

УДК 330.362

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ТОВАРНО-ДЕНЕЖНОГО ХОЗЯЙСТВА

Н. И. ЕГОРЕНКОВ

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Е. Н. КАЗАКОВА

ЗАО «Гомельэнергосервис», Республика Беларусь

И. Е. СТАРОДУБЦЕВ

*Учреждение образования «Гомельский государственный
университет имени Ф. Скорины», Республика Беларусь*

М. Н. СТАРОДУБЦЕВА

*Учреждение образования «Гомельский государственный
медицинский университет», Республика Беларусь*

Введение

Товарно-денежное хозяйство состоит из множества хозяйствующих субъектов, которые, взаимодействуя между собою, оказывают влияние друг на друга. На языке моделирования его можно рассматривать как систему многих движущихся и взаимодействующих между собою частиц (частицы – хозяйствующие субъекты), обладающих силовым полем (движущихся в вязкой среде). Это система с обратной связью (основой товарно-денежного хозяйства является возобновляющийся производственный цикл) и ограниченными ресурсами, т. е. потенциальная (градиентная) нелинейная динамическая система. На языке математики – это связанное точечное множество.

Системы многих движущихся и взаимодействующих между собою частиц, обладающих силовым полем, могут быть различной природы (физической – вещество, биологической – популяция, социально-экономической – общество и др.). Несмотря на качественные различия материальной природы составляющих системы частиц, такого рода системы имеют общую математическую природу – это изоморфные системы. Их следует считать лишь различными проявлениями одного и того же объекта [1, с. 224–225]. Изоморфизм – соответствие (отношение) между объектами или системами объектов, выражающее тождество их строения (взаимно однозначное отображение двух множеств, сохраняющее их структурные свойства). В топологии, как теории «непрерывных динамических систем», изоморфизм называется гомеоморфизмом (топологически эквивалентным пространством) [2, с. 1035].

Изоморфные системы, явления и процессы широко распространены в реальном мире. Например, единую математическую природу имеют такие, на первый взгляд, совершенно не связанные между собою процессы, как «броуновское» движение микрочастиц в жидкости, рассеяние тепла в веществе и движение стоимости ценных бумаг на фондовом рынке [3, с. 90].

В процессе совершения работы потенциальная (ресурсная) энергия динамической системы многих частиц $U(x, r)$ (x – скалярная координата частицы, r – управляющий параметр) уменьшается, переходя в энергию движения частиц (кинетическую энергию). При этом для консервативной системы (все внутренние и внешние силы потенциальны, а последние не изменяются со временем) полная механическая энергия, как сумма потенциальной и кинетической энергий, сохраняется постоянной. Для частиц, движущихся в потенциальном поле (вязкой среде) $\frac{dx_i}{dt} = -\sum \frac{\partial U(x, r)}{\partial x_i} = f_i(x, r)$ (скорость движения частицы пропорциональна действующей на нее силе) [4, с. 30].

Цель работы – описать товарно-денежное хозяйство как нелинейную динамическую систему в рамках топологической теории элементарных катастроф и физической фазовой теории вещества, используя принцип изоморфности товарно-денежного хозяйства и вещества.

Результаты исследования и их обсуждение

Так как уравнение состояния динамической системы, связывающее ее переменные состояния и управляющие ими параметры, получают, дифференцируя ее потенциальную функцию и приравнявая полученное выражение нулю [5, с. 170–190], а потенциальная динамическая система последовательно переходит от одного стационарного (установившегося) состояния к другому стационарному состоянию, отличающемуся от первого уровнем потенциала, то потенциальная функция нелинейной системы является гладкой (аналитической) функцией и ее можно разложить в степенной знакочередующийся ряд. А поскольку в соответствии с теорией бифуркаций критических точек потенциальных функций (топологической теорией элементарных катастроф), изучающей морфогенез нелинейных систем, для функций с одной переменной состояния x без потери существенной для характеристики морфологии системы информации степенной ряд можно ограничить высшим членом x^7 (воспользоваться усеченным рядом) [6, с. 17], то уравнение состояния $\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, r) = 0$ такой системы можно записать, как $a_0 - a_1x + a_2x^2 - a_3x^3 + a_4x^4 - a_5x^5 + a_6x^6 = 0$ и преобразовать его к виду:

$$a_6x + \left(\frac{a_4}{x} - \frac{a_3}{x^2} + \frac{a_2}{x^3} - \frac{a_1}{x^4} + \frac{a_0}{x^5}\right) = a_5, \quad (1)$$

$$\left(a_6 + \frac{a_4}{x^2} - \frac{a_3}{x^3} + \frac{a_2}{x^4} - \frac{a_1}{x^5} + \frac{a_0}{x^6}\right)x = a_5, \quad (2)$$

где x – переменная состояния; a_0, \dots, a_6 – управляющие параметры.

Очевидно, что если переменная состояния является объемом пространства реальной системы, то для консервативной системы в уравнении состояния (1), включающим потенциальную, кинетическую и полную механическую энергию, a_6x является кинетической энергией (при увеличении x значение этого члена увеличивается), выражение в круглых скобках – остатком потенциальной энергии (при увеличении x значения дробных членов уменьшаются), а a_5 – полной механической энергией.

В *полевых* уравнениях системы (1), (2), полученных посредством преобразования ее потенциальной функции (силового поля), не учитывается, что составляющие систему частицы имеют собственный объем. Учет собственного объема частиц не изменяет ни потенциальную (расположение частиц сохраняется), ни общую кинетическую энергию системы, но, уменьшая доступный для свободного движения частиц объем пространства, увеличивает величину параметра a_6 (энергию, приходящуюся на единицу свободного пространства). Тогда с учетом суммарного собственного объема частиц b уравнение состояния системы (1) приобретает вид:

$$a_6(x-b) + \left(\frac{a_4}{x} - \frac{a_3}{x^2} + \frac{a_2}{x^3} - \frac{a_1}{x^4} + \frac{a_0}{x^5} \right) = a_5. \quad (3)$$

Очевидно, что при увеличении x и/или a_5 значимость дробных членов в уравнении (3) последовательно уменьшается и ими можно (начиная с последнего члена и заканчивая первым) пренебрегать. В результате такой аппроксимации возникает семейство уравнений состояния шестой, пятой, четвертой, третьей, второй и первой степеней. Заключительным будет уравнение

$$a_6(x-b) = a_5, \quad (4)$$

описывающее систему, в которой потенциальная энергия полностью перешла в кинетическую энергию частиц (частицы системы движутся свободно, силы их взаимного притяжения пренебрежительно малы) [7].

Уравнение (4) соответствует уравнению

$$pV = RT, \quad (5)$$

которое в молекулярной физике для одного моля газа называется уравнением Клапейрона-Менделеева [8, с. 128], а в экономике (товарно-денежном хозяйстве) – уравнением обмена Фишера [9, с. 15]: T – параметр, характеризующий интенсивность движения частиц (для вещества – температура, для товарно-денежного хозяйства – скорость обращения денег), R – постоянная системы (для вещества – газовая постоянная, для товарно-денежного хозяйства – масса денег в обращении), V – доступный для движения частиц объем системы (для вещества – пространство, доступное для движения молекул, для товарно-денежного хозяйства – объем конечных, т. е. потребительских товаров), p – удельная кинетическая энергия в доступном для движения частиц объеме системы (для вещества эта характеристика имеет размерность давления, для товарно-денежного хозяйства – цены товаров). В товарно-денежном хозяйстве цена товара – это «давление», посредством которого хозяйствующие субъекты воздействуют друг на друга внутри системы и на внешние по отношению к этой системе субъекты хозяйствования. «Температура» товарно-денежного хозяйства – это скорость обращения производственных денег (капитала – стоимости производительных сил). Параметр b (собственный объем частиц) для вещества соответствует суммарному объему молекул, а для товарно-денежного хозяйства – это объем используемых хозяйствующим субъектом средств производства (промежуточных товаров, стоимость которых переносится на стоимость конечных, потребительских товаров). Уравнение (5) является основой теории экономического равновесия Вальраса.

