

УДК 621.396:621.391.82

РАСЧЕТ ПОЛЯ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЗАГЛУБЛЕННОЙ ЛИНИИ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ

Д. В. КОМНАТНЫЙ

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Введение

В процессе проектирования печатных плат для современной цифровой электронной техники, помимо прочего, ставится задача обеспечения целостности сигнала при высоких скоростях передачи и обработки информации [1].

Решение этой задачи осуществляется путем анализа распространения сигнала по линиям передачи печатной платы. Анализ выполняется, как правило, путем решения «телеграфных уравнений», коэффициенты которых вычисляются через первичные параметры линий. Следовательно, необходимо рассчитывать упомянутые параметры, в том числе емкостные, для линий связи печатных плат различных конструкций. Такой расчет может быть выполнен с необходимой точностью только численными методами.

Постановка задачи

Одним из параметров линии связи печатной платы является рабочая емкость. Для ее определения выполняется расчет электростатического поля в структуре печатной платы. Вычислению параметров линий связи печатных плат, в том числе рабочей емкости, численными методами посвящено значительное число работ. В них предлагаются различные численные методы: метод сеток [2], метод интегральных уравнений и граничных элементов [3], [4], метод конечных элементов [5].

Метод граничных элементов выделяется среди всех предложенных численных методов тем, что в этом методе производится дискретизация только поверхности проводников и поверхностей раздела диэлектриков, встречающихся в задаче. Это существенно сокращает объем матриц системы линейных алгебраических уравнений. С другой стороны, расчет электростатического поля отдельных граничных элементов требует вычисления интегралов по длине или по площади граничного элемента. Это выполняется с помощью либо аналитических методов, либо численных расчетов на ЭВМ. В первом случае усложняется математический аппарат метода, а во втором – затрудняется разработка программного обеспечения [6]. Поэтому желательным является метод, в котором не требуется выполнять большое количество квадратур.

Исходя из вышеизложенного, можно сформулировать следующие задачи:

- апробировать метод расчета электростатического поля, лишенный указанного выше недостатка, на примере печатной платы с заглубленными линиями передачи [1];
- вычислить апробированным методом распределение электрического заряда по линии связи печатной платы и рабочую емкость этой линии.

Основная часть

Отмеченного недостатка методов граничных элементов лишен предложенный в [7] метод эквивалентных электродов. В этом методе предполагается, что потенциал поля граничного элемента в форме прямого отрезка приближенно соответствует потенциалу поля тонкого провода круглого сечения, который называется эквивалентным электродом. Линейная плотность заряда эквивалентного электрода равна плотности заряда граничного элемента. Радиус эквивалентного электрода определяется по формуле [8]:

$$r_3 = \frac{l_{гэ}}{4}, \quad (1)$$

где r_3 – радиус эквивалентного электрода, м; $l_{гэ}$ – длина граничного элемента, м.

Рассмотрим применение метода эквивалентных электродов для расчета распределения линейной плотности электростатического заряда по заглубленной микрополосковой линии связи печатной платы. В настоящее время рекомендуется конструировать печатные платы именно с такими линиями связи [1]. В этом случае необходимо рассчитывать распределение зарядов эквивалентных электродов по заданному потенциалу электродов с учетом неоднородности среды. При выполнении расчета будем считать поле в структуре платы плоскопараллельным [2]. Расчетная модель печатной платы приведена на рис. 1.

