2. Программа развития деревообрабатывающего и мебельного производства концерна «БЕЛЛЕСБУМПРОМ» на период до 2025 года. – Режим доступа: http://www.bellesbumprom.by/ru/dokymentu/programmy. – Дата доступа: 20.04.2021.

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОЙ ПРИБЫЛИ ТОРГОВОГО ОБЪЕКТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТА WOLFRAM MATHEMATICA

А. В. Шах, В. С. Бурмако

Учреждение образования «Барановичский государственный университет», Республика Беларусь

Научный руководитель О. В. Лапицкая, канд. экон. наук, доцент

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Теория массового обслуживания является прикладной областью теории случайных процессов, в рамках которой рассматриваются вероятностные модели систем обслуживания. Данная теория применяется с целью минимизации затрат в сфере обслуживания, в торговле, в производстве [1].

Предметом изучения теории массового обслуживания является система массового обслуживания (далее СМО) — система, реализующая многократное выполнение достаточно однотипных задач. Рассмотрим практическую задачу по использованию СМО с ожиданием и ограничением на длину очереди. Такие системы часто встречаются на практике: *«Пусть в магазине одновременно работает N касс. Покупатель становится в ту, где очередь наименьшая. Если во все кассы очередь больше X, то покупатель идет в другой магазин. Покупатели заходят в магазин с интенсивностью* $T_ч$ *человек в минуту. Среднее время обслуживания одного посетителя* $T_к$*. Средний чек покупки составляет* $S_{покуп}$ *рублей. Оплата 1 часа работы продавца на кассе составляет* $S_{оплат}$ *рублей.»*

Требуется определить оптимальное количество обслуживающих посетителей касс с целью максимизации получаемой выручки [2].

Необходимо вычислить основные характеристики эффективности данной СМО, при условии, что заданы следующие входные параметры:

1) число каналов обслуживания;
2) интенсивность входящего простейшего потока заявок;
3) интенсивность простейшего потока «обслуживаний» каждым каналом;
4) максимальное число мест в очереди.

Рассматриваемая СМО является многоканальной СМО с ожиданием и ограничением на длину очереди. Число каналов обслуживания, интенсивность входящего простейшего потока заявок, интенсивность простейшего потока «обслуживаний» каждым каналом и максимальное число мест в очереди заданы.

Параметры системы:

– число каналов обслуживания n;
– интенсивность входящего потока заявок λ (человек в минуту);
– интенсивность потока обслуживания μ (человек в минуту);
– максимальная длина очереди m.

Определим показатель нагрузки СМО:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Показатель нагрузки ρ показывает степень согласованности входного и выходного потоков заявок канала обслуживания и определяет устойчивость системы массового обслуживания.

Показатель нагрузки, приходящийся на один канал:

$$\psi = \frac{\rho}{n}.$$

Вероятность простаивания всей системы:

$$P_0 = \begin{cases} \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} \psi^k + \frac{n^n}{n!} \frac{\psi^{n+1}\left(1-\psi^m\right)}{1-\psi} \right)^{-1}, \psi \neq 1; \\ \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} + \frac{n^n}{n!} m \right)^{-1}, \psi \neq 1. \end{cases}$$

Вероятность отказа заявке:

$$P_{\text{отк}} = P_{n+m} = \left(nn / n!\right)\left(\psi^{n+m} \cdot P_0\right).$$

Теперь можно определить относительную пропускную способность СМО:

$$Q = 1 - P_{\text{отк}}.$$

и абсолютную пропускную способность СМО:

$$A = \lambda Q.$$

Среднее число занятых каналов:

$$\overline{K} = \overline{N}_{\text{об}} = \frac{A}{m}.$$

Среднее число заявок, находящихся в очереди:

$$\overline{N}_{\text{оч}} = \begin{cases} \frac{n^n}{n!} \psi^{n+1} \frac{1-(m+1)\cdot\psi^m + m\cdot\psi^{m+1}}{(1-\psi)^2} P_0, \psi \neq 1; \\ \frac{\frac{n^n}{n!} \cdot m \cdot (m+1)}{2} P_0, \psi = 1. \end{cases}$$

