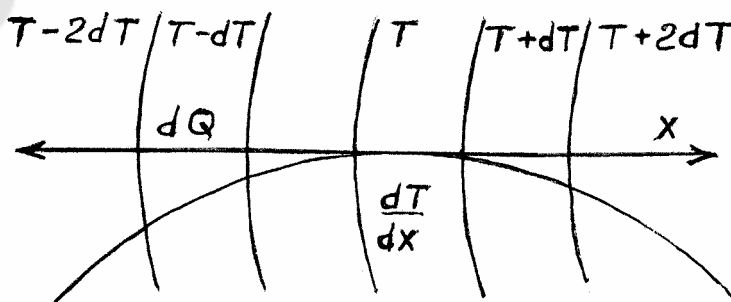


Рис. 15.1

Нормали к изотермическим поверхностям определяют те направления, по которым в теле распространяется тепло. В теории теплопроводности количество теплоты dQ , которое проходит внутри тела через элемент поверхности dS определяется уравнением Фурье:

$$dQ = -K \frac{dT}{dx} dS d\tau, \text{ где} \quad (15.3)$$

$d\tau$ – время,

K – коэффициент теплопроводности;

$\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры по направлению x .

Градиент температуры показывает изменение температуры на единицу длины по нормали к направлению движения тепла. Знак минус в уравнении Фурье показывает, что энергия переносится в сторону убывания температуры T . Коэффициент теплопроводности K численно равен количеству тепла, переносимому через единицу поверхности за единицу времени, при градиенте температуры, равном единице.

В отличие от газов и жидкостей металлы обладают хорошей теплопроводностью, причем теплопроводность тем больше, чем больше их электропроводность. Процесс теплопроводности в металлах в основном осуществляется движением свободных электронов. Рассматривая свободные электроны как одноатомный газ, коэффициент теплопроводности можно определить, согласно кинетической теории газов, следующим выражением:

$$K = \frac{1}{3} n m \vartheta \lambda c_V, \text{ где} \quad (15.3)$$

n – концентрация электронов;

m – масса электрона;

ϑ – скорость;

λ – длина свободного пробега;

c_V – удельная теплоемкость одноатомного газа.

Значение коэффициента теплопроводности металла легко получить, если рассмотреть процесс распространения тепла вдоль длинного стержня.

Выберем отрезок стержня длиной dx (рис.15.2).

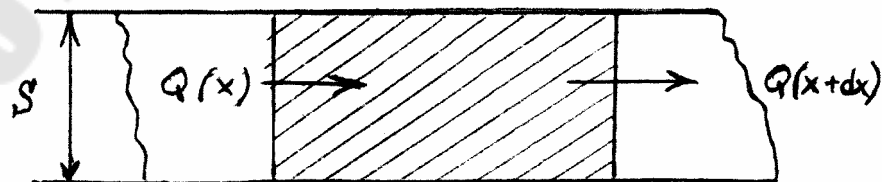


Рис. 15.2

Количество тепла, проходящее за 1 с через сечение S в точках x и $x + dx$ соответственно равны:

$$Q_x = -K \left(\frac{dT}{dx} \right)_x \cdot S \quad \text{и} \quad Q_{x+dx} = -K \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} \cdot S. \quad (15.4)$$

Наряду с этим, количество тепла, отдаваемое отрезком в окружающую среду равно:

$$dQ = \alpha(T - T_0)Pdx, \text{ где} \quad (15.5)$$

P – периметр стержня;

α – коэффициент теплообмена;

T – температура стержня в сечении с координатой x ;

T_0 – температура окружающей среды.

В установившемся режиме:

$$dQ = Q_x - Q_{x+dx} \text{ или}$$

$$\alpha(T - T_0)Pdx = KS \left[\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} - \left(\frac{dT}{dx} \right)_x \right]. \quad (15.6)$$

После преобразований, в первом приближении получим дифференциальное уравнение второго порядка, которое описывает распределения температуры T в однородной среде (стержне):

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \gamma^2(T - T_0), \text{ где} \quad (15.7)$$

$$\gamma^2 = \frac{\alpha P}{KS}. \quad (15.8)$$

Данное уравнение перепишем в виде:

$$\frac{d^2(T - T_0)}{dx^2} = \gamma^2(T - T_0), \quad (15.9)$$

$$\text{т.к. } \frac{dT_0}{dx} = 0.$$

Общее решение уравнения (15.9) есть функция вида

$$T - T_0 = C_0 \cdot e^{-\gamma x}, \text{ где}$$

C_0 – постоянная интегрирования, определяемая из граничных условий $T|_{x=0} = T_1$.