Если через V обозначить суммарный объем системы (собственный объем частиц и объем, доступный для их движения), а доступный для движения частиц объем обозначить через $(V-b)$, то уравнение (4) и, соответственно, уравнение (3) можно записать в виде:

$$p(V - b) = RT, \quad (6)$$

$$p(V - b) + \left(\frac{A_1}{V} - \frac{A_2}{V^2} + \frac{A_3}{V^3} - \frac{A_4}{V^4} + \frac{A_5}{V^5}\right) = RT. \quad (7)$$

Тогда для товарно-денежного хозяйства $p(V - b)$ – это используемый в производстве доход (сумма постоянного c и переменного v капитала – «кинетическая энергия» хозяйствующих субъектов), а сумма дробных членов в уравнении (7) – это часть дохода, которая изымается из производства (прибавочная стоимость m или непроизводственные, иначе говоря, трансакционные издержки – «потенциальная энергия» хозяйствующих субъектов). Очевидно, что уравнение (7) можно записать в привычном для политэкономии виде $c + v + m = Y$ [10, с. 202].

Так как при увеличении V и/или T дробные члены в уравнении (7) становятся незначительными, то возникает гомеоморфное семейство (ряд) уравнений состояния (более строго такого рода семейство можно получить, последовательно дифференцируя разложенную в степенной ряд потенциальную функцию системы) [7]:

$$p(V - b) + \left(\frac{B_1}{V} - \frac{B_2}{V^2} + \frac{B_3}{V^3} - \frac{B_4}{V^4}\right) = RT, \quad (8)$$

$$p(V - b) + \left(\frac{C_1}{V} - \frac{C_2}{V^2} + \frac{C_3}{V^3}\right) = RT, \quad (9)$$

$$p(V - b) + \left(\frac{D_1}{V} - \frac{D_2}{V^2}\right) = RT, \quad (10)$$

$$p(V - b) + \frac{E}{V} = RT, \quad (11)$$

$$p(V - b) = RT. \quad (12)$$

Согласно уравнениям (7)–(12) с учетом принципа равных площадей Максвелла [6, с. 96]; [11, с. 61] для зависимостей $p - V$ ($T = \text{const}$) динамическая система с одной переменной состояния может существовать минимум в шести стационарных (установившихся) состояниях устойчивого (фазы) и неустойчивого (переходные между фазами состояния) равновесия – претерпевает, иначе говоря, фазовое расслоение.

В уравнениях состояния систем, в том числе в уравнении состояния системы с одной переменной состояния, все переменные, включая как переменные состояния, так и управляющие ими параметры, взаимозависимы. Конкретный выбор переменных состояния и управляющих параметров является условным [6, с. 210]. Если в качестве переменной состояния в уравнениях (7)–(12) выбран параметр V , то управляющими параметрами будут p , T и дробные члены. В этом случае фазовое расслоение (фазовые диаграммы) рассматриваемой системы можно построить в трехмерном пространстве $p - V - T$. Эти диаграммы схематически изображены на рис. 1, где A , B , C – фазы (однородные, гомогенные состояния, в которых частицы системы находятся в «равноправном» положении).

Для товарно-денежного хозяйства стационарные состояния, как качественно отличающиеся между собою состояния, являются различными способами производства (экономическими укладами).

Уравнение первой степени (12) соответствует наиболее развитой товарно-денежной экономике, потенциал которой может быть полностью реализован

(в уравнении отсутствуют дробные члены, характеризующие «вязкость» экономической среды – хозяйствующие субъекты как «частицы» товарно-денежного хозяйства движутся совершенно свободно, прибавочная стоимость или непроизводственные расходы отсутствуют, т. е. конкуренция является совершенной).