Среднее число заявок, находящихся в СМО:

$$\overline{N_{\text{сис}}} = \overline{N_{\text{об}}} + \overline{N_{\text{оч}}}.$$

Среднее время ожидания заявки в очереди:

$$\overline{T_{\text{оч}}} = \frac{1}{\lambda}\overline{N_{\text{оч}}}.$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$\overline{T_{\text{сис}}} = \frac{1}{\lambda}\overline{N_{\text{сис}}}.$$

Так как в задаче требуется определить оптимальное количество касс с целью максимизации прибыли, необходимо составить математическую модель, включающую целевую функцию и ограничения. В качестве входящего параметра следует взять количество касс. Для расчета выходного параметра необходимо составить формулу, с помощью которой можно будет получить значение прибыли, исходя из количества касс. Для этого необходимо рассчитать часовую прибыль с касс и отнять от полученного значения сумму почасовой оплаты продавцов [3].

Для расчета прибыли с касс следует взять интенсивность входа покупателей, умножить на 60, на средний чек покупки и на вероятность того, что покупатель будет обслужен. Для расчета оплаты продавцов необходимо взять оплату одного часа работы и умножить на количество касс. Исходя из этого получим:

$$F = T_{\text{ч}} \cdot 60 S_{\text{покуп}} Q - S_{\text{оплат}} N.$$

Далее получим формулу расчета получаемой выручки [4], используя лишь входные данные. Так как требуется максимизировать прибыль, то данная функция должна стремится к максимуму:

$$F = \begin{cases} T_{\text{ч}} \cdot 60 S_{\text{покуп}}\left(1 - \dfrac{1}{N!}\psi^{N+X}\left(\sum_{k=0}^{N}\dfrac{\psi^k}{k!} + \dfrac{1}{N!}\dfrac{\psi^{N+1}\left(1-\psi^X\right)}{1-\psi}\right) - 1\right) - S_{\text{оплат}} N \to \max, \\ \psi = \dfrac{T_{\text{ч}} T_{\text{к}}}{x} \neq 1; \\ T_{\text{ч}} \cdot 60 S_{\text{покуп}}\left(1 - \dfrac{1}{N!}\psi^{N+X}\left(\sum_{k=0}^{N}\dfrac{\psi^k}{k!} + \dfrac{X}{N}\right)^{-1}\right) - S_{\text{оплат}} N \to \max, \\ \psi = \dfrac{T_{\text{ч}} T_{\text{к}}}{x} \neq 1. \end{cases}$$

В данной задаче есть два ограничения – ограничение на положительность и целочисленность числа N (количество касс) и его максимальное значение:

$$\begin{Bmatrix} N \in N; \\ N \leq N_{\max}. \end{Bmatrix}$$

Решим данную модель при помощи программного пакета Wolfram Mathematica. В качестве входных данных примем: $N_{\max} = 7$; $T_{\text{ч}} = 0{,}3$; $X = 4$; $T_{\text{к}} = 25$; $S_{\text{покуп}} = 50$; $S_{\text{оплат}} = 1{,}7$. Результаты представлены на рис. 1.

```
In[2]:= MaxValue[
  {900 *
    (1 - 1 / Factorial[N] × 1.5^(N + 4) *
      (Sum[1.5^k / Factorial[k], {k, 0, N}] - (0.125 * 1.5^(N + 1)) / Factorial[N])^(-1)) -
   1.7 * N, 0 < N ≤ 7}, N, Integers]

887.9724596471364`

In[6]:= NArgMax[
  {900 *
    (1 - 1 / Factorial[N] × 1.5^(N + 4) *
      (Sum[1.5^k / Factorial[k], {k, 0, N}] - (0.125 * 1.5^(N + 1)) / Factorial[N])^(-1)) -
   1.7 * N, 0 < N ≤ 7}, N, Integers]

Out[6]= 7
```

Рис. 1. Проверка модели в Wolfram Mathematica

Решение: оптимальное количество касс – 7, полученная выручка – 887,97 денежных единиц.

График целевой функции в Wolfram Mathematica изображен на рис. 2.