Тогда окончательно имеем:

$$T - T_0 = (T_1 - T_0)e^{-\gamma x}. \quad (15.10)$$

Логарифмируя уравнение (15.10) получим формулу для нахождения коэффициента γ :

$$\ln \frac{T_1 - T_0}{T - T_0} = \gamma x. \quad (15.11)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ

Электрическая схема установки показана на рисунке 15.3. Одним концом испытуемый металлический стержень 1 помещается в отверстие нагревательного элемента 2. Другой конец стержня свободен.

Для определения температуры вдоль стержня установлены термопары $V_1 - V_7$. Один из спаев термопар закреплен на стержне, второй – на шасси установки и имеет комнатную температуру. ТермоЭДС термопар измеряется микровольтметром (В7 – 23).

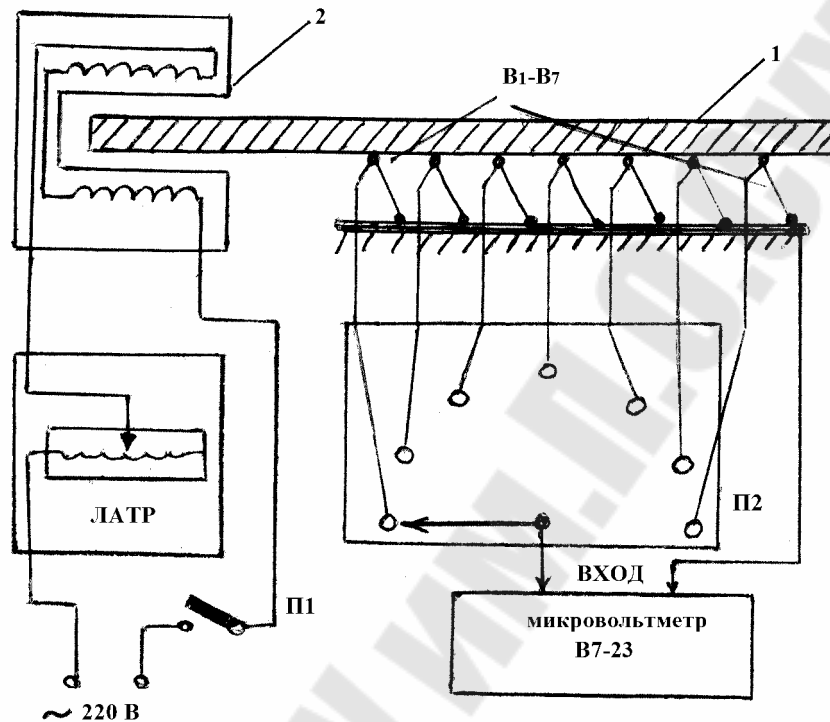


Рис. 15.3

Для нахождения коэффициента теплопроводности K используют формулу (15.8), тогда:

$$K = \frac{\alpha P}{\gamma^2 S}, \text{ где} \quad (15.12)$$

α – постоянная теплообмена;

P – периметр стержня;

S – площадь поперечного сечения.

Коэффициент γ определяется, согласно (15.12) из графика зависимости величины $\ln[(T_1 - T_0)/(T_i - T_0)]$ от x , где

$(T_i - T_0)$ – разность температуры в точках на поверхности стержня и комнатной температуры ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$).

Разность температур определяется по измеренным значениям термо – ЭДС ε_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) по формуле:

$$T_i - T_0 = \varepsilon_j / \beta, \text{ где} \quad (15.14)$$

β – коэффициент термо-ЭДС термопары.

