

УДК 621.313

РАЗРАБОТКА СПОСОБА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ С МНОГОФАЗНОЙ ДРОБНОЙ ЗУБЦОВОЙ ОБМОТКОЙ

С. В. ПАНТЕЛЕЕВ, А. Н. МАЛАШИН*Учреждение образования «Военная академия
Республики Беларусь», г. Минск*

Разработана аналитическая модель многофазной зубцовой обмотки, которая позволяет с высокой достоверностью определить влияние схемы и параметров обмотки на индуктивные параметры электрической машины при наименьших временных затратах. С использованием данной модели разработан способ определения индуктивных параметров синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой, который позволяет учесть высшие гармоники индукции магнитного поля в воздушном зазоре и несинусоидальный закон изменения пространственных обмоточных функций. Для проверки разработанных положений создана магнитостатическая векторная модель магнитного поля исследуемой электрической машины. Результаты исследования модели подтвердили адекватность разработанных аналитических выражений для определения индуктивных параметров электрической машины.

Ключевые слова: многофазная электрическая машина, математическая модель обмотки, пространственная обмоточная функция, функция распределения, индуктивные параметры, преобразование координат, высшие гармоники.

DEVELOPMENT OF METHOD FOR DETERMINATION OF INDUCTIVE PARAMETERS OF SYNCHRONOUS ELECTRIC MACHINE WITH MULTIPHASE FRACTIONAL TOOTH WINDING

S. V. PANTELEEV, A. N. MALASHIN*Educational Institution "Military Academy
of the Republic of Belarus", Minsk*

The authors present an analytical model of multiphase tooth winding, which allows to determine with high reliability the influence of the winding circuit and parameters on inductive parameters of the electric machine at the lowest time costs. Using this model, a method of determining inductive parameters of a synchronous electric machine with a multiphase fractional tooth winding has been developed, which allows taking into account the higher harmonics of magnetic field induction in the air gap and the non-sinusoidal law of changing spatial winding functions. To check the developed positions, a magnetostatic vector model of the magnetic field of the studied electric machine was created. The results of the model study confirmed the adequacy of the developed analytical expressions for determining the inductive parameters of the electric machine.

Keywords: multiphase electrical machine, mathematical winding model, spatial winding function, distribution function, inductive parameters, coordinate transformation, higher harmonics.

Введение

В системах электроснабжения автономных объектов широко применяются синхронные электрические машины с постоянными магнитами, что объясняется высокой надежностью, простотой конструкции, высоким КПД и коэффициентом мощности по сравнению с другими классами электрических машин [1], [2]. В этом классе выделяют группу электрических машин с дробными зубцовыми обмотками (СЭМ с ДЗО), которые имеют уменьшенную удельную массу за счет уменьшения длины

лобовых частей обмотки, осевых размеров электрической машины, ширины ярма магнитопровода статора и ярма ротора [3]. Однако основным недостатком СЭМ с ДЗО является наличие широкого спектра пространственных гармоник магнитного поля в воздушном зазоре, создающих дополнительные потери в электрической машине. Разработанный ранее способ полезного преобразования энергии высших гармонических составляющих вращающегося магнитного поля за счет использования многофазной обмотки ($m > 3$) в СЭМ с ДЗО позволит решить задачу уменьшения потерь в электрической машине, а также уменьшить удельную массу [4], [5]. Такой подход предполагает целенаправленное формирование таких условий появления высших гармонических составляющих пространственных функций распределения МДС, магнитной индукции и временных графиков ЭДС и токов в обмотках электрической машины, при которых возможно их полезное использование для улучшения характеристик электрической машины.

Повышенная «степень свободы» многофазных электрических машин с ДЗО (т. е. перераспределение электромагнитной энергии по отдельным пространственным гармоникам [2], [6]), наличие широкого спектра пространственных гармоник магнитного поля в воздушном зазоре и несинусоидальное распределение фазных обмоток обуславливают иной характер собственных и взаимных индуктивностей фаз [7]. Таким образом, ранее разработанные аналитические методы определения индуктивных параметров электрических машин, основанные на допущении о том, что потокосцепление обмоток статора обусловлено только основной составляющей магнитного поля в воздушном зазоре, не применимы для функционирующих в полигармоническом режиме многофазных СЭМ с ДЗО.

Существующими методами определения индуктивных параметров электрических машин, которые учитывают высшие пространственные гармоники магнитного поля в воздушном зазоре, геометрические параметры магнитной системы, распределение фазных обмоток независимо от числа фаз, являются: метод гармонических проводимостей, метод проводимостей зубцовых контуров, метод интегральных уравнений [1], [8], [9]. Но использование таких подходов в процессе оптимизации СЭМ с ДЗО с различными соотношениями чисел зубцов на полюс и фазу является слишком трудоемким.

