

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Институт повышения квалификации
и переподготовки

Кафедра «Промышленная теплоэнергетика и экология»

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

ПОСОБИЕ

**для слушателей специальности переподготовки
1-43 01 71 «Техническая эксплуатация
теплоэнергетических установок
и систем теплоснабжения»
заочной формы обучения**

Гомель 2020

УДК 532(075.8)
ББК 30.123я73
М55

*Рекомендовано кафедрой «Промышленная теплоэнергетика и экология»
ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 12 от 28.05.2020 г.)*

Составитель *Н. М. Кидун*

Рецензент: доц. каф. «Электроснабжение» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *Т. В. Алферова*

М55 **Механика** жидкости и газа : пособие для слушателей специальности переподготовки 1-43 01 71 «Техническая эксплуатация теплоэнергетических установок и систем теплоснабжения» заоч. формы обучения / сост. Н. М. Кидун. – Гомель : ГГТУ им. П.О. Сухого, 2020. – 65 с. – Системные требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Пособие содержит изложение основных разделов механики жидкости и газа в объеме курса лекций, предусмотренных учебным планом специальности переподготовки 1-43 01 71 «Техническая эксплуатация теплоэнергетических установок и систем теплоснабжения». В пособии изложены основные вопросы курса «Механика жидкости и газа»: физические свойства жидкостей, гидростатика, общие законы и уравнения гидродинамики, гидравлические сопротивления и др. Может быть использовано в качестве самостоятельной работы слушателей, для подготовки к зачетам, при проведении практических занятий.

Предназначено для слушателей специальности 1-43 01 71 «Техническая эксплуатация теплоэнергетических установок и систем теплоснабжения» ИПКиП.

УДК 532(075.8)
ББК 30.123я73

© Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2020

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Введение в курс «Механика жидкости и газа».....	5
Глава 2. Основные физические свойства жидкости и газа	12
Глава 3. Гидростатика	23
Глава 4. Режимы движения жидкости	38
Глава 5. Кинематика жидкости и газа	40
Глава 6. Динамика жидкости. Уравнение Бернулли	47
Глава 7. Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах	55
Глава 8. Истечение жидкости из отверстий и насадков	59
Литература.....	65

ВВЕДЕНИЕ

Механика жидкости и газа изучает законы равновесия и движения жидкостей и газов, являющихся основой целого ряда специальных курсов и дисциплин. Трудно назвать какую-либо область инженерной деятельности, в которой не приходилось иметь дело с движением жидкостей или газов и, следовательно, не применять в той или иной мере законы механики жидкостей и газов.

Широко используются законы механики жидкостей и газов в технологическом оборудовании, строительно-дорожной технике, в горно-добывающей промышленности и летательных аппаратах.

Теоретические законы механики жидкости и газов базируются на законах гидромеханики и гидродинамики, которые устанавливают связь между действующими силами, скоростями движения и движением, выражающимся обычно в форме сложных дифференциальных уравнений. Совокупность теории, отражающей физическую сущность явления, и данных опытов и практики позволила глубоко разработать современные законы прикладной гидравлики.

Следует отметить, что законы движения и равновесия газов в тех случаях, когда в процессе изменения состояния не изменяется плотность газа, во многом тождественны законам, установленным для жидкостей.

Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В КУРС «МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА»

Механика жидкости и газа – техническая прикладная наука, изучающая законы, которым подчиняется жидкость и газ в состоянии покоя, движения и взаимодействия с твердыми телами, а также методы использования этих законов в инженерной практике.

Предметом механики жидкости и газа является физическое тело, при приложении к которому достаточно малых сил происходит достаточно большое изменение относительного положения его элементов. Такое тело называют жидким, или жидкостью и газообразным или газом.

Механика жидкости и газа (гидромеханика/аэродинамика) разделяется на статику (гидростатику), кинематику и гидродинамику. *Гидростатика* изучает законы которым подчиняется жидкость или газ, находящиеся в состоянии покоя (равновесия); *кинематика* описывает основные элементы движущейся жидкости: изменение форм, размеров, пространственного расположения жидких объемов; *гидродинамика* изучает основные законы движения жидкости и раскрывает причины её движения.

В механике жидкости и газа рассматривают два типа жидкостей:

- 1) капельные жидкости (практически несжимаемые тела, или собственно жидкости);
- 2) сжимаемые жидкости (газы).

С позиций физики капельные жидкости значительно отличаются от газообразных. А в механике жидкости часто законы, которые справедливы для капельных жидкостей, справедливы и для газообразных, и наоборот.

Особенности капельных жидкостей:

1. В малом количестве под воздействием сил поверхностного натяжения стремятся принять сферическую форму.

2. Обладают текучестью, поэтому принимают форму сосуда, в котором располагаются.

3. Незначительно изменяют свой объем при изменении температуры и под действием сжимающих сил.

В отличие от капельных жидкостей газы существенно уменьшаются в объеме под действием давления и практически неограниченно расширяются при его отсутствии.

В дальнейшем под термином «жидкость» будем понимать ка-

пельные жидкости, а именно физические тела, легко изменяющие свою форму под действием поверхностных и массовых сил. а под термином «газ» – вещество в газообразном состоянии (сжимаемую жидкость), в котором атомы и молекулы почти свободно и хаотично движутся.

Механика жидкости и газа развивалась по двум направлениям:

1. Теоретическое – на основе фундаментальных законов математического аппарата описывалось движение жидкости и газа процессы, происходящие в различных гидравлических и пневматических устройствах. Этот путь привел к созданию теоретической гидромеханики и аэродинамики.

2. Прикладное (техническое) направление, в котором рассматривается приложение этих законов к ряду практических случаев.

Этот путь привел к созданию гидравлики и пневматики.

Примерно во второй половине XIX века начинается постепенное сближение и объединение этих научных дисциплин в механику жидкости и газа.

В настоящее время в механике жидкости и газа широко используются следующие методы исследований:

1. Метод анализа бесконечно малых величин, когда приходится рассматривать движение объектов на атомно-молекулярном уровне.

2. Метод средних величин является более доступным методом, базируется на простых представлениях о строении вещества.

3. Метод анализа размерностей может рассматриваться в качестве одного из дополнительных методов исследований и предполагает всестороннее знание изучаемых физических процессов.

4. Методом аналогий используется в тех случаях, когда имеются в наличии детально изученные процессы, относящиеся к тому же типу взаимодействия вещества, что и изучаемый процесс.

5. Экспериментальный метод является основным методом изучения, если другие методы по каким-либо причинам не могут быть применены. Этот метод также часто используется как критерий для подтверждения правильности результатов полученных другими методами.

Современная механика жидкости и газа является базовой теоретической дисциплиной для обширного круга прикладных наук, с помощью которых исследуются процессы, сопровождающие работу гидравлических машин, гидроприводов. С помощью основных уравнений гидравлики и разработанных ею методов исследования эта нау-

ка позволяет решать важные практические задачи, связанные с транспортом жидкостей и газов по трубопроводам, а также с транспортом твёрдых тел по трубам и другим руслам. Механика жидкости и газа также решает важнейшие практические задачи, связанные с равновесием твёрдых тел в жидкостях и газах, т.е. изучает вопросы плавания тел.

Широкое использование в практической деятельности человека различных гидравлических машин и механизмов ставят гидрогазодинамику в число важнейших дисциплин, обеспечивающих научно-технический прогресс.

Большой практический интерес к изучению механики жидкости вызван рядом объективных факторов. Во-первых, наличие в природе значительных запасов жидкостей, которые легко доступны человеку. Во-вторых, жидкие тела обладают рядом полезных свойств, делающих их удобными рабочими агентами в практической деятельности человека. Немаловажным следует считать и тот фактор, что большинство жизненно важных химических реакций обмена протекают в жидкой фазе (чаще всего в водных растворах).

По этим причинам особый интерес человек проявил к жидкостям на самой ранней стадии своего развития. Вода и воздух (иначе жидкость и газ) были отнесены к числу основных стихий природы уже первобытным человеком.

1.1. Краткая история развития механики жидкости и газа

Отдельные представления о механике жидкости и газа возникли во времена древних цивилизаций.

Первым научным трудом в области гидравлики считается трактат Архимеда (287–212 гг. до н.э.) «О плавающих телах» (250 г. до н.э.). В нем Архимед изложил основные вопросы плавания тел в жидкости и сформулировал закон о плавучести тел. За истекшее время к этому труду Архимеда мало что удалось добавить. Научные достижения Архимеда были тесно связаны с практикой. Им сделаны многочисленные изобретения, в их числе архимедов винт – устройство для подъема воды.

Некоторые законы гидравлики были, видимо, известны и ранее, так как задолго до Архимеда строились оросительные каналы и водопроводы.

В древнем Египте, Индии, Китае были построены каналы и водохранилища грандиозных по тем временам размеров. Так, глубина некоторых водохранилищ в Индии достигала 15 м, в Китае около 2500 лет

назад был построен Великий канал длиной около 1800 км, который соединял приустьевые участки крупных рек страны. В Риме 2300 лет назад был построен первый водопровод.

Первая гидромашина была изобретена также в Древней Греции. Это был поршневой насос, а его изобретателем считают механика Ктезибия (II–I в. до РХ). Этот насос был описан Героном Александрийским в I веке до РХ в труде «Пневматика». Ему также принадлежит описание сифона, водяного органа, автомата для отпуска жидкости.

Однако в дальнейшем на протяжении нескольких столетий в развитии человечества наступила эпоха всеобщего застоя, когда развитие знаний и практического опыта находились на весьма низком уровне. В последующую за этим эпоху возрождения началось бурное развитие человеческих знаний, науки, накопление практического опыта. Наравне с развитием других наук начала развиваться и наука об изучении взаимодействия жидких тел.

Первыми крупными работами в этой области следует считать работы Леонардо да Винчи (1452–1519). Он изучал принцип работы гидравлического пресса, аэродинамику летательных аппаратов, истечение жидкости через отверстия и водосливы, изобрел центробежный насос, парашют, анемометр (устройство для измерения скорости движения воздуха). У него формулировка принципа неразрывности достигла наибольшей ясности. Он писал: «Река в каждой части своей длины в одинаковое время дает проход равному количеству воды независимо от ширины, глубины, наклона шероховатости и извилистости». Наверное, справедливо будет признать, что Леонардо да Винчи является основоположником механики жидкости и газа.

К периоду Ренессанса относятся работы нидерландского математика, механика Симона Стевина (1548–1620). В трактате «Начало гидростатики» (1585) он определил величину гидростатического давления на стенки и дно сосуда.

Великий итальянский физик, механик и астроном Галилео Галилей (1564–1642) показал, что гидравлическое сопротивление движению жидкости возрастает с увеличением ее скорости движения и плотности.

К началу XVII века механика жидкости и газа как наука все еще находилась в зачаточном состоянии, но непрерывный процесс развития данной науки, начатый великим Леонардо да Винчи продолжался. Здесь можно отметить имена следующих ученых: Бенетто Кастелли (1577–1644) – в понятной форме изложил принцип неразрывности по-

тока жидкости; Эванджелеста Торичелли (1608–1647) – получил зависимость скорости истечения жидкости через отверстие в сосуде от уровня жидкости и изобрел ртутный барометр.

Известный французский математик физик Блез Паскаль (1623–1662) в трактате «О равновесии жидкостей» сформулировал закон о распространении давления в жидкости (давление на поверхность жидкости, произведённое внешними силами, передаётся жидкостью одинаково во всех направлениях), вплотную приблизился к формулировке закона о распределении давления в покоящейся жидкости (основного закона гидростатики), сформулировал идею создания гидравлического пресса. Кроме того, он окончательно решил и обосновал вопрос о вакууме.

Гениальный английский физик, астроном и математик Исаак Ньютон (1642–1727) открыл явление сжатия струи при истечении жидкости через отверстие и высказал гипотезу о законе внутреннего трения в жидкости.

Развитию гидравлики как самостоятельной науки в значительной степени способствовали труды учёных XVIII века: Даниилом Бернулли, Леонардом Эйлером и Жаном Лероном.

Даниил Бернулли (1700–1782), выдающийся физик и математик, с 1725 по 1733 г. работал в Петербургской Академии наук. Здесь он написал свой знаменитый труд «Гидродинамика, или Записки о силах и движениях жидкостей», который был издан в 1738 г. в Страсбурге. Здесь он вывел знаменитое уравнение, связывающее скорость, давление и вертикальную координату потока жидкости. Это уравнение, носящее имя автора, является не только основным уравнением гидродинамики, но и газовой динамики.

Великий математик и механик Леонард Эйлер (1707–1783) жил и работал в Петербурге с 1727 по 1741 гг. и с 1766 г. до конца жизни. Был членом Петербургской Академии наук. Эйлер с помощью строгого математического аппарата обобщил работы предшественников. В фундаментальном труде «Общие начала равновесия и движения жидкости» (1755) им выведены дифференциальные уравнения равновесия и движения идеальной жидкости, носящие и в настоящее время имя автора.

В XVIII веке вклад в развитие механики жидкости и газа начинают вносить и русские ученые. Гениальный русский ученый, академик Петербургской Академии наук Михаил Васильевич Ломоносов (1711–1765) внес значительный вклад в развитие этой науки. В своей

диссертации «Рассуждение твердости и жидкости тел» (1760) он изложил закон сохранения массы и энергии, лежащей в основе механики жидкости и газа. Многочисленные вопросы механики жидкости и гидротехники нашли в его работах: «О превращении твердого тела в жидкое, в зависимости от движения предшествующей жидкости (1738), «Первые основания металлургии или рудных дел» (1762). М.В. Ломоносов известен как изобретатель «инструмента для исследования жидких материй по числу капель» – прообраза современного вискозиметра.

Наряду с исследованиями равновесия и движения жидкостей аналогичные исследования проводились и с газами. Французский химик и физик Жозеф Луи Гей-Люссак (1778–1850) в 1802 г. сформулировал закон теплового расширения газов.

Французский физик и инженер Бенуа Клапейрон (1799–1864) вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля-Мариотта и Гей-Люссака. Большой интерес представляют работы итальянского физика и химика Амедео Авогадро (1776–1856), который в 1811 г. сформулировал известный закон: моли любых газов при одинаковой температуре и давлении занимают одинаковые объемы.

Великий русский ученый Д.И. Менделеев (1834–1907) объединил уравнение Клапейрона и закон Авогадро, получил уравнение состояния идеального газа, называемое уравнением Клапейрона-Менделеева.

