

УДК 621.91

ТОЛЩИНА СРЕЗАЕМОГО СЛОЯ ПРИ ВНУТРЕННЕМ ФРЕЗЕРОВАНИИ ВИНТОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

Д. В. НИКИТЕНКО, М. И. МИХАЙЛОВ

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Получена математическая модель срезаемого слоя при внутреннем фрезеровании винтовых поверхностей, основанная на решении пространственной задачи формообразования методом преобразования координат, которая позволяет выполнить анализ толщины срезаемого слоя в зависимости от параметров обработки.

Ключевые слова: винтовые поверхности, трапецеидальный профиль, внутреннее фрезерование, толщина срезаемого слоя.

THICKNESS OF THE CUT LAYER FOR INTERNAL MILLING OF THE SCREW SURFACES OF THE TRAPEZEIDAL PROFILE

D. V. NIKITENKO, M. I. MIKHAILOV

Educational Institution "Sukhoi State Technical University of Gomel", the Republic of Belarus

A mathematical model of a cut layer was obtained with internal milling of screw surfaces, based on solving the spatial form of formation method by the coordinate conversion method, which makes it possible to analyze the thickness of the cut layer depending on the processing parameters.

Keywords: screwed surfaces, trapezoidal profile, internal milling, thickness of the cut layer.

Введение

Толщина срезаемого слоя является ключевым параметром для расчета элементов процесса резания при любом виде фрезерования. Часто вместо толщины срезаемого слоя, с допустимой для практики точностью, используют подачу на зуб. При внутреннем фрезеровании диапазон изменения отношения подачи на зуб к средней толщине срезаемого слоя S_z / a_{cp} может достигать 20, тогда как при внешнем фрезеровании это отношение доходит до двух, редко – до трех [1]. Поэтому при внутреннем фрезеровании одним из ведущих параметров является не величина подачи, а толщина срезаемого слоя.

Обзор литературных источников [1]–[7] показал, что формулы для определения толщины срезаемого слоя при внутреннем фрезеровании получены с заменой пространственной кривой описываемой точкой режущей кромки в результирующем движении резания плоской кривой, а именно двумя окружностями. То есть вместо пространственной задачи решалась плоская задача, с упрощением реальной траектории движения, что вносит погрешности при расчете толщины срезаемого слоя, особенно для винтовых поверхностей с большим углом наклона.

Кроме того, толщина срезаемого слоя является переменной величиной и оказывает непосредственное влияние на силу резания, для вычисления изменения которой во вре-

мени необходимо уметь рассчитывать толщину срезаемого слоя в любой момент времени, а не только ее максимальное или среднее значение, как в работах [1]–[3].

Целью работы является разработка математической модели срезаемого слоя при внутреннем фрезеровании.

Основная часть

Как известно [8], толщина срезаемого слоя определяется по длине нормали к поверхности резания, проведенной через рассматриваемую точку режущей кромки, ограниченная сечением срезаемого слоя. Однако при решении пространственной задачи более удобно пользоваться определением из работы [9], где толщина срезаемого слоя определяется как расстояние по нормали к поверхности резания, между поверхностью резания и внешней поверхностью срезаемого слоя в данный момент времени. При этом внешней поверхностью резания может быть: 1) обрабатываемая поверхность заготовки; 2) поверхность резания предыдущего прохода; 3) поверхность резания, образованная смежной режущей кромкой.

Для построения математической модели срезаемого слоя при внутреннем фрезеровании необходимо получить аналитическую зависимость для поверхности резания, добавить к ней уравнение наружной поверхности заготовки и ввести ограничения, отсекающие участки поверхности резания, кроме двух, идущих один за другим, в пределах наружной поверхности заготовки. А для определения толщины срезаемого слоя необходимо определить длину нормали между участками поверхности резания смежных проходов, проходящей через рассматриваемую точку режущей кромки.