Наличие корректной информации об индуктивных параметрах электрической машины необходимо как для разработки адекватной математической модели СЭМ с ДЗО, так и для решения задач синтеза систем управления. Поэтому целью статьи является разработка удобного для процесса оптимизации электрической машины способа определения собственных и взаимных индуктивностей многофазных СЭМ с ДЗО, который учитывает несинусоидальное распределение фазных обмоток в пазах магнитопровода статора и спектр пространственных гармоник магнитного поля в воздушном зазоре.

Математическая модель многофазной обмотки

Особенность СЭМ с ДЗО заключается в том, что одному полюсному делению ротора соответствует не целое, а дробное число зубцовых (пазовых) делений статора. При этом в таких электрических машинах схема обмотки над полюсом или над парой полюсов не может быть дублирована для построения всей обмотки.

В СЭМ с ДЗО обмотка статора выполняется из катушек, каждая из которых размещена на отдельном зубце магнитопровода статора. Обмотка состоит из Θ повторяющихся частей, соединенных последовательно. В каждой из этих частей содержится m катушечных групп, равное числу фаз электрической машины. В катушеч-

ную группу включаются расположенные подряд и соединенные последовательно катушки, число которых равно z_{gr} . Правила выбора параметров Θ , m , z_{gr} и числа пар полюсов p для СЭМ с ДЗО приведены в [4], [10].

На рис. 1 приведен пример схемы обмотки девятифазной СЭМ с зубцовым шагом обмотки статора при следующих параметрах электрической машины: $\Theta = 2$, $m = 9$, $z_{gr} = 2$, $p = 17$, число пазов магнитопровода статора $z_1 = 36$ и число пазов на полюс и фазу $q = 2/17$. При построении зубцовой обмотки использовался известный метод звезды векторов пазовых ЭДС [1].

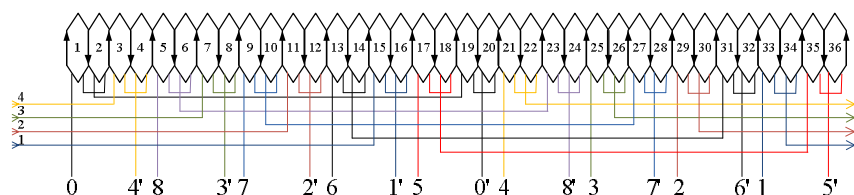


Рис. 1. Пример распределения обмотки СЭМ с ДЗО при $m = 9$, $z_1 = 36$, $p = 17$, $q = 2/17$

Для моделирования влияния схемы и параметров обмотки на вращающееся магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины используется пространственная обмоточная функция (ПОФ) $Q_n(\varphi_s)$ [11]. Гармонический состав ПОФ (1) определяет: характер распределения МДС обмотки вдоль воздушного зазора; фильтрующие свойства обмотки как источника ЭДС по отношению к высшим пространственным гармоникам магнитного поля; индуктивные параметры электрической машины:

$$Q_n(\varphi_s) = \sum_{v=1}^{\infty} Q_{nvm} \cos\left(v\varphi_s + \xi_v - vni_c \frac{2\pi}{z_1}\right), \quad (1)$$

где Q_{nvm} – амплитуда v -й гармонической составляющей ПОФ для фазы n ; φ_s – угол между началом отсчета и рассматриваемой точкой на статоре; ξ_v – начальная фаза v -й гармонической составляющей ПОФ; i_c – коэффициент упорядочивания фаз [12].

Производная ПОФ определяет функцию распределения обмотки (ФРО) $D_n(\varphi_s)$ для фазы n [12]:

$$D_n(\varphi_s) = \frac{1}{R_s} \frac{dQ_n(\varphi_s)}{d\varphi_s}, \quad (2)$$

где R_s – радиус магнитопровода статора у воздушного зазора.

Функция распределения обмотки определяет плотность проводников фазы n для точки на поверхности магнитопровода статора, определяемой углом φ_s .

Из рис. 1 видно, что в каждом пазу статора может быть уложена обмотка одной или нескольких фаз. Для определения принадлежности проводников в пазу статора к номеру фазы необходимо использовать функцию распределения обмотки в пазах статора $D_n(\varphi_s)$.

Функция распределения обмотки (2) непрерывна, однако с учетом того, что при увеличении числа фаз увеличивается число пазов магнитопровода статора, можно принять допущение о дискретном характере функции распределения и использовать

дискретную модель многофазной обмотки электрической машины. Основой для разработки дискретной модели обмотки электрической машины в матричном виде является введение двух матриц: матрицы ФРО и матрицы ПОФ.

Для математического описания матрицы ФРО необходимо два векторных пространства: первое векторное пространство E_m имеет размерность, равную числу фаз m , и связано с каноническим ортонормированным базисом $B = \{\bar{x}_0 \dots \bar{x}_n \dots \bar{x}_{m-1}\}$; второе векторное пространство E_{z_1} имеет размерность, равную числу пазов статора z_1 , и связано с каноническим ортонормированным базисом $B_{z_1} = \{\bar{y}_0 \dots \bar{y}_k \dots \bar{y}_{z_1-1}\}$. Тогда матрица функции распределения $[D]$ примет вид:

$$[D] = (d_{kn}) = (\bar{d}_0 \dots \bar{d}_n \dots \bar{d}_{m-1}), \quad k \in [0, z_1 - 1], \quad n \in [0, m - 1], \quad (3)$$

где d_{kn} – доля проводников паза статора k , которая принадлежит фазе n ; \bar{d}_n – вектор распределения обмотки фазы n .

