

В ходе проделанной работы получены следующие основные результаты:

1) для марковской модели сети с тремя узлами записаны уравнения равновесия (формула 1), получено достаточное условие эргодичности (формула 6) и найдено стационарное распределение (формула 5);

2) для полумарковской модели сети с тремя узлами определен вид дифференциально-разностных уравнений Колмогорова (формула 7), найдено стационарное распределение (формула 8) и доказана инвариантность.

#### Литература

1. Гнеденко, Б.В. Введение в теорию массового обслуживания /Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука, 1966. – 431 с.
2. Малинковский, Ю.В. Теория массового обслуживания /Ю.В. Малинковский. – Гомель: Бел ГУТ, 1998.
3. Буриков, А.Д. Теория массового обслуживания /А.Д. Буриков, Ю.В. Малинковский, М.А. Матальский. – Гродно: ГрГУ, 1984. – 108 с.
4. Ивченко, Г.И. Теория массового обслуживания /Г.И. Ивченко, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко. – М.: Высшая школа, 1982. – 256 с.
5. Кениг, Д. Методы теории массового обслуживания: пер. с нем. /под ред. Г.П. Климова /Д. Кениг, Д. Штоян. – М.: Радио и связь, 1981. – 128 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСХОДА РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ВЕРОЯТНОСТНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА С ПОМОЩЬЮ ПОЛУМАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

А.С. Калугин

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
университет имени Франциска Скорины», Беларусь*

Научный руководитель И.В. Максимей

### 1. Содержательное описание объекта исследования

Объектом исследования является некоторый случайный технологический процесс производства (ТПП) с последовательным характером выполнения технологических операций (ТХО). ТХО<sub>*i*</sub> имеют дискретный характер и ограниченное число типов ( $1 \leq i \leq n$ ). Примером таких ТПП можно считать операции по обработке различных изделий, длительность протекания которых является случайной величиной.

### 2. Концептуальная модель объекта исследования

Объект исследования обладает следующими особенностями:

- ТХО<sub>*i*</sub> имеют дискретный характер;
- последовательность выполнения операций (одновременно выполняется не более одной ТХО<sub>*i*</sub>);
- число ТХО<sub>*i*</sub> и порядок их выполнения определяется структурой графа (GR ТХО<sub>*i*</sub>);
- каждая из ТХО<sub>*i*</sub> требует своего объема и типов ресурсов {RES<sub>*k*</sub>} производства, суммарное количество которых ограничено;
- множество {RES<sub>*k*</sub>} включает в себя следующие типы ресурсов: время выполнения ТХО<sub>*i*</sub>  $\tau_{ij}$ ; стоимость выполнения ТХО<sub>*i*</sub>  $C_{ij}$ ; объем возобновляе-

мых ресурсов  $V_{ij}$ , потребляемый при выполнении ТХО<sub>*i*</sub> (рабочие площади, множество исполнителей, оборудование);

- структура графа GRTХО<sub>*i*</sub> имеет случайный характер.

Ввиду последовательного дискретного характера выполнения и ограниченного количества типов ТХО<sub>*i*</sub>, данный случайный ТПП можно представить в виде полумарковской модели (ПММ) первого уровня, в котором каждая ТХО<sub>*i*</sub> представляет собой *i*-ое состояние случайного процесса. Для произвольного момента времени  $t_k$  вероятность любого состояния системы ТПП в будущем (при  $t > t_k$ ) зависит только от ее состояния в настоящем (при  $t = t_k$ ) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние. Для задания режима функционирования ПММ достаточно в качестве исходной информации задания следующих параметров:

$$1. \text{ Матрицы переходов } P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix}, \text{ элементами которой являются}$$

вероятности перехода  $P_{ij}$  из *i*-го состояния в *j*-ое за один шаг процесса.

Переходная матрица обладает следующими свойствами:

а) матрица является квадратной;

б)  $P_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j = \overline{1, n}$ ;

в)  $\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1$ ;

2. Вектора начальных вероятностей  $P_{\text{нач}} = \{P_{\text{нач}_1}, P_{\text{нач}_2}, \dots, P_{\text{нач}_n}\}$  выбора ТХО<sub>*i*</sub> в качестве начала технологического процесса.