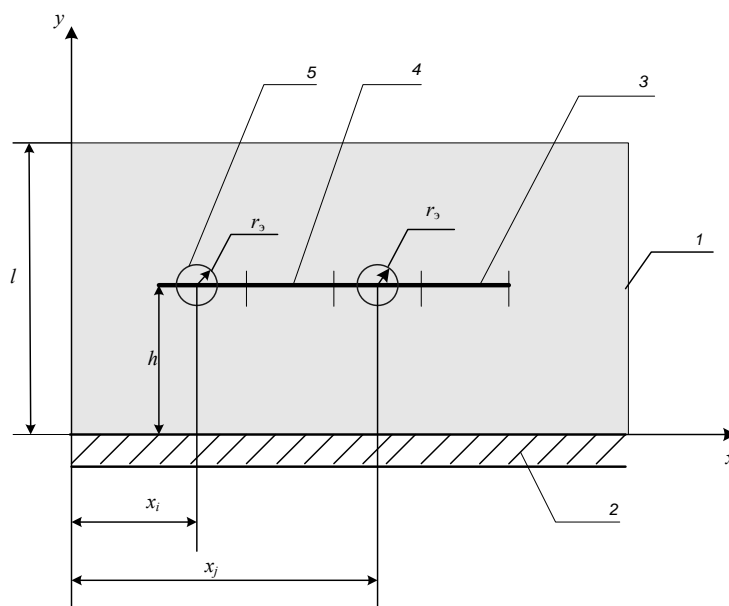


Рис. 1. Расчетная модель печатной платы с заглубленной линией связи:
1 – диэлектрик платы; 2 – металлический экран; 3 – линия связи; 4 – граничный элемент;
5 – эквивалентный электрод

Для расчета распределения линейной плотности зарядов эквивалентных электродов составляется система линейных алгебраических уравнений на основании первой группы формул Максвелла

$$[\varphi] = [\alpha][\tau], \quad (2)$$

где $[\varphi]$ – матрица-столбец потенциалов эквивалентных электродов; $[\alpha]$ – квадратная матрица потенциальных коэффициентов; $[\tau]$ – матрица-столбец линейной плотности зарядов эквивалентных электродов.

Учет неоднородности среды при расчете потенциальных коэффициентов электродов круглого сечения легко производится методом зеркальных изображений [2], [9]. Для расчета отраженных зарядов и их координат предложен метод электрооптической аналогии [9], [10]. Можно указать на следующий недостаток этого метода. При его использовании крайне трудно проверить выполнение известных граничных условий на границах диэлектрик-проводник и диэлектрик-диэлектрик, имеющих в печатной плате. Потенциал поля правильно рассчитанных зарядов-изображений заряда эквивалентного электрода должен удовлетворять граничным условиям. Это является необходимым условием правильности расчета, согласно теореме единственности решения. Неисполнение его является источником фатальных и трудно выявляемых ошибок. Указанный недостаток метода электрооптической аналогии сказывается и при изучении основ теории поля в курсе «Теоретические основы электротехники».

Поэтому в работе предлагается осуществлять одновременно зеркальные изображения в границе раздела «металл-диэлектрик платы» и в границе раздела «диэлектрик платы-воздух» и записывать исходные данные и результаты изображений в табличной форме.

Заполнение таблицы рассмотрим на примере одного из зарядов.

Таблица зеркальных изображений

Отражение	Диэлектрик платы			Воздух		
	Диэлектрическая проницаемость ϵ_2			Диэлектрическая проницаемость ϵ_1		
	Плотность заряда	Координата у заряда	Номер заряда	Плотность заряда	Координата у заряда	Номер заряда
Исходный заряд	τ	h	1			
Отражение в границе диэлектриков	$\frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \tau$	$2l - h$	2	$\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \tau$	h	3
Отражение в границе диэлектрик-металл	$-\tau$	$-h$	3			
Отражение в границе диэлектриков	$-\frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \tau$	$2l + h$	4	$-\frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \tau$	$-h$	5

Построение системы зеркальных изображений заряда в таблице начинается с исходного заряда эквивалентного электрода (заряд номер 1). Далее в первой строке таблицы записываются значения зарядов-изображений исходного заряда в границе диэлектрик-диэлектрик (заряды номер 2 и номер 3) и их координаты у.

Поле полученных зарядов номер 1 и номер 2 не соответствует граничным условиям на границе диэлектрик-металл. Чтобы удовлетворить этим граничным условиям, вначале производится изображение в границе проводника заряда номер 1. Значение заряда-изображения заряда номер 1 (заряд номер 3) записывается в следующей строке таблицы в соответствующей ячейке.

