

УДК 338

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБОРОТНОГО КАПИТАЛА В ПРОЦЕССЕ ИСПОЛНЕНИЯ СДЕЛКИ

В. И. ГРОМОВ

*Белорусский торгово-экономический университет
потребительской кооперации, г. Гомель*

Шаговая модель трансформации оборотного капитала

В [1] показано, что процесс движения оборотного капитала в течение исполнения сделки может быть интерпретирован как колебательное, волновое движение.

При этом изолированное рассмотрение отдельных сделок как раз обнаруживает четко выраженный волновой характер, что необходимо учитывать в управлении. При совместном рассмотрении сделок колебательный характер финансово-экономических процессов вследствие суперпозиции волн скрадывается и искажается.

Сделка является ключевым элементом финансового планирования и последовательность моделирования представляется следующей:

1) совокупность первичных ресурсных потоков (хозяйственно-финансовых операций) составляет сделки;

2) совокупность сделок представляет общий финансово-хозяйственный поток организации (рис. 1).



Рис. 1. Финансово-хозяйственный поток организации

Пошаговую модель трансформации денежных и неденежных ресурсов организации по времени совершения хозяйственных операций проиллюстрируем на конкретном примере.

Шаг 1 (1–5 день). Предприятие принимает решение о выделении 20 млн р. денежных средств (D_1) на совершение сделки, предусматривающей приобретение ресурсов, их технологическую переработку и реализацию нового вида продукции (работ, услуг). $D_2 = 6$ для шагов 1–5.

Шаг 2 (6–10 день). Организация закупает материалы (A_1) на 3 млн р., выплачивает авансом зарплату (A_2) на 2 млн р. и оплачивает счета за электрическую и тепловую энергию (A_2) на 3 млн р. Остаток денежных средств на конец периода (D_1) – 12 млн р.

Шаг 3 (11–15 день). Организация приобретает материалы (A_1) на 4 млн р. и производит отпуск их в производство (A_2) на сумму 3 млн р. Также учтена в составе не-

завершенного производства (A_2) заработная плата на 2 млн р. Остаток наличных денег на конец периода (D_1) составляет 8 млн р.

Шаг 4 (16–20 день). Приобретены сырье и материалы (A_1) на сумму 5 млн р. Увеличена стоимость незавершенного производства (A_2) с учетом затрат энергии на 3 млн р. и сырья на 4 млн р. Выпущено из производства готовой продукции на 5 млн р. (A_3). Остатки ресурсов на конец периода составляют $D_1 = 3$ млн р.; $A_1 = 5$ млн р.; $A_2 = 7$ млн р.; $A_3 = 5$ млн р.; \sum задействованных ресурсов = 26 млн р.

Шаг 5 (21–25 день). Выпущена из производства готовая продукция (A_3) на 7 млн р.; за счет имеющихся наличных денег закуплено материалов (A_1) на 3 млн р.; Имеющиеся в наличии материалы на сумму 8 млн р. израсходованы на производство продукции. Остатки ресурсов на конец пошагового периода составляют: $A_3 = 12$ млн р.; $A_3 = 8$ млн р. D_1 – нет; A_1 – нет; \sum вовлеченных в оборот ресурсов = 26 млн р.

Шаг 6. Стоимость готовой продукции (A_3) по отпускным ценам составляет 26 млн р., в том числе планируемая (по калькуляции) прибыль (D_2) = 6 млн р.

Шаг 7. Отгружена покупателям готовая продукция по отпускным ценам (без НДС) на 16 млн р. На сумму 2 млн р. поступили платежи от покупателей (D_3), а остальная сумма отгруженной продукции учтена в составе дебиторской задолженности покупателей (A_4) по отпускным ценам на 14 млн р. Остатки ресурсов на конец пошагового периода составили: $A_4 = 14$ млн р.; $A_3 = 10$ млн р.; $D_3 = 2$ млн р.; \sum сумма наличных ресурсов = 26 млн р.

Шаг 8. Получено денежных средств от реализации продукции D_3 на 2 млн р., отгружено готовой продукции покупателям (A_4) на 8 млн р. Остатки ресурсов на конец пошагового периода составляют: $A_4 = 20$ млн р.; $A_3 = 2$ млн р.; $D_3 = 4$ млн р.; общая сумма задействованных ресурсов $\sum = 26$ млн р.

Шаг 9. Отгружена готовая продукция покупателям на 2 млн р., получено денег $D_3 = 6$ млн р. Остатки на конец пошагового периода: $A_4 = 16$ млн р.; $A_3 =$ нет; $D_3 = 10$ млн р.; сумма задействованных ресурсов $\sum = 26$ млн р.

