## М.И.Михайлов

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СБОРНЫХ СВЕРЛ

Гомель ГГТУ им. П. О. Сухого 2020 УДК 621.9.02-192

**Михайлов, М. И.** Прогнозирование работоспособности сборных сверл / М. И. Михайлов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2020. – 241 с. : ил. – ISBN 978-985-535-441-4.

Представлены результаты исследований сборных металлорежущих сверл в условиях переходных процессов. Изложены методики моделирования инструментов по теоретическим и численным моделям и критериям. Приведены конструктивные решения элементов системы инструментообеспечения.

Для научных работников, инженеров, аспирантов, магистрантов и студентов, занимающихся исследованием сборных металлорежущих инструментов.

Табл. 26, ил. 130, список лит. – 102 назв.

Рецензенты: заведующий кафедрой «Материаловедение и обработка материалов» БелГУТа д-р техн. наук, проф. П. Н. Богданович; заведующий отделом ИММС НАН Беларуси д-р техн. наук, проф. В. М. Шаповалов

Рекомендовано к изданию Советом ГГТУ им. П. О. Сухого (протокол № 3 от 18.11.2019 г.)

ISBN 978-985-535-441-4

 © Михайлов М. И., 2020
 © Оформление. Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2020

### Оглавление

Введение	5
Глава 1. Общие сведения о работоспособности сборных сверл	
и механизмах их инструментообеспечения	9
1.1. Конструктивные особенности сборных сверл	
и их работоспособность	9
1.2. Критерии работоспособности	. 12
1.3. Производственные исследования	. 16
1.4. Геометрические параметры режущей части сверл	.25
1.5. Анализ механизмов инструментообеспечения	. 28
1.5.1. Конструкции захватов инструментальных	
автооператоров	. 28
1.5.2. Моделирование приводов механизмов	
инструментообеспечения	. 29
1.5.3. Определение коэффициентов динамичности механизма	
автоматической смены инструмента в многоцелевом станке	. 36
1.5.4. Конструкции механизмов автоматического закрепления	
инструментов	. 42
1.6. Направления совершенствования сборных сверл	.44
Глава 2. Геометрическая точность сборных сверл	.47
2.1. Анализ точности сборных сверл	.47
2.2. Точность позиционирования сменных многогранных пластин	
в корпусе инструмента	. 52
2.3. Размерный анализ	. 55
2.4. Точность расположения формообразующих кромок сменных	
многогранных пластин в корпусе инструмента	. 59
Глава 3. Работоспособность сборных сверл в условиях	
статических нагрузок	. 66
3.1. Анализ критериев оценки напряженно-деформированного	
состояния режущей части инструмента	. 66
3.2. Определение сил резания	. 68
3.2.1. Общая методика	. 68
3.2.2. Анализ нагрузок на режущих кромках сборных сверл	. 71
3.3. Выбор критерия прочности	.77
3.4. Расчетные модели напряженно-деформированного состояния	. 79
3.4.1. Модели режущих элементов сборных сверл	. 79
3.4.2. Виртуальные модели осевых режущих инструментов	. 80
3.4.3. Расчетные модели зоны обработки сборными сверлами	. 85

3.5. Анализ напряженно-деформированного состояния	86
3.5.1. Напряженно-деформированное состояние режущих	
Элементов	86
3.5.2. Напряженно-деформированное состояние сборных	
осевых инструментов	93
3.5.3. Напряженно-деформированное состояние зоны	
обработки сборными сверлами	102
3.6. Жесткость сборных сверл	107
3.6.1. Структурное моделирование	107
3.6.2. Моделирование статической точности	117
3.6.2.1. Расчет механизмов закрепления инструментов	
в шпинделе станка	119
3.6.2.2. Моделирование радиальной жесткости	121
Глава 4. Моделирование динамических процессов сборных сверл	133
4.1. Методика моделирования колебаний инструмента	133
4.1.1. Изгибные колебания	133
4.1.2. Крутильные колебания	145
4.2. Методы определения коэффициентов демпфирования	155
4.3. Анализ собственных частот сборного сверла	158
4.4. Моделирование механики динамических процессов	160
4.5. Численное моделирование собственных изгибных	
колебаний	165
4.6. Моделирование колебаний при действии крутильных	
и осевых нагрузок	169
Глава 5. Обеспечение надежности сборных сверл	175
5.1. Моделирование надежности в условиях случайных	
процессов, ограниченных по модулю	175
5.2. Анализ надежности технологических систем	
при резервировании инструментов	185
5.3. Временное резервирование в системе	
инструментообеспечения	189
5.4. Конструкционное резервирование	198
5.5. Резервирование с восстановлением	208
5.5.1. Автоподналадчики	208
5.5.2. Инструменты с ручным поворотом режущего элемента	209
5.6. Нагрузочное резервирование инструмента	211
5.7. Моделирование надежности технологических систем	
при диагностировании работоспособности инструмента	216
Литература	226
Приложения	234

# ВВЕДЕНИЕ

Переориентация промышленности на выпуск широкого ассортимента продукции малыми сериями (партиями), в совокупности с постоянным снижением трудовых ресурсов европейских государств, привела к изменению использованных ранее форм организации производства и применяемого оборудования, т. е. к переходу от автоматизированных систем на основе аналогового управления к системам с числовым программным управлением (ЧПУ).

Известно также, что в структуре времени обработки деталей на основе традиционных технологий доля основного времени составляет только около 30 %, а оставшаяся часть приходится на вспомогательное и подготовительно-заключительное время ([1]–[5] и др.). Обобщив полученные в этих работах результаты, можно выделить удельные производственные и непроизводственные затраты времени (табл. 1).

Таблица 1

B	Относительные затраты времени, %	
Производственные	Смена режущих инструментов	7
	Переналадка оборудования	7
	Установка заготовок и снятие деталей	4
	Обработка	8
Непроизводственные	Выходные и праздничные дни	28
	Отсутствие рабочих второй и третьей	
	смен	40
	Простои (плановые и внеплановые)	6

Удельные затраты времени при обработке на станках с ЧПУ

Анализ табл. 1 позволяет сделать вывод, что основные резервы уменьшения потерь времени при обработке на станках с ЧПУ, позволяющие работать в выходные дни, а также во вторую и третью смены, заключены в повышении степени их автоматизации и оптимизации системы инструментообеспечения (СИО).

Приемы, связанные с работой режущего инструмента, занимают в сумме 4,7 % времени работы оператора токарных станков и 3,9 % – оператора многоцелевых станков. Эти приемы, как правило, занимают мало времени, но их требуется выполнять очень часто. Например, на токарном станке с ЧПУ коррекция размеров производится примерно восемь раз в смену, удаление стружки с инструмента и детали – 24 раза в смену [1].