После этого отмечают точки с координатами $(y = \ln \frac{T_1 - T_0}{T_i - T_0}, x)$ на координатной плоскости. Из начала координат проводят усреднённую

прямую так, чтобы половина точек лежала выше, а половина ниже прямой. Величина γ определяется, как тангенс угла наклона прямой графика к оси x . Для этого необходимо для одного любого значения $x = x'$ определить соответствующее значение $\ln \frac{T_1 - T_0}{T_i - T_0}$ путем восстановления перпендикуляра

из точки x' до пересечения прямой и по формуле $\gamma = \operatorname{tg}(c) = \frac{y}{x'}$ рассчитать γ (рис. 16.4).

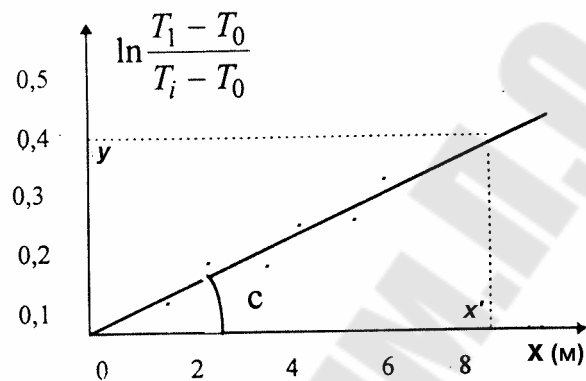


Рис. 15.4

Порядок выполнения работы

1. Включить установку и переключатель термопары установить в положение «*».
2. Измерить диаметр стержня d и рассчитать площадь поперечного сечения S и периметр P по формулам $S = \frac{\pi d^2}{4}$ и $P = \pi d$.
3. Через 15 – 20 минут измерить микровольтметром величину термо – ЭДС ε_i в каждой термопаре (положения 1–7).
4. Вычислить по формуле $T_i - T_0 = \varepsilon_j / \beta$ величину $T_i - T_0$ и соответствующие значения величин, найденные в пунктах 1 – 4 занести в таблицу 16.1. Величина коэффициента β определяется типом установленных термопар.

5. Построить зависимость $\ln \frac{T_1 - T_0}{T_i - T_0} = f(x)$ и из него определить γ .

6. Определить коэффициент теплопроводности K по формуле:

$$K = \frac{\alpha P}{\gamma^2 S}.$$

Таблица 15.1

Номер термопары	1	2	3	4	5	6	7
$x \cdot 10^{-2}$, м							
ε_i , (дел.)							
$T_i - T_0$, К							
$\ln \frac{T_1 - T_0}{T_i - T_0}$							

Контрольные вопросы

1. Уравнение теплопроводности.
2. Стационарное распределение температуры в бесконечной и плоскопараллельной пластинке.
3. Стационарное распределение температуры между двумя концентрическими сферами.
4. Стационарное распределение температуры между двумя концентрическими бесконечными длинными цилиндрами.
5. Принцип суперпозиции температур. Температурные волны.
6. Внешняя теплопроводность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И. В. Курс физики / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – Т. 1–3.
2. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, М. Б. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.
3. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1990. – 2004. – 478 с.
4. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : в 2 ч. Ч. 1, Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм : учеб. пособие / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : Асар, 2010. – 236 с.
5. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика: в 2 ч. Ч. 2, Оптика. Квантовая физика. Строение и физические свойства вещества : учеб. пособие / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : Асар, 2010. – 287 с.

Дополнительная литература

6. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики для вузов / Т. И. Трофимова – М., 2003. – 303 с.
7. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьёв – М. : Высш. шк., 1988. – 526 с.
8. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1988. – 381 с.
9. Чертов, А. Г. Физические величины / А. Г. Чертов – М. : Высш. шк., 1990. – 315 с.
10. Иродов, И. Е. Основные законы механики / И. Е. Иродов. – М. : Высш. шк., 1985 – 248 с.
11. Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. – М. : Наука, 1977. – 668 с.
12. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. – М. : Высш. шк., 1983. – 463 с.
13. Ландсбер, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсбер. – М.: Наука, 1976. – 936 с.
14. Калитиевский, Н. И. Волновая оптика / Н. И. Калитиевский. – М.: Высш. шк., 1978. – 384 с.
15. Шпольский, Э. В. Атомная физика / Э. В. Шпольский. – Т. 1, 2. – М. : Наука, 1974.
16. Епифанов, Г. И. Физика твёрдого тела / Г. И. Епифанов. – М. : Высш. шк., 1977. – 288 с.
17. Широков Ю. М. Ядерная физика / Ю. М. Широков, Н. П. Юдин – М.: Наука, 1980. – 312 с.
18. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М. : Наука, 1988. – 416 с.
19. Савельев, И. В. Сборник задач и вопросов по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

20. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Наука, 1990.– 624 с.