Для построения аналитической зависимости поверхности резания удобен математический аппарат преобразования координат, использующий векторы и матрицы четвертого порядка, применение которых для вывода и анализа уравнений поверхностей в трехмерном пространстве широко известны из теории зубчатых зацеплений [10].

Расчетная схема формообразования при внутреннем фрезеровании представлена на рис. 1. Процесс внутреннего фрезерования характеризуется параметрами a , ω , φ , ε и z , описание которых и соответствующие им матрицы перемещений приведены в табл. 1. Знаки, стоящие перед параметрами a , ω , φ , ε и z на рис. 1 и табл. 1, соответствуют встречному фрезерованию правой винтовой поверхности. При встречном фрезеровании левой винтовой поверхности или попутном фрезеровании правой либо левой винтовой поверхности знаки перед параметрами следует выбирать по табл. 2.

Связь между координатами точек режущего инструмента в системе координат S_5 и координатами тех же точек в системе S_0 детали формировалась в матричной форме:

$$r_0 = M_{01}(\omega) M_{12}(z) M_{23}(a) M_{34}(\varepsilon) M_{45}(\varphi) r_5(u), \quad (1)$$

где $r_5(u)$ – радиус-вектор точек режущей кромки инструмента в системе координат S_5 с независимой переменной u .

В матричной форме радиус-вектор точек режущей кромки инструмента имеет вид:

$$r_5(u) = \begin{bmatrix} x(u) \\ y(u) \\ z(u) \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} x(u) &= x_n + \Delta x_1 u, \\ y(u) &= y_n + \Delta y_1 u. \end{aligned}$$

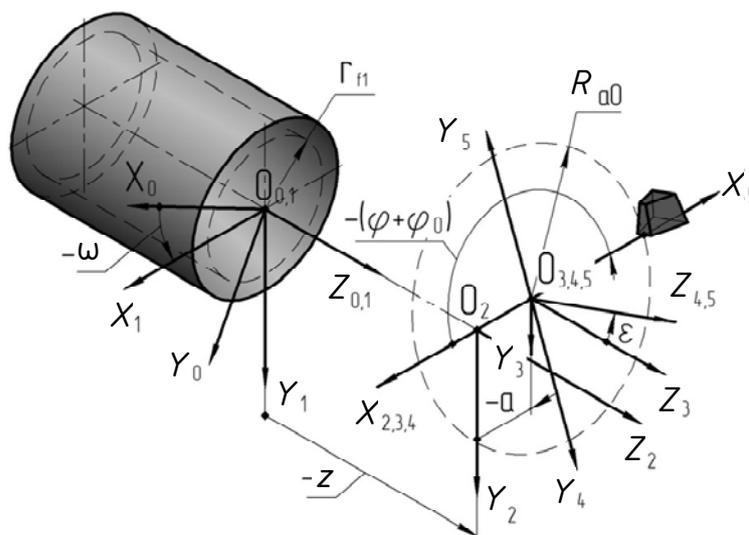


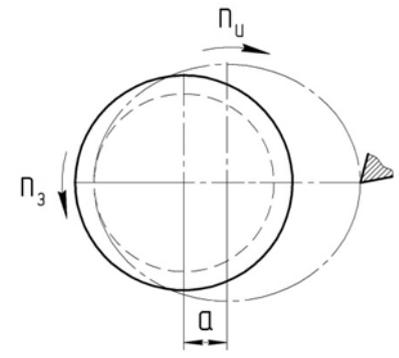
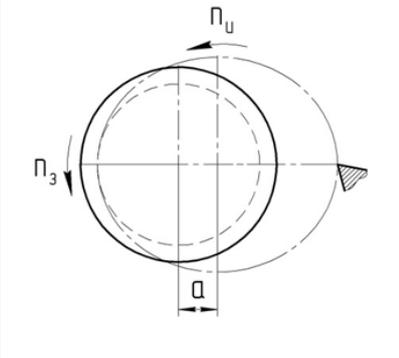
Рис. 1. Расчетная схема формообразования