Некоторые сведения о времени простоев и ремонтов гибких производственных модулей (ГПМ) в зависимости от отказов различных его узлов и систем приведены в табл. 2.

Таблица 2

Узел, система ГПМ	Относительная частота отказов, %	Относительное время простоев, %	Относительное время ремонта, %
Шпиндельный узел	8	15	46
Система управления	44	64	30
Двигатель главного движения	7	8	20
Режущий инструмент	41	13	4

Относительные времена ремонтов и простоев ГПМ

Восстановление работоспособности режущего инструмента не требует больших затрат времени (обычно не более 4 % общего фонда времени), однако постоянное присутствие оператора в этом случае обязательно, что снижает эффективность работы как ГПМ, так и гибких производственных систем (ГПС). Несвоевременное обнаружение отказов инструмента может иметь самые различные последствия: от появления брака до аварии станка и т. д. Изнашивание режущих кромок инструмента часто сопровождается их разрушением. При этом диапазоны рассеяния периода стойкости инструмента составляют значительные величины (в отдельных случаях 200 % и более). Это явление также носит случайный характер, и предсказать его можно только с некоторой вероятностью. Причинами разрушения зуба инструмента могут быть: микротрещины в режущем элементе, полученные при его изготовлении, нестабильность качества системы крепления сменных многогранных пластин (СМП), низкая демпфирующая способность инструмента и др. [1], [2].

Как известно, эффективность работы автоматизированного производства зависит от организации технологического процесса, т. е. от формирования и реализации потоков деталей и инструментов, а также от степени согласованности их взаимодействия. В свою очередь, потоки инструментов зависят от рациональных СИО, которые формируются в зависимости от степени интеграции оборудования, и их можно разделить на инструментообеспечение станков с ЧПУ, инструментообеспечение ГПМ и инструментообеспечение гибких производственных структур (гибких производственных систем).

Оптимизация применяемых СИО станков с ЧПУ требует анализа их составляющих, которые включают в себя: накопители инструмента, устройства транспортировки его из накопителя в рабочую зону и обратно, устройства ориентации, закрепления и контроля инструмента.

Система инструментообеспечения ГПМ снабжается рядом дополнительных устройств в виде приборов автоматического контроля целостности инструмента и определения его остаточного периода стойкости, устройств автоматической подналадки инструмента на исходный размер, дополнительного накопителя инструмента с транспортной системой. Такая СИО значительно повышает стоимость обработки и требует ее оптимизации.

Система инструментообеспечения автоматизированных производственных структур зависит от типа производства, используемых базовых технологических процессов, наличия соответствующей вычислительной техники, программного обеспечения и состоит в общем виде из: набора физических носителей режущего инструмента; набора управляющих программ; информационного обеспечения выбора инструмента; системы оперативного проектирования инструмента и инструмента; системы оперативного проектирования инструмента и инструмента, системы транспортных инструментальных потоков; диагностических систем контроля состояния режущих инструментов, способных прогнозировать период его стойкости и фиксировать момент предельного износа и остаточный период стойкости; автоматизированных систем смены инструмента; участков реставрации инструмента и др. Эффективность работы СИО ГПС зависит от состояний составляющих ее элементов, которые обусловлены трудоемкостью и степенью автоматизации обработки заготовки детали, при этом типовые СИО включают в себя:

а) накопители инструментов на каждом комплексном станке, обеспечивая при этом автономность их работы и повышая надежность ГПС, однако растет емкость каждого накопителя и снижается эффективность использования режущего инструмента;

б) накопители средней емкости (30–60 инструментов) на каждом станке и общий инструментальный склад небольшой емкости, обеспечивая повышение эффективности использования режущего инструмента, но снижая надежность работы ГПС;

в) накопители малой емкости (12–30 инструментов) на каждом станке и общий инструментальный склад большой емкости, обеспечивая максимальную эффективность использования режущего инструмента и мобильность ГПС, позволяя использовать ее при производстве большой номенклатуры изделий.

В этой структуре наименее надежным является режущий инструмент.

## ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАБОТОСПОСОБНОСТИ СБОРНЫХ СВЕРЛ И МЕХАНИЗМАХ ИХ ИНСТРУМЕНТООБЕСПЕЧЕНИЯ

# 1.1. Конструктивные особенности сборных сверл и их работоспособность

Практика эксплуатации сборных инструментов, в том числе для обработки отверстий, показывает, что его работоспособность во многом определяется инструментальным материалом, режимами резания, а также способом базирования, крепления и геометрическими параметрами режущего элемента [6].

В ходе анализа каталогов основных фирм производителей сборного инструмента (Sandvik, Walter, Mitsubishi и т. д.) было установлено, что все сборные сверла можно условно поделить на два вида [7]–[10]:

- сборные сверла со сменными режущими головкам (рис. 1.1, *a*);

- сборные сверла со сменными многогранными режущими пластинами (рис. 1.1, б).



*Рис. 1.1.* Сборные сверла фирмы «Sandvik Coromant»: *а* – со сменными головками; *б* – с многогранными пластинами

На рис. 1.2 представлены типовые виды разрушений режущих элементов сборных сверл.



*Рис. 1.2.* Разрушение сменных режущих элементов сборных сверл: *а* – головок; *б* – пластин

Так, по материалам ОАО «Гомельский завод станочных узлов», на долю отказов в результате скалывания, выкрашивания и поломок приходится 70 % для твердосплавных режущих головок и 50 % для сменных режущих пластин сборных сверл (рис. 1.3).



*Рис. 1.3.* Доли отказов сменных режущих элементов сборных сверл

По данным шведской фирмы «Sandvik Coromant» [8], [9], [11], к основным видам отказов СМП можно отнести (рис. 1.4):

 – пластическую деформацию и износ по задней поверхности, которые происходят при высокой скорости резания или «мягком» твердом сплаве;

– кратерный износ – наиболее распространенный вид износа, возникающий на передней поверхности периферийной пластины вследствие высокой температуры в зоне резания и на центральной пластине вследствие наростообразования или намазывания стружки, что не характерно для режущих головок, ввиду различий в геометрии центральной части сверла;

 наростообразование, которое может возникнуть при обработке низкоуглеродистых или нержавеющих сталей;

– выкрашивание режущей кромки центральной или периферийной пластины, которое может возникнуть из-за: несоосности оси сверла и оси вращения инструмента; увода сверла, вызванного чрезмерным вылетом, подачей или глубиной сверления; недостаточной надежности крепления пластины; недостаточной жесткости сверла в результате неправильного крепления, а также плохого состояния шпинделя или неточной регулировки; неправильно подобранного сплава и геометрии центральной и периферийной пластин.