Поле этого заряда не удовлетворяет граничным условиям на границе раздела диэлектриков. Поэтому производится изображение заряда 3 в границе раздела диэлектриков. Значения зарядов-изображений заряда номер 3 (заряды номер 4 и номер 5) и координаты этих зарядов записываются в столбцы таблицы. Далее процесс продолжается рассмотрением зеркальных изображений заряда номер 2 и последующих.

Таким образом, члены обоих рядов группируются в строки так, что группа зарядов в каждой строке удовлетворяет условиям на границе раздела диэлектриков. Следовательно, и ряды в целом удовлетворяют этим условиям. При этом правильность записи каждой группы можно, при необходимости, проверить непосредственным вычислением.

Также можно легко увидеть, какие изображения осуществлены в границе диэлектрик-проводник, и какой заряд остался не изображенным. Этот заряд является источником погрешности, которая заключается в том, что потенциал заземленного экрана печатной платы оказывается не точно равным нулю. Эту погрешность легко выявить и оценить в процессе численных экспериментов.

По описанной методике построены зеркальные отображения заряда эквивалентного электрода и получено выражение для потенциала поля, созданного эквивалентным электродом в некоторой точке линии связи печатной платы в форме бесконечного ряда

$$\varphi(x) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \left[\left(\ln \frac{1}{|x_3 - x|} - \ln \frac{1}{\sqrt{(x_3 - x)^2 + 4h^2}} \right) + \right. \\ \left. + \kappa \left(\ln \frac{1}{\sqrt{(x_3 - x)^2 + (2l - 2h)^2}} - \ln \frac{1}{\sqrt{(x_3 - x)^2 + 4l^2}} \right) + \dots \right], \quad (3)$$

где x – координата точки линии связи, м; x_3 – координата эквивалентного электрода, м; ϵ_0 – электрическая постоянная, Ф/м; ϵ_2 – проницаемость диэлектрика платы.

Коэффициент κ называется коэффициентом преломления [10] и определяется по формуле

$$\kappa = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1}, \quad (4)$$

где ϵ_1 – диэлектрическая проницаемость воздуха.

Полученный ряд совпадает с решением аналогичной задачи из [11]. При составлении таблицы зеркальных изображений производилась проверка выполнения известных граничных условий на границе раздела двух диэлектриков путем вычисления потенциала отображенных зарядов и нормальной производной этого потенциала в аналитической форме и подстановки полученных выражений в граничные условия. Некоторые затраты вычислительной работы позволили исключить возможные ошибки, гарантировать корректность полученных рядов. Совпадение полученного решения с известным позволяет заключить, что предложенный способ приводит к правильным результатам. При этом основное внимание, в отличие от подхода из [11], уделяется выполнению физических соотношений для поля в рассматриваемой структуре, что необходимо для получения верного численного решения на ЭВМ.

Собственный потенциальный коэффициент выражает зависимость между потенциалом и зарядом эквивалентного электрода с учетом изображений этого заряда в границах задачи. Чтобы избежать расходимости, потенциал, созданный зарядом

электрода, рассчитывается в точке на поверхности электрода, а потенциал поля зарядов-изображений – в центре электрода [12]. Подставив координаты зарядов в ряд для поля эквивалентного электрода, после упрощений получаем формулу для собственного потенциального коэффициента эквивалентного электрода

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \left[\left(\ln \frac{1}{r_s} - \ln \frac{1}{2h} \right) + \kappa \left(\ln \frac{1}{2l-2h} - \ln \frac{1}{2l} \right) + \kappa \left(\ln \frac{1}{2l+2h} - \ln \frac{1}{l} \right) + \dots \right]. \quad (5)$$

Взаимный потенциальный коэффициент связывает потенциал эквивалентного электрода i с зарядом эквивалентного электрода j и с зарядами-отражениями электрода j . Подставив координаты электродов и их отображений в ряд для потенциала поля эквивалентного электрода, после упрощений получаем формулу для взаимного потенциального коэффициента двух эквивалентных электродов в неоднородной среде

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \left[\left(\ln \frac{1}{|x_i - x_j|} - \ln \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + 4h^2}} \right) + \kappa \left(\ln \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (2l-2h)^2}} - \ln \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + 4l^2}} \right) + \dots \right]. \quad (6)$$

Обозначения размеров платы в расчетной модели, использованные в (5) и (6), а также координаты эквивалентных электродов показаны на рис. 1.

