

Таблица 2

**Детектор аномалий злоупотреблений**

Служба	FP, %	FN, %
АИ	8,16 (+1,80)	6,87 (-3,60)
HTTP	0,50 (+0,20)	0,06 (-0,04)
FTP_DATA	2,00 (0,00)	1,50 (-6,59)
TELNET	16,45 (+11,25)	1,92 (-10,5)

Видно, что цель – уменьшение количества ошибок false negative – достигнута, и только по сервису telnet ошибка false positive значительно изменилась.

**4. Заключение**

В данной статье описан нейросетевой подход к обнаружению аномалий. Показаны результаты экспериментов с использованием двух подходов – обучения на нормальных соединениях и комбинированных наборах данных. На основании данных результатов можно сделать вывод, что новый подход улучшает применявшуюся ранее технологию и может быть использован в дальнейших исследованиях.

Исследования проводятся при поддержке БРФФИ при НАН Беларуси.

**Литература**

1. S. T. Brugger. Data Mining Methods for Network Intrusion Detection. – <http://www.bruggerink.com/~zow/Projects.html>.
2. R. Lippman, J. Haines, D. Fried, J. Korba, and K. Das, The 1999 DARPA off-line intrusion detection evaluation. *Computer Networks*, 34 (2000) pp. 579-595.
3. S. Hawkins, H. He, G. Williams, R. Baxter. Outlier Detection Using Replicator Neural Networks. In *Proc. of the 4th International Conference on Data Warehousing and Knowledge Discovery (DaWaK02) Lecture Notes in computer Science*, Vol. 2454, Springer, Pages 170-180, ISBN 3-540-44123-9, 2002
4. V. Golovko, O. Ignatiuk, Yu. Savitsky, T. Laopoulos, A. Sachenko, L. Grandinetti. Unsupervised learning for dimensionality reduction. *Proc. of Second Int. ICSC Symposium on Engineering of Intelligent Systems EIS'2000*, University of Paisley, Scotland, June 2000. Canada / Switzerland: ICSS Academic Press, pp. 140 – 144, 2000

**МАРКОВСКАЯ И ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛИ  
ОТКРЫТОЙ СЕТИ С ТРЕМЯ УЗЛАМИ****И.В. Гарбуза**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
университет имени Франциска Скорины», Беларусь*

Научный руководитель Ю.В. Малинковский

Рассматриваются марковская и полумарковская модели открытой сети с тремя узлами, которые важны для информационных технологий и моделирования, так как предоставляют возможность для адекватного описания и анализа функционирования таких объектов, как телекоммуникационные сети, сети передачи данных, локальные сети, сети ЭВМ. Основной целью работы является исследование стационарного распределения сетей массового обслуживания, представление стационарного распределения исследуемых сетей в виде произведения, установление достаточных условий эргодичности, доказательство инвариантности стационарного распределения сетей.

Отправной точкой в исследовании сетей является нахождение стационарного распределения вероятностей состояний, поскольку большую часть времени изучаемый объект проводит в установившемся стационарном режиме. Поэтому исследования по теории сетей, которые функционируют в стационарном режиме, важны как для теории, так и для практики. С помощью стационарного распределения могут быть найдены разнообразные показатели качества функционирования реальных систем: производительность, времена выполнения заданий, загрузка и простои приборов и т. д.

Пусть имеется открытая сеть массового обслуживания, состоящая из трёх узлов, в которую поступает простейший поток заявок с параметром  $\lambda$ . Времена обслуживания заявок в различных узлах независимы, не зависят от процесса поступления заявок и имеют показательное распределение с параметрами  $\mu_i(n_i)$  для  $i$ -го узла, где  $n_i$  – число заявок в  $i$ -й системе,  $i = 1, 2, 3$ . Заявки обслуживаются в порядке поступления.

Состояние сети описывается случайным процессом:

$$n(t) = (n_1(t), n_2(t), n_3(t)),$$

где  $n_i(t)$  – число заявок в  $i$ -м узле в момент  $t$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Процесс  $n(t)$  является марковским процессом. Матрица перехода имеет следующий вид:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для данной модели предполагаем, что существует стационарное распределение. Составляем уравнение глобального равновесия (баланса) следующего вида:

$$\begin{aligned} p(n_1, n_2, n_3) & (\lambda + \mu_1(n_1)I_{(n_1 \neq 0)} + \mu_2(n_2)I_{(n_2 \neq 0)} + \mu_3(n_3)I_{(n_3 \neq 0)}) = \\ & = \lambda p(n_1 - 1, n_2, n_3)I_{(n_1 \neq 0)} + \frac{1}{2} \mu_2(n_2 + 1) p(n_1, n_2 + 1, n_3) + \\ & + \mu_1(n_1 + 1) p(n_1 + 1, n_2 - 1, n_3)I_{(n_2 \neq 0)} + \frac{1}{2} \mu_2(n_2 + 1) p(n_1, n_2 + 1, n_3 - 1)I_{(n_3 \neq 0)} + \\ & + \mu_3(n_3 + 1) p(n_1 - 1, n_2, n_3 + 1)I_{(n_1 \neq 0)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Из уравнения трафика  $e_j = p_{0j} + \sum_{i=1}^3 e_i p_{ij}$ ,  $j = 1, 2, 3$  находим единственное положительное решение  $e_1 = 2$ ,  $e_2 = 2$ ,  $e_3 = 1$ . Рассматриваем изолированный узел и находим стационарное распределение для такого изолированного процесса. Получаем:

$$p_1(n_1) = \left[ 1 + \sum_{n_1=1}^{\infty} \prod_{l=1}^{n_1} \frac{2\lambda}{\mu_1(l)} \right]^{-1} \prod_{l=1}^{n_1} \frac{2\lambda}{\mu_1(l)}, \quad (2)$$

$$p_2(n_2) = \left[ 1 + \sum_{n_2=1}^{\infty} \prod_{l=1}^{n_2} \frac{2\lambda}{\mu_2(l)} \right]^{-1} \prod_{l=1}^{n_2} \frac{2\lambda}{\mu_2(l)}, \quad (3)$$

$$p_3(n_3) = \left[ 1 + \sum_{n_3=1}^{\infty} \prod_{l=1}^{n_3} \frac{\lambda}{\mu_3(l)} \right]^{-1} \prod_{l=1}^{n_3} \frac{\lambda}{\mu_3(l)}. \quad (4)$$

По теореме Джексона, стационарное распределение представимо в форме произведения множителей, характеризующих узлы; каждый множитель есть стационарное распределение узла, то есть

$$p(n_1, n_2, n_3) = p_1(n_1)p_2(n_2)p_3(n_3), \quad (5)$$

где  $p_1(n_1)$  из формулы (2),  $p_2(n_2)$  из формулы (3),  $p_3(n_3)$  из формулы (4).

На основании эргодической теоремы Фостера устанавливаем условие эргодичности:

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_3=0}^{\infty} \left| \frac{(2\lambda)^{n_1}}{\prod_{i=1}^{n_1} \mu_1(i)} \frac{(2\lambda)^{n_2}}{\prod_{i=1}^{n_2} \mu_2(i)} \frac{(\lambda)^{n_3}}{\prod_{i=1}^{n_3} \mu_3(i)} \right| < +\infty. \quad (6)$$

Если времена обслуживания заявок в  $i$ -м узле заданы функцией распределения времени обслуживания  $i$ -м прибором одной заявки  $B_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ . При этом налагается следующее требование

$$\mu_i^{-1} = \int_0^{\infty} t dB_i(t) = \int_0^{\infty} [1 - B_i(t)] dt, \quad i = 1, 2, 3.$$

Заявка, поступающая в  $i$ -й узел, вытесняет заявку с прибора и начинает обслуживаться. Вытесненная с прибора заявка становится в начало очереди и при повторном поступлении на прибор дообслуживается оставшееся время.

В таком случае процесс  $n(t)$  не является марковским. Для марковизации процесса включаем дополнительные переменные, которые возьмем, как остаточные времена от момента времени  $t$  до полного завершения соответствующих времен. Получим случайный процесс:

$$\xi(t) = (n_1(t); v_1(t), \dots, v_{n_1(t)}(t); n_2(t); \eta_1(t), \dots, \eta_{n_2(t)}(t); n_3(t); \varphi_1(t), \dots, \varphi_{n_3(t)}(t)),$$

где  $v_i(t)$ ,  $\eta_i(t)$ ,  $\varphi_i(t)$  – остаточное время обслуживания заявки, стоящей в  $i$ -й позиции, который будет марковским процессом.