Соответствующая уравнению (12) и описывающая в координатах $p - V - T$ поверхность состояния товарно-денежного хозяйства является гладкой гиперболической поверхностью (рис. 1, а). Если это состояние товарно-денежного хозяйства выбрать за исходное, то поверхности состояний остальных способов производства (экономических укладов) можно рассматривать как ее модификации или варианты (деформированные состояния). Управляющими характером этих изменений поверхностей, т. е. деформирующими поверхности параметрами, являются дробные члены уравнений состояния системы. Их можно назвать «параметрами порядка», определяющими совместно с переменной состояния топологическую размерность состояний (мерность) системы.

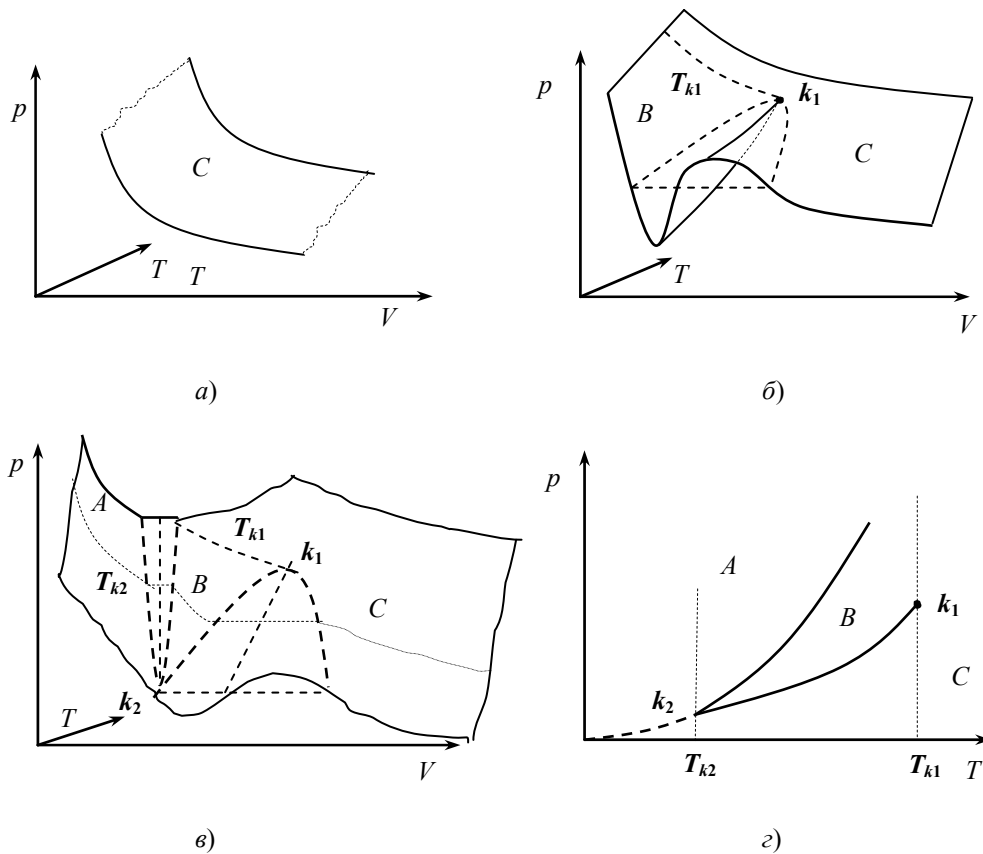


Рис. 1. Схемы графического решения уравнений состояния (12) (а), (10) (б), (8) (в) – фазовые диаграммы товарно-денежного хозяйства в координатах $p - V - T$ (а, б, в); проекция фазовой диаграммы (в) на плоскость $p - T$ (г)

Эти фазовые поверхности гомеоморфны, т. е. топологически эквивалентны, и представляют различные метрические варианты (различные «экземпляры») одной и той же поверхности (образца), которые могут быть получены путем ее взаимно однозначного и взаимно непрерывного преобразования. Качественно фазовые поверхности, описываемые уравнениями (7)–(12), соответствуют катастрофам вигвам (7), бабочка (8), ласточкин хвост (9), сборка (10) и складка (11) теории бифуркаций критических точек потенциальных функций (топологической теории катастроф) [6, с. 17].