*Рис. 1.4.* Характерные виды отказов сменных режущих пластин сборных сверл, по данным «Sandvik Coromant»: *а* – пластическая деформация и износ по задней поверхности периферийной пластины; *б* – кратерный износ по передней поверхности центральной и периферийной пластин; *в*, *г* – наростообразование на центральной и периферийной пластинах; *д* – выкрашивание режущей кромки центральной пластины

Режущие головки из твердого сплава имеют относительно большие размеры, и они, как правило, не разрушаются в результате поломки, в отличие от режущих пластин.

По данным работы В. А. Остафьева [12], внутриконтактные выкрашивания, сколы, изломы режущей кромки появляются из-за повышенных режимов резания. В этой же работе сделан вывод, что поломка режущего элемента из твердого сплава, в основном, зависит от подачи, а внутриконтактные выкрашивания, сколы, изломы – от скорости (температуры) резания.

На основании вышеперечисленного можно утверждать, что в независимости от типа сборного сверла основными причинами, определяющими характер разрушения и износа режущих элементов таких инструментов, являются:

- высокие силовые и температурные нагрузки;
- недостаточная износостойкость и прочность твердого сплава;
- неоптимальные геометрические и конструктивные параметры.

### 1.2. Критерии работоспособности

В современных условиях повышения уровня автоматизации процессов механической обработки работоспособность режущего инструмента в решающей мере определяет надежность обеспечения техникоэкономической эффективности производства [6], [13], [14].

Стандартные термины и определения, относящиеся к надежности режущего инструмента, приведены в ГОСТ 25751–83. Так, стандартное определение термина «работоспособность режущего инструмента» звучит как: «Работоспособное состояние режущего инструмента (лезвия) – это состояние режущего инструмента (лезвия), при котором выполняется обработка резанием при установленных условиях с установленными требованиями». При этом состояние режущего инструмента характеризуют совокупностью значений его параметров (например, значениями заднего и переднего углов, износа по задней поверхности лезвия и т. д.).

В своей работе профессор А. С. Верещака [15] сформулировал следующее понятие работоспособности режущего инструмента: «это такое его состояние, при котором он способен выполнять свои функции, имея износ рабочих поверхностей, меньший критериального значения».

Г. Л. Хает [16] утверждал, что работоспособность инструмента – это способность осуществлять процесс резания с заданной производительностью и качеством обработки, а отказ – событие, заключающееся в нарушение работоспособности.

В своей работе профессор В. К. Старков [17] подтвердил, что функциональное назначение режущего инструмента – сохранять свою работоспособность в течение заданного времени резания. Потеря работоспособности в период запланированного времени его эксплуатации – это отказ инструмента с негативными последствиями для процесса резания.

Отказ режущего инструмента (лезвия) по ГОСТ 25751–83 – это событие, заключающееся в отклонении от установленных значений хотя бы одного из параметров режущего инструмента, характеризующих его работоспособное состояние, требований или характеристик обработки, выполняемой этим инструментом (рис. 1.5).

При этом различают внезапный и постепенный отказ режущего инструмента (лезвия) [18]. Внезапный отказ режущего инструмента (лезвия) – это отказ режущего инструмента (лезвия), наступающий вследствие его разрушения. Постепенный отказ режущего инструмента (лезвия) – это отказ режущего инструмента (лезвия), наступающий после достижения постепенно изменяющимся значением хотя бы одного из его установленных параметров, требований или характеристик обработки критерия отказа. Критерий отказа режущего инструмента (лезвия) – признак неработоспособного состояния, характеризуемый значением какого-либо параметра инструмента, требования или характеристики обработки, выполняемой инструментом, после достижения которого наступает его отказ.



Рис. 1.5. Классификация отказов режущей части инструмента [14]

Как известно, отказ – это событие, при котором нарушается работоспособное состояние, а значит, оно не может быть постепенным. Причины, вызывающие отказ, могут быть внезапными или постепенными.

Одним из показателей работоспособности сборных сверл является наработка на отказ их сменных твердосплавных режущих элементов. Повысить работоспособность можно за счет оптимизации конструкций сверл и сменных твердосплавных режущих элементов.

В соответствии с определением, приведенном в Большой советской энциклопедии [17], оптимизация – это процесс нахождения экстремума (глобального максимума или минимума) определенной функции или выбора наилучшего (оптимального) варианта из множества возможных. Наиболее надежным способом нахождения наилучшего варианта является сравнительная оценка всех возможных вариантов (альтернатив).

Практика эксплуатации сменных режущих твердосплавных элементов сборных инструментов показала, что их работоспособность во многом определяется инструментальным материалом, способами базирования и крепления, формой и типом используемых сменных режущих твердосплавных элементов, режимами резания [14], [19]–[21].

Достижение оптимальных параметров начального состояния инструмента с целью повышения его эксплуатационных показателей [14] (прочность, работоспособность, производительность и т. д.) происходит в три стадии:

1) на стадии выбора инструментальных материалов и сменных режущих твердосплавных элементов, обеспечивающих нужную работоспособность;

2) на стадии проектирования конструкции и оптимизации геометрических параметров систем крепления СМП;

3) на стадии эксплуатации осуществляется оптимизация режимов резания сборными инструментами.

На инструмент действуют силовая и температурная составляющие нагрузок, которые приводят к различным отказам. Поэтому в качестве критериев работоспособности выбираются точность или прочность, которые характеризуются рядом параметров [22].

Если выбрать в качестве критерия работоспособности точность, то необходимо зафиксировать точку кромки СМП в выбранной системе координат и дополнить контуром инструмента, приняв, что все элементы инструмента выполнены по номинальным размерам. Полученное номинальное положение точки (кромки) в направлении осей можно представить в параметрическом виде:

$$\bar{r}_{\rm H} = f_0(\delta_0),$$

где  $\delta_0$  – обобщенные параметры положения точки.

Погрешности изготовления СМП и базовых поверхностей паза корпуса инструмента приводят к статистическому разбросу положений СМП в корпусе инструмента, в этом случае можно представить положение точки кромки в виде:

$$\bar{r}_{\mathrm{np}.6} = f(\delta, \mu_{i0}),$$

где δ – обобщенные статистические параметры положения точки; μ<sub>i0</sub> – параметры системы крепления СМП. Если учесть максимальные значения этих погрешностей изготовления, то СМП займет предельное позиционное положение:

$$\bar{r}_{\text{пр.п}} = f(\delta, \mu_i),$$

где  $\mu_i$  – максимальные значения параметров системы крепления СМП.