Таблица 1

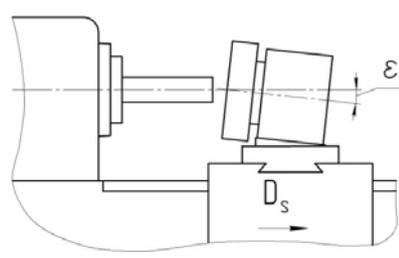
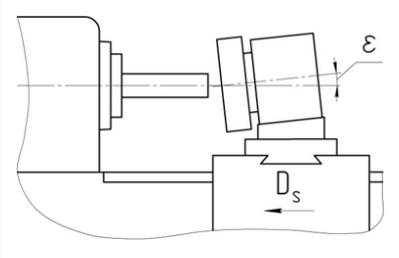
Матрицы обобщенных перемещений при вихревом фрезеровании

Обозначение матрицы	Номер и наименование звена	Перемещение относительно предыдущего звена	
		Описание	Матрица перемещения
$M_{01}(\omega)$	1. Шпиндель токарного станка	Формообразующий поворот вокруг оси Z_0 на угол ω	$\begin{bmatrix} \cos -\omega & -\sin -\omega & 0 & 0 \\ \sin -\omega & \cos -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$M_{12}(z)$	2. Продольные перемещения	Формообразующее поступательное перемещение вдоль оси Z_1 на величину z	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$M_{23}(a)$	3. Поперечное перемещение	Смещение начала координат по оси X_2 на постоянную величину a	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$M_{34}(\varepsilon)$	4. Корпус фрезы	Поворот вокруг оси X_3 на постоянный угол ε	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & 0 \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$M_{45}(\varphi)$	5. Шпиндель фрезы	Формообразующий поворот вокруг оси Z_4 на угол φ	$\begin{bmatrix} \cos -(\varphi + \varphi_0) & -\sin -(\varphi + \varphi_0) & 0 & 0 \\ \sin -(\varphi + \varphi_0) & \cos -(\varphi + \varphi_0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Правило выбора знаков для параметров a , ω , φ , ε и z

Схема	Встречное фрезерование		Схема	Попутное фрезерование	
1	$-a$ $-\omega$ $-\varphi$		2	$-a$ $-\omega$ $+\varphi$	

Продолжение табл. 2

Схема	Левая винтовая поверхность		Схема	Правая винтовая поверхность	
А	$-\varepsilon$ $+z$		Б	$+\varepsilon$ $-z$	

Функция (1) представляет собой уравнение поверхности в том случае, если оно содержит в правой части две независимые переменные. Так как в правой части этого уравнения больше двух переменных, то на них накладываются различные связи. Проанализируем существующие связи более подробно.

Число этих связей L определим из условия связанности [11], [12]:

$$n + k - L = 2, \quad (3)$$

где n – число подвижных в процессе формообразования звеньев; k – количество независимых переменных в математической модели инструмента.

Подвижными звеньями в процессе формообразования являются звенья 1, 2 и 5 с переменными ω , z , φ соответственно. Звенья 3 и 4 с параметрами a , ε в процессе формообразования занимают фиксированное положение, следовательно, $n = 3$. Математическая модель инструмента при лезвийной обработке содержит лишь один параметр u , следовательно, $k = 1$. Тогда число связей L между переменными по формуле (3) равно 2.