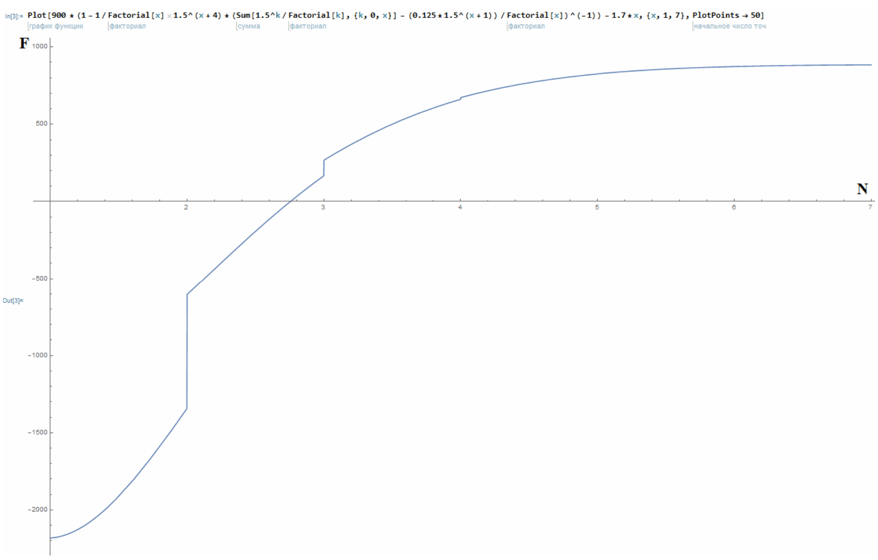

Рис. 2. График целевой функции в Wolfram Mathematica

Исходя из полученного графика, можно увидеть, что максимальное значение функции (ось Оy) достигается, когда количество касс равно 7 (ось Оx).

Развитие науки и техники заставляет исследователей иметь дело со все более сложными системами, адекватные аналитические модели которых создаются с возрастающим трудом и со значительным отставанием [5]. Следовательно, потребность в имитационном моделировании как методе анализа систем массового обслуживания, например с применением математического пакета Wolfram Mathematica, останется всегда.

Литература

1. Лапицкая, О. В. Принятие решений в маркетинге / О. В. Лапицкая, А. В. Шах // Вестн. ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2019. – № 2. – С. 62–69.
2. Лапицкая, О. В. Информационные технологии в управлении маркетинговыми бизнес-процессами / О. В. Лапицкая, А. В. Шах // Стратегия и тактика развития производственно-хозяйственных систем : сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. техн. ун-т им. П. О. Сухого, Гомел. обл. орг. о-ва «Знание» ; под ред. В. В. Кириенко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2019. – С. 186–189.
3. Шах, А. В. Применение теории систем массового обслуживания в управлении торговым предприятием / А. В. Шах, А. А. Ермакова // Техника и технологии: инновации и качество : материалы V Междунар. науч.-практ. конф. Барановичи, 20 дек. 2018 г. / М-во образования Респ. Беларусь, Баранович. гос. ун-т ; редкол.: В. В. Климук (гл. ред.) [и др.]. – Барановичи, 2019. – С. 32–34.
4. Шах, А. В. Компьютерное моделирование многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием и ограничением на длину очереди / А. В. Шах, В. С. Бурмако // Современные тенденции в науке, технике, образовании : сб. науч. тр. по материалам X Междунар. науч.-практ. конф., Смоленск, 18 мая 2020 г. – Смоленск : МНИЦ «Наукосфера», 2020. – С. 87–90.
5. Кислый, Д. С. Построение математической модели маркетинговой системы массового обслуживания для анализа работы точки общественного питания / Д. С. Кислый, В. С. Бурмако, А. В. Шах // Научные горизонты : сб. материалов фестиваля, Барановичи, 12 нояб. 2020 г. / М-во образования Респ. Беларусь, Баранович. гос. ун-т ; редкол.: В. В. Климук (гл. ред.) [и др.]. – Барановичи : БарГУ, 2020. – С. 13–15.