3. Вектора конечных вероятностей  $P_{\text{кон}} = \{P_{\text{кон}_1}, P_{\text{кон}_2}, \dots, P_{\text{кон}_n}\}$  выбора ТХО<sub>*j*</sub> в качестве завершающей операции.

$$4. \text{ Матрицы } \Psi^R_{ij}(V) = \begin{pmatrix} \Psi^R_{11}(V) & \Psi^R_{12}(V) & \dots & \Psi^R_{1n}(V) \\ \Psi^R_{21}(V) & \Psi^R_{22}(V) & \dots & \Psi^R_{2n}(V) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi^R_{n1}(V) & \Psi^R_{n2}(V) & \dots & \Psi^R_{nn}(V) \end{pmatrix}, \text{ элементами которой}$$

являются функции условного распределения расхода R-го типа возобновляемых ресурсов предприятия при выполнении ТХО<sub>*j*</sub> при условии, что перед этим выполнялась ТХО<sub>*i*</sub>.

5. Матриц функций условных распределений времени выполнения и стоимости

$$\text{реализации ТХО}_j F(\tau) = \begin{pmatrix} F_{11}(\tau) & F_{12}(\tau) & \dots & F_{1n}(\tau) \\ F_{21}(\tau) & F_{22}(\tau) & \dots & F_{2n}(\tau) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{n1}(\tau) & F_{n2}(\tau) & \dots & F_{nn}(\tau) \end{pmatrix} \text{ и}$$

$$\Phi(C) = \begin{pmatrix} \Phi_{11}(C) & \Phi_{12}(C) & \dots & \Phi_{1n}(C) \\ \Phi_{21}(C) & \Phi_{22}(C) & \dots & \Phi_{2n}(C) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_{n1}(C) & \Phi_{n2}(C) & \dots & \Phi_{nn}(C) \end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы процесс перехода из одного состояния в другое завершился за конечное время выполнения ТПП, необходимо дополнительно задать функцию распределения  $F(v)$  числа переходов из состояния в состояние, причем функции распределения могут иметь как табличный, так и аналитический вид. Параметры  $\tau_{ij}$  и  $C_{ij}$  являются непрерывными случайными величинами, а параметр  $V_{ij}$  является дискретной случайной величиной.

### 3. Актуальность имитационного моделирования ТПП

Таким образом, данный объект исследования представляет собой непредсказуемую, динамическую, в значительной мере сложную систему (СС). В связи с отсутствием методов, средств и методик исследования технологических производственных процессов с вероятностной природой в настоящее время, решение данной задачи возможно с помощью имитационного моделирования (ИМ) реализации технологического производственного процесса [1]. Кроме того, вероятностный характер входных параметров системы обуславливает необходимость проведения серий имитационных экспериментов (ИЭ) и использования метода Монте-Карло. В данном случае результат ИЭ также будет вероятностным.

Основным требованием к построению ИМ ТПП является необходимость отображения динамики реализации  $\{ТХО_i\}$  в тех случаях, когда на одних и тех же площадях предприятия и при одном и том же объеме ресурсов  $\{RES_k\}$  каждый ТПП<sub>*j*</sub> имеет свою траекторию выполнения технологических операций и свой объем израсходованных ресурсов. При этом необходим двойной контроль момента завершения имитации: проверяется достижение конечного состояния процесса ТХО<sub>*n*</sub> с вероятностью  $P_{кон,n}$ , а также проверяется, когда число выполненных технологических операций  $l$  достигнет своего предела ( $l \geq v$ ).

### 4. Статистики и отклики модели

В данной ИМ выделяются следующие группы статистик: 1) время выполнения; 2) стоимость выполнения; 3) использование ресурсов предприятия.

К первой группе статистик относятся длительности выполнения ТХО<sub>*i*</sub> ( $\tau_{ТХО_i}$ ) и общее время выполнения ТПП  $T = \sum_i \tau_{ТХО_i}$ . По этим статистикам определяются отклики, представляющие собой коэффициенты растяжения времени выполнения ТПП и его составляющих. Данные отклики характеризуют качество реализации всего ТПП и каждой ТХО<sub>*i*</sub> в отдельности. Во вторую группу статистик входят стоимость выполнения каждой ТХО<sub>*i*</sub> ( $C_{ТХО_i}$ ) и общая стоимость выполнения ТПП  $C = \sum_i C_{ТХО_i}$ .