Во второй половине XVIII века во Франции зарождается прикладное направление механики жидкости. Яркими представителями этого направления были: А. Пито (1695–1771) – инженер-гидротехник, член Парижской Академии наук, изобретатель прибора для измерения динамического напора (трубка Пито); А. Шези (1718–1798) – директор Французской школы мостов и дорог, сформулировавший основные показатели подобия потоков и обосновавший формулу для расчета скорости движения жидкости в открытых руслах; Ж. Борда (1733–1799) – военный инженер, исследовал истечения жидкости из отверстий и насадков и определивший потери напора при внезапном расширении потока.

Прикладное направление механики жидкости и газа развивалось и в других странах. Здесь можно отметить итальянского ученого, профессора Д. Вентури (1746–1822) – трубка Вентури.

С появлением работ М.В. Ломоносова в Петербургском институте инженеров путей сообщения стала развиваться единственная в Рос-

сии школа инженеров-гидравликов. В 1836 г. профессором прикладной механики П.П. Мельниковым (1804–1880) был опубликован первый учебник по гидравлике, а в 1885г. им была создана первая в России учебная гидравлическая лаборатория. Приемникам П.П. Мельникова стали профессора того же института В.С. Глухов, Н.М. Соколов, П.Н. Котляревский, Ф.Е. Максименко и Г.К. Мерчинг.

Значительный вклад в развитие механики жидкости также внесли выдающиеся русские ученые Н.П. Петров, Н.Е. Жуковский и И.С. Громека. Н.П. Петров (1836–1920) – выдающийся русский ученый, почетный член Петербургской Академии наук в фундаментальном труде «Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости» (1883) впервые сформулировал законы трения при наличии смазки, теоретически обосновал гипотезу И. Ньютона о внутреннем трении в жидкости.

Великий русский ученый, профессор Московского высшего технического училища и Московского университета Н. Е. Жуковский (1847–1921) разработал теорию гидравлического удара, теорию движения грунтовых вод,

Наряду с теоретическими исследованиями решались и практические задачи. В 1682 г. во Франции на реке Сене была сооружена крупнейшая для того времени гидроэнергетическая установка, состоящая из 13 колес диаметром по 8 м и проводившая более 200 насосов для подачи воды на высоту свыше 160 м. Этой водой питались фонтаны Версаля и Марли.

Во второй половине XVIII века под руководством русского изобретателя – самоучки К.Д. Фролова были построены уникальные гидротехнические сооружения для откачки воды на серебряных рудниках Алтая, подъема шахт и привода лесопилки.

В XIX веке быстро прогрессировала и разрасталась школа механики жидкости в Европе. Особо следует отметить роль французских инженеров: Л. Навье, О. Каши, А. Дарси и других. Немецкий ученый Г. Хаген в 1869 г. впервые установил существование двух режимов течения жидкости. Через 11 лет Д.И. Менделеев независимо от Хагена также отметил наличие двух режимов движения жидкости, характеризующихся различными внутренними потерями энергии на трение. Наиболее полное описание этих режимов (ламинарного и турбулентного) дал в 1881–1883г.г. английский физик О. Рейнальдс. Он получил критерий, позволяющий расчетным путем определить режим течения.

Значительный вклад в развитие механики жидкости и газа вне-

сли и белорусские ученые. Во второй половине XX века профессором Белорусского политехнического института (сейчас Белорусский национальный технический университет) Метлюком Н.Ф. разработаны методы динамического расчета гидравлических и пневматических цепей.

На рубеже XX и XXI веков профессором Белорусско – Российского университета В.П.Тарасиком разработаны структурно – матричный метод динамических расчетов гидравлических и пневматических макроуровневых систем, работающих как самостоятельно, так и во взаимодействии с механическими и электрическими системами.

Глава 2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ И ГАЗОВ

2.1. Строение жидкости и газа

В соответствии с молекулярно-кинетической теорией все тела состоят из молекул. Процессы, изучаемые в механике жидкости и газа, являются результатом действия огромного числа молекул. Например, нет смысла говорить о температуре одной молекулы. Когда расстояние между молекулами многократно превышает размеры самих молекул, то они двигаются независимо друг от друга, в результате столкновения их скорости и направление движения постоянно изменяются. Такие вещества называют газами. Когда расстояние между молекулами соизмеримо с размерами молекул, то взаимовлияние молекул друг на друга становится существенным.

В механике жидкость и газ не исследуются с позиций их молекулярного строения. Жидкость и газ рассматривают как сплошную среду (континуум), лишенную молекул и межмолекулярных пространств.

В механике жидкости и газа жидкость рассматривается как сплошная среда, т. е. среда, масса которой распределена по всему объему.

Гипотезу сплошности: жидкость состоит из отдельных частиц, но их много в любом существенном для нас объеме, поэтому жидкость можно приближенно рассматривать как среду, заполняющую пространство сплошным образом. Гипотеза сплошности введена в XVIII в. Даламбером (в 1744 г.)

Гипотеза о непрерывности или сплошности среды упрощает исследование, так как позволяет рассматривать механические характеристики жидкой среды (скорость, плотность, давление и т.д.) как не-

прерывные функции координат точки в пространстве и во времени и использовать математический аппарат непрерывных функций, дифференциальное и интегральное исчисления.

В рамках гипотезы сплошности состояние движущейся среды в каждой точке потока характеризуется *макропараметрами*:

- вектор скорости $u(x, y, z, t)$;
- давление $p(x, y, z, t)$;
- температура $T(x, y, z, t)$;
- плотность $\rho(x, y, z, t)$;
- динамический коэффициент вязкости $\mu(x, y, z, t)$;
- кинематический коэффициент вязкости $\nu = \mu/\rho$.

Для оценки справедливости применения модели сплошной среды для газа используют критерий Кнудсена:

$$Kn = l/L,$$

где l – длина свободного пробега молекул, м; L – характерный размер потока жидкости (газа), м.

При $Kn < 0,01$ гипотеза сплошности справедлива, при $Kn > 0,01$ происходит течение разреженных газов и гипотезу сплошности применять нельзя.

2.2. Основные физические свойства жидкости и газа

К основным физическим свойствам жидкостей следует отнести те её свойства, которые определяют особенности поведения жидкости при её движении. Такими являются свойства, характеризующие концентрацию жидкости в пространстве, свойства, определяющие процессы деформации жидкости, свойства, определяющие величину внутреннего трения в жидкости при её движении, поверхностные эффекты.

К основным физическим свойствам жидкости и газа относятся: плотность, удельный вес, сжимаемость, температурное расширение, вязкость. Для жидкостей дополнительно важными свойствами являются парообразование, поверхностное натяжение и капиллярность. Газы обладают свойством растворимости в жидкостях.

1. Плотность ρ – масса жидкости или газа, содержащаяся в единице объема (кг/м^3):

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где m – масса жидкости, кг; V – объем жидкости, м³.

Кроме абсолютной величины плотности капельной жидкости, на практике пользуются и величиной её **относительной плотности**, которая представляет собой отношение величины абсолютной плотности жидкости к плотности чистой воды при температуре 4 °С. Относительная плотность жидкости – величина безразмерная:

$$\rho = \frac{\rho}{\rho_{64}}.$$

2. Удельный вес γ – вес жидкости или газа в единице объема (Н/м³):

$$\gamma = \frac{G}{V},$$

где G – вес жидкости, Н; V – объем жидкости, м³.

Плотность и удельный вес связаны между собой зависимостью:

$$\gamma = \rho \cdot g,$$

где g – ускорение свободного падения: $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

С ростом температуры плотность жидкости и газа уменьшается (кроме воды). Для воды максимальная плотность имеет место при 4 °С, при уменьшении ее температуры от 4 °С до 0 °С и увеличении температуры >4 °С плотность уменьшается.

3. Сжимаемость – свойство жидкостей изменять свой объем при изменении давления. Сжимаемость характеризуется коэффициентом объемной сжимаемости β_v (Па⁻¹), который представляет собой изменение объема жидкости на единицу изменения давления, отнесенное к единице объема (относительное изменение объема):

$$\beta_v = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV_0}{dp},$$

где V_0 – первоначальный объем жидкости, м^3 ; ΔV – изменение первоначального объема (м^3) при изменении первоначального давления p_0 на величину Δp (Па).

Знак минус в формуле означает, что при увеличении давления (положительное приращение) происходит уменьшение первоначального объема (отрицательное приращение).

В жидкостях велико внутримолекулярное давление, поэтому сжимаемость их очень мала. Например, для воды при не очень больших давлениях коэффициент объемной сжимаемости $\beta_v = 1/210\,000\,000 \text{ м}^2/\text{кг}$, поэтому в гидравлике жидкости рассматриваются как несжимаемые, и очень часто при решении задач сжимаемостью жидкости можно пренебречь.

Величина, обратная коэффициенту объемной сжимаемости, называется **модулем объемной упругости жидкости** $K = 1/\beta_v$.

Различают адиабатный и изотермический модули упругости жидкости. В расчетах адиабатный модуль применяют в случаях, когда можно пренебречь теплообменом с окружающей средой, например в быстротечных процессах (гидравлический удар, быстрое сжатие жидкости и т.д.). В остальных случаях используют изотермический модуль упругости жидкости, который несколько меньше адиабатного. Изотермический модуль упругости жидкости уменьшается с увеличением температуры и возрастает с повышением давления.

4. Температурное расширение жидкости – это изменение объема при изменении температуры на один градус. Для жидкостей оно характеризуется коэффициентом температурного расширения β_T (К^{-1} или $^{\circ}\text{С}^{-1}$):

$$\beta_T = \frac{dV}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta T},$$

где ΔT – изменение температуры.

Коэффициент температурного расширения для жидкости – это относительное увеличение объема жидкости при повышении температуры на 1°С и постоянном давлении. Для капельных жидкостей это небольшая величина. Она меняется в зависимости от диапазона температуры и давления. Например, для воды при нормальном атмосферном давлении и температуре $10\text{--}20^{\circ}\text{С}$ коэффициент $\beta_T = 0,00015^{\circ}\text{С}^{-1}$.

Газы, в отличие от жидкостей, характеризуются значительной сжимаемостью и температурным расширением. Связь между объемом V , давлением p и абсолютной температурой T идеального газа описы-

вается уравнением Клапейрона, которое объединяет уравнения Бойля–Мариотта и Гей-Люссака:

$$\frac{pV}{T} = \text{const.}$$

5. Вязкость – свойство жидкости и газа оказывать сопротивление относительно движению (сдвигу) их частиц.

Впервые гипотезу о силах внутреннего трения в жидкости высказал И. Ньютон в 1686 г. Спустя почти 200 лет в 1883 г. проф. Н.П. Петров экспериментально подтвердил данную гипотезу и выразил ее математически. При слоистом течении вязкой жидкости вдоль твердой стенки скорости движения ее слоев u различны (рис. 2.1). Максимальная скорость будет у верхнего слоя, скорость слоя, соприкасающегося со стенкой, будет равна нулю. Из-за разности скоростей будет происходить относительный сдвиг соседних слоев, а на их границе возникать касательные напряжения τ . Для однородных жидкостей и газов уравнение для определения касательных напряжений τ (Па) при слоистом движении имеет следующий вид и называется уравнением Ньютона – Петрова:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dn},$$

где μ – коэффициент пропорциональности, называемый динамической вязкостью, Па·с; du/dn – градиент скорости, т.е. элементарное изменение скорости u по нормали n , проведенной к векторам скоростей слоев, с^{-1} . Градиент скорости может быть положительным, так и отрицательным. Поэтому в уравнении перед μ стоит знак \pm .

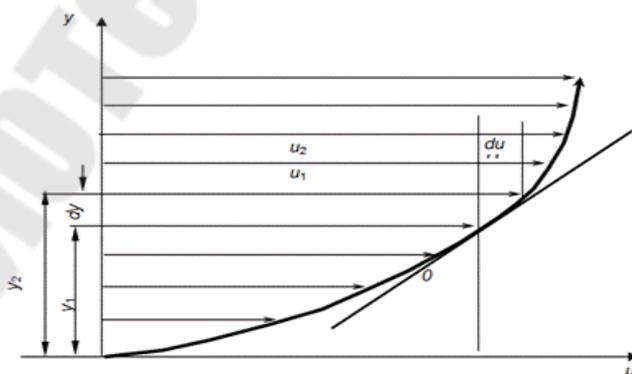


Рис. 2.1. Схема поясняющая относительное скольжение слоев при течении вязкой жидкости вдоль стенки

При постоянстве τ касательных напряжений по всей поверхности соприкасающихся слоев полная касательная сила (сила трения) T будет равна:

$$T = \tau S,$$

где S – площадь поверхности соприкасающихся слоев, м^2 .

Вязкость оценивается коэффициентами кинематической (ν) или динамической (μ) вязкости. В механике жидкости и газа при выполнении расчетов чаще всего используют **кинематическую вязкость** ν ($\text{м}^2/\text{с}$):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Вязкость зависит от температуры и давления. При увеличении температуры вязкость жидкостей уменьшается, а газов увеличивается. В жидкостях вязкость обусловлена силами молекулярного сцепления, которые с увеличением температуры ослабевают.

В газах вязкость в основном вызвана хаотичным тепловым движением молекул, скорость движения которых увеличивается с повышением температуры. Между движущимися относительно друг друга слоями газа происходит постоянный обмен молекулами. Переход молекул из одного слоя в соседний, который движется с иной скоростью, приводит к переносу определённого количества движения. В результате медленные слои ускоряются, а более быстрые замедляются. Поэтому при увеличении температуры вязкость газов увеличивается.

Динамический коэффициент вязкости μ – физическая характеристика жидкости, зависит от рода жидкости, ее температуры, от плотности. ($1 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2 = 1 \text{ кг}/\text{м}\cdot\text{с}$):

$$\mu = \rho \cdot \nu$$

6. Поверхностное натяжение – напряжения, возникающие в поверхностном слое жидкости и вызываемые силами межмолекулярного притяжения или другими словами поверхностное натяжение – это способность жидкости сокращать свою поверхность:

$$\sigma = \frac{mg}{2\pi r}$$

Единица измерения поверхностного натяжения в СИ $[\sigma] = \text{Н/м}$.

Коэффициент поверхностного натяжения жидкости зависит:

1) от природы жидкости (у «летучих жидкостей таких, как эфир, спирт, бензин, коэффициент поверхностного натяжения меньше, чем у «нелетучих – воды, ртути);

2) от температуры жидкости (чем выше температура, тем меньше поверхностное натяжение);

3) от свойств газа, который граничит с данной жидкостью;

4) от наличия поверхностно-активных веществ таких, как мыло или стиральный порошок, которые уменьшают поверхностное натяжение.

Также следует отметить, что коэффициент поверхностного натяжения не зависит от площади свободной поверхности жидкости.