Шаг 10. Получено денежных средств от реализации продукции на 4 млн р. Остатки ресурсов на конец пошагового периода: $A_4 = 12$ млн р.; $D_3 = 14$ млн р.; общая сумма вовлеченных в оборот ресурсов $\sum = 26$ млн р.

Шаг 11. Получено денежных средств от реализации продукции на 6 млн р. Остатки ресурсов на конец пошагового периода: $A_4 = 6$ млн р.; $D_3 = 20$ млн р.; общая сумма функционирующего капитала $\sum = 26$ млн р.

Шаг 12. Вся отгруженная покупателям продукция оплачена. Сумма денежных средств (новых или наращенных) составляет 26 млн р., сумма выходного денежного ресурса, содержащего прибыль от реализации, $\sum = 26$ млн р. Сделка завершена с прибылью от реализации 6 млн р.

Структура капитала претерпевает при этом периодические колебания между крайними значениями: 1) сумма авансируемых денег; 2) общий доход от сделки. Оборотные активы последовательно переходят из денежной формы в стоимость закупленного сырья и материалов, запасов незавершенного производства, готовой продукции, дебиторской задолженности, чтобы затем опять вернуться в денежную форму. Далее цикл повторяется.

Очевидно, что процесс движения оборотного капитала может адекватно моделироваться с помощью математического аппарата теории волн и колебаний. Пусть функция потока для оборотного капитала задана таблично (табл. 1).

Функция оборотного капитала

X	t	D_1	D_2	A_1	A_2	A_3	A_4	D_3	$S(x, t)$
1	1–5	20	6	–	–	–	–	–	26
2	6–10	12	6	3	5	–	–	–	10
3	11–15	8	6	4	8	–	–	–	2
4	16–20	3	6	5	7	5	–	–	–6
5	21–25	–	6	–	8	12	–	–	–14
6	26–30	–	–	–	–	26	–	–	–26
7	31–35	–	–	–	–	10	14	2	–22
8	36–40	–	–	–	–	2	20	4	–18
9	41–45	–	–	–	–	–	16	10	–6
10	46–50	–	–	–	–	–	14	12	–2
11	51–55	–	–	–	–	–	6	20	14
12	56–60	–	–	–	–	–	–	26	26

Математически функция потока задается как разность сумм капитала, задействованного в сделке в денежной и неденежной формах.

$$S(x, t) = \sum_{i=1}^3 D_i(x, t) - \sum_{i=1}^4 A_i(x, t), \quad (1)$$

где $S(x, t)$ – функция потока или движения оборотного капитала, от времени t и от координаты x – стадий трансформации оборотного капитала; $D_1(x, t)$ – денежные средства, авансируемые в сделку; $D_2(x, t)$ – ожидаемая прибыль от сделки; $D_3(x, t)$ – денежные средства, получаемые в результате сделки; $A_1(x, t)$ – запасы сырья и материалов; $A_2(x, t)$ – стоимость запасов незавершенного производства; $A_3(x, t)$ – величина готовой продукции; $A_4(x, t)$ – уровень дебиторской задолженности.

Функция потока зависит от времени t и шагов трансформации оборотного капитала x . В свою очередь качественная и количественная характеристика каждого шага трансформации зависит от аспектов заключенных договоров на поставку сырья, материалов, оплату энергии и других материальных ресурсов, затрат на оплату труда, форм оплаты готовой продукции и т. д.

Динамика сделки отображена на рис. 2.