В матрице ФРО (3) компонент k вектора n соответствует дискретному значению функции распределения в пазу статора с номером k .

При условии протекания постоянного тока в фазных обмотках, проводники в пазу статора с положительным направлением тока являются прямыми, а с отрицательным направлением тока – обратными. С учетом этого d_{kn} могут принимать следующие значения:

- $d_{kn} \in (0, 1]$, если это доля прямых проводников;
- $d_{kn} \in [-1, 0)$, если это доля обратных проводников.

Матрица функции распределения (3) для дробной зубцовой обмотки электрической машины, представленной на рис. 1, примет вид:

$$[D] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Из выражения (4) и рис. 1 видно, что матрица ФРО может быть напрямую выведена из схемы обмотки на рис. 1.

Матрица (4) характеризуется следующими свойствами: свойство нулевого значения суммы компонентов вектора распределения фазной обмотки $\sum_{k=0}^{z_1-1} d_{kn} = 0$; свойство единичного значения суммы абсолютных значений компонентов матрицы для каждого паза статора $\sum_{n=0}^{m-1} |d_{kn}| = 1$.

На основе известных дискретных значений ФРО для фазы n (вектор-столбец \bar{d}_n) можно представить ФРО $D_n(\varphi_s)$ (2) в дискретной форме:

$$D_n(\varphi_s) = \frac{W_{z_1}}{R_s \sigma_s} \sum_{k=0}^{z_1-1} d_{kn} S_{\sigma_s} \left(\varphi_s - \frac{\pi}{z_1} - k \frac{2\pi}{z_1} \right), \quad (5)$$

где W_{z_1} – количество проводников внутри паза статора (принято равным для всех пазов статора); σ_s – величина открытия паза магнитопровода статора; S_{σ_s} – функция открытия паза магнитопровода статора, которая определяется следующим образом:

$$S_{\sigma_s}(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varphi = \left(\varphi_s - \frac{\pi}{z_1} - k \frac{2\pi}{z_1} \right) \in [x2\pi, x2\pi + \sigma_s], x \in \mathbb{Z}; \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (6)$$

Соотношение (5) точно определяет ФРО $D_n(\theta_s)$, которая является кусочно-постоянной. В выражении (5) матрица ФРО $[D]$ определяет коэффициенты функции, указывая для каждого паза статора долю проводников, которая относится к фазе. При этом функция распределения не определяет схему соединения проводников для создания катушек.

Пространственная обмоточная функция $Q_n(\varphi_s)$ является обобщенной характеристикой схемы и параметров обмотки (число витков, число пар полюсов обмотки, коэффициенты укорочения и распределения обмотки).

Для математического описания матрицы ПОФ используются два векторных пространства, как в (3). Тогда матрица ПОФ $[W]$ примет вид:

$$[W] = (w_{kn}) = (\bar{w}_0 \dots \bar{w}_n \dots \bar{w}_{m-1}), \quad k \in [0, z_1 - 1], \quad n \in [0, m - 1], \quad (7)$$

где w_{kn} – дискретное значение ПОФ фазы n справа от паза статора с номером k ; \bar{d}_n – вектор-столбец дискретных значений ПОФ фазы n .

Выражение дискретного интегрирования (8) позволяет определить компоненты матрицы ПОФ из матрицы ФРО:

$$w_{k,n} = \sum_{g=0}^k d_{g,n} - \frac{1}{z_1} \sum_{j=0}^{z_1-1} \sum_{h=0}^j d_{h,n}, \quad k \in [0 \dots z_1 - 1], \quad n \in [0 \dots m - 1], \quad (8)$$

где $g, j, h \in \mathbb{Z}$ – переменные.

Матрица ПОФ (7) для дробной зубцовой обмотки электрической машины, представленной на рис. 1, примет вид:

$$[W] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Поскольку матрица (9) образована из дискретных значений непрерывных ПОФ, то она характеризуется теми же свойствами, что и непрерывная ПОФ [11]: свойство нулевого значения суммы компонентов вектора-столбца $\sum_{k=0}^{z_1-1} w_{kn} = 0$; свойство периодичности $w_{kn} = w_{s,0}$, $s = k - ni_c$ [12].