7. Парообразование – свойство жидкостей превращаться в пар, т.е. в газообразное состояние. Парообразование, происходящее на поверхности жидкости, называется *испарением*. Все жидкости без исключения испаряются. Испаряемость жидкости зависит от типа жидкости, температуры и внешнего давления на свободной поверхности. Чем выше температура и чем меньше давление на поверхности жидкости, тем быстрее происходит процесс испарения. Количество пара, которое может содержаться в окружающей газовой среде, не является бесконечным. Оно ограничено некоторым уровнем, называемым состоянием насыщения. При этом количество испарившейся жидкости равно количеству жидкости, превратившейся из пара в капельки (процесс конденсации). Плотность и давление насыщенного пара зависит от температуры и типа жидкости, при фиксированной температуре плотность и давление насыщенного пара для определенной жидкости есть величины постоянные. В жидкости всегда имеются мельчайшие пузырьки газа, при нагревании жидкости у стенок сосуда, поскольку там наибольшая температура, во внутрь этих пузырьков происходит испарение жидкости до тех пор, пока давление насыщенных паров в пузырьке не станет равно наружному давлению. При дальнейшем увеличении температуры размеры пузырька увеличиваются, под действием выталкивающей силы (силы Архимеда) он отрывается от стенки, достигает свободной поверхности и лопается. Парогазовая смесь попадает в окружающую газовую среду. При достижении определенной температуры процесс образования парогазовых пузырьков происходит во всем объеме жидкости.

8. Растворимость газов в капельных жидкостях. В реальных жидкостях всегда находится в растворённом состоянии газ. Это может быть воздух, азот, углеводородный газ, уголекислота CO_2 , сероводород H_2S др. Наличие газа, растворённого в жидкости, может оказывать как благоприятное воздействие (снижается вязкость жидкости, плотность и т.д.), так и неблагоприятные факторы. Так, при снижении давления из жидкости выделяется свободный газ, который может стать источником такого нежелательного явления как кавитация; выделяющийся газ может оказаться не безопасным для окружающей среды (H_2S), огнеопасным и взрывоопасным (углеводородный газ). Газ, растворённый в жидкости, как и газ в свободном состоянии может также способствовать коррозии стенок труб и оборудования, вызывать химические реакции, ведущие к образованию отложений твёрдых солей на стенках труб, накипей и др. По этой причине знание особенностей и законов растворения газа в жидкости крайне желательно.

Количество газа, которое может раствориться в капельной жидкости, зависит от физико-химических свойств самой жидкости и растворяемого в ней газа, а также от температуры и давления. Максимальное количество газа, которое может быть растворено в данной жидкости, носит название предельной газонасыщенности для данного газа s_0 . Естественно, что величины предельной газонасыщенности для разных газов будут разными.

Другой характеристикой процесса растворения газа в жидкости является давление насыщения $p_{\text{нас}}$. Это такое минимальное давление в жидкости, при котором достигается насыщение капельной жидкости газом. При невысоких давлениях значительно уступающих величине давления насыщения справедлив закон растворимости Генри:

$$s(p_{\text{нас}}) = \alpha p,$$

где α – коэффициент растворимости газа; $p_{\text{нас}}$ – давление насыщения.

В жидкости может одновременно растворяться целая группа различных газов; нередки случаи, когда капельная жидкость и растворяемый в ней газ имеют одинаковую природу (нефть и углеводородные газы); в последнем случае между жидкостью и газом может существовать весьма условная граница, зависящая от температуры смеси и других прочих условий.

9. Испаряемость. При повышении температуры жидкости и в некоторых случаях при снижении давления часть массы капельной жидкости постепенно переходит в газообразное состояние (пар). Интенсивность процесса парообразования зависит от температуры кипения жидкости при нормальном атмосферном давлении: чем выше температура кипения жидкости, тем меньше её испаряемость. Однако более полной характеристикой испаряемости следует считать давление (упругость) насыщенных паров, данное в функции температуры. Чем больше насыщенность паров при данной температуре, тем больше испаряемость жидкости.

2.3. Идеальная жидкость, реальная жидкость

Идеальная жидкость – модель природной жидкости, характеризуется абсолютной несжимаемостью, абсолютной текучестью (отсутствие сил внутреннего трения), отсутствием процессов теплопроводности и теплопереноса.

Реальная жидкость – модель природной жидкости, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств, но в отличие от идеальной модели, обладает внутренним трением при движении.

Идеальный газ – модель, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств и абсолютной сжимаемостью.

Реальный газ – модель, при которой на сжимаемость газа при условиях близких к нормальным условиям существенно влияют силы взаимодействия между молекулами.

Изучение реальных жидкостей и газов связано со значительными трудностями, т.к. физические свойства реальных жидкостей зависят от их состава, от различных компонентов, которые могут образовывать с жидкостью различные смеси как гомогенные (растворы), так и гетерогенные (эмульсии, суспензии и др.).

Использование модели идеальной жидкости позволяет значительно упростить способы решения гидравлических задач.

Вместе с тем использование данной модели не позволяет получить объективную картину процессов, происходящих при движении реальной жидкости. Поэтому для достижения необходимой точности в расчетах полученные уравнения для идеальной жидкости корректируются поправочными коэффициентами.

2.4. Силы, действующие в жидкостях и газах

Поскольку жидкость и газ обладают свойством текучести, то в них могут действовать только силы, непрерывно распределенные по объему или по поверхности. К ним относятся массовые (объемные) и поверхностные силы.

Данные силы по отношению к определенным объемам жидкости и газа являются внешними.

Массовые силы пропорциональны массе тела и действуют на каждую жидкую частицу этой жидкости. По другому эти силы называют силами, распределенными по массе на каждую частицу с массой.

Когда жидкость или газ являются однородными, то массовые силы пропорциональны также и объему. К массовым силам относятся: сила тяжести и сила инерции переносного движения.

Величина массовых сил, отнесённая к единице массы жидкости, носит название единичной массовой силы. Таким образом, в данном случае понятие о единичной массовой силе совпадает с определением ускорения.

Если жидкость находится под действием только сил тяжести, то единичной силой является ускорение свободного падения:

$$g = \frac{M_g}{M},$$

где M – масса жидкости.

Если жидкость находится в сосуде, движущимся с некоторым ускорением a , то жидкость в сосуде будет обладать таким же ускорением (ускорением переносного движения):

$$a = \frac{M_a}{M}.$$

Поверхностные силы равномерно распределены по поверхности и пропорциональны площади этой поверхности. Эти силы, действуют со стороны соседних объёмов жидкой среды, твёрдых тел или газовой среды. В общем случае поверхностные силы имеют две составляющие нормальную и тангенциальную. Единичная поверхностная сила называется напряжением. Нормальная составляющая поверхностных сил называется силой давления p :

$$p = \frac{F}{S},$$

где S – площадь поверхности.

Напряжение тангенциальной составляющей поверхностной силы T (касательное напряжение τ) определяется аналогичным образом (в покоящейся жидкости $T = 0$):

$$\tau = \frac{F}{S}.$$

Глава 3. ГИДРОСТАТИКА

Гидростатика изучает законы жидкости, находящейся в состоянии покоя, а именно законы равновесия жидкости и законы распределения давления внутри жидкости и ее действие на тела, погруженные в жидкость, а также законы относительного покоя жидкости.

3.1 Гидростатическое давление и его свойства. Единицы давления.

Выделим в жидкости некоторый объем (рис. 3.1) и разделим его на две части горизонтальной плоскостью с площадью поверхности раздела S .

Разложим равнодействующую силу R на две составляющие: нормальную силу F и касательную T . Предположим, что жидкость находится в состоянии покоя. Тогда касательные напряжения в покоящейся жидкости будут равны нулю, соответственно, $T = 0$. Напряжения растяжения в жидкости равны нулю, следовательно, в покоящейся жидкости возможны только напряжения сжатия, а сила гидростатического давления $F = R$. Причем сила F будет нормальна к поверхности площадью S и она – сила гидростатического давления.

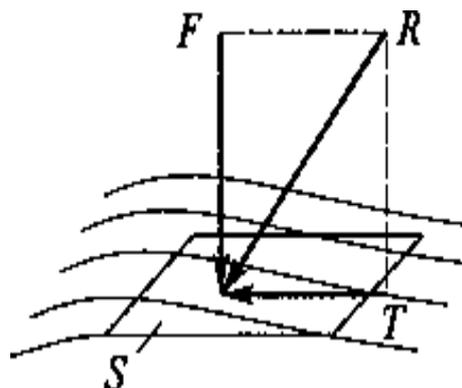


Рис. 3.1. Схема, поясняющая сущность гидростатического давления

При равномерном распределении силы F на площадь S давление p равно:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Когда сила F неравномерно распределена по площади S , тогда и давление P в каждой точке этой площади различно. В этом случае имеет место давление в точке. Выделим на упомянутой плоскости элементарную площадку ΔS (см. рис. 3.1), на которую будет приходиться элементарная сила статического давления ΔF . Тогда давление в точке будет равно:

$$p_A = \lim \frac{\Delta F}{\Delta S},$$

где p_A – давление в точке A ; ΔF – элементарная площадка; содержащая точку A ; ΔP – сжимающая сила, действующая на площадку ΔF .

Давление выражается в ньютонах на квадратный метр (Н/м^2) – паскалях (Па). Более удобными для практического использования являются кратные единицы – килопаскаль (кПа) и мегапаскаль (МПа):

$$1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}; 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}.$$

Связь между различными единицами измерения давления представляется следующим образом:

- атмосфера физическая $1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт.ст.} = 10,33 \text{ м вод.ст.} =$

$1,033 \text{ кгс/см}^2 = 101337 \text{ Н/м}^2$;

• атмосфера техническая $1 \text{ ат} = 735,6 \text{ мм рт.ст.} = 10 \text{ м вод.ст.} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 98100 \text{ Н/м}^2$;

• $1 \text{ мм.рт.ст.} = 133,3 \text{ Па (Н/м}^2)$.

В зависимости от выбора начала отсчета численное значение одного и того же давления может быть разным. Давление, изменяемое от пустоты, называют **абсолютным** $p_{\text{абс}}$. В условиях Земли измерить такое давление достаточно сложно, т.к. необходимо создать пустоту, от которой нужно мерить. Поэтому в наземных машинах, механизмах и системах в качестве начала отсчета используют **атмосферное давление** $p_{\text{атм}}$. **Атмосферное давление** – гидростатическое давление воздуха на все находящиеся в нем предметы и земную поверхность, создаваемое притяжением атмосферы к Земле.

Давление, измеряемое от атмосферного, называют **избыточным** $p_{\text{изб}}$.

Очевидно, что избыточное давление может быть как положительным, так и отрицательным.

Если абсолютное давление меньше атмосферного, тогда избыточное давление будет отрицательным, называемое **вакуумметрическим** $p_{\text{вак}}$.

Графическая интерпретация вышеизложенного рассмотрена на рис. 3.2.

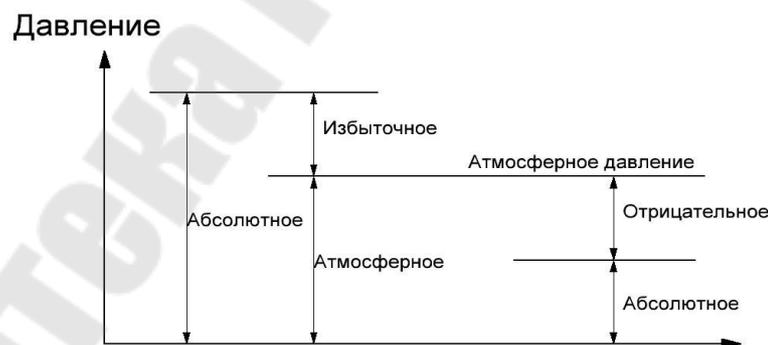


Рис. 3.2. Системы отсчета давления

Абсолютное, избыточное и вакуумметрическое давления связаны между собой уравнениями:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{изб}} + P_{\text{атм}};$$

$$P_{\text{изб}} = P_{\text{абс}} - P_{\text{атм}};$$

$$P_{\text{вак}} = P_{\text{атм}} - P_{\text{абс}}.$$

3.2. Приборы для измерения давления

Все приборы для измерения давления состоят из двух основных частей датчика и указателя. Датчик давления предназначен для непосредственного преобразования измеряемой величины (давления) в другую величину, удобную для преобразования в визуальную информацию или для использования в системах управления.

Из основного уравнения гидростатики следует, что для определения давления в любой точке покоящейся жидкости необходимо знать давление на ее свободной поверхности, глубину погружения этой точки и плотность жидкости. Поэтому еще в средние века снаружи к сосуду на глубине, где необходимо было измерить давление, присоединялась стеклянная трубка и определялась высота столба жидкости h в трубке. Данная трубка называется пьезометром (от греч. *piézo* – сжимаю и *metreo* – измеряю). Термин «пьезометр» ввели в начале XIX века английские физики Я. Перкинс и Г.Х. Эрстед.

Такого типа приборы для измерения давления использовались вплоть до второй половины XX века. Для уменьшения размеров при измерении больших давлений в качестве рабочей жидкости пьезометра применялась ртуть, для измерения малых давлений – спирт. Конструкции таких приборов достаточно полно описаны в учебниках прошлого века. Несомненным их преимуществом является простота конструкции и высокая точность измерения. Существенный недостаток – громоздкость, сложность, а иногда и невозможность разделения в пространстве датчика и указателя на достаточно большое расстояние. Поэтому во второй половине XIX века были разработаны компактные приборы – манометры (от греч. *manos* – редкий, неплотный, разреженный и *metreo* – измеряю).

В настоящее время по виду измеряемого давления приборы подразделяют на следующие:

- 1) манометры – предназначенные для измерения избыточного давления;
- 2) вакуумметры – служащие для измерения разрежения (вакуума);
- 3) мановакуумметры – измеряющие избыточное давление и вакуум;
- 4) напорометры – используемые для измерения малых избыточ-

ных давлений;

- 5) тягомеры – применяемые для измерения малых разрежений;
- 6) дифференциальные манометры (дифманометры) – с используются измерение разности давлений;
- 7) барометры – используются для измерения барометрического давления.

По принципу действия:

- 1) жидкостные – в которых измерение давления происходит путем уравнивания его столбом жидкости, высота которого определяет величину давления;
- 2) поршневые – измеряемое давление уравнивается внешней силой, действующей на поршень;
- 3) пружинные – давление измеряется по величине деформации упругого элемента;
- 4) электрические – основанные на преобразовании давления в какую-либо электрическую величину.

3.3. Парциальные давления в газовой смеси. Закон Дальтона

Парциальное давление – это давление, которое имел бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объём, равный объёму смеси при той же температуре.