Разность между предельным позиционным и номинальным положениями выбранной точки кромки будет образовывать максимальную геометрическую погрешность позиционирования СМП в корпусе сборного инструмента:

$$\Delta r_{\text{\tiny \Gamma,\Pi}} = \overline{r}_{\text{\tiny \Pi P,\Pi}} - \overline{r}_{\text{\tiny H}} = f(\delta,\mu_i) - f_0(\delta_0).$$

Действие максимальных сил закрепления на СМП приведет к тому, что она займет предельное первичное статическое положение:

$$r_{\text{np.c}} = f(\delta, \mu_{ci}),$$

где  $\mu_{ci}$  – максимальные значения статических параметров системы крепления СМП.

Разность между предельными первичным статическим и позиционным положениями будет образовывать первичную статическую погрешность позиционирования СМП в корпусе инструмента:

$$\Delta r_{\mathrm{c.n}} = r_{\mathrm{np.c}} - r_{\mathrm{np.n}} = f(\delta, \mu_{\mathrm{c}i}) - f(\delta, \mu_{i}).$$

Так как предельное статическое положение СМП не совпадает с номинальным, то образуется абсолютная статическая погрешность позиционирования СМП в корпусе инструмента:

$$\Delta r_{\mathrm{H.II}} = r_{\mathrm{IIP.C}} - r_{\mathrm{H}} = f(\delta, \mu_{\mathrm{c}i}) - f_0(\delta_0).$$

Действие переменных предельных значений сил резания и температуры на СМП приведет к тому, что она займет предельное динамическое положение:

$$r_{\text{пр.д}} = f(\delta, \mu_{\mathrm{d}i}),$$

где  $\mu_{di}$  – максимальные значения динамических параметров системы крепления СМП.

Разность между предельным динамическим и номинальным положениями образует динамическую погрешность позиционирования СМП в корпусе инструмента:

$$\Delta r_{\mathrm{d.n}} = r_{\mathrm{np.d}} - r_{\mathrm{H}} = f(\delta, \mu_{\mathrm{d}i}) - f_0(\delta_0).$$

Если в качестве критерия работоспособности выбирается прочность, то учитываются нагрузки, действующие на инструмент. Действие постоянных составляющих сил резания и закрепления, а также теплоты создает напряжения в режущем элементе инструмента. Выбирают локальную зону, в которой напряжения в наибольшей степени влияют на прочность режущего элемента и фиксируют ее координаты:

$$\sigma_{\rm H} = f_{\sigma}(\xi_0),$$

где  $\xi_0$  – обобщенные параметры положения опасной точки.

#### 1.3. Производственные исследования

Сверление является наиболее распространенной операцией для получения отверстий [23]. Самым эффективным способом повышения производительности процесса обработки отверстий является использование сборного инструмента, оснащенного пластинами из инструментальных твердых сплавов, что обеспечивает высокопроизводительную обработку и значительное снижение себестоимости изготовления отверстий. Поэтому, повысив производительность сверления, применяя инструмент, оснащенный инструментальным твердым сплавом, можно добиться существенного снижения производственных затрат.

В отличие от цельных инструментов из быстрорежущей стали и твердого сплава, а также сверл с напайными твердосплавными пластинами, сборные инструменты для обработки отверстий, оснащенные режущими элементами (пластинами, головками) из инструментальных твердых сплавов, обеспечивают следующие преимущества [6], [24]:

1. Повышение стойкости на 35–40 %, так как в твердосплавных пластинах отсутствуют термические напряжения (что характерно для пайки), которые существенно уменьшают запас прочности и приводят к появлению трещин, сколов и поломок.

2. Снижение времени наладки инструментов на размер из-за простоты замены затупившихся режущих кромок и взаимозаменяемости пластин.

3. Экономию вольфрама за счет возврата в металлургическую промышленность около 90 % использованных пластин, в то время как возврат напайных пластин составляет около 15 %.

4. Сокращение запаса номенклатуры инструментов, так как один и тот же корпус сверла, зенкера или развертки может быть использован для различных режущих пластин.

Существуют различные комбинированные сочетания разных видов твердосплавных сверл (рис. 1.6).



*Рис. 1.6.* Комбинированные сочетания разных видов твердосплавных сверл:
 *а* – комбинированное сборное сверло фирмы «Kenamettal»;
 *б* – сборное сверло-резец фирмы «Garant»

Отверстия, обработанные сверлами со сменными пластинами, в большинстве случаев имеют допуск в пределах IT 11-12.

Сверла со сменными головками обеспечивают точность отверстий по квалитету IT 9-10. Цельные твердосплавные сверла характеризуются наилучшим сочетанием подачи и точности обработанных отверстий – с допуском IT 8-9, в зависимости от вида обработки [9]–[11], [25].

В справочной литературе и в инструментальных каталогах различных фирм-производителей сборных инструментов приведено большое количество практических рекомендаций по применению сборных сверл (табл. 1.1, 1.2).

Причем сверла с режущими головками, так же как и цельные твердосплавные сверла, работают на низких скоростях резания с повышенными подачами, а сверла с механическим креплением режущих пластин применяют при высоких скоростях резания с меньшими подачами (по данным «Mitsubish»i, «Walter» и «Sandvik Coromant») [7]–[11], [25], [26].

Однако универсальной методики определения конструктивных параметров сборных сверл, обеспечивающих требования с позиции прочности и работоспособности режущих элементов из твердых сплавов, не существует. Таким образом, повышение эффективности работы сборных инструментов для обработки отверстий на стадии проектирования и эксплуатации является актуальной проблемой производственных и научных исследований.