Перечень наглядных пособий и методических указаний и материалов технических средств обучения

«Механика и молекулярная физика»

21. 3419 Пособие «Теория погрешностей» по курсу «Физика» для студентов всех специальностей / О. П. Соловцова. – Гомель : ГГТУ, 2007. – 38 с.

22. 154эл Механика и молекулярная физика: практикум по курсу «Физика» для студентов всех специальностей дневной формы обучения : в 3 ч. / О. И. Проневич, С. В. Пискунов. – Ч. 1. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2010. – 69 с.

23. 4176 Механика: лаборатор. практикум по курсу «Физика» для студентов техн. специальностей днев. формы обучения / С. В. Пискунов, О. И. Проневич, П. С. Шаповалов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2013. – 48 с.

24. 125эл Гармонические колебания и волны : лаборатор. практикум по курсу «Физика» для студентов инженер.-техн. специальностей днев. формы обучения / П. С. Шаповалов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого. 2010. – 46 с.

25. 4055 Молекулярная физика и термодинамика: лабораторный практикум по курсу «Физика» для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения / О. И. Проневич, С. В. Пискунов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2011. – 50с.

26. 312эл Механика и молекулярная физика: курс лекций по курсу «Физика» для студентов всех специальностей днев. и заоч. форм обучения / А. А. Панков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2012. – 145 с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ.
НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
И ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ**

Некоторые тригонометрические функции

Таблица 1

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
0°	0	1	0	–
30°	0,5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,5	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
90°	1	0	–	0
180°	0	-1	0	–
360°	0	1	0	–

Некоторые производные и интегралы

Таблица 2

$\frac{d}{dx}(c) = 0$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2}$
$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = \frac{n}{x^{n+1}}$
$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$	$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
$d(\alpha u + \beta v) = \alpha du + \beta dv$	$d(uv) = u dv + v du$
$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{v}\right) = \frac{dv}{v^2}$
$\int dx = x$	$\int e^x dx = e^x$
$\int \cos x dx = \sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x$	$\int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x}$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$	

Коэффициенты Стьюдента

Таблица 3

$n-1 \backslash \alpha$	0,900	0,950	0,990	0,999
1	6,314	12,706	63,0	636,622
2	2,920	4,304	9,925	31,598
3	2,353	3,182	5,841	12,941
4	2,132	2,776	4,604	8,610
5	2,015	2,571	4,032	6,849
6	1,943	2,447	3,707	5,959
7	1,895	2,365	3,449	5,405
8	1,860	2,306	3,355	5,041
9	1,833	2,265	3,250	4,781
10	1,812	2,228	3,169	4,587
11	1,796	2,201	3,106	4,437
12	1,782	2,179	3,055	4,318
13	1,771	2,160	3,012	4,221
14	1,761	2,145	2,977	4,140
15	1,753	2,131	2,947	4,073
20	1,725	2,086	2,845	3,850
30	1,697	2,042	2,750	3,646
40	1,684	2,021	2,704	3,551
50				
60	1,671	2,000	2,660	3,460
100	1,658	1,980	2,617	3,373
200				
300				
400				
500				
∞	1,6448	1,9600	2,5758	3,2905

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	10^9
мега	М	10^6
кило	к	10^3
гекто	Г	10^2
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}

нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}

Основные физические постоянные:

скорость света в вакууме – $c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с

ускорение свободного падения – $g = 9.81$ м/с²

гравитационная постоянная – $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Нм²/кг²