Парциальное давление названо по закону английского химика и физика Дальтона, сформулированному в 1801 году: **давление смеси идеальных газов $P_{см}$ равно сумме парциальных давлений её компонентов P_n :**

$$P_{см} = P_1 + P_2 + \dots + P_n,$$

где P_1 – давление, которое оказывал бы определенный газ из смеси, если бы он один занимал весь объём.

В покоящейся жидкости всегда присутствует сила давления, которая называется гидростатическим давлением.

Гидростатическим называется давление неподвижной жидкости, вызванное силой тяжести:

$$P = \rho \cdot g \cdot h,$$

где ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; h – высота столба жидкости.

Гидростатическое давление характеризуется следующими основными свойствами:

1. Гидростатическое давление всегда направлено по внутренней нормали к поверхности на которую оно действует.

Иначе эту силу можно было бы разложить на нормальную и параллельную плоскости площадки составляющие, и параллельная составляющая вызвала бы перемещение слоев жидкости, что невозможно, так как по условию жидкость находится в покое. Гидростатическое давление действует нормально к площадке действия и является сжимающим, т.е. оно направленно внутрь того объема жидкости, который рассматривается.

2. В любой точке внутри жидкости давление по всем направлениям одинаково. Другими словами величина давления в точке не зависит от ориентации площадки, на которую действует давление.

3. Гидростатическое давление зависит от глубины на которой оно измеряется.

3.4. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля

Рассмотрим случай равновесия жидкости в состоянии «абсолютного покоя», т.е. когда на жидкость действует только сила тяжести. Поскольку объём жидкости в сосуде мал по сравнению с объёмом Земли, то уровень свободной поверхности жидкости в сосуде можно считать горизонтальной плоскостью.

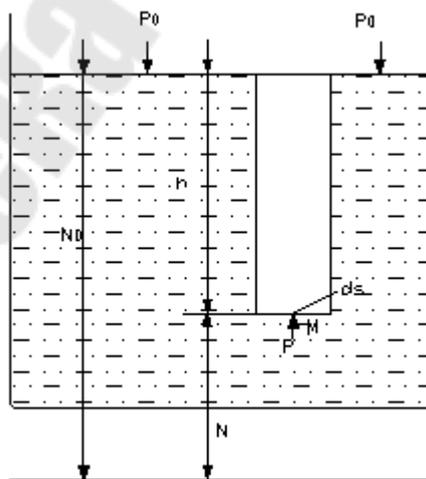


Рис. 3.3.

Давление на свободную поверхность жидкости равно атмосферному давлению p_0 . Определим давление p в произвольно выбранной точке M , расположенной на глубине h . Выделим около точки M горизонтальную площадку площадью dS . Построим на данной площадке вертикальное тело, ограниченное снизу самой площадкой, а сверху (в плоскости свободной поверхности жидкости) её проекцией. Рассмотрим равновесие полученного жидкого тела. Давление на основание выделенного объёма будет внешним по отношению к жидкому телу и будет направлено вертикально вверх. Запишем уравнение равновесия в проекции на вертикальную ось тела.

$$pdS - p_0dS - \rho gh dS = 0.$$

Сократив все члены уравнения на dS , получим:

$$p = p_0 + \rho gh = p_0 + \gamma h.$$

Написанное уравнение позволяет сформулировать основное уравнение гидростатики: давление во всех точках свободной поверхности одинаково и равно p_0 , следовательно, давление во всех точках жидкости на глубине h также одинаково согласно основному уравнению гидростатики. Поверхность, давление на которой одинаково, называется поверхностью уровня. В данном случае поверхности уровня являются горизонтальными плоскостями.

По нему можно посчитать давление в любой точке жидкости. Это давление, как видно из уравнения, складывается из двух величин: давления p_0 на внешней поверхности жидкости и давления, обусловленного весом вышележащих слоев.

Закон Паскаля – давление, оказываемое на жидкость или газ, передаётся в любую точку этой среды без изменения по всем направлениям. (В частности, на площадку, помещённую внутри жидкости на фиксированной глубине, действует одна и та же сила давления, как эту площадку не поворачивай).

3.5. Равновесие жидкости при равномерно ускоренном прямолинейном движении сосуда

Примером может быть равновесие жидкости в цистерне, движущейся с некоторым ускорением a .

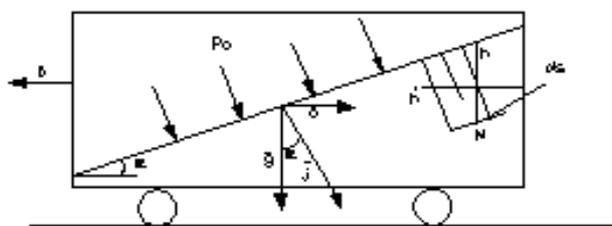


Рис. 3.4

В этом случае на жидкость будут действовать силы тяжести и сила инерции равномерно ускоренного движения цистерны $F = aM$. Тогда равнодействующая единичная массовая сила определится как сумма векторов ускорения переносного движения и ускорения свободного падения:

$$j = \bar{a} + \bar{g}.$$

При данных условиях вектор единичной массовой силы переносного движения \bar{a} будет направлен в сторону противоположную движению цистерны, ускорение свободного падения \bar{g} , как всегда ориентировано вертикально вниз, т.е. как показано на рис. 3.4. При движении цистерны начальное положение свободной поверхности жидкости изменится. Новое положение свободной поверхности жидкости, согласно основному условию равновесия жидкости будет направлена перпендикулярно вектору j , т.к. равнодействующий вектор массовых сил должен быть направлен по внутренней нормали к свободной поверхности жидкости. Наклон свободной поверхности жидкости к горизонтальной плоскости определяется соотношением ускорений a/g .

Выберем некоторую точку M расположенную внутри жидкости на глубине h' под уровнем свободной поверхности (расстояние до свободной поверхности жидкости измеряется по нормали к этой поверхности). В точке M выделим малую площадку dS параллельную свободной поверхности жидкости. Тогда уравнение равновесия жидкости запишется в следующем виде:

$$pdS = p_0dS + j\phi h'dS;$$

$$p = p_0 + j\phi h'.$$

Величину jh' заменим эквивалентной величиной gh , где h – погружение точки M под уровень свободной поверхности жидкости (измеряется по вертикали). Эти две величины одинаковы, т.к. $j = g/\sin\alpha$, $h' = h \sin\alpha$.

После этих преобразований уравнение равновесия жидкости в цистерне примет привычный вид, соответствующий записи основного закона гидростатики:

$$p = p_0 + \rho gh.$$

Таким образом, давление в любой точке жидкости будет зависеть только от положения этой точки относительно уровня свободной поверхности жидкости. Поверхности равного давления будут параллельны свободной поверхности жидкости, и будут иметь такой же уклон a/g .

3.6. Равновесие жидкости в равномерно вращающемся сосуде

Свободная поверхность жидкости, залитой в цилиндрический сосуд и находящейся под действием сил тяжести примет форму горизонтальной плоскости на некотором уровне h_0 относительно дна сосуда. После того как мы приведём сосуд во вращение вокруг его вертикальной оси с некоторой постоянной угловой скоростью $\omega = \text{const}$, начальный уровень свободной поверхности жидкости изменится: Жидкость постепенно приобретёт ту же угловую скорость, что и сосуд, в центральной части уровень жидкости понизится **на глубину H** , у стенок – повысится, и вся свободная поверхность жидкости станет некоторой поверхностью вращения.

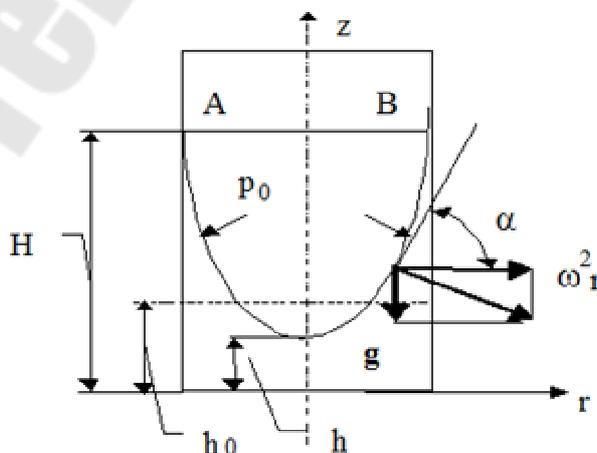


Рис. 3.5

На жидкость в этом случае будут действовать две массовые силы, сила тяжести g и центробежная сила $\omega^2 r$. Равнодействующая массовая сила j увеличивается с увеличением радиуса за счёт $\omega^2 r$, а угол наклона её к горизонту уменьшается:

$$j = g + \omega^2 r.$$

В каждой точке свободной поверхности жидкости АОВ вектор углового ускорения $\omega^2 r$ будет направлен под некоторым углом α по отношению к касательной плоскости, проходящей через данную точку свободной поверхности.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

Отсюда

$$dz = \omega^2 r \cdot \frac{dr}{g};$$

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C.$$

В центре на оси вращения на расстоянии $h = h_{\min}$ от дна сосуда будет расположена самая низкая точка свободной поверхности жидкости, т. е.

$$C = h_{\min};$$

$$z = h_{\min} + \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2g}.$$

Отсюда: свободная поверхность жидкости находящейся в равномерно вращающемся вокруг его вертикальной оси сосуда будет иметь вид параболоида вращения (кривая АОВ-парабола).

Выберем любую точку жидкости на глубине под свободной поверхностью h (в частности точка находится на дне сосуда), тогда давление в ней будет равно:

$$p = p_0 + \rho gh.$$

Этот вывод можно распространить и на более сложные случаи вращения сосуда, наклоня ось его вращения под углом к горизонту; результат получим тот же, что подтверждает универсальность формулы основного уравнения гидростатики.

3.7 Сообщающиеся сосуды

В своей практической деятельности человек часто сталкивается с вопросами равновесия жидкости в сообщающихся сосудах, когда два сосуда *A* и *B* соединены между собой жёстко или гибким шлангом. Сами сосуды (*A* и *B*) обычно называются коленами. Такой гидравлический элемент часто используется в различных гидравлических машинах (гидравлические прессы и др.), системах гидропривода и гидроавтоматики, различных измерительных приборах и в ряде других случаев. С природными сообщающимися сосудами человек встречается с давних пор: сообщающимися сосудами больших размеров являются водонасыщенные пласты горных пород с системой колодцев, играющих роль отдельных колен природной гидродинамической системы.

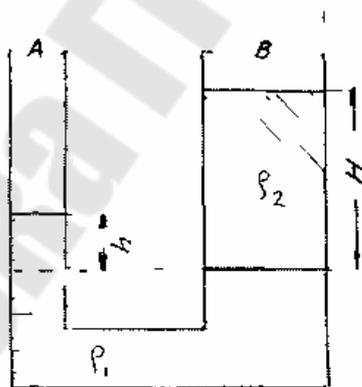


Рис. 3.6.

В открытых сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, свободный уровень жидкости устанавливается на одном и том же уровне в обоих коленах. Если в коленах сосудов залиты две несмешивающиеся жидкости с различной плотностью, то свободные уровни жидкости в правом и левом коленах устанавливаются на разных высотах в зависимости от соотношения плотностей жидкостей.

Для типичного случая, изображённого на рис. 3.6, запишем уравнение равновесия жидкости относительно уровня раздела жидкостей.

$$P_0 = \rho_1 gh = P_0 + \rho_2 gH;$$

$$\rho_1 h = \rho_2 H;$$

$$H = \frac{\rho_1 h}{\rho_2}.$$

Если давление на свободную поверхность разное, тогда:

$$P_1 = \rho_1 gh = P_2 + \rho_2 gH.$$

3.8. Сила давления жидкости на плоскую поверхность, погружённую в жидкость

Согласно основному закону гидростатики величина давления p определяется глубиной погружения точки под уровень свободной поверхности h жидкости и величиной плотности жидкости ρ .

Для горизонтальной поверхности величина давления одинакова во всех точках этой поверхности, т.к.

$$P = P_0 + \rho_1 gh;$$

$$P = \frac{(P_0 + \rho_1 gh) S}{S}.$$

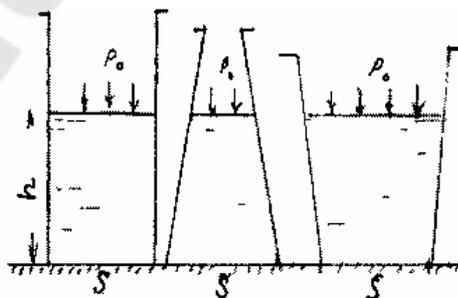


Рис. 3.7.

Таким образом, сила, действующая на горизонтальную поверхность (дно сосуда), равна произведению площади этой поверхности на величину давления на глубине погружения этой поверхности. На рис. 3.7 показан так называемый «гидравлический парадокс», здесь величины силы давления на дно всех сосудов одинаковы, независимо от формы стенок сосудов и их физической высоты, т.к. площади доньев у всех сосудов одинаковы, одинаковы и величины давлений.

3.9 Равновесие твёрдого тела в жидкости

Определим силу давления на твёрдое тело, погружённое в жидкость. На замкнутую криволинейную поверхность, являющуюся поверхностью твёрдого тела погружённого в жидкость будут действовать массовые силы (в данном случае силы тяжести) и поверхностные силы давления на поверхность тела. Рассмотрим действие сил давления. Как известно, горизонтальные составляющие силы давления будут взаимно уравновешены. Так как проекции тела на координатную плоскость XOZ с его левой и правой сторон совпадут; то совпадут и координаты центров тяжести этих проекций. Тогда проекции сил давления на ось OX будут одинаковыми по величине, но противоположными по направлению ($P'_x = -P''_x$). Аналогично можно записать и для проекций сил давления на ось OY (давление на проекции поверхностей в координатной плоскости YOZ : $P'_y = -P''_y$). Неуравновешенными будут лишь вертикальные составляющие силы давления, действующие на верхнюю и нижнюю стороны поверхности тела.

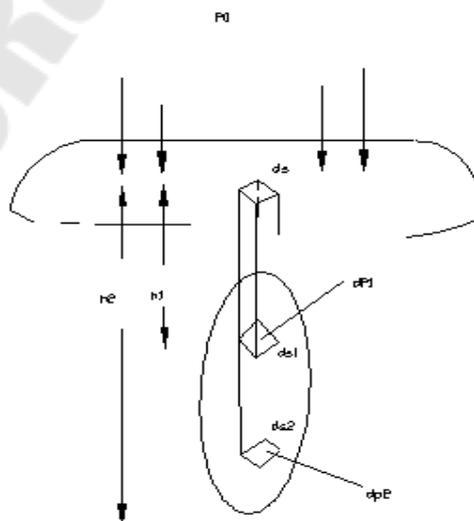


Рис. 3.8.