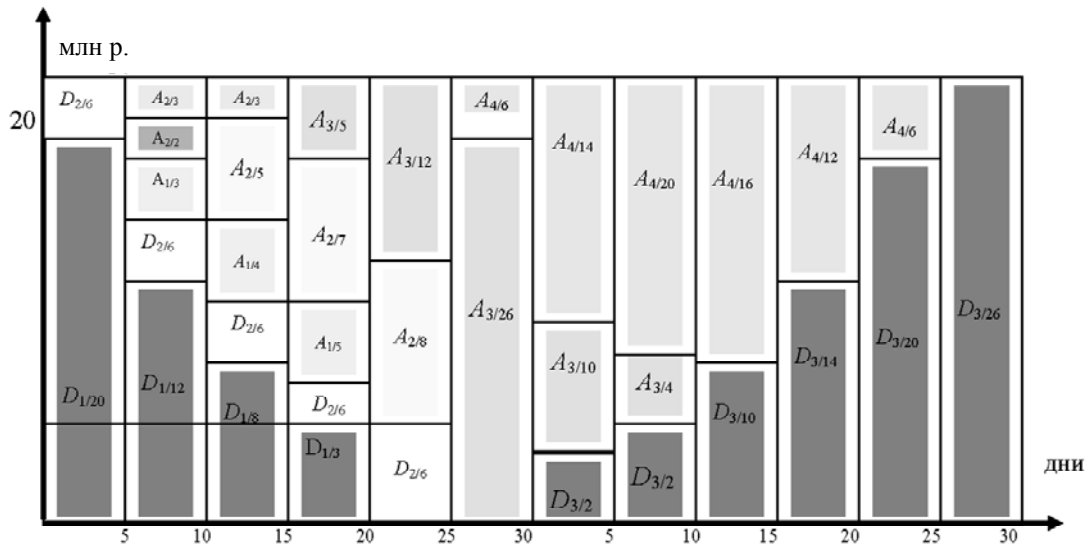


Рис. 2. Динамика изменения структуры капитала при реализации сделки A

Условия заключенных контрактов существенно влияют на форму процессов трансформации активов (рис. 3). Так, вид оплаты может изменяться в следующих пределах:

- предоплата с существенной отсрочкой поставки;
- предоплата с немедленной поставкой;
- оплата по факту поставки;
- оплата с отсрочкой платежа;
- оплата на условиях реализации товара;
- продажа товара на комиссионных условиях.

Изменение условий оплаты дает определенную финансовую выгоду производителю или покупателю (поставщику). Примерные формы функции потока приведены на рис. 3, а приоритет производителя и приоритет покупателя на рис. 3, б.

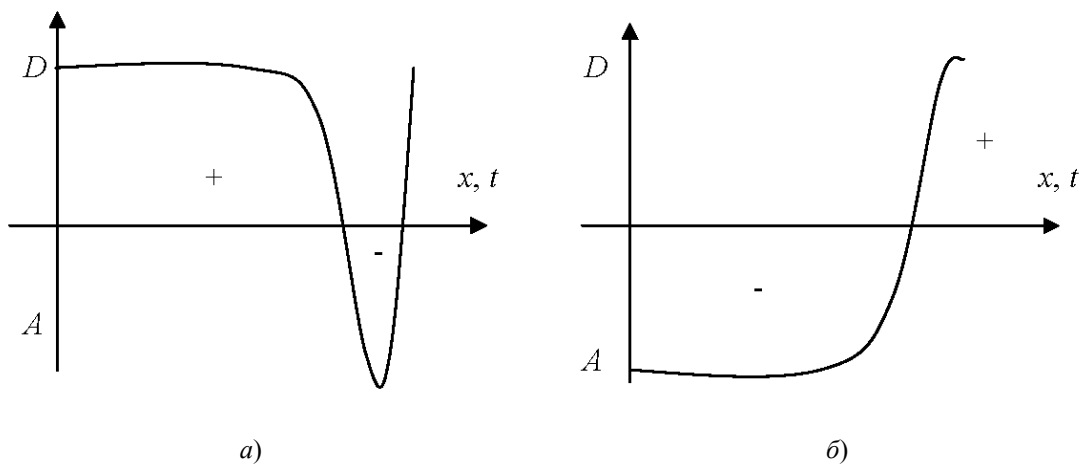


Рис. 3. Движение оборотного капитала при разных формах оплаты

Понятно, что «минус» у одного партнера откликается «плюсом» у другого и наоборот. Очевидно, что достижение справедливых договоренностей приводят к сбалансированным сделкам, в которых в области денежного и неденежного капитала совпадают (рис. 4).

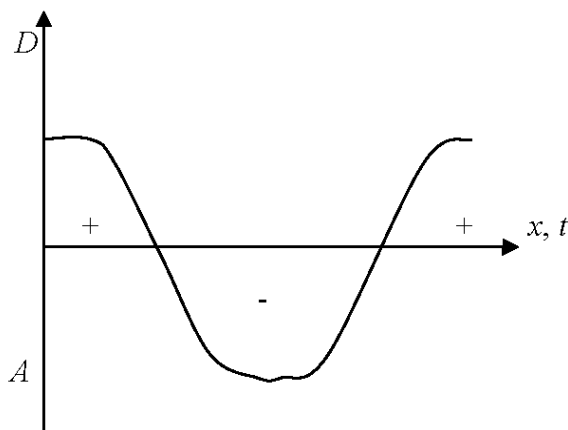


Рис. 4. Гармоничный поток

Такие функции назовем гармоничными ресурсными потоками. В виду того, что при этом учитываются финансовые интересы всех участников, сделка распространяется в экономическом пространстве практически без искажения формы.