Уравнение связи винтовой поверхности с параметрами z и ω :

$$z = p\omega, \quad (4)$$

где p – винтовой параметр поверхности с шагом P ,

$$p = P/2\pi. \quad (5)$$

Уравнение угловой связи параметров ω и φ :

$$\varphi = m\omega, \quad (6)$$

где m – относительная частота вращения, равная отношению частоты вращения инструмента $n_{\text{и}}$ к частоте вращения заготовки n_3 :

$$m = n_{\text{и}} / n_3. \quad (7)$$

При $\varphi_0 = \pi$ и $y(u) = 0$ после выполнения математических преобразований с учетом (2), (4), (6) и (7) из уравнения (1) получаем параметрические уравнения поверхности резания для случая встречного фрезерования правой винтовой поверхности, с двумя независимыми параметрами u и ω :

$$\begin{aligned} X(u, \omega) &= x(u)(\sin m\omega \sin \omega \cos \varepsilon - \cos m\omega \cos \omega) - z(u) \sin \omega \sin \varepsilon - a \cos \omega, \\ Y(u, \omega) &= x(u)(\sin m\omega \cos \omega \cos \varepsilon + \cos m\omega \sin \omega) - z(u) \cos \omega \sin \varepsilon + a \sin \omega, \\ Z(u, \omega) &= x(u) \sin m\omega \sin \varepsilon + z(u) \cos \varepsilon - \omega p. \end{aligned} \quad (8)$$

Для построения математической модели срезаемого слоя к системе уравнений (8) необходимо добавить неравенство

$$\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}, \quad (9)$$

где ω_{\min} и ω_{\max} – минимальное и максимальное значения параметра ω , соответствующего определенному значению параметра u .

При встречном фрезеровании минимальному значению параметра ω соответствуют точки пересечения поверхности резания первого прохода с поверхностью резания второго прохода. Условимся обозначать параметры, соответствующие первому проходу, знаком «'», а соответствующие второму – знаком «''». Задавшись определенным значением параметра u' , углы ω'_{\min} и ω''_{\min} определяются из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} X(u', \omega') = X(u'', \omega''), \\ Y(u', \omega') = Y(u'', \omega''), \\ Z(u', \omega') = Z(u'', \omega''). \end{cases} \quad (10)$$

При встречном фрезеровании максимальному значению параметра ω соответствуют точки пересечения поверхности резания с наружной поверхностью заготовки. Задавшись определенным значением параметра u , угол ω_{\max} определяется по формулам для первого и второго проходов:

$$\begin{aligned} X^2(u', \omega') + Y^2(u', \omega') &= r_{a1}^2, \\ X^2(u'', \omega'') + Y^2(u'', \omega'') &= r_{a1}^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где r_{a1} – наружный радиус заготовки.

При попутном фрезеровании значения ω_{\min} и ω_{\max} меняются местами.

Срезаемый слой, кроме поверхностей резания первого и второго прохода, ограничен также наружной цилиндрической поверхностью заготовки, которая в параметрической форме записывается как:

$$\begin{aligned} X_{\Pi}(\omega_{\Pi}) &= r_{a1} \cos \omega_{\Pi}, \\ Y_{\Pi}(\omega_{\Pi}) &= r_{a1} \sin \omega_{\Pi}, \\ Z_{\Pi}(u_{\Pi}) &= u_{\Pi}. \end{aligned} \quad (12)$$

Граничные значения параметров u_{Π} и ω_{Π} определяют по уравнениям:

$$\begin{aligned} X_{\Pi}(\omega_{\Pi}) &= X(u', \omega'_{\max}), \quad Y_{\Pi}(\omega_{\Pi}) = Y(u', \omega'_{\max}), \quad Z_{\Pi}(u_{\Pi}) = Z(u', \omega'_{\max}), \\ X_{\Pi}(\omega_{\Pi}) &= X(u'', \omega''_{\max}), \quad Y_{\Pi}(\omega_{\Pi}) = Y(u'', \omega''_{\max}), \quad Z_{\Pi}(u_{\Pi}) = Z(u'', \omega''_{\max}). \end{aligned} \quad (13)$$

На рис. 2 представлен виртуальный срезаемый слой при встречном внутреннем фрезеровании правой винтовой поверхности, построенный по уравнению (8) с учетом (9)–(13).