Для стационарного распределения данной сети составим дифференциально-разностные уравнения Колмогорова следующего вида:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3})}{\partial t} = \\
& -\lambda \times F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3}) + \\
& + \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3})}{\partial x_{n_1}} + \\
& + \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3})}{\partial y_{n_2}} + \\
& + \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3})}{\partial z_{n_3}} - \\
& \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1-1}, 0; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3})}{\partial x_{n_1}} - \\
& \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2-1}, 0; n_3; z_1, \dots, z_{n_3})}{\partial y_{n_2}} - \\
& \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3-1}, 0)}{\partial z_{n_3}} + \\
& + \lambda B_1(n_1; x_{n_1}) \times F(n_1 - 1; x_1, \dots, x_{n_1-1}, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2-1}, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3-1}, z_{n_3}) + \\
& + B_2(n_2; y_{n_2}) \times \frac{\partial F(n_1 + 1; x_1, \dots, x_{n_1-1}, 0; n_2 - 1; y_1, \dots, y_{n_2-1}, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3-1}, z_{n_3})}{\partial x_{n_1}} + \\
& + \frac{1}{2} B_3(n_3; z_{n_3}) \times \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1-1}, x_{n_1}; n_2 + 1; y_1, \dots, y_{n_2-1}, 0; n_3 - 1; z_1, \dots, z_{n_3-1}, z_{n_3})}{\partial y_{n_2}} + \\
& + B_1(n_1; x_{n_1}) \times \frac{\partial F(n_1 - 1; x_1, \dots, x_{n_1-1}, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2-1}, y_{n_2}; n_3 + 1; z_1, \dots, z_{n_3-1}, 0)}{\partial z_{n_3}} + \\
& + \frac{1}{2} \times \frac{\partial F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1-1}, x_{n_1}; n_2 + 1; y_1, \dots, y_{n_2-1}, 0; n_3; z_1, \dots, z_{n_3-1}, z_{n_3})}{\partial y_{n_2}}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Поиск решения данных уравнений аналитически сложен. Предположим, что решением является

$$\begin{aligned}
& F(n_1; x_1, \dots, x_{n_1}; n_2; y_1, \dots, y_{n_2}; n_3; z_1, \dots, z_{n_3}) = (2\lambda)^{n_1} (2\lambda)^{n_2} (\lambda)^{n_3} P_0 \times \\
& \times \prod_{i=1}^{n_1} \int_0^{x_i} [1 - B_1(i, u)] du \times \prod_{i=1}^{n_2} \int_0^{y_i} [1 - B_2(i, u)] du \times \prod_{i=1}^{n_3} \int_0^{z_i} [1 - B_3(i, u)] du,
\end{aligned} \tag{8}$$

Проверяем найденное решение (8) непосредственной подстановкой в уравнения (7). В результате данное решение (8) удовлетворяет уравнениям (7). Согласно результату Севастьянова [1] и формуле (8), стационарное распределение сохраняет форму произведения (инвариантно) и при введенных допущениях. Разнообразные обобщения этих моделей рассматривались в [2–5].

В ходе проделанной работы получены следующие основные результаты:

1) для марковской модели сети с тремя узлами записаны уравнения равновесия (формула 1), получено достаточное условие эргодичности (формула 6) и найдено стационарное распределение (формула 5);

2) для полумарковской модели сети с тремя узлами определен вид дифференциально-разностных уравнений Колмогорова (формула 7), найдено стационарное распределение (формула 8) и доказана инвариантность.

#### Литература

1. Гнеденко, Б.В. Введение в теорию массового обслуживания /Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука, 1966. – 431 с.
2. Малинковский, Ю.В. Теория массового обслуживания /Ю.В. Малинковский. – Гомель: Бел ГУТ, 1998.
3. Буриков, А.Д. Теория массового обслуживания /А.Д. Буриков, Ю.В. Малинковский, М.А. Матальский. – Гродно: ГрГУ, 1984. – 108 с.
4. Ивченко, Г.И. Теория массового обслуживания /Г.И. Ивченко, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко. – М.: Высшая школа, 1982. – 256 с.
5. Кениг, Д. Методы теории массового обслуживания: пер. с нем. /под ред. Г.П. Климова /Д. Кениг, Д. Штоян. – М.: Радио и связь, 1981. – 128 с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСХОДА РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ВЕРОЯТНОСТНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА С ПОМОЩЬЮ ПОЛУМАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

А.С. Калугин

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
университет имени Франциска Скорины», Беларусь*

Научный руководитель И.В. Максимей

### 1. Содержательное описание объекта исследования

Объектом исследования является некоторый случайный технологический процесс производства (ТПП) с последовательным характером выполнения технологических операций (ТХО). ТХО<sub>*i*</sub> имеют дискретный характер и ограниченное число типов ( $1 \leq i \leq n$ ). Примером таких ТПП можно считать операции по обработке различных изделий, длительность протекания которых является случайной величиной.

### 2. Концептуальная модель объекта исследования

Объект исследования обладает следующими особенностями:

- ТХО<sub>*i*</sub> имеют дискретный характер;
- последовательность выполнения операций (одновременно выполняется не более одной ТХО<sub>*i*</sub>);
- число ТХО<sub>*i*</sub> и порядок их выполнения определяется структурой графа (GR ТХО<sub>*i*</sub>);
- каждая из ТХО<sub>*i*</sub> требует своего объема и типов ресурсов {RES<sub>*k*</sub>} производства, суммарное количество которых ограничено;
- множество {RES<sub>*k*</sub>} включает в себя следующие типы ресурсов: время выполнения ТХО<sub>*i*</sub>  $\tau_{ij}$ ; стоимость выполнения ТХО<sub>*i*</sub>  $C_{ij}$ ; объем возобновляе-