Вертикальными сечениями выделим на верхней и нижней половинах тела малые площадки. Тогда вертикальные составляющие на верхнюю и нижнюю площадки будут равны:

$$dP_1 = p_0 dS + \rho_{ж} g h_1 dS;$$

$$dP_2 = -p_0 dS - \rho_{ж} g h_2 dS.$$

После интегрирования по объёму тела найдём равнодействующую сил давления. Она окажется равной разности весов двух тел давления, ограниченных свободной поверхностью жидкости и верхней и нижней поверхностями тела:

$$R = -\rho_{ж} g V_m.$$

Равнодействующая сил давления носит название выталкивающей силы, эта сила направлена вертикально вверх и численно равна весу жидкости в объёме вытесненной телом. Последнее положение получило название закона Архимеда.

Закон Архимеда часто формулируют несколько иначе «**тело, погруженное в жидкость теряет в своём весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость**».

Таким образом, на погружённое в жидкость тело действуют две силы:

1. Вес тела: $G = \rho_m g V_m$.
2. Выталкивающая сила: $R = -\rho_{ж} g V_m$.

Условия плавания тел:

Рассмотрим подробнее условия, при которых тела будут тонуть, плавать на поверхности или внутри жидкости:

1. Если $\rho_m > \rho_{ж}$, $G_m > R$ – тело будет тонуть.
2. Если $\rho_m < \rho_{ж}$, $G_m < R$ – тело будет всплывать до тех пор пока вес тела и величина выталкивающей силы, действующей на погруженную часть объёма тела не уравниваются.
3. Если $\rho_m = \rho_{ж}$, $G_m = R$ – тело будет находиться во взвешенном состоянии в жидкости, т.е. плавать внутри жидкости на любой заданной глубине.

Для тела, плавающего на поверхности жидкости должно, таким образом, выполняться условие:

$$\rho_{\text{ж}} g V_{\text{ж}} = \rho_m g V_m.$$

Если тело однородное, то точка приложения силы тяжести тела и точка приложения выталкивающей силы совпадают. В тех случаях, когда плавающее на поверхности жидкости тело не однородно по своему составу (корабль с грузом) в условиях равновесия точки приложения действующих на тело сил располагаются в разных местах на прямой вертикальной линии. В таких случаях на плавающее в жидкости тело действует пара сил, от действия которой зависит положение тела относительно жидкости.

3.10. Дифференциальные уравнения равновесия идеальной жидкости (уравнения Эйлера)

Рассмотрим элементарный параллелепипед (кубик) жидкости с ребрами dx , dy и dz , параллельными осям координат. Эта жидкая частица движется относительно неподвижной системы координат. Точка A – полюс (в центре тяжести).

Рассмотрим силы, действующие на этот параллелепипед:

1. Массовые силы. Масса частицы: $m = \rho dx dy dz$.
2. Поверхностные силы. Это силы нормального давления окружающей частицу жидкости. Они равны произведению давления на площадь грани.

Составим уравнения проекций этих сил на координатные оси.

Ограничимся подробным рассмотрением уравнения проекций на ось X . Их площадь $S = dy dz$.

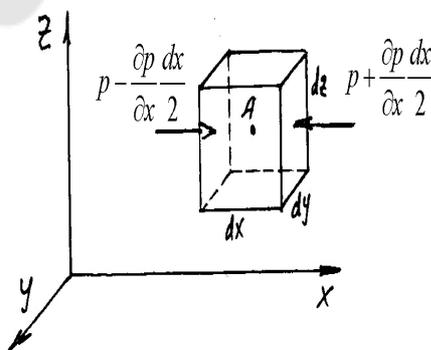


Рис. 3.9.

Давление зависит от координат, поэтому на параллельных гранях (рис. 3.9) параллелепипеда оно различно. При переходе от одной грани к другой параллельной изменилась только одна координата x (на величину dx), и давление изменилось от значения p до $p + \frac{dp}{dx}$, где $\frac{dp}{dx}$ частный дифференциал давления, взятый по координате X .

Таким образом, на левую грань действует давление

$$P = p - \frac{dp}{dx} \cdot \frac{dx}{2}, \text{ а на правую } P = p + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{dx}{2}.$$

Сила на левую грань и на правую грань:

$$dF_x = \left(p - \frac{dp}{dx} \cdot \frac{dx}{2} \right) dydz; \quad dF_x = \left(p + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{dx}{2} \right) dydz.$$

Найдем проекцию массовых сил dG на ось X . Она равна произведению элементарной массы $dm = \rho dx dy dz$ на проекцию ускорения X этих сил на ту же ось, т.е. $dG_x = \rho dx dy dz X$.

Просуммировав и приравняв к нулю проекции всех сил, получим первое уравнение равновесия:

– сумма сил, действующих вдоль оси OX :

$$\left[p + \left(\frac{dp}{dx} \right) dx \right] dydz + \rho dx dy dz X = 0;$$

– сумма сил, действующих вдоль оси OY :

$$\left[p + \left(\frac{dp}{dy} \right) dy \right] dx dz + \rho dx dy dz Y = 0;$$

– сумма сил, действующих вдоль оси OZ :

$$\left[p + \left(\frac{dp}{dz} \right) dz \right] dx dy + \rho dx dy dz Z = 0.$$

После преобразования получим систему дифференциальных уравнений равновесия жидкости:

$$X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx} = 0;$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dy} = 0;$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dz} = 0.$$

Это и есть дифференциальные уравнения равновесия идеальной жидкости, которые выражают в дифференциальной форме закон распределения давления. Они выведены Л. Эйлером в 1775 году.

Для дальнейшего исследования преобразуем систему дифференциальных уравнений, умножив каждое из уравнений соответственно на dx , dy , dz и сложив систему уравнений, получим:

$$\frac{dp}{dx} + \frac{dp}{dy} + \frac{dp}{dz} = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Члены этих уравнений представляют собой соответствующие ускорения, а смысл каждого из уравнений заключается в следующем: полное ускорение частицы вдоль координатной оси складывается из ускорения от массовых сил и ускорения от сил давления.

Уравнения Эйлера в таком виде справедливы как для несжимаемой, так и для сжимаемой жидкости, а также для случая, когда наряду с силой тяжести действуют другие массовые силы при относительном движении жидкости.

Глава 4. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Впервые в 1839 году существование двух режимов движения жидкости установил немецкий инженер-гидротехник Готтхильф Хаген (1797–1884).

Независимо от Хагена несколько позже к таким выводам в 1880 году. Пришел Д.И. Менделеев. Наиболее полно исследовал режимы течения Осборн Рейнольдс. В жидкость, которая текла в прозрачной трубке, он впускал струйку окрашенной жидкости. При малых скоростях движения струйка окрашенной жидкости не размывалась и не

смешивалась с основной жидкостью (рис. 4). Такое движение было названо слоистым или ламинарным (от лат. lamina – слой).

Ламинарным называется слоистое течение жидкости без перемешивания (перемещения частиц жидкости из одного слоя в другой) и без пульсации скорости и давления. Линии тока при этом параллельны оси движения потока. Ламинарное движение может быть как установившимся, так и неустановившимся.

При дальнейшем увеличении скорости потока в трубе струйка окрашенной жидкости сначала становится волнообразной, а затем исчезает. Частицы этой струйки начинают перемешиваться с потоком воды, при этом не наблюдается определенной закономерности их движения (рис. 4). В результате перемешивания частиц весь поток воды в трубе становится несколько окрашенным. Такое движение называется турбулентным (от лат. turbulentus – вихревой, беспорядочный).

Турбулентным называется течение, при котором происходит интенсивное перемешивание жидкости, наблюдается пульсация скорости и давления.

Переход от ламинарного течения к турбулентному для каждой трубы происходит при определенной скорости, называемой верхней критической скоростью $u_{кр.в}$. Если затем уменьшать скорость, то переход от турбулентного течения к ламинарному произойдет при меньшей скорости, которая называется нижней критической скоростью $u_{кр.н}$. Ламинарное течение в интервале скоростей от $u_{кр.н}$ до $u_{кр.в}$ неустойчиво и при малейшем возмущении переходит в турбулентное. Поэтому под критической скоростью принято считать нижнюю критическую скорость $u_{кр} = u_{кр.н}$.

Проведя большое количество исследований для различных диаметров труб, Рейнольдс установил, что величина критической скорости $u_{кр}$ прямо пропорциональна кинематической вязкости ν и обратно пропорциональна диаметру трубы d , т.е.

$$u_{кр} = \frac{k\nu}{d}.$$

Он также установил, что коэффициент пропорциональности k одинаков для всех жидкостей, газов и любых диаметров труб. В честь его работ это безразмерное число k (критерий перехода от одного режима к другому) названо критическим числом Рейнольдса $Re_{кр}$:

$$Re_{кр} = \frac{u_{кр} \cdot d}{\nu}$$

Многочисленные опыты, проведенные также и другими исследователями, показали, что для труб круглого сечения $Re_{кр} \approx 2300$. Таким образом, число Рейнольдса позволяет определить расчетным путем режим движения жидкости или газа. Для этого необходимо определить число Рейнольдса Re и сравнить его с критическим числом. Когда $Re < Re_{кр}$ имеет место ламинарный режим течения, при $Re > Re_{кр}$ – турбулентный.

Как отмечалось выше, $Re_{кр} \approx 2300$ соответствует нижней критической скорости $u_{кр.н}$. Поэтому строго говоря, развитое турбулентное течение устанавливается только при $Re > 4000$, а в диапазоне $Re = 2300–4000$ имеет место переходная область.

Если живое сечение потока является некруглым, то при расчете числа Рейнольдса используется гидравлический диаметр $D_{г}$:

$$Re_{кр} = \frac{u_{кр} D_{г}}{\nu}$$

Гидравлический (эквивалентный) диаметр — мера эффективности русла в пропускании потока жидкости. Чем меньше гидравлический диаметр, тем большее сопротивление потоку оказывает русло (при одинаковой площади поперечного сечения потока).

Глава 5. КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Кинематикой называют раздел механики, изучающий движение физических тел вообще, вне связи с источником движения (силами). Это определение справедливо и для кинематики жидкости как отдельного раздела гидравлики.

5.1. Методы изучения движения жидкости

Жидкость представляет собой физическое тело, состоящее из бесконечно большого числа бесконечно малых частиц. С большой степенью точности мы можем рассматривать жидкое тело как сплошную среду, эта модель позволяет значительно упростить решение большинства гидравлических задач. Тем не менее нередки случаи, ко-

гда уровень исследования движения жидкого тела требует глубокого знания физических процессов происходящих в движущейся жидкости на молекулярном уровне. В таких случаях вполне удобная модель сплошной среды может оказаться неприемлемой.

Исходя из практики изучения гидравлики как прикладной дисциплины, можно упомянуть два метода изучения движения жидкости: **метод Лагранжа и метод Эйлера.**

Описание движения жидкости методом Лагранжа сводится к рассмотрению положения частиц жидкости (в полном смысле слова) в любой момент времени. Так, в начальный момент времени частицы находились в точках 1, 2, 3 и 4.

По истечении некоторого времени они переместились в точки 1', 2', 3' и 4', причём это перемещение сопровождалось изменением объёмов и форм частиц (упругой деформацией). Тогда можно утверждать, что частицы жидкости при своём движении участвуют в трёх видах движения (поступательном, вращательном и деформации).

Для описания такого сложного движения жидкости необходимо, таким образом, определить как траектории частиц, так и гидравлические характеристики частиц (плотность ρ , температуру T и скорость u) в функции времени и координат:

$$x = x(a, b, c, t),$$

$$y = y(a, b, c, t),$$

$$z = z(a, b, c, t),$$

$$\rho = \rho(a, b, c, t),$$

$$u = u(a, b, c, t),$$

$$T = T(a, b, c, t).$$

Переменные a , b , c , и t носят название переменных Лагранжа. Задача сводится к решению систем дифференциальных уравнений в частных производных для каждой частицы жидкости. Метод Лагранжа ввиду громоздкости и трудности решения может использоваться в случаях детального изучения поведения лишь отдельных частиц жидкости. Использование этого метода для инженерных расчётов не рентабельно.

Суть другого метода, метода Эйлера, заключается в том, что движение жидкости подменяется изменением поля скоростей. **Под полем скоростей** понимают некоторую достаточно большую совокупность точек бесконечного пространства занятого движущейся жидкостью, когда в каждой точке пространства в каждый момент времени находится частица жидкости с определённой скоростью (вектором скорости). Припишем неподвижным точкам пространства скорость частиц жидкости, которые в данный момент времени находятся в этих точках. Поскольку пространство бесконечно и непрерывно, то мы имеем массив данных о скоростях достаточно полный, чтобы определить (задать) поле в каждой его точке. Условно, но с достаточной точностью такое поле можно считать непрерывным.

Несмотря на то, что исходные условия создания модели движущейся жидкости довольно сложные, тем не менее, метод Эйлера весьма удобен для расчётов.

Построение поля скоростей осуществляется следующим образом.

На некоторый момент времени (например, t_0) произвольным образом выберем необходимое число точек, в которых находятся частицы жидкости. Припишем им скорости u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 и точкам неподвижного пространства (1, 2, 3, 4, 5) мы сделаем «моментальную фотографию» поля скоростей на выбранный момент времени. В следующий момент времени $dt + t_0$ в тех же выбранных точках неподвижного пространства будут находиться другие частицы жидкости, имеющие другие скорости u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 .

Выполнив уже известную процедуру второй раз, получим новую «моментальную фотографию» поля скоростей на момент времени $dt + t_0$. Теперь вместо изучения траекторий частиц жидкости будем сравнивать поля скоростей.

Тогда система уравнений примет вид:

$$u = u(x, y, z, t),$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t),$$

$$T = T(x, y, z, t).$$

Поле скоростей движения жидкости иногда называют гидродинамическим полем по аналогии с электромагнитным, тепловым и другими полями. Это определение не противоречит физической стороне

процесса движения жидкости. Анализируя состояние гидродинамического поля на разные моменты времени t_0 или $dt + t_0$, можно отметить, что с течением времени поле изменилось, несмотря на то, что в отдельных точках 4 и 5 скорости могут остаться постоянными. Такое поле называют **нестационарным** гидродинамическим полем. В частном случае, когда во всех точках неподвижного пространства с течением времени предыдущие частицы жидкости сменяются другими с такими же скоростями, то поле скоростей во времени не меняется. Такое гидродинамическое поле называют **стационарным**. В соответствии с этим различают и два вида движения жидкости: установившееся, когда поле скоростей является стационарным и неустановившееся при нестационарном гидродинамическом поле.