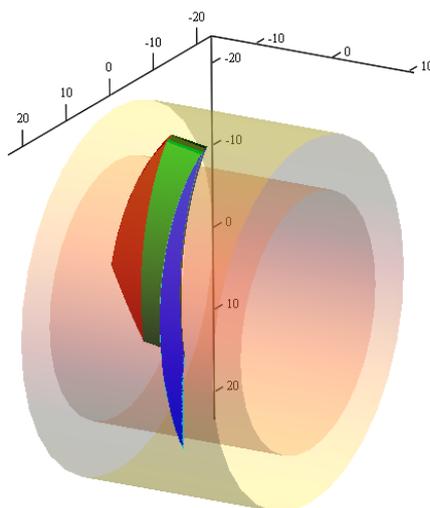


Рис. 2. Срезаемый слой при внутреннем фрезеровании

Математическая модель срезаемого слоя позволяет выполнить анализ толщины срезаемого слоя в зависимости от параметров внутреннего фрезерования.

Проиллюстрируем анализ толщины срезаемого на нескольких примерах (рис. 1 и 2). При этом толщина срезаемого слоя определялась как расстояние по нормали к поверхности второго прохода, между поверхностями резания первого и второго прохода. Принято, что нормаль проходит через среднюю точку вершины режущей кромки. Решение уравнений (10) и (11) осуществлялось методом Левенберга–Марквардта с использованием функций программы Mathcad «Given» и «Find» [13].

На рис. 3 представлен график зависимости толщины срезаемого слоя от шага винтовой поверхности при встречном фрезеровании одним зубом. Угол наклона вихревой головки ε при этом принимался равным углу подъема винтовой линии на среднем диаметре.

Для сравнения максимальную толщину срезаемого слоя рассчитывали по известной формуле [2], которая не учитывает угол наклона фрезы:

$$a_{\max} = \sqrt{a^2 + r_{a1}^2 - 2ar_{a1}\cos\theta} - R_{a0}, \quad (14)$$

где

$$\theta = \arccos\left(\frac{a^2 + r_{a1}^2 - R_{a0}^2}{2ar_{a1}} + \frac{2\pi}{m}\right).$$

При фрезеровании винтовой поверхности однозубой вихревой головкой с параметрами $r_{a1} = 16$ мм, $r_{f1} = 12,5$ мм, $m = 120$, $R_{a0}/r_{f1} = 1,6$ максимальная толщина срезаемого слоя, рассчитанная по формуле (14), составляет 0,29 мм. Как видно на рис. 3, для кривой 1 максимальная толщина срезаемого слоя при $P = 24$ мм составляет 0,25 мм, что на 16 % меньше, чем полученная по (14).

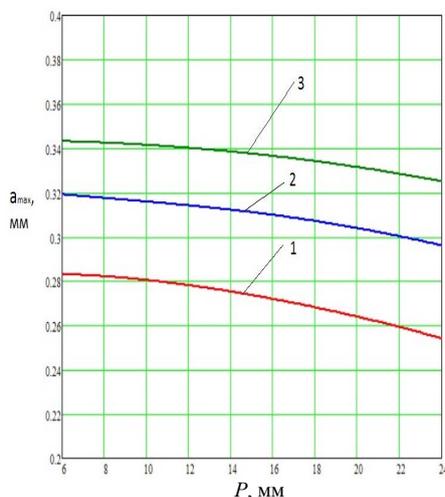


Рис. 3. Графики зависимости максимальной толщины срезаемого слоя от шага винтовой поверхности ($r_{a1} = 16$ мм, $r_{f1} = 12,5$ мм, $m = 120$):
1, 2, 3 – при R_{a0}/r_{f1} , равном 1,6; 1,8 и 2 соответственно

На рис. 4 представлен график изменения толщины срезаемого слоя при встречном фрезеровании одним зубом в зависимости от угла поворота фрезы. Кривая 1 соответствует изменению толщины срезаемого слоя между поверхностями резания первого и второго прохода, кривая 2 – между поверхностью резания второго прохода и наружной поверхностью заготовки.

