Секция IX
ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ В ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМАХ С КОНКУРИРУЮЩИМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

В. А. Климович

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель И. А. Концевой

Фундаментальные уравнения теории теплопереноса (волновое уравнение, уравнение теплопроводности), содержащие нелинейные по температуре источники, позволяют моделировать разнообразные физические процессы, происходящие при энергетическом воздействии на материал. В настоящей работе рассматриваются закономерности формирования температурных полей в однокомпонентных и двухкомпонентных теплофизических системах, испытывающих конкурентное воздействие объемных источников энергии. Такие задачи являются важным элементом динамической теории неравновесных состояний вещества [1]. Цель данной работы – изучить качественные и количественные свойства систем «среда – источник энергии», обладающих тригонометрической и экспоненциальной нелинейностями по температуре.

Волновое уравнение теплопереноса с источником энергии имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = w^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_\upsilon , \qquad (1)$$

где x – декартова координата; t – время; T – температура; $w^2 = \lambda/(c\gamma)$ – квадрат скорости распространения тепловых возмущений; λ – коэффициент теплопроводности; c – объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока; $k_\upsilon = \dfrac{q_\upsilon}{(c\gamma)}$; q_υ – мощность внутренних источников тепла. Для двухкомпонентной системы два зацепляющихся волновых уравнения с неоднородными по координате источниками имеют вид

$$\frac{\partial^2 T_\sigma}{\partial t^2} = w_\sigma^2 \frac{\partial^2 T_\sigma}{\partial x^2} + k_\upsilon^{(\sigma)}(x, T_1, T_2), \ \ \sigma = 1, 2 , \qquad (2)$$

где $T_1,\ T_2$ – температуры взаимодействующих друг с другом компонентов сплошной среды; w_1, w_2 – две скорости распространения тепловых возмущений. В классе автомодельных решений типа распространяющейся волны:

$$\xi = A_* x + B_* t\,;\ A_*, B_* - \text{const},\ \ \tau_\sigma = \tau_\sigma(\xi) \equiv T_\sigma(\xi) - T_\sigma^0 ,$$

уравнения (2) имеют следующий вид:

$$d^2\tau_\sigma / d\xi^2 = Q_\sigma(\tau_1, \tau_2); \qquad (3)$$

$$k_\upsilon^{(\sigma)} = Q_\sigma w_\sigma^2 A_*^2 (M_\sigma^2 - 1),\ M_\sigma^2 = N^2 / w_\sigma^2,\ \sigma = 1, 2, \qquad (4)$$

где функции τ_σ характеризуют отклонения от равновесных температур $T_\sigma^0 \equiv \text{const}$ первой и второй компонент. Двухкомпонентную систему назовем контрастной, если $M_1^2 < 1$, $M_2^2 > 1$ или $M_1^2 > 1$, $M_2^2 < 1$.

Рассмотрим экспоненциально-тригонометрическую нелинейность источника. Двухкомпонентная система (2) имеет следующее точное решение [2]:

$$k_\upsilon^{(1)} = \exp(-\tau_1)\cos\tau_2[2m^2 A_1(A_1 + 2\varepsilon\cos(mx')) - A + 2\Delta_1(\varepsilon m / w)^2 \sin^2(mx')] +$$

$$+ 2m^2 \exp(-\tau_1/2)\cos(\tau_2/2)[(\Delta_1\varepsilon / w^2)\cos(mx') - A_1]; \qquad (5)$$

$$k_\upsilon^{(2)} = \exp(-\tau_1)\sin\tau_2[-2m^2 A_1(A_1 + 2\varepsilon\cos(mx')) + A - 2\Delta_2(\varepsilon m / w)^2 \sin^2(mx')] +$$

$$+ 2m^2 \exp(-\tau_1/2)\sin(\tau_2/2)[-(\Delta_2\varepsilon / w^2)\cos(mx') + A_1]; \qquad (6)$$

$$\tau_1(x', t) = \ln[(A_1 + (\overline{\alpha} + \overline{\beta})\cos(mt) + \varepsilon\cos(mx'))^2 + (\overline{\alpha} - \overline{\beta})^2 \sin^2(mt)];$$

$$\tau_2(x', t) = 2\,\text{arctg}\, D;\quad D = (\overline{\alpha} - \overline{\beta})\sin(mt) / [A_1 + (\overline{\alpha} + \overline{\beta})\cos(mt) + \varepsilon\cos(mx')].$$