Неустановившееся – самый общий случай движения. Давление p и скорость U зависят от координат и времени: $p = f(x, y, z, t)$; $U = f(x, y, z, t)$.

Примерами неустановившегося движения могут быть – разгон или торможение жидкости в трубах при включении (выключении) насосов, истечение воды при опорожнении резервуара через отверстие и т. п.

Установившемся, называется движение жидкости неизменное по времени: $p = f(x, y, z)$; $U = f(x, y, z)$.

Установившееся движение может быть как равномерным, так и неравномерным.

Равномерное движение – это движение, при котором скорость каждой частицы не изменяется с изменением координат.

Неравномерное движение – это такое движение, при котором все характеристики изменяются по времени в различных точках пространства. Чаще всего рассматривают установившиеся потоки жидкости.

5.2. Кинематические элементы движущейся жидкости

Основной кинематической характеристикой гидродинамического поля является **линия тока** – кривая, в каждой точке которой вектор скорости направлен по касательной к кривой.

Исходя из данного определения, можно записать дифференциальное уравнение линии тока:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}.$$

Совокупность или геометрическое место точек, через которые последовательно проходит жидкая частица при своем движении, называется **траекторией частицы**. При установившемся движении траектории частиц жидкости являются неизменными во времени. При неустановившемся течении траектории различных частиц, проходящих через данную точку пространства, могут иметь разную форму.

При установившемся течении линия тока совпадает с траекторией частицы жидкости и не меняет своей формы во времени.

Если в движущейся жидкости взять малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, то образуется трубчатая поверхность, называемая **трубкой тока**. Если уменьшать размеры замкнутого контура, то часть потока, заключенная внутри трубки тока, станет **элементарной струйкой**, т.е. такой струйкой, в поперечном сечении которой скорости можно считать одинаковыми.

Поскольку линии тока никогда не пересекаются, то поверхность трубки тока является непроницаемой внешней границей для элементарной струйки жидкости.

При установившемся движении:

– элементарная струйка не меняет своей формы и ориентации в пространстве;

– нормальные составляющие скорости на линии тока равны нулю, следовательно, перетекания жидкости через боковую поверхность данной струйки нет, и трубку тока можно рассматривать как жесткую трубку с непроницаемыми стенками;

– нормальные сечения струйки dS_1 , dS_2 малы, но не одинаковы в разных сечениях, поэтому пучок линий тока внутри трубки может сгущаться и расширяться;

– так как поперечные сечения струйки малы, скорости во всех точках таких сечений можно считать одинаковыми, однако при переходе от одного сечения к другому они изменяются.

Поток жидкости представляет собой совокупность элементарных струек жидкости. По этой причине основные кинематические характеристики потока во многом совпадают по своему смыслу с аналогичными характеристиками для элементарной струйки жидкости. Тем не менее различия всё же имеются. Так, в отличие от элементарной струйки, которая отделена от остальной жидкости поверхностью трубки тока, образованной линиями тока, поток жидкости имеет реальные границы в виде твёрдой среды, газообразной или жидкой сред.

По типу границ потока можно разделить на следующие виды:

- **напорные**, когда поток ограничен твердой средой по всему периметру сечения;
- **безнапорные**, когда часть сечения потока представляет собой свободную поверхность жидкости;
- **гидравлические струи**, когда поток ограничен только жидкой или газообразной средой.

Если гидравлическая струя ограничена со всех сторон жидкостью, то она называется затопленной гидравлической струей, если гидравлическая струя ограничена со всех сторон газовой средой, то такая струя называется незатопленной.

Поперечное сечение потока, расположенное нормально к линиям тока, называется живым сечением потока.

Расход жидкости в потоке определяется как отношение объема жидкости, протекающего через живое сечение потока, к интервалу времени или определяется следующим соотношением:

В зависимости от того, в каких единицах определяется количество жидкости, различают объемный Q_v м³/с, весовой Q_G Н/с и массовый Q_m кг/с расходы. Зависимость между ними следующая:

$$Q_v = \frac{V}{t}, \quad Q_G = \frac{G}{t}, \quad Q_m = \frac{M}{t};$$

$$Q_v = \frac{Q_G}{\rho g}, \quad Q_v = \frac{Q_m}{\rho},$$

где V – количество (объем) жидкости; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

В гидравлике чаще всего используют объемный расход, далее под термином «расход» будем понимать именно объемный расход, если специально не оговорим иное.

Средняя скорость в сечении u – это скорость, с которой данное сечение должны проходить все частицы жидкости, чтобы расход Q для этого сечения был равен действительному расходу при неравномерном распределении скоростей по сечению:

$$u = \frac{Q}{S}.$$

Смоченным периметром живого сечения потока Π называется часть контура живого сечения потока, которая ограничена твердой средой. (На рис. 5.1 смоченный периметр выделен красной линией).

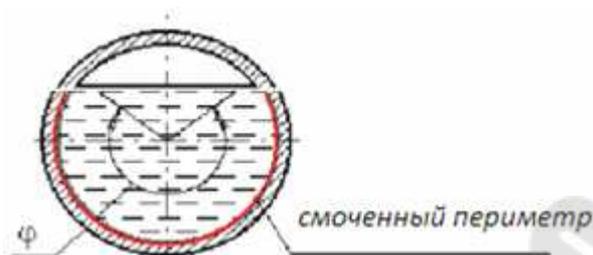


Рис. 5.1. Смоченный периметр живого сечения потока

Отношение площади живого сечения потока к длине смоченного периметра называется гидравлическим радиусом живого сечения.

$$R = \frac{S}{\Pi}$$

Величина гидравлического радиуса круглого сечения равна половине величины его геометрического радиуса.

$$R = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2}$$

Величина гидравлического радиуса трубы квадратного сечения со стороной a (полностью заполненной жидкостью) равна $\frac{a}{4}$.

5.3. Уравнение неразрывности потока

Уравнение неразрывности как для элементарной струйки, так и для всего потока – это математическое выражение условия сплошности потока при установившемся течении жидкости.

Выделим в потоке элементарную струйку. Рассмотрим участок между сечениями 1–1 и 2–2. За время dt внутри этого участка через сечение 1–1 войдет количество жидкости, равное объему цилиндра с площадью основания dS_1 и образующей $u_1(dt)$. Через сечение 2–2 за это же время вытечет объем жидкости, равный $S_2 u_2(dt)$.

Отметим следующие обстоятельства: через боковые поверхности элементарной струйки жидкость не проникает (таково свойство трубки тока); жидкость несжимаема и в ней отсутствуют пустоты и разрывы.

Это означает, что будет справедливым равенство:

$$u_1 S_1 = u_2 S_2.$$

Для других сечений будут справедливы такие же соотношения:

$$u_1 S_1 = u_2 S_2 = u_3 S_3 = \dots = u_n S_n = \text{const} = Q.$$

Это уравнение и выражает условие неразрывности элементарной струйки, из него следует, что через все сечения струйки проходит одинаковый расход жидкости.

Из уравнения понятно, что $\frac{u_1}{u_2} = \frac{S_1}{S_2}$, т.е. скорости течения в разных сечениях элементарной струйки обратно пропорциональны площадям этих сечений.

Глава 6. ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 году, является фундаментальным уравнением гидродинамики. Оно дает связь между давлением P , средней скоростью v и пьезометрической высотой z в различных сечениях потока и выражает закон сохранения энергии для установившегося потока жидкости. Данное уравнение является основным уравнением для расчета гидравлических систем.

6.1. Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости.

Выделим при установившемся течении в движущейся жидкости элементарную струйку и отметим в ней два сечения – 1–1 и 2–2. Площади этих сечений – S_1 и S_2 , координаты их центров тяжести – z_1 и z_2 соответственно.

В момент времени t жидкость находится между сечениями 1–1 и 2–2. Она занимает объем, состоящий из отсеков I и III. Через проме-

жуток времени dt жидкость переместится в новое положение и будет занимать объем, состоящий из отсеков III и II.

В соответствии с теоремой механики приращение кинетической энергии системы за какой-то промежуток времени равно работе внешних сил за этот промежуток времени. При переходе из начального положения (жидкость занимает объем отсеков I и III) в последующее (отсеки II и III) при установившемся движении кинетическая энергия общего отсека III останется неизменной, поэтому приращение кинетической энергии произойдет за счет изменения энергии отсеков I и II:

$$\Delta E_{\text{кин}} = E_{II+III} - E_{I+III} = E_{II} - E_I = \frac{m_2 u_2^2}{2} - \frac{m_1 u_1^2}{2}.$$

Массы жидкости в отсеках определяются как:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \cdot S_1 V_1 dt = \rho \cdot q \cdot dt;$$

$$m_2 = \rho V_2 = \rho S_2 V_2 dt = \rho \cdot q \cdot dt.$$

Здесь $q_1 = S_1 u_1$, $q_2 = S_2 u_2$ расход жидкости в струйке.

Оказывается, массы отсеков I и II равны, поэтому в дальнейшем индексы у обозначения массы опускаем. Тогда получаем:

$$\Delta E = \rho g \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) dt.$$

Из внешних сил работу совершают поверхностные силы давления и массовые силы, в рассматриваемом случае это силы тяжести.

Из сил давления могут совершить работу только силы, действующие на торцевые сечения S_1 и S_2 – это силы P_1 и P_2 . Силы давления, действующие на боковые поверхности струйки, направлены перпендикулярно оси потока и их работа равна нулю. Работа сил давления:

$$P_1 V_1 dt - P_2 V_2 dt = p_1 S_1 u_1 dt - p_2 S_2 u_2 dt = q(p_1 - p_2) dt.$$

Работа сил тяжести состоит в том, что отсек I переместится в отсек II, поскольку отсек III остается на месте. Массы и, следовательно, веса отсеков одинаковы, поэтому работу сил тяжести можно записать как (вес равен mg):

$$\rho g q(z_1 - z_2) dt.$$

Приравнявая изменение кинетической энергии E сумме работ внешних сил, находим:

$$\rho q \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) dt = q(p_1 - p_2) dt + \rho g q(z_1 - z_2) dt.$$

Разделим все члены этого уравнения на $\rho g q dt$. Таким образом, отнесем уравнение к единице веса протекающей жидкости. Получим:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} = \text{const.}$$

Или

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{const.}$$

Это и есть уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Все члены уравнения имеют линейную размерность.

Из вывода понятен **физический смысл уравнения Бернулли** – оно является частным случаем закона сохранения энергии, а именно – отражает сохранение энергии частиц жидкости, движущихся вдоль линии тока.

Все члены уравнения являются удельными энергиями, т. е. энергиями, отнесенными к единице веса протекающей жидкости.

Член $\frac{u^2}{2g}$ характеризует удельную кинетическую энергию потока, член $\frac{p}{\rho g}$ – потенциальную энергию давления, а z – потенциальную энергию положения, которая равна высоте расположения частиц над условно выбранной плоскостью сравнения. Все вместе в сумме они дают полную (механическую) удельную энергию потока.

Таким образом, из уравнения Бернулли следует, что при движении частиц жидкости по длине элементарной струйки полная механическая энергия частиц (сумма удельных энергий) не изменяется.

Члены уравнения Бернулли имеют и другие названия, связанные с их линейной размерностью.

Член $\frac{u^2}{2g}$ называется скоростным напором; $\frac{p}{\rho g}$ – пьезометрическим напором, или пьезометрической высотой; z – геометрическим напором или геометрической высотой.

Геометрический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что сумма высот скоростного, пьезометрического и геометрического напоров есть величина постоянная.

Зачастую два члена уравнения Бернулли, характеризующие потенциальную энергию, объединяют в один $z + \frac{p}{\rho g}$ и называют статическим напором.

Это уравнение Бернулли выведено для идеальной жидкости (без учета вязкости). При рассмотрении реальной, т.е. вязкой жидкости, в балансе энергии необходимо учесть еще и потери энергии, обусловленные возникновением сил трения. Однако опыт показал, что если силы трения малы по сравнению с массовыми силами, уравнение Бернулли для идеальной жидкости можно использовать для решения некоторых задач движения реальной жидкости.

6.2 Уравнение Бернулли для реальной жидкости

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости несколько отличается от уравнения Бернулли для идеальной жидкости. Дело в том, что при движении реальной вязкой жидкости возникают силы трения, на преодоление которых жидкость затрачивает энергию. В результате полная удельная энергия жидкости в сечении 1–1 будет больше полной удельной энергии в сечении 2–2 на величину потерь энергии (см. рис. 6.1).

Потерянная энергия или потерянный напор обозначаются $h_{\text{пот}}$ в сечении 1–2 и имеют также линейную размерность.

Уравнение Бернулли для реальной жидкости будет иметь вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{\text{пот}} = H = \text{const.}$$

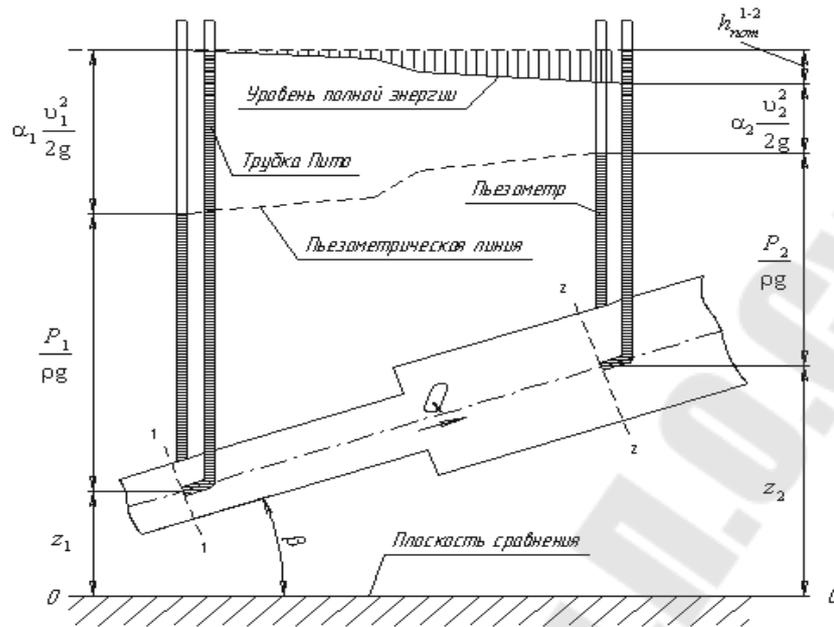


Рис. 6..1 Схема к выводу уравнения Бернулли для реальной жидкости

Из рисунка видно, что по мере движения жидкости от сечения 1–1 до сечения 2–2 потерянный напор все время увеличивается (потерянный напор выделен вертикальной штриховкой). Таким образом, уровень первоначальной энергии, которой обладает жидкость в первом сечении, для второго сечения будет складываться из четырех составляющих: геометрической высоты, пьезометрической высоты, скоростной высоты и потерянного напора между сечениями 1–1 и 2–2.