Численный эксперимент

Для расчета коэффициентов системы (1) по (5) и (6), ее решения и контроля результатов было разработано специальное программно-математическое обеспечение на языке C++ и в среде MathCAD. С помощью разработанных программ был осуществлен расчет зависимости погрешности определения потенциала в контрольной точке от числа эквивалентных электродов, представленной на рис. 2, совместно с проверкой выполнения граничных условий на проводящем заземленном экране печатной платы.

Дадим анализ результатам расчета.

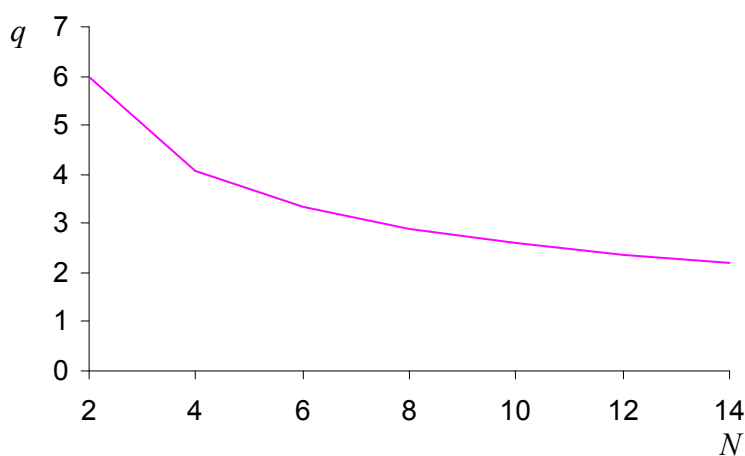


Рис. 2. Зависимость погрешности расчета потенциала от числа граничных элементов

Погрешность расчета потенциала линии связи снижается до допустимого для практики значения 2 % при небольшом числе членов ряда (восемь членов), учитываемых в (5) и (6). С ростом числа эквивалентных электродов погрешность убывает.

Погрешность расчета потенциала на заземленном экране имеет порядок 10^{-3} В, и убывает с ростом числа эквивалентных электродов.

Точность расчета можно повысить, взяв большее число слагаемых в (5) и (6). Далее было рассчитано распределение линейной плотности заряда по поверхности линии связи при потенциале линии, равном 0,1 В. По результатам расчета построен график, приведенный на рис. 3.

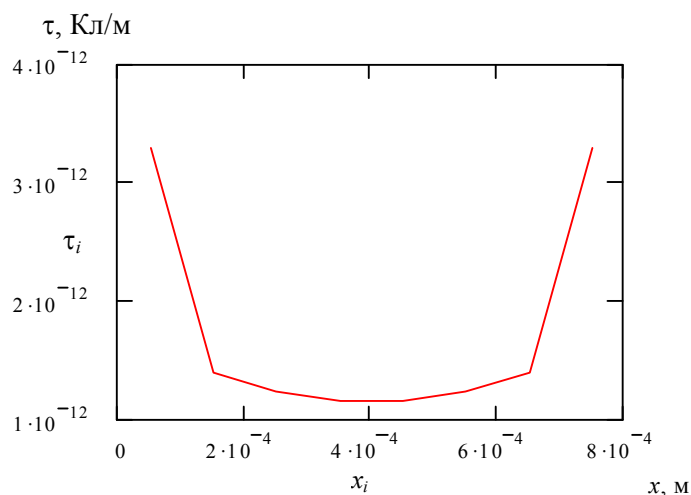


Рис. 3. Распределение заряда по поверхности заглубленной микрополосковой линии связи

Распределение линейной плотности заряда по поверхности линии, полученное в результате расчетов, соответствует расчетам распределения линейной плотности заряда в аналогичных микрополосковой линии структурах, приведенных в [9]. Плотность зарядов концентрируется к краям линии и гладко спадает к центру.