Из обобщенной теоремы Эйлера комбинаторной топологии следует выведенное Гиббсом правило равновесия фаз для изолированной системы многих частиц [12, с. 20–25] (в нашем случае экономических укладов, соответствующих состоянию устойчивого равновесия товарно-денежного хозяйства): $\varphi + \nu = k + 2$, где φ – число фаз, k – число компонентов, ν – вариантность поведения (число степеней свободы, мерность системы). Для однокомпонентной системы, как в рассматриваемом нами случае, $\varphi + \nu = 2$. Это означает, что если число одновременно находящихся в равновесии экономических укладов (фаз) равно трем, поведение товарно-денежного хозяйства невариантно (все параметры неизменны, число степеней свободы равно нулю). Нонвариантному поведению на фазовой диаграмме соответствует *точка* k_2 – три уклада могут существовать при единственно возможной комбинации p , V и T («тройная точка» фазовой диаграммы – рис. 1, в, точка k_2). Для одновременно находящихся в равновесии двух укладов (конвергенция) число степеней свободы равно единице (моновариантное поведение – один параметр является независимой переменной): независимо могут изменяться либо V , либо p ($T = \text{const}$). Моновариантному поведению на фазовой диаграмме соответствует *линия* (рис. 1, б, кривая T_{k_1} , начинающаяся в критической точке k_1). Для равновесного уклада число степеней свободы равно двум (бивариантное поведение – число независимых переменных равно двум): могут независимо изменяться два параметра, т. е. p и T , p и V или V и T . Бивариантному поведению на диаграмме соответствует участок *поверхности* (рис. 1, а).

Из логики цепочки уравнений (7)–(12) следует, что уравнение третьей степени (10) соответствует системе со средним запасом кинетической энергии (средне развитому товарно-денежному хозяйству) (рис. 1, б). Если принять упрощающее предположение $D_1 = a$ и $D_2 = ab$, то оно приводится к виду

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT. \quad (13)$$

Уравнение товарно-денежного хозяйства (13), полученное нами ранее эмпирически [13, с. 41–47], соответствует известному в физической теории фазовых превращений вещества уравнению Ван дер Ваальса, позволяющему описывать не только газообразную, но и жидкую фазу вещества, включая переходное между ними состояние, т. е. молекулярную систему со средним запасом кинетической энергии [8, с. 130]. Это еще раз подтверждает обоснованность положения об изоморфности товарно-денежного хозяйства и вещества как динамических систем, правомерности их представления моделью системы многих движущихся и взаимодействующих между собою частиц, обладающих силовым полем. Следует отметить, что идею о преобразующем природу человечестве как «живом веществе» высказывал еще В. И. Вернадский [14, с. 51]. В наше время многие экономисты называют хозяйствующие субъекты «молекулами» (например, лауреат Нобелевской премии по экономике Р. Коуз [15, с. 66–82]). По нашему мнению, преобразующее природу человечество целесообразно назвать «разумным веществом». Попытки описать деятельность человека, используя законы, открытые физикой, в том числе физикой вещества, предпринимались давно. Эта область получила название «социальная физика» [16, с. 126]. В настоящее время интенсивно развивается связанный с применением физических законов в экономике ее раздел, называемый «физической экономикой» [17] (неудачное, на наш взгляд, название, противоречащее принципу наименований в иерархических системах) или «экономической физикой» [18].