постоянная Авогадро – $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

молекулярная газовая постоянная – $R = 8.31$ Дж/моль·К

объём моля идеального газа при нормальных условиях –

$V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3}$ м³/моль

постоянная Больцмана – $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

элементарный заряд – $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

магнетон Бора – $\mu_B = 9627 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл;

масса протона – $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг;

масса электрона – $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг;

удельный заряд электрона – $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг;

электрическая постоянная – $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

магнитная постоянная – $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

постоянная Ридберга – $R = 1,10 \cdot 10^7$ м⁻¹

скорость света в вакууме – $c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с

число Авогадро – $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

заряд электрона – $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл

постоянная Планка – $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

постоянная Стефана – Больцмана – $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴)

постоянная в законе Вина – $b = 2,89 \cdot 10^{-3}$ м·К

радиус первой боровской орбиты – $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м

атомная единица массы – $1\text{a.e.m.} = 1,660 \cdot 10^{-27}$ кг

Некоторые характеристики Солнца, Земли и Луны

Физические параметры	Солнце	Земля	Луна
Масса, кг	$1,97 \cdot 10^{30}$	$5,96 \cdot 10^{24}$	$7,33 \cdot 10^{22}$
Радиус, м	$6,95 \cdot 10^8$		$1,74 \cdot 10^6$
Средняя плотность, кг/м ³	1400	$6,37 \cdot 10^6$	3350
Среднее расстояние от Земли, км	$1,496 \cdot 10^8$	5518	384440
		--	

Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³	Газ	Плотность, кг/м ³
Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, 10 ⁻⁹ м	Газ	Диаметр, 10 ⁻⁹ м
Аргон	0,29	Гелий	0,19
Водород	0,23	Кислород	0,29

Поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	a , н·м/моль ²	b , 10 ⁵ м ³ /моль
Азот	0,135	3,86
Аргон	0,134	3,22
Кислород	0,136	3,17
Неон	0,209	1,70
Углекислый газ	0,361	4,28

Диэлектрическая проницаемость ϵ

Вода – 81;

Парафин – 2,0;

Слюда – 6,0;

Стекло – 7,0;

Фарфор – 5,0;

Масло трансформаторное – 2,2;

Эбонит – 6,0.

Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент проводников (при 20°C)

Проводник	Удельное сопротивление, нОм·м	Температурный коэффициент, К ⁻¹
Алюминий	28	0,0038
Вольфрам	55	0,0051
Железо	98	0,0062
Константан	480	0,00002
Медь	17,2	0,0043
Никель	400	0,000017
Нихром	980	0,00026

Работа выхода электронов

Металл	A, Дж	A, эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1. Определение плотности тел правильной геометрической формы.....	3
Лабораторная работа № 2. Изучение законов свободного падения тел.....	11
Лабораторная работа № 3. Изучение законов сохранения энергии и импульса при упругом ударе	23
Лабораторная работа № 4. Применение закона сохранения момента импульса для определения скорости полёта пули	31
Лабораторная работа № 5. Определение момента инерции тела с помощью крестообразного маятника Обербека.....	37
Лабораторная работа № 6. Изучение прецессии гироскопа	51
Лабораторная работа № 7. Изучение механических гармонических колебаний	56
Лабораторная работа № 8. Измерение частоты гармонических колебаний с помощью фигур Лиссажу	65
Лабораторная работа № 10. Определение отношения C_p / C_V воздуха методом Клемана-Дезорма	73
Лабораторная работа № 11. Определение коэффициентов вязкости жидкости методом Стокса	85
Лабораторная работа № 12. Определение скорости звука в воздухе методом стоячих волн	92
Лабораторная работа № 13. Изучение статистических закономерностей на механических моделях	99
Лабораторная работа № 14. Определение приращения энтропии при плавлении твердого тела	104
Лабораторная работа № 15. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха	111
Лабораторная работа № 16. Определение коэффициента теплопроводности металла	118
Литература	124
Приложение	126
Содержание	129

ФИЗИКА. МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

**Практикум
по выполнению лабораторных работ
для студентов технических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

**Составители: Хило Петр Анатольевич
Кравченко Александр Ильич**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 27.10.21.

Рег. № 55Е.

<http://www.gstu.by>