На основе известных значений компонентов матрицы ПОФ можно представить ПОФ (1) в дискретной форме:

$$Q_n(\varphi_s) \approx W_{z_1} \sum_{k=0}^{z_1-1} w_{kn} S_\tau \left(\varphi_s - k \frac{2\pi}{z_1} \right), \quad (10)$$

где \approx – оператор, который обозначает потерю информации из-за дискретного интегрирования ПОФ $Q_n(\varphi_s)$; $\tau = \frac{2\pi}{z_1}$ – величина зубцового (пазового) деления статора; S_τ – функция зубцового (пазового) деления статора, которая определяется следующим образом:

$$S_\tau(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varphi = \varphi_s - k \left(\frac{2\pi}{z_1} \right) \in [x2\pi, x2\pi + \tau], x \in Z; \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (11)$$

В отличие от соотношения (5), выражение (10) аппроксимирует ПОФ $Q_n(\varphi_s)$ по ее дискретным значениям. При этом точность аппроксимации находится в прямой зависимости от величины зубцового (пазового) деления статора.

Оценка значений собственной и взаимной индуктивности обмоток

Рассмотрим типичную мгновенную картину распределения магнитного поля СЭМ с ДЗО, представленного на рис. 2.

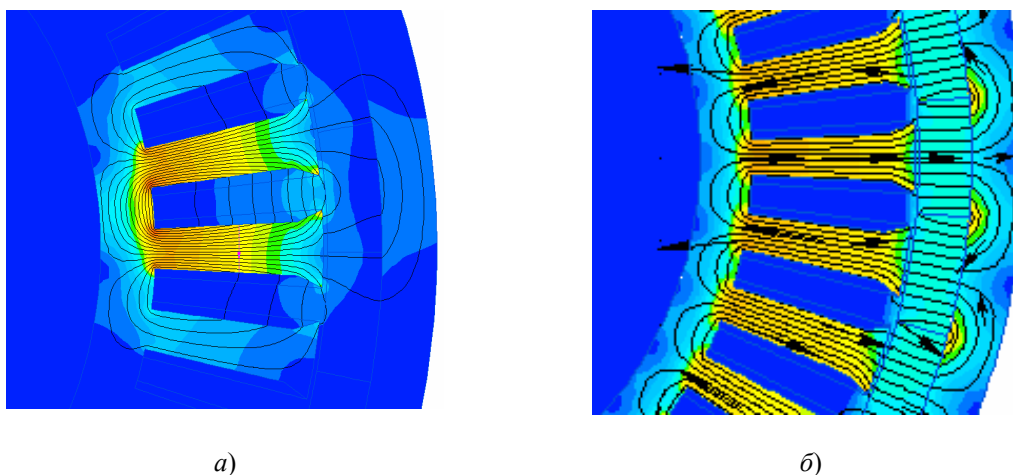


Рис. 2. Двухмерная конечно-элементная модель магнитного поля СЭМ с ДЗО ($q = 2/17$, $m = 9$) при протекании тока в одной фазе:
 $a - i_n \neq 0, F_{pm} = 0$; $b - i_n = 0, F_{pm} \neq 0$

Для случая, когда электрическая машина работает под нагрузкой, в создании магнитного поля участвуют электрические токи обмотки статора и постоянные магниты ротора. При анализе электромагнитных процессов в электрических машинах целесообразно разделить результирующее магнитное поле на две составляющие [1], [11]:

- главное магнитное поле, образованное совместным действием постоянных магнитов ротора, и многофазной обмоткой статора, силовые линии которого пересекают воздушный зазор;
- магнитное поле рассеяния, образованное токами многофазной обмотки, силовые линии которого не пересекают воздушный зазор.

Анализ главного магнитного поля позволяет определить распределение индукции магнитного поля в воздушном зазоре и других активных частях машины, вычислить главные составляющие потокоцепления, собственные и взаимные индуктивности обмотки статора. Для этого необходимо принять ряд допущений:

- электромагнитное поле в электрической машине является плоскопараллельным;
- магнитная проницаемость стали бесконечно велика;
- воздушный зазор в электрической машине является равномерным.

Из рис. 2 видно, что линии магнитной индукции главного магнитного поля в зоне воздушного зазора прямолинейны и перпендикулярны поверхности статора. Следовательно, первое допущение, принятое при анализе главного магнитного поля, является корректным. Второе допущение является общепринятым [1], [8]. Степень влияния третьего допущения на точность определения индуктивных параметров электрической машины будет оценена по результатам моделирования.

Индукция главного магнитного поля на участках воздушного зазора, созданного током фазы 0 ($n = 0$), может быть найдена исходя из закона полного тока с учетом ПОФ:

$$B_0(\varphi_s) \approx \frac{\mu_0}{\delta + \delta_{pm}} Q_0(\varphi_s) I_0, \quad (12)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; δ_{pm} – толщина постоянного магнита; δ – величина воздушного зазора электрической машины; I_0 – ток фазы 0.

Количественная мера сцепления витков обмотки фазы n с распределенным в пространстве главным магнитным потоком, образованным током обмотки фазы 0, представляет собой главную составляющую потокосцепления фазы n , которая определяется выражением

$$\Psi_{n0} = l_m R_s \int_{\varphi_s=0}^{2\pi} Q_n(\varphi_s) B_0(\varphi_s) d\varphi_s, \quad (13)$$

где l_m – эффективная длина электрической машины.