Волновая модель

Определим $v = \frac{dx}{dt}$ как скорость изменения оборотных активов или скорость их трансформации.

Для построения волновой модели представим функцию потока в виде:

$$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Особую роль в моделях экономической динамики играют гармонические колебания, так как они могут распространяться в однородной среде без искажений формы. Функция потока при гармонической трансформации оборотного капитала может быть представлена в виде:

$$s(x, t) = a \cos w\left(t - \frac{x}{v}\right),$$

где a – амплитуда или сумма используемого капитала; w – частота оборачиваемости капитала – (время)⁻¹.

Из периодичности во времени следует, что $w \cdot \Delta t = 2\pi$, тогда $\Delta t = \frac{2\pi}{w}$. Этот промежуток времени будем называть периодом оборачиваемости или длительностью одного оборота капитала $T = \frac{2\pi}{w}$, тогда частота колебаний структуры капитала

$$\gamma = \frac{1}{T}.$$

Из выражения для периодичности трансформаций капитала $w \cdot \frac{\Delta x}{v} = 2\pi$ находим,

$\Delta x = 2\pi \frac{v}{w} = vT$. Далее $\Delta x = vT = \lambda$ – расстояние, которое проходит волновое движение капитала за время периода его оборачиваемости.

Уравнение гармоничной волны движения капитала может быть представлено в экспоненциальном виде:

$$s(x, t) = a \exp[i(\omega t - kx)],$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Линейное волновое уравнение связывает между собой изменения функций, характеризующих трансформацию капитала во времени и по видам активов.

Фазу волны капитала обозначим $r = t - \frac{x}{v}$, тогда функцию потока капитала можно записать в виде $s = f\left(t - \frac{x}{v}\right) = f(r)$. Продифференцировав по x и t , получим [2]:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial t} = s'_r \cdot 1, \tag{2}$$

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} = s'_r \cdot \left(-\frac{1}{v}\right) = -\frac{s'_r}{v}. \tag{3}$$

Сопоставив (2) и (3), получим волновое уравнение:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = -\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \tag{4}$$

Волна изменения структуры оборотного капитала при этом распространяется в положительном направлении по оси x , т. е. в направлении исполнения сделки. Для покупателя характерен обратный процесс. В общем виде можно записать:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \pm \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial s}{\partial t}.$$

Для получения общего волнового уравнения исполнение сделок в процессе трансформации капитала продифференцируем (2) и (3) еще раз по t и по x соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial s}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (s'_r) = \frac{\partial s'_r}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial t} = s''_r, \\ \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} &= -\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (s'_r) = -\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial s'_r}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} = -\frac{1}{v} \cdot s''_r \left(-\frac{1}{v}\right) = \frac{1}{v^2} s''_r, \\ \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}. \end{aligned} \tag{5}$$

Уравнение (5) – это одномерное волновое уравнение трансформации оборотного капитала в процессе исполнения сделки.

Данному уравнению удовлетворяют как трансформационные функции капитала вида:

$$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \text{ или } s(x, t) = f\left(t + \frac{x}{v}\right),$$

так и более общее решение:

$$s = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right).$$

Экономические ожидания и изменения структуры оборотного капитала

Экономические взаимодействия характеризуются, как указывалось выше, постоянной трансформацией структуры капитала. Рассмотрим этот процесс не как изолированный, но во взаимодействии производителя и покупателя.

У производителя «реальными» ресурсами являются оборотные активы модели трансформации, которые мы уже рассмотрели. При этом уравнения (4) и (5) полностью задают взаимосвязь изменения оборотных активов при совершении сделки.

Однако воображаемые ресурсы, экономические ожидания и полезности покупателя, пока в модель не вошли. Но именно они являются движущей силой, необходимым импульсом колебаний оборотных активов у производителя. Если обозначить вектор изменения реальных активов через E , а вектор ожиданий и полезностей покупателя – H , то процесс их взаимопревращения может быть описан плоской гармонической волной.

$$E = E_{\max} \cos(\omega t - kx); \quad H = H_{\max} \cos(\omega t - kx),$$

где знак « \rightarrow » в скобках показывает, что волна распространяется в направлении исполнения сделки по оси x .