По этим статистикам определяется коэффициент стоимости выполнения ТПП. В третью группу статистик входят объем возобновляемых ресурсов R-го типа  $V^R_{ТХО_i}$ , потребляемых при выполнении ТХО<sub>*i*</sub> и общий объем потребления возобновляемых ресурсов R-го типа при реализации ТПП в целом:  $V^R = \sum_i V_{ТХО_i}$ . По этим статистикам определяются следующие отклики: коэффициент загрузки каждого исполнителя и коэффициент загрузки отдельной единицы оборудования. По перечисленным выше интегральным статистикам имитации вычисляются значения компонент вектора откликов ИМ ТПП.

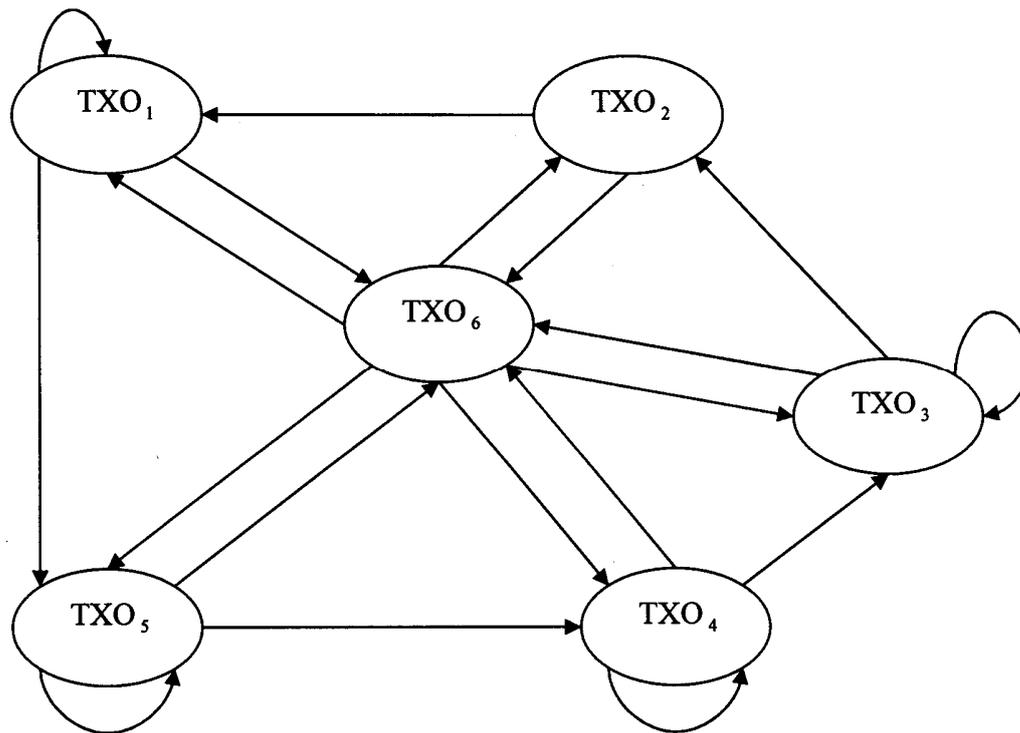


Рис. 1. Пример динамики развития ТПП<sub>j</sub>, состоящего из шести TXO<sub>i</sub>

#### Литература

1. Поташенко, А.М. Методика исследования вероятностных технологических процессов производства с помощью имитационного моделирования /А.М. Поташенко //Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – № 6(15). – 2002. – С. 87-89.

### АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЕЕ ВЫГОДНОГО МАРШРУТА ПЕРЕДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА ПО СЕТИ ДОРОГ С ПОМОЩЬЮ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**В.В. Володин**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
университет имени Франциска Скорины», Беларусь*

Научный руководитель И.В. Максимей

Проблеме исследования процессов производства с помощью графовых моделей в настоящее время уделяется все возрастающее внимание [1, 2]. Однако в тех случаях, когда характеристики технологических операций  $\{To_i\}$  имеют вероятностную природу, у исследователей возникает множество проблем. В случае детерминированного характера параметров  $\{To_i\}$  разработаны методы и средства их реализации. В данном докладе представлена методика компьютерного моделирования вероятностных процессов производства для нахождения наиболее выгодного маршрута передвижения транспортного средства по сети дорог при вероятностных значениях стоимости и времени его движения вдоль ребер графа.