Выражение (13) с учетом (12) примет вид:

$$\Psi_{n0} = \frac{\mu_0}{\delta + \delta_{pm}} l_m R_s I_0 \int_{\varphi_s=0}^{2\pi} Q_0(\varphi_s) Q_n(\varphi_s) d\varphi_s. \quad (14)$$

Подставив (10) в (14), проинтегрировав, получим:

$$\Psi_{n0} = I_0 \frac{\mu_0}{\delta + \delta_{pm}} l_m R_s W_{z_1}^2 \frac{2\pi}{z_1} \sum_{k=0}^{z_1-1} w_{k_0} w_{kn}. \quad (15)$$

Взаимная индуктивность фазных обмоток $L_{a,n0}$ представляет собой отношение величины потокосцепления обмотки с распределенным в пространстве главным магнитным потоком, образованным током обмотки фазы 0, к величине этого тока I_0 . С учетом выражения (15) взаимная индуктивность фазных обмоток $L_{a,n0}$ определяется как произведение соответствующих векторов-столбцов матрицы ПОФ и коэффициента конструктивных параметров электрической машины:

$$L_{a,n0} = C_{L_a} \bar{w}_0 \bar{w}_n, \quad (16)$$

где $C_{L_a} = \frac{\mu_0}{\delta + \delta_{pm}} l_m R_s W_{z_1}^2 \frac{2\pi}{z_1}$ – коэффициент конструктивных параметров электрической машины.

На основе соотношения (16) можно непосредственно определить взаимосвязь между матрицей собственных и взаимных индуктивностей фазных обмоток электрической машины $[L_a]$ и матрицей ПОФ $[W]$:

$$[L_a] = C_{L_a} [W]^T [W]. \quad (17)$$

Оценка значений индуктивности рассеяния обмоток

Анализ магнитных полей рассеяния позволяет определить индуктивности рассеяния обмоток. Индуктивность рассеяния обмотки статора определяется как сумма пазового, лобового и дифференциального рассеяний [11]. Однако в многочисленных научных трудах доказано, что в СЭМ с ДЗО наибольшую долю в индуктивности рассеяния обмотки статора составляет индуктивность пазового рассеяния [13].

Индуктивности пазового рассеяния определяются в результате расчета электромагнитных полей с учетом принятия дополнительного допущения: силовые линии магнитного поля рассеяния внутри пазов считаются перпендикулярными сторонам пазов и замкнуты в стальном сердечнике.

Из рис. 2 видно, что в электрической машине с двухслойной дробной зубцовой обмоткой силовые линии магнитного поля рассеяния от проводников с током одной фазы пересекают проводники другой фазы, расположенные в том же пазе. При этом направление таких линий магнитной индукции внутри паза магнитопровода статора является близким к перпендикулярному поверхности боковых сторон паза. Следовательно, допущение, принятое при анализе магнитного поля рассеяния, является корректным.

В статье рассмотрен вариант исполнения СЭМ с двухслойной зубцовой обмоткой, когда каждый паз статора содержит проводники двух фаз. При этом расположение проводников в каждом пазу статора электрической машины соответствует схеме, представленной на рис. 3.

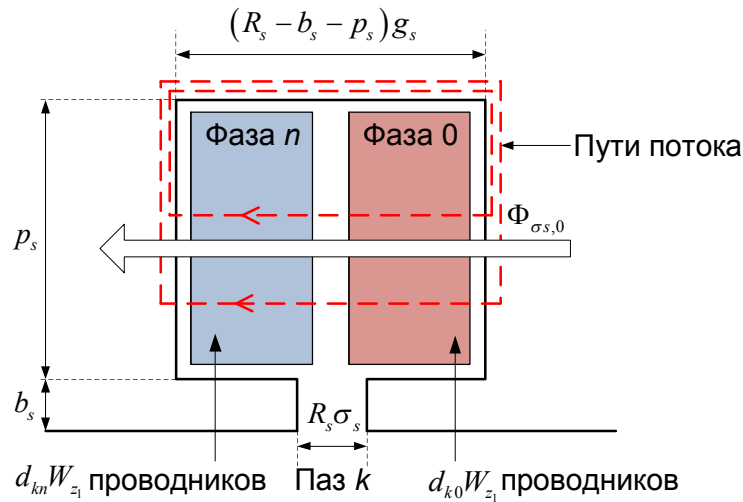


Рис. 3. Направление потока внутри паза статора СЭМ с ДЗО

На рис. 3 показано, что паз статора с номером k содержит две области проводников: первая принадлежит фазе 0, а вторая – фазе n . В $d_{k0}W_{z1}$ проводниках обмотки фазы 0 протекает ток с действующим значением I_0 , в результате чего образуется распределенный в пространстве магнитный поток рассеяния. Силовые линии образованного магнитного поля пазового рассеяния пересекают паз с проводниками обмоток и замыкаются в ферромагнитном сердечнике статора. Для представленной на рис. 3 геометрии паза величина магнитного потока пазового рассеяния, образованного током I_0 , определяется интегрированием индукции магнитного поля рассеяния по площади паза:

$$\Phi_{\sigma s,0} = \mu_0 d_{k0} W_{z1} l_m I_0 \left(\frac{p_s}{3(R_s - b_s - p_s)g_s} + \frac{b_s}{R_s \sigma_s} \right). \quad (18)$$