Волновое уравнение для покупателя описывается симметрично, исходя из того, что его волновой процесс идет навстречу. Ожидания покупателя сравниваются с полезностью предлагаемых товаров. Уравнения для волны капитала и полезности покупателя в виде:

$$E = E_{\max} \cos(\omega t + kx); \quad H = H_{\max} \cos(\omega t + kx).$$

Суперпозиция этих волн дает стоячую волну, состоящую из двух волн –

$$E = 2E_{\max} \cos kx \cdot \cos \omega t; \quad H = 2H_{\max} \sin kx \cdot \sin \omega t.$$

Колебания векторов E и H (активов производителей и ожиданий покупателей) сдвинуты на $\frac{\pi}{2}$ (или на $\frac{T}{4}$) как в пространстве активов, так и во времени.

В процессе колебаний потенциал ожиданий постепенно переходит в движение активов и наоборот. При указанных условиях наблюдается динамический баланс предложения и спроса.

$$E_{\max} \sqrt{\varepsilon, \varepsilon_0} = H_{\max} \sqrt{\mu, \mu_0},$$

где $\varepsilon, \varepsilon_0$ – коэффициенты, характеризующие трансакционные издержки трансформация активов; μ, μ_0 – коэффициенты, характеризующие потери при потреблении конкретного вида благ.

Таким образом, изменения ожиданий покупателя стимулирует движение активов производителя, непрерывно изменяясь они возбуждают друг друга. Этот процесс

имеет место только при согласовании частот волн, который в экономике достигается на договорной основе. Важно, что наличие связей в той или иной форме обязательно. Продавец и покупатель не существуют один без другого.

Конкретный вид функций потоков могут быть различными, например, в виде (1) для производителя (далее $S = D - A$) и в виде $R = P - D$, где R – функция потока для покупателя, P – функция полезности потребления товара, D – денежные средства. В этих обозначениях движение капитала и потребления представлены в табл. 2.

Таблица 2

Стадии производства S и потребления R

№ п/п	Период цикла	Наименование стадии для производителя	$S = D - A$	Наименование стадии для покупателя	$R = P - D$
1	$0, (T)$	Товар продан, начало нового цикла сделки	$S = S_{\max}$ $D = D_{\max}$ $A = 0$	Потребление растёт, деньги убывают	$R = 0$ $P \uparrow, D \downarrow$
2	$T/4$	Пик производства	$S = 0$ $D \downarrow, A \uparrow$	Максимум потребления	$R = R_{\max}$ $P = P_{\max}$ $D = 0$
3	$T/2$	Все активы в готовой продукции	$S = S_{\min}$ $D = 0$ $A = A_{\max}$	Товар устаревает, деньги накапливаются	$R = 0$ $P \downarrow, D \uparrow$
4	$3/4 T$	Пик реализации	$S = 0$ $D \uparrow, A \downarrow$	Деньги передаются производителю	$R = R_{\min}$ $P = 0$ $D = D_{\max}$
Переход к № 1, T			$S = S_{\max}$		$R = 0$

При этом подобные преобразования одних колебаний в другие возможно только в случае, когда выполняются определенные условия совместной деятельности в процессе производства – реализации – потребления, условия согласования частот. В этих случаях наблюдаются резонансные явления в экономике: быстрый экономический рост, стабильное увеличение социальных стандартов, рост доверия к власти и бизнесу, и т. п.

Определение устойчивости ресурсных потоков в экономике может базироваться на концепции устойчивости Пуанкаре [3]: «хотя система может не повторять в точности свое поведение, начиная с произвольного начального состояния, в общем случае оно возвращается к состоянию, близкому к начальному и почти повторяют свое движение на протяжении длительного периода времени». Такой вид устойчивости характерен для периодических систем, какими и являются функции финансово-экономических потоков.

Максимум устойчивости достигается при согласованных взаимодействиях производителей и покупателей, гармонизации экономических отношений в обществе в целом.

Заключение

Моделирование динамики финансово-хозяйственных процессов на основе их волнового представления позволяет сформулировать адекватные подходы к анализу,

прогнозированию и оптимизации управления экономикой, обеспечить более качественную подготовку принятия решений и устойчивый социально-экономический рост.

Литература

1. Громов, В. И. Моделирование динамики финансовых циклов организации / В. И. Громов, Б. В. Лапко // Банковский вестник. – Минск. – № 13. – 2008. – С. 53–57.
2. Иродов, И. Е. Волновые процессы. Основные законы / И. Е. Иродов. – Москва : Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 256 с.
3. Самуэльсон, П. А. Основы экономического анализа / П. А. Самуэльсон ; пер. с англ. ; под ред. П. А. Ватника. – Санкт-Петербург : Экономическая школа, 2002. – С. 337.

Получено 20.04.2009 г.