Если в уравнении состояния (8) принять $B_1 = s$, $B_2 = sb$, $B_3 = d$ и $B_4 = db$, где $s, d = \text{const}$, то его также можно записать в более простой форме:

$$\left(p + \frac{s}{V^2} + \frac{d}{V^4}\right)(V - b) = RT. \quad (14)$$

Таким образом, товарно-денежное хозяйство, находящееся в различных состояниях устойчивого равновесия, может описываться системой простых взаимосвязанных уравнений (8), (13), (14).

Как следует из уравнений (7)–(14), существует два принципиально разные пути перехода нелинейной динамической системы многих частиц в состояние, поведение которого определяется запасом кинетической энергии, т. е. в стационарное состояние C , в котором частицы движутся совершенно свободно, а именно путем увеличения V или T . Применительно к экономике это означает наличие двух принципиально разных путей ее реформирования с целью достижения совершенной конкуренции, характерной для уклада C (двух путей прогрессивного инновационного развития).

Очевидно, что параметр T , связанный, в конечном счете, в товарно-денежном хозяйстве с продолжительностью производственного (хозяйственного, экономического) цикла, в основном определяется уровнем развития производительных сил (уровнем техники и технологии, квалификацией работников, организацией экономического процесса), т. е., в конечном счете, научно-техническим прогрессом. А поскольку параметр V при переходе системы от одного стационарного состояния устойчивого равновесия к другому стационарному состоянию устойчивого равновесия изменяется в широких диапазонах при $T = \text{const}$ и $p = \text{const}$ (за счет «потенциальной энергии» – дробных членов уравнения состояния), то не вызывает сомнений, что в товарно-денежном хозяйстве он в существенной степени зависит от производственных отношений, связанных с отношениями собственности на средства производства – с уровнем экономической свободы непосредственных товаропроизводителей, способом их «упаковки» как частиц динамической системы). Очевидно, что первый путь, т. е. путь технико-технологических инноваций, о котором сегодня так много говорят и который многие считают единственным средством преодоления кризиса, в котором оказалась мировая экономика на рубеже XX–XXI вв., включая экономику бывших «социалистических» стран, является более затратным (наука, новая техника и технология требуют капитальных вложений), чем второй путь (путь финансово-экономических инноваций, реформирования производственных отношений). Ведь, в конечном счете, «кадры решают все». Естественно, что можно и нужно использовать оба пути одновременно.

Между тройной точкой k_2 и критической точкой k_1 экономические уклады, включая фазы A , B , C и переходные между ними состояния, являются при одном и том же значении T (а если $R = \text{const}$, то и RT) мультистабильными. Так как RT определяет уровень развития производительных сил, а экономические уклады характеризуются определенным типом производственных отношений, то отсюда следует, что одному и тому же уровню развития производительных сил может соответствовать более одного типа производственных отношений. Это означает, что существует возможность их сознательного выбора. Следовательно, широко распространенное мнение о том, что для перехода к более прогрессивному типу производственных отношений необходим более высокий уровень развития производительных сил, неверно (по крайней мере, в определенном интервале T). Например, в диапазоне T между

критической точкой k_1 и тройной точкой k_2 экономические уклады B и C являются бистабильными (альтернативными).

Сознательное изменение менее прогрессивного типа производственных отношений на более прогрессивный тип (сокращение количества дробных членов в уравнении состояния – уменьшения «вязкости» экономической среды) позволяет реализовать не используемую в рамках менее прогрессивного уклада часть дохода (сократить или полностью ликвидировать прибавочную стоимость, непроизводственные, транзакционные издержки). Отметим, что «вязкость» экономической среды связана, в конечном счете, с различного рода монопольным владением экономическими факторами (информацией, средствами производства и т. д.) и, прежде всего, средствами труда (национализация, позволяющая перейти к арендным отношениям, т. е. платному распоряжению и пользованию средствами труда, делает их действительно доступными для конкурентоспособного, эффективного хозяина, а рыночную экономику – более совершенной [19, с. 130]).

Заключение

1. Предложена структурная модель экономики (товарно-денежного хозяйства) как нелинейной динамической системы, способной существовать в нескольких стационарных состояниях устойчивого и неустойчивого равновесия.