Количественная мера сцепления проводников обмотки фазы n , расположенных в пазе с номером k , с распределенным в пространстве магнитным потоком пазового рассеяния, образованным током обмотки фазы 0, представляет собой потокосцепление пазового рассеяния, которое определяется выражением

$$\Psi_{\sigma s,n0} = d_{kn} W_{z1} \Phi_{\sigma s,0} = \mu_0 d_{kn} d_{k0} W_{z1}^2 l_m I_0 \left(\frac{p_s}{3(R_s - b_s - p_s)g_s} + \frac{b_s}{R_s \sigma_s} \right). \quad (19)$$

Взаимная индуктивность рассеяния фазных обмоток $L_{\sigma,n0}$ представляет собой отношение величины потокосцепления фазной обмотки с магнитным полем рассеяния, образованным током обмотки фазы 0, к величине этого тока I_0 . С учетом выражения (19) взаимная индуктивность рассеяния фазных обмоток $L_{\sigma,n0}$ определяется как отношение алгебраической суммы потокосцеплений пазового рассеяния для z_1 пазов к величине тока обмотки I_0 :

$$L_{\sigma,n0} = \mu_0 W_{z_1}^2 l_m \left(\frac{p_s}{3(R_s - b_s - p_s)g_s} + \frac{b_s}{R_s \sigma_s} \right) \sum_{k=0}^{z_1-1} d_{kn} d_{k0}. \quad (20)$$

Таким образом, из анализа выражения (20) видно, что взаимная индуктивность рассеяния фазных обмоток $L_{\sigma,n0}$ определяется как произведение соответствующих векторов-столбцов матрицы функции распределения и коэффициента конструктивных параметров паза:

$$L_{\sigma,n0} = C_{L_\sigma} \bar{d}_n \bar{d}_0, \quad (21)$$

где $C_{L_\sigma} = \mu_0 W_{z_1}^2 l_m \left(\frac{p_s}{3(R_s - b_s - p_s)g_s} + \frac{b_s}{R_s \sigma_s} \right)$ – коэффициент конструктивных параметров паза.

На основе соотношения (21) можно непосредственно определить взаимосвязь между матрицей собственных и взаимных индуктивностей пазового рассеяния фазных обмоток электрической машины $[L_\sigma]$ и матрицей функции распределения $[D]$:

$$[L_\sigma] = C_{L_\sigma} [D]^T [D]. \quad (22)$$

Матрица индуктивностей статора получается путем суммирования матрицы собственных и взаимных индуктивностей (17) и матрицы индуктивности пазового рассеяния (22):

$$[L] = C_{L_u} [W]^T [W] + C_{L_\sigma} [D]^T [D]. \quad (23)$$

С учетом допущения о симметрии фазных обмоток электрической машины матрица индуктивностей обмотки статора $[L]$ является симметричной:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_0 & M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_4 & M_3 & M_2 & M_1 \\ M_1 & L_0 & M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_4 & M_3 & M_2 \\ M_2 & M_1 & L_0 & M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_4 & M_3 \\ M_3 & M_2 & M_1 & L_0 & M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_4 \\ M_4 & M_3 & M_2 & M_1 & L_0 & M_1 & M_2 & M_3 & M_4 \\ M_4 & M_4 & M_3 & M_2 & M_1 & L_0 & M_1 & M_2 & M_3 \\ M_3 & M_4 & M_4 & M_3 & M_2 & M_1 & L_0 & M_1 & M_2 \\ M_2 & M_3 & M_4 & M_4 & M_3 & M_2 & M_1 & L_0 & M_1 \\ M_1 & M_2 & M_3 & M_4 & M_4 & M_3 & M_2 & M_1 & L_0 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

где L_0 – собственные индуктивности фазных обмоток электрической машины; $M_1 \div M_4$ – взаимные индуктивности между двумя фазами, сдвинутыми на угол $\frac{2\pi}{9}$, $\frac{4\pi}{9}$, $\frac{6\pi}{9}$ и $\frac{8\pi}{9}$ соответственно.

Преобразование координат

Матрица индуктивностей в фазных координатах (24) является полной, т. е. содержит значения взаимной индуктивности между фазными обмотками статора электрической машины, учет которых при разработке системы управления полупроводниковым преобразователем электрической энергии затруднен. Для корректной реализации системы управления необходимо посредством преобразования координат привести матрицу индуктивностей статора электрической машины (24) к диагональному виду [14].