Таблица 1.1

	Sandvik Coromant						
Обрабатываемый материал		Цельные твердо- сплавные сверла CoroDrill Delta-C Ø 16 мм		Режущая головка CoroDrill 870 Ø16 мм		Режущие пластины CoroDrill 880 Ø 16,5 мм	
		Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.
P	Нелегированная	80–140	0,22–0,45	120	0,32	220-390	0,04–0,10
	сталь			(80–160)	(0,20–0,45)		
	Высокоуглеро-	70–120	0,22–0,45	120	0,32	175-305	0,06–0,16
	дистая сталь			(80–160)	(0,20–0,45)		
	Низколегирован-	70–100	0,20–0,40	110	0,36	125–265	0,06–0,16
	ная сталь			(80–140)	(0,20–0,50)		
	Высоколегирован-	40-80	0,16-0,32	60	0,30	155-300	0,06–0,16
	ная сталь			(40-80)	(0,18–0,45)		
	Стальное литье	70–130	0,22–0,45	110	0,30	190–345	0,04–0,12
				(80–140)	(0,20–0,45)		
M	Нержавеющая сталь (Незакален- ная, ферритная, мартенситная)	40-80	0,14–0,24	_	_	_	_
	Нержавеющая сталь (Аустенитная)	40-80	0,14–0,24	-	—	-	Ι
K	Ковкий чугун	100–160	0,40-0,60	_	_	140–255	0,08–0,22
	Серый чугун	90–150	0,40–0,60	_	—	225-345	0,08–0,22
	Чугун с шаровид- ным графитом	90–150	0,35–0,60	_	_	120–235	0,08–0,18

#### Сравнительная таблица рекомендуемых режимов резания сборных сверл разных типов фирм «Mitsubishi», «Walter» и «Sandvik Coromant» Ø16 мм

Продолжение табл. 1.1

	Mitsubishi						
Обрабатываемый материал		Цельные твердо- сплавные сверла MAE/MAS Ø 16 мм		Режущая головка ТАW Ø16 мм		Режущие пластины ТАF Ø 16 мм	
		Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.
P	Малоуглеродистая	_	_	80	0,25	200	0,07
	сталь			(60–100)	(0,20–0,30)	(150-300)	(0,04–0,12)
	Углеродистая	_	_	80	0,25	150	0,12
	сталь			(60–100)	(0,20–0,30)	(120–180)	(0,06–0,14)
	Легированная	—	_	70	0,20	150	0,10
	сталь			(50–90)	(0,15–0,25)	(120–180)	(0,06–0,12)
M	Нержавеющая	_	_	50	0,15	150	0,08
	сталь			(40–60)	(0,12–0,18)	(120–200)	(0,04–0,12)
K	Чугун	80–100	0,30	80	0,25	150	0,15
				(60–90)	(0,20–0,30)	(120–180)	(0,10–0,18)
	Ковкий чугун	60–80	0,20-0,25	80	0,25	150	0,12
				(60–90)	(0,20–0,30)	(120–180)	(0,08–0,14)

Продолжение табл. 1.1

	Walter						
Обрабатываемый материал		Цельные твердо- сплавные сверла Ø 16 мм		Режущая головка Xtra-tec Ø16 мм		Режущие пластины WOM/WOE Ø 16 мм	
		Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.
Ρ	Нелегированная сталь	90–105	0,29	90–120	0,25	200	0,06
	Низколегирован- ная сталь	70–85	0,29	80–110	0,25	200	0,07
	Высоколегирован- ная сталь	50–65	0,25	60–80	0,22	170	0,05
М	Нержавеющая сталь	25	0,19	-	_	180	0,06
K	Серый литейный чугун	110–135	0,34	110–140	0,25	130	0,10
	Литейный чугун с шаровидным графитом	90–105	0,34	100-120	0,25	120	0,08
	Ковкий чугун	90–115	0,34	90–110	0,25	130	0,09

Сравнительная таблица рекомендуемых режимов резания
сборных сверл разных типов фирм «Mitsubishi»,
«Walter» и «Sandvik Coromant» Ø26 мм

	Mitsubishi						
	Ofnofortunoouturi	Режущая гол Ø 26 м	овка ТА <b>W</b> 1м	Режущие пластины ТАF Ø 26 мм			
материал		Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.		
P	Малоуглеродистая	110	0,30	200	0,08		
	сталь	(80–120)	(0,25–0,35)	(150–300)	(0,04–0,12)		
	Углеродистая сталь	100	0,30	150	0,14		
		(80–120)	(0,25–0,35)	(120–180)	(0,08–0,18)		
	Легированная сталь	90	0,25	150	0,12		
		(70–110)	(0,20–0,30)	(120–180)	(0,08–0,18)		
М	Нержавеющая сталь	70	0,25	150	0,10		
		(60-80)	(0,20–0,28)	(120–200)	(0,04–0,14)		
K	Чугун	110	0,35	150	0,20		
		(90–120)	(0,25–0,40)	(120–180)	(0,10–0,25)		
	Ковкий чугун	100	0,30	150	0,15		
		(80–110)	(0,25–0,35)	(120–180)	(0,08–0,20)		

Продолжение табл. 1.2

	Walter						
Обрабатываемый		Режущая голог Ø 26 м	вка Xtra-tec 1м	Режущие пластины WOM/WOE Ø 26 мм			
	материал	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.		
P	Нелегированная сталь	90–120	0,25–0,30	180	0,10		
	Низколегированная сталь	90–120	0,25–0,30	170	0,10		
	Высоколегированная сталь	80	0,25	150	0,07		
М	Нержавеющая сталь	_	_	160	0,09		
K	Серый литейный чугун	130–140	0,40	120	0,14		
	Литейный чугун с ша- ровидным графитом	120	0,35	110	0,14		
	Ковкий чугун	110	0,30	120	0,12		

Продолжение табл. 1.2

	Sandvik Coromant					
Обрабатываемый материал		Режущая CoroDri Ø26 г	головка 11 870 мм	Режущие пластины CoroDrill 880 Ø26 мм		
		Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	Скорость резания, м/мин	Подача, мм/об.	
P	Нелегированная сталь	120 (80–160)	0,34 (0,20–0,45)	130–225	0,08–0,26	
	Высокоуглеродистая сталь	120 (80–160)	0,34 (0,20–0,45)	155–225	0,08–0,30	
	Низколегированная сталь	110 (80–140)	0,36 (0,20–0,50)	105–200	0,08–0,30	
	Высоколегированная сталь	60 (40–80)	0,30 (0,18–0,45)	130–225	0,08–0,26	
	Стальное литье	110 (80–140)	0,34 (0,20–0,45)	135–250	0,04–0,14	

При выборе сборного инструмента для обработки отверстий одной из важнейших проблем является правильный выбор режущего элемента и типа сборного сверла. В каталогах основных фирм производителей сборного инструмента дано большое количество рекомендаций по выбору и эксплуатации сборных сверл, применяемых при обработке того или иного типа отверстия.

Процедура выбора инструмента осуществляется в следующем порядке:

1. Анализ детали и материала заготовки

Основные параметры отверстия: диаметр отверстия; глубина отверстия; качество отверстия – допуск, шероховатость поверхности, прямолинейность.

Тип отверстия и требуемая точность влияет на выбор инструмента. Имеют значение форма и расположение поверхностей входа/выхода сверла из работы, а также наличие пересекающихся отверстий (рис. 1.7).

Материал заготовки: обрабатываемость; стружкообразование; твердость; содержание легирующих элементов.