2. Получено гомеоморфное семейство уравнений состояния первой, второй, третьей, четвертой, пятой и шестой степеней, которые включают его основные параметры (массу и скорость обращения денег, уровень цен и объем товаров и т. д.). Выявлены параметры порядка, управляющие переходом товарно-денежного хозяйства из одного стационарного состояния в другое стационарное состояние.

3. Показано, что наиболее развитое товарно-денежное хозяйство должно описываться уравнением состояния первой степени.

Литература

1. Битюцков, В. И. Изоморфизм / В. И. Битюцков, А. Н. Колмогоров // Математический энциклопедический словарь. – Москва : Совет. энцикл., 1988. – 847 с.
2. Чернавский, А. В. Гомеоморфизм / А. В. Чернавский // Математическая энциклопедия. В 5 т. Т. 1. – Москва : Совет. энцикл., 1977. – 1152 с.
3. Мандельброт, Б. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах / Мандельброт Б., Л. Хадсон ; пер. с англ. – Москва : Вильямс, 2006. – 400 с.
4. Чуличков, А. И. Математические модели нелинейной динамики / А. И. Чуличков. – 2-е изд., испр. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 296 с.
5. Брёкер, Т. Дифференцируемые ростки и катастрофы / Т. Брёкер, Л. Ландер ; пер. с англ. – Волгоград : Платон, 1997. – 208 с.
6. Гилмор, Р. Прикладная теория катастроф. В 2 кн. Кн. 1 / Р. Гилмор ; пер. с англ. – Москва : Мир, 1984. – 350 с.
7. Егоренков, Н. И. Аппроксимация семейства уравнений состояния вещества усеченным степенным рядом / Н. И. Егоренков, М. Н. Стародубцева // Вестн. ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2008. – № 2. – С. 3–12.
8. Карякин, Н. И. Краткий справочник по физике / Н. И. Карякин, К. Н. Быстров, П. С. Киреев. – 3-е изд., стер. – Москва : Высш. шк., 1969. – 600 с.
9. Фишер, И. Покупательная сила денег / И. Фишер. – Москва : Дело, 2001. – 320 с.
10. Маркс, К. Избранные сочинения. В 9 т. Т. 7 / К. Маркс, Ф. Энгельс. – Москва : Политиздат, 1987. – 812 с.

11. Фишер, М. Природа критического состояния / М. Фишер ; пер. с англ. – Москва : Мир, 1968. – 221 с.
12. Аносов, В. Я. Основы физико-химического анализа / В. Я. Аносов, М. И. Озерова, Ю. Я. Фиалков. – Москва : Наука, 1976. – 504 с.
13. Егоренков, Н. И. Фазовая модель товарно-денежного хозяйства / Н. И. Егоренков, Е. Н. Казакова, М. Н. Стародубцева // Вопросы экономики. – 2005. – № 8. – С. 41–47.
14. Вернадский, В. И. Начало и вечность жизни / В. И. Вернадский. – Москва : Совет. Россия, 1989. – 704 с.
15. Коуз, Р. Природа фирмы / Р. Коуз // ЭКО. – 1993. – № 2. – С. 66–72.
16. Вильсон, А. Дж. Энтропийные методы регулирования сложных систем / А. Дж. Вильсон ; пер. с англ. – Москва, 1978. – 248 с.;
17. Конторов, Д. С. Введение в физическую экономику / Д. С. Конторов, Н. В. Михайлов, Ю. С. Саврасов. – Москва : Радио и связь, 2001. – 160 с.
18. Романовский, М. Ю. Введение в экономфизику. Статистические и динамические модели / М. Ю. Романовский, Ю. М. Романовский. – Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», ИКИ, 2007. – 280 с.
19. Ленин, В. И. Аграрный вопрос в России к концу XIX века / В. И. Ленин. – // Полн. собр. соч. Т. 17. – Москва : Изд-во полит. лит., 1973. – 656 с.

Получено 16.01.2009 г.