Широкое распространение при анализе процессов в электрических машинах и полупроводниковых преобразователях получила неподвижная декартова система координат $\alpha_h \beta_h$, $h = 1 \dots (m-1)/2$. При этом взаимосвязь номера нечетных гармоник ν переменных в фазных координатах с номером h плоскости ортогональных координат $\alpha_h \beta_h$ определяется выражениями [14]:

$$\begin{aligned} \nu &= 2mk \pm h, \quad k = 0, 1, 2, \dots \text{ при } h - \text{нечетном;} \\ \nu &= 2mk \pm (m-h), \quad k = 0, 1, 2, \dots \text{ при } h - \text{четном;} \\ \nu &= m(2k-1), \quad k = 1, 2, \dots \text{ при } h = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Преобразование m -фазной системы координат в систему неподвижных декартовых координат называется преобразованием Кларка. Такое преобразование осуществляется из условия инвариантности мощности в исходных и преобразованных системах координат. Матрица индуктивностей в преобразованных системах координат определяется по формуле

$$[L_h] = [T][L][T]^{-1}, \quad (26)$$

где $[T]$ – матрица преобразования координат 0.

С учетом выражений (24) и (26) преобразованная матрица индуктивностей статора электрической машины примет вид:

$$[L_h] = \text{diag} \{ L_{h_1}, L_{h_1}, L_{h_2}, L_{h_2}, L_{h_3}, L_{h_3}, L_{h_4}, L_{h_4}, L_{h_0} \}. \quad (27)$$

Из анализа выражений (25) и (27) видно, что при оценке индуктивностей многофазных СЭМ с ДЗО необходимо учитывать высшие гармоники индукции магнитного поля в воздушном зазоре и несинусоидальный закон изменения пространственных обмоточных функций. В противном случае оценка индуктивностей в плоскостях ортогональных координат $\alpha_h \beta_h$ при $h \neq 1$ будет проведена не достоверно, что приведет к неправильному определению коэффициентов корректирующих звеньев системы автоматического управления, электрической постоянной времени и тактовой частоты широтно-импульсной модуляции полупроводникового преобразователя электрической энергии.

Результаты моделирования

Проверку адекватности аналитических выражений для определения индуктивных параметров электрической машины корректно проводить в сравнении с результатами расчета посредством магнитоэлектростатической векторной модели магнитного поля электрической машины. Расчет значений собственных и взаимных индуктивностей статора рассмотрен на примере девятифазной синхронной электрической машины с двухслойной дробной зубцовой обмоткой ($q = 2/17$, рис. 1 и 2). Исходные данные для расчета представлены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для расчета индуктивных параметров СЭМ с ДЗО ($q = 2/17$, $m = 9$)

Параметр	Значение
Активная мощность	0,9 кВт
Плотность тока	$2 \cdot 10^6$ А/м ²
Скорость вращения	3500 об/мин
Число фаз m	9
Число пазов z_1	36
Число полюсов $2p$	34
Тип ротора	Внешний
Радиус статора R_s	71,5 мм
Эффективная длина l_m	35 мм
Толщина ярма магнитопровода ротора e_{cr}	3 мм
Толщина ярма магнитопровода статора e_{cs}	6 мм
Величина воздушного зазора δ	1 мм
Толщина постоянного магнита δ_{pm}	4 мм
Остаточная магнитная индукция B_r	1,1 Тл
Ширина паза g_s	$0,75\tau_s$
Ширина открытия паза σ_s	$0,33\delta_s$
Толщина зубцового наконечника b_s	2 мм
Высота паза p_s	14 мм
Число проводников W_{z1}	40
Площадь сечения проводника s_{cd}	0,5 мм ²

На основе исходных данных и при условии протекания тока в одной фазе построена двухмерная конечно-элементная модель магнитного поля СЭМ с ДЗО ($q = 2/17$, $m = 9$), представленная на рис. 4.

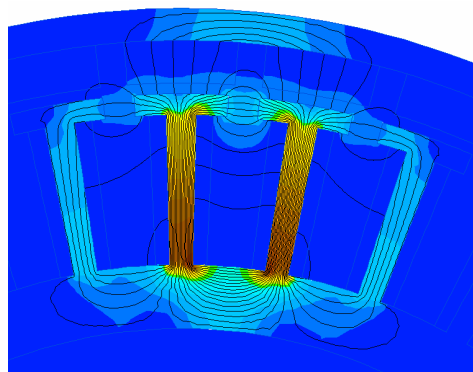


Рис. 4. Двухмерная конечно-элементная модель магнитного поля СЭМ с ДЗО ($q = 2/17, m = 9$) при протекании тока в одной фазе

В табл. 2 приведены результаты расчета собственных и взаимных индуктивных стей статора электрической машины посредством разработанного аналитического метода и численного метода конечных элементов (МКЭ).

Таблица 2

Результаты расчета собственных и взаимных индуктивностей статора СЭМ с ДЗО ($q = 2/17, m = 9$)

Метод	L_0 , мГн	M_1 , мГн	M_2 , мГн	M_3 , мГн	M_4 , мГн
Аналитический	0,408	0	0	0	0,027
Численный МКЭ	0,419	0	0	0	0,029

Из табл. 2 видно, что расхождение результатов, полученных посредством аналитического и численного методов, не превышает 10 %. Такая погрешность является приемлемой для большинства инженерных расчетов.