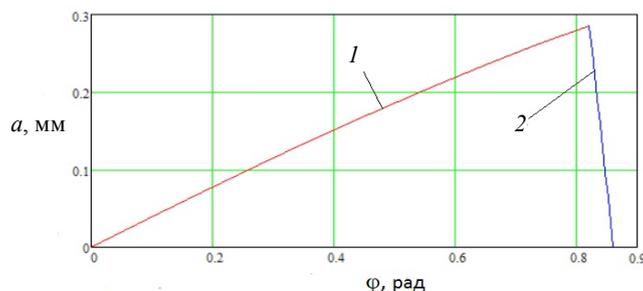


Рис. 4. График изменения максимальной толщины срезаемого слоя от угла поворота фрезы ($r_{a1} = 16$ мм, $r_{f1} = 12,5$ мм, $P = 6$ мм, $m = 120$, $\varepsilon = 3,77^\circ$, $R_{a0}/r_{f1} = 1,6$)

Заключение

Получена математическая модель срезаемого слоя при внутреннем фрезеровании винтовых поверхностей, основанная на решении пространственной задачи формообразования методом преобразования координат, которая позволяет выполнить анализ толщины срезаемого слоя в зависимости от параметров обработки.

Литература

1. Розенберг, С. А. Охватывающее фрезерование / С. А. Розенберг ; М-во станкостроения СССР ; Эксперимент. науч.-исслед. ин-т металлорежущих станков «ЭНИМС». – М. : тип. им. Воровского, 1950. – 36 с.
2. Виксман, Е. С. Скоростное нарезание резьб и червяков: (вихревое нарезание вращающимися резцами) / Е. С. Виксман. – М. : Машиностроение, 1966. – 91 с.
3. Этин, А. О. Кинематический анализ и выбор эффективных методов обработки лезвийным инструментом / А. О. Этин, М. Е. Юхвид ; под ред. М. А. Эстерзона. – М. : ЭНИМС, 1994. – 185 с.
4. Miskovic, A. A description of high – productive method for thread cutting on lathe / A. Miskovic, D. Sogorovic // 12th International Research/Expert Conference “Trends in the Development of Machinery and Associated Technology” TMT 2008, Istanbul, Turkey, 26–30 August, 2008. – P. 5–8.
5. Cutting forces analysis in whirling process / J. H. Son [at all.] // International Journal of Modern Physic. – 2010. – Vol. 24. – P. 2789–2791.
6. Ямникова, О. А. Особенности процесса нарезания резьб охватывающими фрезами / О. А. Ямникова // Технология машиностроения. – 2002. – № 6. – С. 13–17.
7. Гапонов, Д. Е. Органические погрешности процесса фрезерования витков червяков / Д. Е. Гапонов, Е. Ю. Кузнецов, О. А. Ямникова // Изв. ТулГУ. – 2013. – Вып. 8. – С. 74–84.
8. ГОСТ 25762–83. Обработка резанием. Термины, определения и обозначения общих понятий. – Введ. 1984–07–01. – М. : Изд-во стандартов, 1985. – 48 с.
9. Родин, П. Р. Основы формообразования поверхностей резанием / П. Р. Родин. – Киев : Вища школа, 1977. – 192 с.
10. Литвин, Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф. Л. Литвин. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Наука, 1968. – 584 с.
11. Решетов, Д. Н. Точность металлорежущих станков / Д. Н. Решетов, В. Т. Портман. – М. : Машиностроение, 1986. – 336 с.
12. Михайлов, М. И. Сборный металлорежущий механизированный инструмент: Ресурсосберегающие модели и конструкции / М. И. Михайлов ; под ред. Ю. М. Плещачевского. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 339 с.
13. Кирьянчиков, Д. В. Маткад 14 / Д. В. Кирьянчиков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2007. – 704 с.

Получено 02.03.2021 г.