Здесь три константы w, Δ_1, Δ_2 связаны двумя равенствами:

$$w^2 = w_1^2 - \Delta_1 = w_2^2 - \Delta_2 > 0,$$

где Δ_1, Δ_2 – параметры источников; w – параметр растяжения координаты; $x' = x / w$. Постоянную $A_1 \neq 0$ задаем так, чтобы существовала конечная функция $\tau_1(x', t)$. Полученные источники $k_\upsilon^{(\sigma)}(\tau_1, \tau_2, x)$, $\sigma = 1, 2$ являются нелинейными по температурам τ_1, τ_2 и обладают периодической неоднородностью по координате x. Величина ($\overline{\alpha} - \overline{\beta}$) является параметром двухкомпонентности системы: если $\overline{\alpha} = \overline{\beta}$, то $\tau_2 \equiv 0$, $\tau_1 = \tau_1(x', t)$. Ясно, что ε – параметр пространственной неоднородности источников. При $\varepsilon = 0$ обе температуры зависят только от времени и представляют собой точное решение системы уравнений:

$$d^2\tau_\sigma(t) / dt^2 = k_\upsilon^{(j)}(\tau_1, \tau_2),\ \sigma = 1, 2.$$

Этот результат переформулируем для динамической системы (3):

$$Q_1(\tau_1, \tau_2) = (2m^2 A_1^2 - A)\exp(-\tau_1)\cos\tau_2 - 2m^2 A_1 \exp(-\tau_1/2)\cos(\tau_2/2); \qquad (7)$$

$$Q_2(\tau_1, \tau_2) = (A - 2m^2 A_1^2)\exp(-\tau_1)\sin\tau_2 + 2m^2 A_1 \exp(-\tau_1/2)\sin(\tau_2/2); \qquad (8)$$

$$\tau_1(\xi) = \ln[(A_1 + (\overline{\alpha} + \overline{\beta})\cos(m\xi))^2 + (\overline{\alpha} - \overline{\beta})^2 \sin^2(m\xi)]; \qquad (9)$$

$$\tau_2(\xi) = 2\,\mathrm{arctg}\,D\,,\quad A = 8m^2\overline{\alpha}\,\overline{\beta}; \tag{10}$$

$$D = (\overline{\alpha} - \overline{\beta})\sin(m\xi)/[A_1 + (\overline{\alpha} + \overline{\beta})\cos(m\xi)];$$

$$k_\upsilon^{(\sigma)}(\tau_1,\tau_2) = A_* w_\sigma^2 (M_\sigma^2 - 1) Q_\sigma(\tau_1,\tau_2)\,,\ \sigma = 1, 2.$$

В дозвуковом и сверхзвуковом процессах, когда контрастности нет, полученные источники энергии обладают такими свойствами:

1) одинаковые знаки скоростей изменения источников по температуре «своей» компоненты:

$$\mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(1)} / \partial T_1] = \mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(2)} / \partial T_2]\,;$$

2) противоположные знаки скоростей изменения источников по температуре «чужой» компоненты:

$$\mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(1)} / \partial T_2] = -\mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(2)} / \partial T_1]\,.$$

Для контрастной системы имеем:

$$\mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(1)} / \partial T_1] = -\mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(2)} / \partial T_2]\,,\ \ \mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(1)} / \partial T_2] = \mathrm{sgn}[\partial q_\upsilon^{(2)} / \partial T_1]\,.$$

Характер конкуренции источников определяется следующими свойствами. Функция $Q_2(\tau_1,\tau_2)$ обращается в ноль при $\tau_2 = 0$; именно на этой изотерме первый источник имеет экстремум по «чужой» температуре:

$$\tau_2 = 0\,,\ Q_2 = 0\,,\ \partial Q_1 / \partial \tau_2 = 0.$$

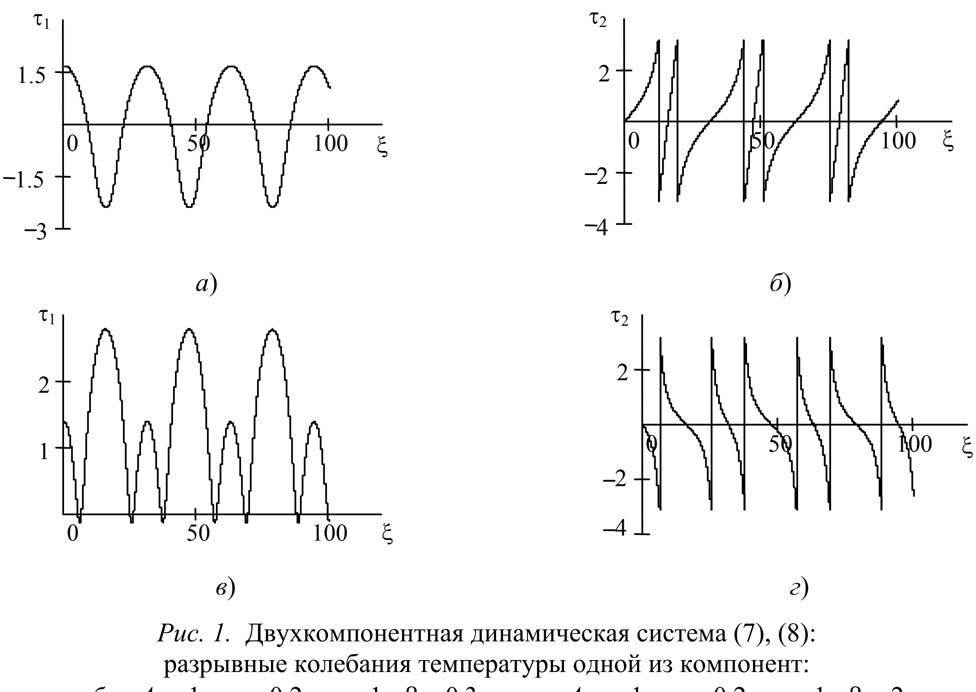

Рис. 1. Двухкомпонентная динамическая система (7), (8):
разрывные колебания температуры одной из компонент:
а, *б* – $A_1 = 1$; $m = 0{,}2$; $\alpha = 1$; $\beta = 0{,}3$; *в*, *г* – $A_1 = -1$; $m = 0{,}2$; $\alpha = 1$; $\beta = 2$

В структуре решения (9), (10) важная роль принадлежит отношению $A_1/(\overline{\alpha}+\overline{\beta})$: если числовые значения этих констант такие, что в отдельных точках выполняется равенство $A_1+(\overline{\alpha}+\overline{\beta})\cos(m\xi)=0$, то температура $\tau_2(\xi)$ совершает пилообразные колебания. Таким образом, решение (9), (10) дает примеры нетривиального воздействия объемного источника энергии на среду, а именно: непрерывные источники $k_\upsilon(T)$ и $k_\upsilon^{(\sigma)}(T_1,T_2)$, $\sigma=1,2$ возбуждают разрывные колебания температуры (рис. 1).