В табл. 3 представлены индуктивности в преобразованных системах координат, полученные из данных табл. 2 посредством выражения (26).

Таблица 3

Результаты расчета индуктивностей статора СЭМ с ДЗО ($q = 2/17, m = 9$) в преобразованных системах координат

Метод	L_{h_1} , мГн	L_{h_2} , мГн	L_{h_3} , мГн	L_{h_4} , мГн	L_{h_0} , мГн
Аналитический	0,357	0,449	0,381	0,417	0,462
Численный МКЭ	0,364	0,463	0,390	0,429	0,477

Из табл. 3 видно, что расхождение результатов расчета индуктивностей $L_{h_2}, L_{h_3}, L_{h_4}$ и L_{h_0} , полученных посредством аналитического и численного методов, не превышает 10 %. Небольшая погрешность расчетов индуктивностей $L_{h_2}, L_{h_3}, L_{h_4}$ и L_{h_0} , связанных с высшими гармониками, обусловлена учетом в разработанной методике определения индуктивных параметров СЭМ с ДЗО высших пространственных гармоник магнитного поля в воздушном зазоре, взаимной индуктивности, индуктивности пазового рассеяния электрической машины и несинусоидального закона изменения ПОФ.

Заключение

Значимость разработанной аналитической модели многофазной зубцовой обмотки заключается в возможности с высокой достоверностью определить влияние схемы и параметров обмотки на индуктивные параметры электрической машины при наименьших временных затратах. Поэтому разработанная модель может быть использована в процессе оптимизации СЭМ с ДЗО.

Результаты математического моделирования показывают, что разработанный способ определения индуктивных параметров позволяет решить задачу количественного определения соотношений между несколькими индуктивностями в двухмерных ортогональных неподвижных системах координат $\alpha_h \beta_h$, которые характеризуют многофазную СЭМ с ДЗО (в этой статье – девятифазная). Эти соотношения будут иметь непосредственное влияние на параметры управляемого полупроводникового преобразователя электрической энергии, используемого совместно с электрической машиной.

Литература

1. Вольдек, А. И. Электрические машины. Машины переменного тока : учеб. для вузов / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб. : Питер, 2008. – 350 с.
2. Levi, E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications / E. Levi // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55, № 5. – P. 1893–1909.
3. Шевченко, А. Ф. Анализ магнитодвижущих сил дробных зубцовых обмоток электрических машин / А. Ф. Шевченко, Т. В. Честюнина // Электротехника. – 2009. – № 12. – С. 3–7.
4. Пантелеев, С. В. Повышение энергетических показателей электрической машины путем применения многофазной зубцовой обмотки / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 3. – С. 80–86.
5. Пантелеев, С. В. Разработка системы векторного управления полупроводникового преобразователя, обеспечивающей полигармонический режим работы многофазной электрической машины / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин, А. Е. Каледа // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2020. – Т. 65, № 3. – С. 331–339. – Режим доступа: <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-331-339>.
6. Голубев, А. Н. Математическая модель синхронного двигателя с многофазной статорной обмоткой / А. Н. Голубев, А. А. Лапин // Электротехника. – 1998. – № 9. – С. 8–13.
7. Бухгольц, Ю. Г. Определение индуктивностей магнитоэлектрических машин с однозубцовыми обмотками / Ю. Г. Бухгольц, А. Г. Приступ, Т. В. Честюнина // Электротехника. – 2011. – № 6. – С. 25–29.
8. Иванов-Смоленский, А. В. Применение метода проводимостей зубцовых контуров для расчета синхронных машин с постоянными магнитами на поверхности ротора / А. В. Иванов-Смоленский, М. А. Аванесов, Е. В. Казьмин // Электричество. – 2009. – № 8. – С. 42–51.
9. Лапин, А. А. Разработка многофазного синхронного регулируемого электропривода для мобильных установок : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.03 / А. А. Лапин. – Иваново, 2007. – 233 л.
10. Шевченко, А. Ф. Электромеханические преобразователи энергии с модулированным магнитным потоком : дис. ... д-ра техн. наук : 05.09.03 / А. Ф. Шевченко. – Новосибирск, 1999. – 340 с.

11. Шрейнер, Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты : монография / Р. Т. Шрейнер. – Екатеринбург : УРО РАН, 2000. – 583 с.
12. Sculler, F. General modeling of the windings for multi-phase ac machines / F. Sculler, E. Semail, J. F. Charpentier // Eur. Phys. J.-Appl. Phys. – 2010. – Vol. 50, № 3. – P. 1–15.
13. Ponomarev, P, Inductance Calculation of Tooth-Coil Permanent-Magnet Synchronous Machines / P. Ponomarev // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2014. – Vol. 61, № 11. – P. 5966–5973.
14. White, D. C. Electromechanical Energy Conversion / D. C. White, H. H. Woodson. – New York : John Willey and Sons, 1959. – 520 p.

Получено 30.09.2020 г.