Деталь: симметричность отверстия относительно оси вращения детали, т. е. можно ли обработать отверстие невращающимся сверлом? Закрепление, силы закрепления и силы резания. Склонна ли деталь к вибрациям? Требуется ли удлинение инструмента, чтобы достать до поверхности, где нужно просверлить отверстие? Есть ли необходимость в предварительной обработке поверхности или направляющем (пилотном) отверстии, например, при большом вылете инструмента? Размер партии – одно отверстие или массовое производство отверстий, что оправдывает применение оптимизированного специального инструмента для обеспечения максимальной производительности.



*Рис. 1.7.* Сверла фирмы «Sandvik Coromant», оснащенные твердым сплавом

#### 2. Анализ оборудования

Состояние станка: жесткость станка; частота вращения шпинделя; подвод смазывающей охлаждающей жидкости (СОЖ); давление СОЖ; закрепление заготовки; горизонтальный или вертикальный шпиндель; мощность и крутящий момент; инструментальный магазин.

#### 3. Выбор инструмента

Выбор схем срезания припуска и формообразования отверстия (табл. 1.3, рис. 1.8) [22].

Таблица 1.3

#### Схема и параметры формообразования





*Рис. 1.8.* Различные способы получения отверстий по рекомендациям фирмы «Sandvik Coromant»

Выбор типа сверла:

• Цельные твердосплавные сверла. Самый дорогой вид сверл. Применяется для отверстий малого диаметра с жестким допуском.

• Сверла со сменными режущими головками. Наиболее производительный вид сборных сверл. Особенности применения: отверстия среднего диаметра; высокая производительность и точность обработки.

• Сверла со сменными режущими пластинами. Применяются для отверстий среднего и большого диаметра; среднее требование по точности; глухие отверстия, требующие «плоского» дна; сверление на изогнутых и не плоских поверхностях, сверление под углом к обраба-

тываемой поверхности, сверление пересекающихся отверстий, сверление не сплошных отверстий, плунжерное сверление, сверление с применением винтовой интерполяции и растачивание (рис. 1.9, 1.10).



a)





 $\partial$ ) г) *e*)

Рис. 1.9. Технологические возможности сборных сверл со сменными режущими пластинами: a – «плунжерное» сверление;  $\delta$ , e – сверление неплоских и наклонных поверхностей; г, д – сверление отверстий на ребрах обрабатываемой детали; е – сверление под углом к обрабатываемой плоскости



Рис. 1.10. Применение сборных сверл со сменными режущими пластинами: a – растачивание;  $\delta$  – фрезерование

#### 1.4. Геометрические параметры режущей части сверл

Цельные спиральные сверла как твердосплавные, так и из быстрорежущей стали относятся к числу сложных по геометрии инструментов [23], [27]–[31]. Углы сверла приведены на рис. 1.11. Сочетание переменной скорости вдоль режущих лезвий и малой жесткости инструмента существенно осложняет условия протекания процесса резания при сверлении.



*Рис. 1.11.* Эпюры изменения углов резания по длине главной режущей кромки сверла [23]

Винтовое сверло имеет пять режущих кромок: две главные режущие кромки, две на перемычке и две ленточки, выполняющих роли вспомогательных режущих кромок и направляющих [32]–[34].

Величина переднего угла  $\gamma_N$  зависит от главного угла в плане  $\phi$ , угла наклона винтовой канавки  $\omega$  и величины смещения режущей кромки от оси симметрии канавок сверла.

Задние углы меняются не только вдоль режущей кромки, но также и по направлению спада затылованной поверхности. Эти изменения зависят от методов заточки задней поверхности сверла.

Поперечные режущие кромки на перемычке сверла являются одними из неблагоприятных элементов. Передний угол в статической системе координат кромок перемычки остается примерно постоянным независимо от выбора угла наклона винтовой канавки  $\omega$  и определяется величиной главного угла в плане  $\varphi$ . Из-за наличия больших отрицательных значений переднего угла режущая кромка на перемычке не режет, а частично скоблит и выдавливает материал [32].

Геометрия режущей части сверла оказывает существенное влияние на его стойкость. По данным [30], с целью улучшения условий резания разработаны различные способы заточки стандартных сверл и подточки поперечной кромки.

В отличие от сверл из быстрорежущей стали, у сверл, оснащенных инструментальным твердым сплавом (у цельных и сборных с режущими пластинами или головками), практически отсутствует перемычка, как показано на рис. 1.12, кроме этого у сборных сверл, оснащенных режущими головками, значения заднего угла остаются постоянными, значения переднего угла меняются незначительно (по сравнению с винтовыми сверлами) (рис. 1.13), у сборных сверл со сменными режущими пластинами значения переднего и заднего угла практически не меняются в статической системе координат [8]–[10].



*Рис. 1.12.* Геометрические особенности сборного твердосплавного сверла









Рис. 1.13. Геометрия режущей головки сборного сверла: *a* – схема сечений; *б* – график передних углов в нормальной секущей плоскости; *в* – эскизы сечений; *г* – схема осевых сечений; *д* – график передних углов в продольной секущей плоскости; *е* – эскизы сечений

#### 1.5. Анализ механизмов инструментообеспечения

#### 1.5.1. Конструкции захватов инструментальных автооператоров

Захваты предназначены для зажима и удержания инструментов в момент их транспортировки из накопителя в рабочую зону станка и обратно.



Рис. 1.14. Захваты автооператоров

Захваты, зажимающие инструменты в радиальном направлении могут быть затворного (рис. 1.14, a), подпружиненного (рис. 1.14,  $\delta$ , e), клещевого (рис. 1.14, г-е) и тисочного (рис. 1.14, ж) типов. Захваты, осуществляющие зажим инструментальных оправок в осевом направлении, бывают клещевыми и тисочными (рис. 1.14, 3), Если при вводе инструмента в шпиндель угловые положения шпинделя и оправки должны быть строго согласованы, зажимные губки захвата снабжают фиксирующими элементами (рис. 1.14, ж, з).

# 1.5.2. Моделирование приводов механизмов инструментообеспечения

В приводах вращательного движения используются электродвигатели и червячные или зубчатые передачи, поворотные гидродвигатели, а также гидроцилиндры в совокупности с зубчато-реечной передачей, кулачковым или мальтийским механизмом.

Привод поступательного движения представляет собой гидро- или электродвигатель вместе с зубчато-реечным или винтовым механизмом, а также гидроцилиндр в совокупности с кулачковым механизмом.

Инструментальные магазины, револьверные головки, автооператоры, кантователи совершают вращательное движение. Каретки, промежуточные носители, автооператоры при выводе и вводе инструмента в гнездо перемещаются поступательно. Цикл любого движения включает разгон, движение с постоянной скоростью, торможение.