Кроме этого в уравнении появились еще два коэффициента α_1 и α_2 , которые называются коэффициентами Кориолиса и зависят от режима течения жидкости ($\alpha = 2$ для ламинарного режима, $\alpha = 1$ для турбулентного режима).

Потерянная высота $h_{\text{пот}}$ складывается из линейных потерь, вызванных силой трения между слоями жидкости, и потерь, вызванных местными сопротивлениями (изменениями конфигурации потока):

$$h_{\text{пот}} = h_{\text{лин}} + h_{\text{мест.}}$$

С помощью уравнения Бернулли решается большинство задач практической гидравлики. Для этого выбирают два сечения по длине потока таким образом, чтобы для одного из них были известны величины P , ρ , g , а для другого сечения одна или величины подлежали определению. При двух неизвестных для второго сечения используют уравнение постоянства расхода жидкости $v_1 S_1 = v_2 S_2$.

6.3. Примеры использования в технике уравнения Бернулли

Примером использования в технике уравнения Бернулли является так называемый пьезометрический водомер (водомер Вентури). Он представляет собой сужение на трубопроводе, в которое включены пьезометры (рис. 6.2).

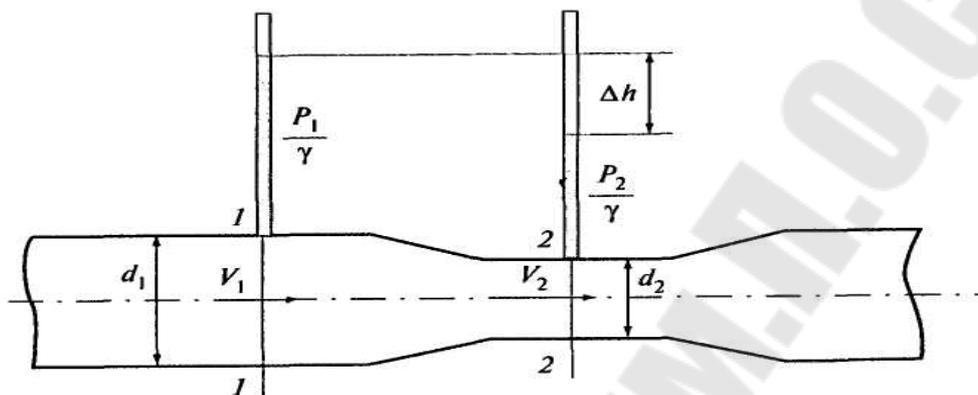


Рис. 6.2. Водомер Вентури

Для измерения расхода жидкости в трубопроводах часто используют расходомер Вентури, действие которого основано так же на принципе уравнения Бернулли. Расходомер Вентури состоит из двух конических насадков с цилиндрической вставкой между ними (рис. 6.2). Если в сечениях 1–1 и 2–2 поставить пьезометры, то разность уровней в них будет зависеть от расхода жидкости, протекающей по трубе.

Измеряют расход жидкости, протекающей по трубопроводу, также с помощью диафрагмы, устанавливаемой в сечении трубы. Принцип измерения тот же – при резком изменении диаметра проходного сечения меняется скорость течения. В соответствии с уравнением Бернулли изменяется давление, разность пьезометрических напоров измеряется либо пьезометрами, либо дифференциальным манометром.

Действительная конструкция прибора для измерения скорости потока жидкости – трубки Пито – принцип работы основан на уравнении Бернулли (рис).

Плоскость сравнения 0–0 расположим по оси горизонтальной части трубки. Выберем сечение 1–1 на некотором расстоянии от трубки, и сечение 2–2 на входе в трубку. Геометрические высоты центра тяжести сечений z_1 и z_2 равны нулю. В центре тяжести сечения 1–1

жидкость обладает кинетической энергией $\frac{u^2}{2g}$ и потенциальной $\frac{p}{\rho g}$ за счёт высоты столба жидкости h_1 , где p – гидростатическое давление.

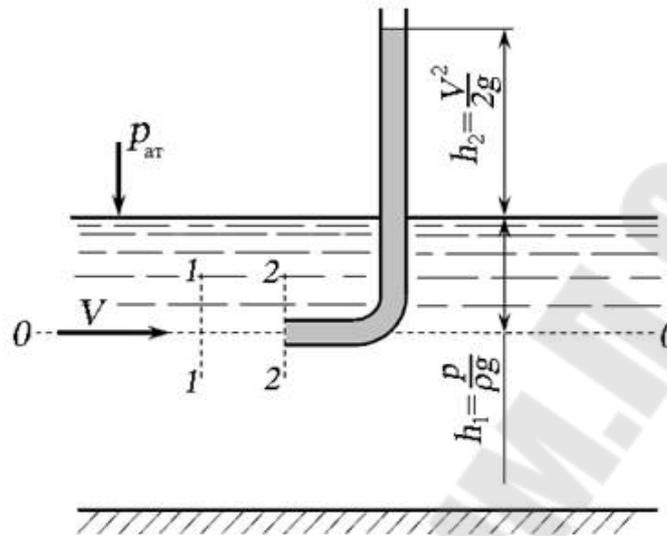


Рис. 6.3. Трубка Пито

При попадании частиц жидкости в трубку их скорость становится равной нулю, кинетическая энергия переходит в потенциальную, и жидкость в трубке поднимется над свободной поверхностью на высоту h_2 , равной скоростному напору. В центре тяжести сечения 2–2 жидкость обладает потенциальной энергией высоты столба жидкости h_1 , и потенциальной энергией, равной кинетической. Составим уравнение Бернулли без учёта потерь напора $h_{\text{пот}}$:

$$0 + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = 0 + \left(\frac{p}{\rho g} + h_2 \right) + 0.$$

Откуда $h_2 = \frac{u^2}{2g}$.

Скорость движения жидкости $u = \sqrt{2gh_2}$. В действительности скорость будет несколько меньше, так как вычисления были произведены без учёта потерь напора. Для определения действительной скорости потери напора учитывают коэффициентом скорости φ , который определяют экспериментально. С учётом коэффициента: $u = \sqrt{2gh}$.

где h – высота столба жидкости в трубке над уровнем свободной поверхности.

Давление в трубке на уровне свободной поверхности создано за счёт кинетической энергии потока жидкости:

$$h_2 = \frac{p_\partial}{\rho g} = \frac{u^2}{2g}.$$

Откуда

$$p_\partial = \rho \frac{u^2}{2g},$$

где p_∂ – гидродинамическое давление.

Для определения скорости напорного потока рассмотрим применение трубки Пито-Прандтля, которая представляет собой совмещённые в один прибор трубку Пито и обычный пьезометр (рис. 6.3). Высота столба жидкости в трубке Пито образована за счёт гидростатического и гидродинамического давления, в пьезометре – только гидростатического.

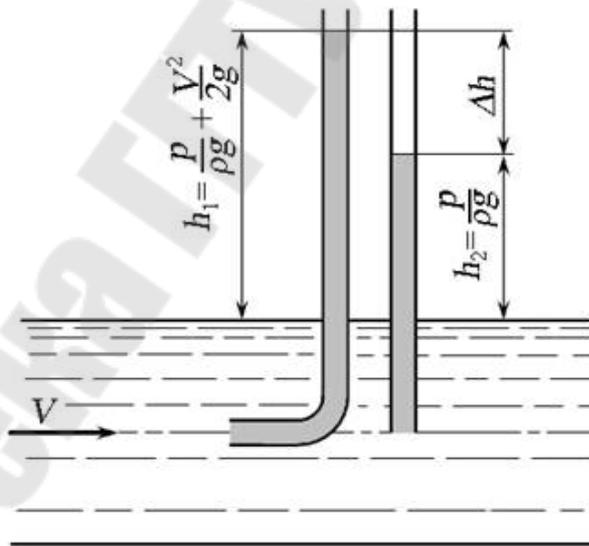


Рис. 6.4. Трубка Пито-Прандтля

Разность уровней жидкости в трубках Δh даёт значение скоростного напора $\frac{u^2}{2g}$, откуда и определяется скорость потока с учётом поправочного коэффициента скорости φ : $u = \varphi \sqrt{2g\Delta h}$.

6.4. Гидравлические сопротивления

Определение потерь напора в трубах является одной из основных частей при расчетах гидросистем. Потери напора при движении воды по трубам пропорциональны их длине и зависят от диаметра труб, расхода жидкости (скорости течения), характера и степени шероховатости стенок труб (т. е. от типа и материала труб) и от режима течения жидкости.

Глава 7. ПОНЯТИЕ О ГИДРАВЛИЧЕСКИ ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ТРУБАХ

На основании экспериментальных и теоретических исследований считают, что на границе потока (у стенок) существует тонкий слой жидкости с ламинарным режимом движения, а в центре находится, так называемое, турбулентное ядро (рис. 7.1). Между этими областями расположен переходный слой. При этом толщина ламинарного подслоя составляет десятые доли миллиметра.

Поверхность стенок всегда обладает неровностями. Эти неровности имеют различную величину, форму и периодичность, которые зависят от рода материала и способа его изготовления. Величина неровностей характеризуется абсолютной шероховатостью, представляющая собой среднюю линейную величину неровностей.

Если величина выступов меньше толщины ламинарного подслоя, то такая поверхность называется гидравлически гладкой. В этом случае потери энергии на трение не будут зависеть от шероховатости поверхности. Если неровности выступают сквозь ламинарную пленку, то поверхность называется гидравлически шероховатой. Толщина ламинарного слоя зависит от числа Рейнольдса (с увеличением Re толщина уменьшается), следовательно, одна и та же поверхность в различных гидравлических режимах может быть гидравлически гладкой или шероховатой.

Шероховатость поверхности – совокупность неровностей поверхности с относительно малыми шагами на базовой длине.

При заводском изготовлении труб шероховатость их внутренних стенок носит нерегулярный характер, как по высоте, так и по расположению, и поэтому одним параметром охарактеризована быть не может. Несмотря на это, в технических расчетах выбирают единственный параметр, а именно среднюю высоту выступов шероховатости; ее обозначают k (или Δ).

Абсолютной шероховатостью Δ называют среднюю высоту выступов шероховатости. Опыты показали, что при одной и той же величине абсолютной шероховатости влияние ее на величину гидравлического сопротивления различно в зависимости от диаметра трубы. Поэтому вводится величина относительной шероховатости Δ/d .

Относительной шероховатостью называется отношение абсолютной шероховатости к диаметру трубы, т.е. Δ/d .

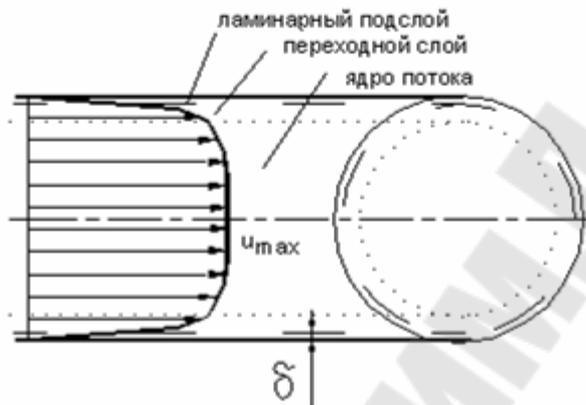


Рис. 7.1. Сечение трубы

Линейные потери напора

Линейные потери – это потери давления на трении по длине трубопровода, т. е. это потери энергии возникающие в прямых трубах постоянного сечения при равномерном течении жидкости и возрастающие пропорционально длине трубы. Данные потери обусловлены внутренним трением в жидкости, а потому возникают не только в шероховатых, но и в гладких трубах.

Расчет линейных потерь в трубопроводе производится по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$h_n = \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2g}$$

В единицах давления формула имеет вид:

$$p_n = \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{g} \rho$$

То есть при расчетах линейных потерь важным параметром является коэффициент гидравлического сопротивления λ .

При ламинарном режиме движения жидкости, т. е. при $Re < 2320$: $\lambda = 64/Re$.

При переходном режиме, т.е. при $2320 \leq Re \leq 4000$: $\lambda = 1,47 \cdot 10^{-5} \cdot Re$.

При турбулентном режиме движения, т.е. при $Re > 2320$, возможны следующие основные области сопротивления:

а) область гидравлически гладких труб: $2320 < Re < 27(d/\Delta)^{8/7}$.

Здесь выступы шероховатости Δ меньше толщины ламинарного подслоя δ_l , имеющего место у стенок трубы, и коэффициент λ зависит только от числа Рейнольдса.

В этой области коэффициент λ может быть определен по формуле Конакова:

$$\lambda = (1,81 \lg Re - 1,5)^{-2}$$

либо по формуле Блазиуса (при $4000 < Re < 10000$): $\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$;

б) область доквадратичного сопротивления:

$$27(d/\Delta)^{8/7} < Re < Re_{\text{кв.}}$$

В этой области коэффициент λ зависит как от числа Рейнольдса, так и от величины шероховатости, т.е. $\lambda = f(Re, \Delta/d)$.

Здесь выступы шероховатости Δ соизмеримы с толщиной ламинарного подслоя δ_l и начинают оказывать влияние на коэффициент гидравлического трения λ . В этой области коэффициент λ может быть определен по формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$$

в) область квадратичного сопротивления: $Re > Re_{\text{кв.}}$.

Здесь ламинарный подслей почти полностью разрушается, обнажая выступы шероховатости. В этой области коэффициент сопротивления λ является функцией только относительной шероховатости Δ/d и не зависит от числа Re .

Для определения коэффициента λ в зоне квадратичного сопротивления можно воспользоваться формулой Никурадзе:

$$\lambda = \left(1,74 + 2 \lg \frac{d}{2\Delta} \right)^{-2}$$

Число Рейнольдса, соответствующее началу квадратичного сопротивления, можно определить по формуле:

$$Re_{кв} = \frac{191}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{d}{\Delta}.$$

Местные сопротивления

Местные потери напора – это потери, обусловленные местными гидравлическими сопротивлениями, т.е. такими элементами трубопроводов, в которых вследствие изменения поперечных размеров или конфигурации происходит деформация потока. Всякая перестройка структуры потока связана с появлением дополнительных касательных напряжений, причиной которых являются возникающие в потоке дополнительные вихреобразования. Местные потери энергии имеют ту же физическую природу, что и потери по длине трубопроводов, – это результат преобразования части механической энергии в тепловую за счет преодоления касательных напряжений трения. Основные виды местных потерь напора можно условно разделить на группы, соответствующие определенным видам местных сопротивлений:

- 1) потери, связанные с изменением поперечного сечения (внезапное или плавное расширение и сужение);
- 2) потери, вызванные изменением направления потока (колена, угольника, различные отводы);
- 3) потери, связанные с протеканием жидкости через арматуру различного типа (краны, вентили, задвижки, заслонки, приемные и обратные клапаны, сетки, фильтры);
- 4) потери, связанные с разделением или слиянием потоков (тройники, крестовины).