Рабочая емкость линии связи вычисляется по формуле [4]:

$$C = \frac{\sum \tau_i}{\varphi}, \quad (7)$$

где C – рабочая емкость линии, Ф/м; φ – заданный потенциал линии, В.

Расчет по формуле (7) для рассчитанного выше распределения линейной плотности заряда показал, что искомая емкость равна $1,41 \cdot 10^{-10}$ Ф/м. Это значение емкости совпадает по порядку с результатами расчета емкости линий связи печатных плат из [1].

Заключение

Изложенные выше результаты численных экспериментов позволяют прийти к выводу, что метод эквивалентных электродов дает возможность расчета параметров линий связи в конструкциях современных печатных плат. Также можно заключить, что предлагаемый способ построения зеркальных изображений зарядов позволяет избежать ошибок в процессе расчета и вывести корректные соотношения для потенциала поля эквивалентного электрода в неоднородной среде. Достоинством этого способа является то, что в нем постоянно контролируется выполнение граничных условий.

Разработку программно-математического обеспечения осуществили в рамках НИРС студенты факультета автоматизированных и информационных систем ГГТУ им. П. О. Сухого Д. М. Рокало, А. С. Теплякова, Д. Е. Храбров. Автор выражает им искреннюю благодарность за сотрудничество.

Литература

1. Кечиев, Л. Н. Проектирование печатных плат для цифровой быстродействующей аппаратуры : монография / Л. Н. Кечиев. – Москва : Группа ИДТ, 2007. – 610 с.
2. Кечиев, Л. Н. Расчет электрической емкости в конструкциях РЭС / Л. Н. Кечиев, И. В. Цырин. – Москва : Моск. ин-т электрон. машиностроения, 1990. – 96 с.
3. Piedra, S. A Quasi-static tool for EMI/EMC Analysis of Analog Circuits: Parasitic Extractor Tool And Simulator of EMI Parameters. / S. Piedra, J. E. Fernandez, J. Basterrechea, H. F. Catetra // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. – 1998. – Vol. 40, № 2. – P. 127–137.
4. Полосковые платы и узлы / Е. П. Котов [и др.]. – Москва : Совет. радио, 1979. – 247 с.
5. Fourniols J.-Y. Characterization of Crosstalk Noise in Submicron CMOS Integrated Circuits: An Experimental View. / J.-Y. Fourniols, M. Roca, F. Caignet, E. Sicard // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. – 1998. – Vol. 40, № 3. – P. 271–280.
6. Беннерджи, П. К. Методы граничных элементов в прикладных науках / П. К. Беннерджи, Р. Баттерфильд. – Москва : Мир, 1984. – 494 с.
7. Velichkovich, D. M. Rectangular coax with axial slit and with rectangular or circular center conductor / D. M. Velichkovich, Z. J. Mancic, D. G. Zuklic // International Symposium on Electromagnetic Compatibility / University of Rome «La Sapienza». – Milan, 1998. – P. 384–389.
8. Колечицкий, Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения / Е. С. Колечицкий. – Москва : Энергоатомиздат, 1983. – 168 с.
9. Джежора, А. А. Электроемкостные преобразователи и методы их расчета : монография / А. А. Джежора. – Минск : Беларус. наука, 2007. – 351 с.
10. Бургсдорф, В. В. Заземляющие устройства электроустановок / В. В. Бургсдорф, А. И. Якобс. – Москва : Энергоатомиздат, 1987. – 399 с.
11. Будак, Б. М. Сборник задач по математической физике / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – Москва : Наука, 1980. – 686 с.
12. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле : учеб. для студентов вузов / Л. А. Бессонов. – Москва : Высш. шк., 1978. – 231 с.

Получено 26.08.2010 г.