Разгон и торможение сопровождаются динамическими нагрузками, ударами, колебаниями в механизмах, составляют до 40 % общего времени и в основном определяют долговечность механизмов.

Узлы, входящие в состав механизмов автоматической смены инструментов, приводятся в движение от общего двигателя или от индивидуальных приводов (электрических, гидравлических, пневматических). В первом случае кинематические цепи состоят из многочисленных механических передач и преобразователей движения, имеют низкую жесткость. Во втором случае цепи короткие, но система управления усложняется.

Оптимальный по критерию быстродействия треугольный закон (рис. 1.15, *a*) используют редко, так как вследствие мгновенного изменения знака ускорения при переходе к торможению имеют место перераспределение зазоров в механизмах и вызванные им удары.



Рис. 1.15. Законы движения механизмов автоматической смены инструментов: *а* – треугольный; *б* – трапециедальный; *в* – ступенчатый

Часто используют закон изменения скорости, близкий к трапециедальному (рис. 1.15, б), которому соответствуют плавные изменения ускорения. При этом продолжительность отдельного движения:

$$t = \sqrt{\frac{2s(a_{\rm p} + a_{\rm T})}{a_{\rm p}a_{\rm T}(1 - k_t^2)}},$$
(1.1)

где *s* – перемещение исполнительного органа;  $a_p$  – ускорение исполнительного органа при разгоне;  $a_T$  – его ускорение при торможении;  $k_t$  – отношение времени  $t_y$  движения с установившейся скоростью к продолжительности *t* отдельного движения.

Оптимальная скорость установившегося движения зависит от пути перемещения исполнительного органа:

$$v_0 = k\sqrt{as},\tag{1.2}$$

где k = 0,5-0,6.

При малых ходах высокие скорости нецелесообразны, так как не дают заметного выигрыша времени, но приводят к резкому повышению мощности привода.

Узел подходит к упору надежно, но без сильного удара в том случае, когда его скорость находится в интервале от 0,02–0,04 до 0,2 м/с. Минимальная скорость узла вычисляется с учетом возможных отклонений приведенной массы систем *m* на  $\Delta m$ , номинальной скорости подхода к упору  $v_y$  на  $\Delta v_y$ , силы сопротивления  $P_c$  на  $\Delta P_c$ :

$$v_{\text{ymin}} > \frac{2\Delta v_{\text{y}}}{1 + \frac{\Delta P_{\text{c}}}{P_{\text{c}}} - \frac{\Delta m}{m}}.$$
(1.3)

Наибольшая скорость узла при подходе к упору не должна вызывать сильного удара между ними. Для автооператоров загрузочных устройств рекомендуется  $v_{\text{ymax}} = 0,2$  м/с.

Для предотвращения колебаний в механизмах при переходных процессах (разгоне, торможении) и малых ходах (0,15–0,3 м) ускорение не должно превышать 5–6  $\text{м/c}^2$ , при больших ходах (0,7–0,8 м) допускаемое ускорение может быть повышено до 10–12  $\text{м/c}^2$ .

Номинальное время торможения узла при равнозамедленном движении:

$$t_{\rm T} = \frac{mv_0}{P},\tag{1.4}$$

где *Р* – действующая на узел сила.

Инструментальные магазины совершают вращательное движение со ступенчато изменяющейся скоростью (рис. 1.15, *в*). Время поворота на *i* позиций слагается из времен разгона, равномерного вращения с угловой скоростью  $\omega_0$ , торможения и позиционирования с угловой скоростью  $\omega_{\pi}$ .

Для движения с одинаковым ускорением є при разгоне и торможении рациональным является отношение  $\omega_0 / \sqrt{\epsilon} = 0,3-0,35$ . При обычно используемых ускорениях  $\epsilon = 10-15 \text{ c}^{-2}$  рациональная угловая скорость равномерного движения  $\omega_0 = 1-1,3 \text{ c}^{-1}$ .

Минимальная угловая скорость вращательного движения узла определяется с учетом возможных отклонений момента сопротивления  $M_{\rm c}$  на  $\Delta M_{\rm c}$ , приведенного момента инерции I на  $\Delta I$  и номинальной скорости подхода к упору  $\omega_{\rm v}$  на  $\Delta \omega_{\rm v}$ :

$$\omega_{\rm ymin} > \frac{2\Delta\omega_{\rm y}}{1 + \frac{\Delta M_{\rm c}}{M_{\rm c}} - \frac{\Delta I}{I}}.$$
(1.5)

С учетом того что инструментальный магазин поворачивается на разное число позиций, приведенное время движения при разгоне и торможении с одинаковым ускорением:

$$T = \sum_{i=1}^{n} p_i T_i \approx \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left[ f(p, n) \frac{1}{a} + (a - a_{\Pi}) \frac{2\pi\gamma}{na_{\Pi}} \right], \qquad (1.6)$$

где n – общее число позиций в магазине;  $p_i$  – вероятность поворота на i позиций;  $T_i$  – время поворота на i позиций;  $\varepsilon$  – ускорение при разгоне и торможении; f(p, n) – функция, характеризующая закон распределения ходов при повороте на разное число позиций (для симметричных распределений  $f(p, n) \approx \pi((n+1)/n)$ ;  $a = \omega_0 / \sqrt{\varepsilon}$  ( $\omega_0$  – угловая скорость равномерного вращения при повороте);  $a_n = \omega_n / \sqrt{\varepsilon}$ ( $\omega_n$  – угловая скорость при позиционировании);  $\gamma = \varphi_{\Pi} / \varphi_1$  ( $\varphi_n$  – угол поворота при движении со скоростью  $\omega_n$ ;  $\varphi_1 = 2\pi/n$  – угол поворота на одну позицию). В зависимости (1.6) первое слагаемое определяет время равномерного движения, второе – время переходных процессов и фиксации.

**Пример.** Необходимо определить параметры дискового инструментального магазина (рис. 1.16). Для замены инструмента магазин поворачивается через каждые 30 с на 90°. Каждый процесс перемещения занимает 5 с, максимальное ускорение не должно превышать  $0,5 \text{ м/c}^2$ .



Рис. 1.16. Расчетная схема инструментального магазина

Исходные данные:

Допустимое отклонение положения составляет ±2 мм по окружности магазина.

Диаметр магазина:	1000 мм
Масса диска магазина:	200 кг

Масса инструментального блока: 35 кг

Расстояние от центра тяжести до оси вращения:  $l_{S} = 425$  мм

Передаточное число промежуточной

передачи (шестерня – зубчатый венец):  $i_v = 4,4$ 

Диаметр опорного элемента (сталь/сталь): 450 мм

Коэффициент трения качения  $\mu_L$ : 0,01

Позиционирование через переключение «быстрый ход/замедленный ход»: *R* 1 : 10.