Общим для всех видов местных сопротивлений является: искривление линий тока; изменение площади живого сечения; отрыв основной струи от стенок с преобразованием водородных зон; повышение пульсации скорости и давления.

Местные потери напора определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \xi \frac{u^2}{2g},$$

где u – средняя скорость; ξ – местное сопротивление.

Коэффициент местно сопротивления зависит в основном от формы местного сопротивления и его геометрического размера.

Глава 8. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

Рассмотрим различные случаи истечения жидкости из резервуаров, баков, котлов через отверстия и насадки (коротки трубки различной формы) в атмосферу или пространство, заполненное газом или той же жидкостью. В процессе такого истечения запас потенциальной энергии, которым обладает жидкость, находящаяся в резервуаре, превращается в кинетическую энергию свободной струи.

Истечение жидкости через отверстие может происходить при постоянном и переменном напоре. Если истечение жидкости через отверстие происходит в атмосферу или другую газовую среду, то такое отверстие называется **незатопленным**. Если же истечение идет под уровень, а не в атмосферу – **затопленным**.

Основным вопросом, который интересует в данном случае, является определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадков.

Таблица 8.1

Истечение через малые отверстия в тонкой стенке при постоянном напоре

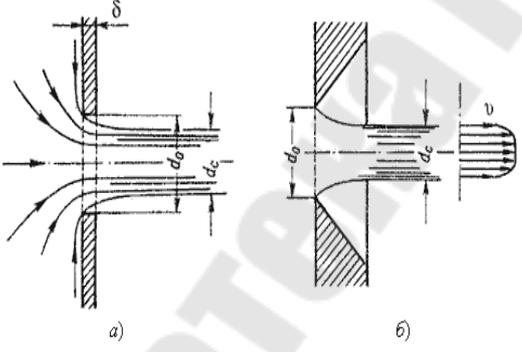
Схема насадки или отверстия	Формула для расчета параметров
 <p data-bbox="276 1637 804 1675">Истечение через круглое отверстие</p>	$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH} = \mu S_0 \sqrt{2 \frac{\Delta P}{\rho}}$
	$\varepsilon = \frac{S_c}{S_0} = \left(\frac{d_c}{d_0} \right)^2$
	$u = \phi \sqrt{2gH}$
	$H = H_0 + \frac{P_0 - P_1}{\rho g}$

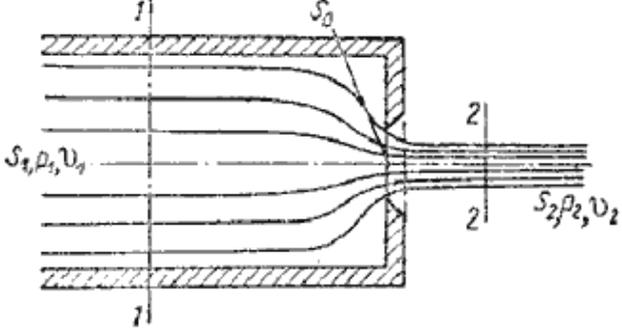
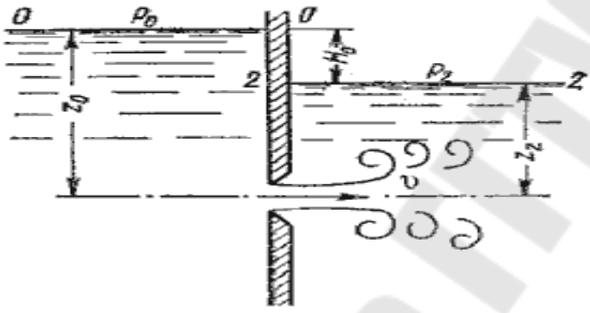
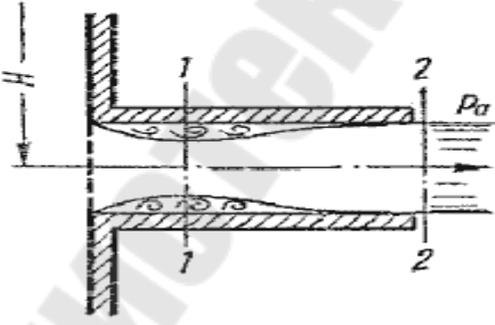
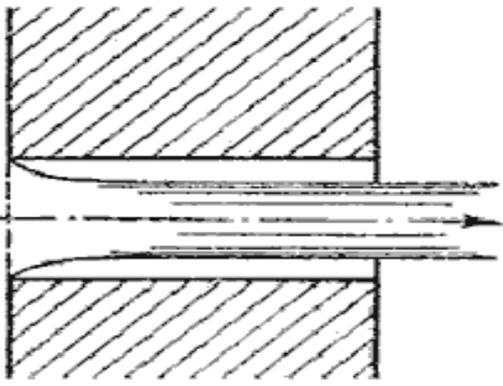
Схема насадки или отверстия	Формула для расчета параметров
 <p>Схема несовершенного сжатия струи</p> <p>Несовершенное сжатие наблюдается в том случае, когда на истечение жидкости через отверстие и на формирование струи оказывает влияние близость боковых стенок резервуара</p>	$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH}$ $\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n}$ $n = \frac{S_0}{S_1}$ $u = \varphi \sqrt{2gH}$ $H = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + \frac{u^2}{2g}$
 <p>Истечение под уровень</p>	$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH}$ $\varepsilon = \frac{S_c}{S_0} = \left(\frac{d_c}{d_0} \right)^2$ $u = \varphi \sqrt{2gH}$ $H = H_0 + \frac{P_0 - P_2}{\rho g}$
 <p>Истечение через насадки – первый режим – безотрывный</p>	$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH}$ $\varepsilon = 1$ $u = \varphi \sqrt{2gH}$ $H_{кр} \approx \frac{P_2}{0,075 \rho g}$

Схема насадки или отверстия	Формула для расчета параметров
 <p data-bbox="244 795 837 837">Второй режим истечения через насадок</p>	$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH}$
	$\varepsilon = \frac{S_c}{S_0} = \left(\frac{d_c}{d_0} \right)^2$
	$u = \varphi \sqrt{2gH}$
	$H = H_0 + \frac{P_0 - P_1}{\rho g}$

Примечание: ε – коэффициент сжатия; Q – расход жидкости; v – скорость движения жидкости; H – расчетный напор; φ – коэффициент скорости; μ – коэффициент расхода; S_c и S_0 – площади поперечного сечения струи и отверстия соответственно; d_c и d_0 – диаметры струи и отверстия соответственно

Внешним цилиндрическим насадком называется короткая трубка длиной, равной нескольким диаметрам без закругления входной кромки. На практике такой насадок часто получается в тех случаях, когда выполняют сверление в толстой стенке и не обрабатывают входную кромку. Истечение через такой насадок в газовую среду может происходить в двух режимах.

Первый режим – *безотрывный режим*. При истечении струя, после входа в насадок сжимается примерно так же, как и при истечении через отверстие в тонкой стенке. Затем струя постепенно расширяется до размеров отверстия из насадка выходит полным сечением.

Второй режим характеризуется тем, что струя после сжатия уже не расширяется, а сохраняет цилиндрическую форму и перемещается внутри насадка, не соприкасаясь с его стенками. Истечение становится точно таким же, как и из отверстия в тонкой стенке, с теми же значениями коэффициентов. Следовательно, при переходе от первого режима ко второму скорость возрастает, а расход уменьшается благодаря сжатию струи.

При истечении через цилиндрический насадок под уровень первый режим истечения не будет отличаться от описанного выше. Но при $H > H_{кр}$ перехода ко второму режиму не происходит, а начинается кавитационный режим.

Таким образом, внешний цилиндрический насадок имеет существенные недостатки: на первом режиме – большое сопротивление и недостаточно высокий коэффициент расхода, а на втором – очень низкий коэффициент расхода. Недостатком также является возможность кавитации при истечении под уровень.

Внешний цилиндрический насадок может быть значительно улучшен путем закругления входной кромки или устройства конического входа. На рисунках ниже даны различные типы насадков и указаны значения соответствующих коэффициентов.

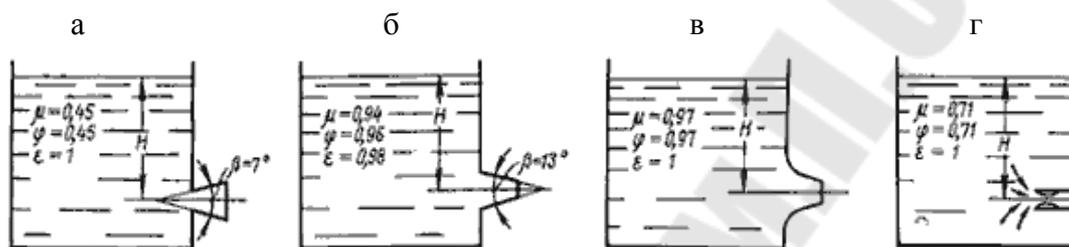


Рис. 8.2. Истечение жидкости через насадки:

а – расширяющиеся конические; б – сужающиеся конические; в – коноидальные; г – внутренние цилиндрические

При истечении струи в атмосферу из малого отверстия в тонкой стенке происходит изменение формы струи по ее длине, называемое инверсией струи (рис. 13). Обуславливается это явление в основном действием сил поверхностного натяжения на вытекающие криволинейные струйки и различными условиями сжатия по периметру отверстия. Инверсия больше всего проявляется при истечении из некруглых отверстий.

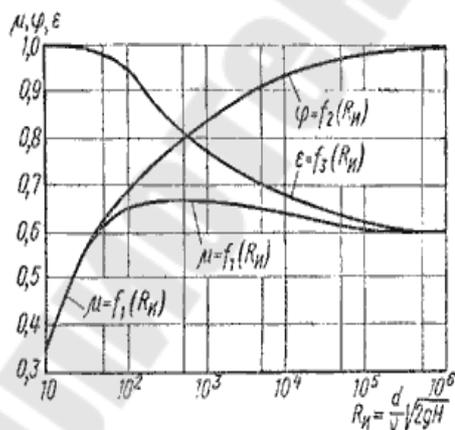


Рис. 8.2. Зависимость ϵ , ϕ , μ и от числа Re

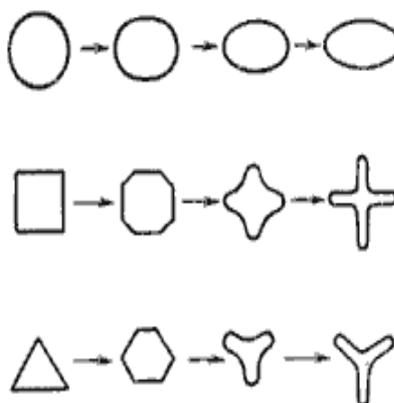


Рис. 8.3. Инверсия струй

Истечения через отверстия и насадки при переменном напоре (опорожнение сосудов)

Рассмотрим случай опорожнения открытого в атмосферу сосуда при постоянно уменьшающемся напоре, при котором течение является неустановившемся (рис 8.4).

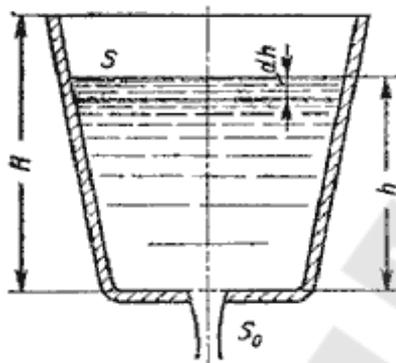


Рис. 8.4. Схема опорожнения резервуара

Однако если напор, следовательно, и скорость истечения изменяются медленно, то движение в каждый момент времени можно рассматривать как установившееся, и для решения задачи применить уравнение Бернулли.

Переменная высота уровня жидкости в сосуде – h , площадь сечения резервуара на этом уровне S , площадь отверстия S_0 , и взяв бесконечно малый отрезок времени dt , можно записать следующее уравнение объемов:

$$Sdh = -Qdt \text{ или } Sdh = -\mu S_0 \sqrt{2gh} \cdot dt$$

где dh – изменение уровня жидкости за время dt .

Отсюда время полного опорожнения сосуда высотой H :

$$t = -\frac{1}{\mu S_0 \sqrt{2g}} \int_{h-H}^{h-0} S \frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

Для призматического сосуда $S = \text{const}$, следовательно, время его полного опорожнения:

$$t = \frac{2SH}{\mu S_0 \sqrt{2gH}}.$$

Из этого выражения следует, что время полного опорожнения призматического сосуда в два раза больше времени истечения того же объема жидкости при постоянном напоре, равном первоначальному.

Литература

1. Альтштуль, А. Д. Гидравлика и аэродинамика : учеб. для вузов / А. Д. Альтштуль, Л. С. Животовский, Л. П. Иванов. – М. : Стройиздат, 1987. – 414 с.
2. Чугаев, Р. Р. Гидравлика : учеб. для вузов / Р. Р. Чугаев. – 4-е изд., доп. и перераб. – Л. : Энергоиздат, 1982. – 672 с.
3. Вильнер, Я. М. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Я. М. Вильнер, Я. Т. Ковалев, Б. Б. Некрасов ; под общ. ред. Б. Б. Некрасова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн. : Выш. шк., 1985. – 382 с.
4. Большаков, В. А. Общий курс : Учеб. для вузов / В. А. Большаков – К. : Выща шк. Головное изд-во, 1989 – 215 с.
5. Константинов, Ю. М. Гидравлика : учебник / Ю. М. Константинов – 2-е изд., перераб. и доп. – К. : Выща шк. Головное изд-во, 1988 – 398 с.
6. Ухин Б. В.; Гидравлика. – Форум, 2009.
7. Лойцянский Л. Г.; Механика жидкости и газа. – Академкнига, 2003.

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Пособие

**для слушателей специальности переподготовки
1-43 01 71 «Техническая эксплуатация
теплоэнергетических установок
и систем теплоснабжения»
заочной формы обучения**

Составитель **Кидун** Наталья Михайловна

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 06.10.20.

Рег. № 28Е.

<http://www.gstu.by>