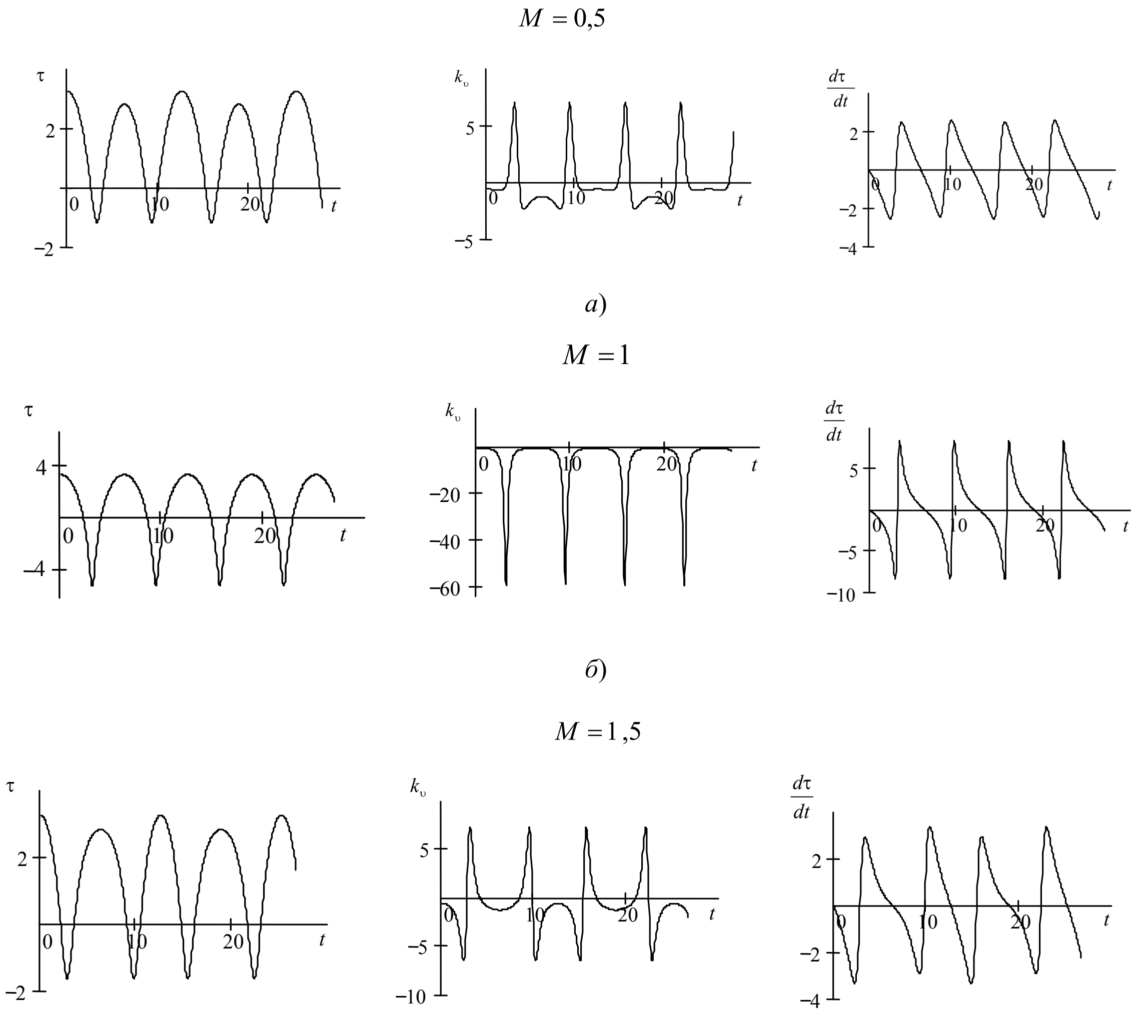

Рис. 2. Температурный отклик среды на воздействие нелинейного и неоднородного по координате источника (8) [$\overline{\alpha}=\overline{\beta}$; $\varepsilon\neq 0$; $A_1=2{,}57$; $m=1$; $\overline{\alpha}=1$; $\varepsilon=0{,}5$]:
а – дозвуковой режим; *б* – звуковой режим; *в* – сверхзвуковой режим колебаний температуры на линии $x'=Mt$

Взяв в (9), (10) $\overline{\alpha}=\overline{\beta}$, получаем, что поведение однокомпонентной системы (1) определяется следующим решением:

$$Q_1\equiv Q=(2m^2A_1^2-A)\exp(-\tau)-2m^2A_1\exp(-\tau/2);$$

$$\tau_1 \equiv \tau(\xi) = \ln[A_1 + 2\overline{\alpha}\cos(m\xi)]^2,\ \tau_2 \equiv 0,\ A = 8m^2\overline{\alpha}^2,\ A_1^2 > 4\overline{\alpha}^2. \qquad (11)$$

Если $\overline{\alpha} = \overline{\beta}$, но $\varepsilon \neq 0$, то из (5), (6) получаем однокомпонентную систему с источником $k_\upsilon(\tau, x)$, который нелинеен по температуре и неоднороден по координате x; ε – параметр пространственной неоднородности. Для этой однокомпонентной системы приведем пример расчета на линии $x' = Mt$, $t \geq 0$, где M – тепловое число Маха. Дозвуковой $(M < 1)$, звуковой $(M = 1)$ и сверхзвуковой $(M > 1)$ варианты показаны на рис. 2.

Работа выполнена в рамках государственной программы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта – профессор О. Н. Шабловский.

Литература

1. Жоу, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас-Баскос, Дж. Лебон. – М. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 528 с.
2. Шабловский, О. Н. Точные решения волновых уравнений с нелинейными источникам / О. Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем : сб. науч. тр. / Учеб. науч. центр мат. моделирования, МГТУ «Станкин» ИММ АН. – М. : Янус – К, 2011. – Вып. 14. – С. 382–391.

О МИКРОТВЕРДОСТИ ПОРОШКОВЫХ ПОКРЫТИЙ

А. А. Кривенкова

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель А. Т. Бельский

В настоящее время в народном хозяйстве используется большое количество проволоки, прутков и труб с нанесенными на них различными покрытиями с заданными физико-химическими свойствами.

Нанесение покрытий на длинномерное изделие может быть получено различными способами, в том числе и методами обработки давлением с использованием порошков металлов.

В настоящее время достаточно полно исследовано формирование покрытия из порошков металлов на длинномерном изделии напрессовкой и накаткой. Что же касается нанесения покрытий из порошков металлов в процессе волочения проволоки, то этот процесс изучен недостаточно. В литературных источниках практически отсутствуют сведения о физических и механических свойствах порошковых покрытий на длинномерном изделии, полученных в процессе волочения.

Образование порошкового покрытия при волочении происходит в рабочем конусе волоки за счет протекания совместной пластической деформации, в результате которой наблюдается схватывание частиц порошка друг с другом и с длинномерным изделием.

С целью оценки свойств защитных покрытий из порошков различных металлов на длинномерном изделии осуществляли определение их микротвердостей.

Метод микротвердости позволяет определить твердость покрытия и проследить ее изменение в зависимости от степени деформации и других технологических параметров процесса.