#### Расчет параметров двигателя

– момент инерции диска магазина:

$$J_{\rm t} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}200 \cdot 0,5^2 = 25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2;$$

- инструментального блока:

$$J_W = 4J_S + ml_S^2,$$

где  $J_S$  – собственный момент инерции блока по закону Штейнера;  $l_S$  – расстояние «центр тяжести блока – центр вращения».

Поскольку блоки расположены на диске симметрично, возможен упрощенный расчет по следующей формуле:

- инструментальный блок:

$$J_W = 4mr^2 = 4 \cdot 35 \cdot 0,43^2 = 25,9 \text{ кг} \cdot \text{m}^2.$$

В данном случае моментом инерции зубчатого венца можно пренебречь. При этом общий внешний момент инерции:

$$J_X = J_{\rm t} + J_W = 25 + 25,9 = 50,9 \, {\rm kg \cdot m^2}.$$

Скорость вращения:

$$v = \frac{at - \sqrt{(at)^2 - 4as}}{2},$$

где *s* – длина дуги поворота:

$$s = \frac{\pi D}{4} = \frac{3,14}{4} = 0,785 \text{ m}.$$

Тогда скорость:

$$v = \frac{0.5 \cdot 4.5 - \sqrt{(0.5 \cdot 4.5)^2 - 4 \cdot 0.5 \cdot 0.785}}{2} = 0.19 \text{ m/c}.$$

Частота вращения:

$$n = \frac{v \cdot 60}{\pi D} = \frac{0,19 \cdot 60}{3,14} = 3,6 \text{ об./мин.}$$

Время разгона:

$$t_A = \frac{v}{a} = \frac{0,19}{0,5} = 0,38 \text{ c.}$$

Момент инерции поворотного диска, как правило, значительно выше момента инерции ротора двигателя, поэтому в расчете пусковой мощности последнюю величину можно не учитывать. Полная мощность:

$$P_{\rm T} = P_{DL} + P_S.$$

Динамическая мощность:

$$P_{DL} = \frac{J_X n_{\rm T}^2}{91200t_A \eta} = \frac{50.9 \cdot 3.6^2}{91200 \cdot 0.38 \cdot 0.9} = 0.008 \text{ kBt.}$$

Статическая мощность:

$$P_{S} = \frac{\sum m g \mu_{L} dn_{T}}{2 \cdot 1000 \cdot 9550 \eta} = \frac{430 \cdot 9,81 \cdot 0,01 \cdot 450 \cdot 3,6}{2 \cdot 1000 \cdot 9550 \cdot 0,9} = 0,004 \text{ kBt.}$$

Полная мощность:

$$P_{\rm T} = 0,0083 + 0,004 = 0,0123 \text{ kBt}.$$

Выбранный двигатель: DR63S4/B03;  $P_N = 0,12$  кВт;  $n_M = 1380$  об./мин;  $J_M = 0,00048$  кг · м<sup>2</sup>;  $M_B = 2,4$  Нм.

Внешний момент инерции:

$$J_X = J_X \left(\frac{n}{n_M}\right)^2 = 50.9 \left(\frac{3.6}{1380}\right)^2 = 0.00034 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Статистический вращающий момент:

$$M_S = \frac{P_S \cdot 9550\eta}{n_M} = 0,025$$
 Нм.

Динамический момент:

$$M_{H} = \frac{\left(J_{M} + \frac{J_{X}}{\eta}\right)n_{M}}{9,55t_{A}} + M_{S}.$$

$$M_{H} = \frac{\left(0,00048 + \frac{0,00034}{0,9}\right) 1380}{9,55 \cdot 0,38} + \frac{0,025}{0,1} = 0,58 \text{ Hm}.$$

Номинальный вращающий момент:

$$M_N = \frac{0,12 \cdot 9550}{1380} = 0,83 \text{ Hm.}$$

Проверка точности остановки. Двигатель при определенной частоте вращения, соответствующей частоте 5 Гц (R = 1 : 10), останавливается механическим тормозом. Торможение производится на минимальной скорости v = 0,19 м/с,  $n_M = 1380$  об./мин.

Время торможения:

$$t_{\rm B} = \frac{(J_M + J_X \eta) n_M}{9,55 (M_{\rm B} + M_S \eta)}.$$

$$t_{\rm B} = \frac{(0,00048 + 0,00034 \cdot 0,9) \cdot 1380}{9,55(2,4+0,025 \cdot 0,9)} = 0,047 \text{ c}.$$

Замедление при торможении:

$$a_{\rm B} = \frac{v}{t_{\rm B}} = \frac{0.19}{0.047} = 4.1 \, \text{m/c}^2.$$

Длина тормозного пути:

$$s_{\rm B} = v \cdot 1000 \left( t_2 + \frac{1}{2} t_{\rm B} \right) = 0,19 \cdot 1000 \left( 0,003 + \frac{1}{2} 0,047 \right) = 5,1 \,\mathrm{mm}.$$

Точность остановки:

$$X_{\rm B} \approx \pm 0.1 s_{\rm B} = \pm 0.1 \cdot 5.1 = \pm 0.51$$
 MM.

В этом значении учитывается время наложения тормоза, но не учитываются внешние причины возможной задержки (например, время на вычисления в программируемом логическом контроллере (ПЛК).

#### Расчет параметров редуктора

– передаточное число:

$$i = \frac{n_M}{n_a i_v} = \frac{1380}{3,6\cdot 4,4} = 87,1.$$

Вращающий момент на выходном валу. Эксплуатация в режиме 16 ч/сут. и при Z = 120 вкл./ч (при этом из-за запусков, переключений на низкую скорость и торможений происходит 360 изменений нагрузки в час);

- относительный момент инерции:

$$\frac{J_X}{J_M} = \frac{0,00034}{0,00048} = 0,71.$$

С учетом этого получаем характер нагрузки III и необходимый эксплуатационный коэффициент  $t_{\rm B} = 1,6$ .

Вращающий момент на выходном валу:

$$M_a = \frac{P_N \cdot 9550}{n_a} t_{\rm B} = \frac{0.12 \cdot 9550}{3.6 \cdot 4.4} 1.6 = 115.8 \text{ Hm.}$$

Выбранный привод: R27DR63S4/B03; i = 74,11;  $t_{\rm B} = 2,1;$   $M_a = 62$  Hм.

Люфт редуктора. Для этого редуктора угловой люфт выходного вала составляет 0,21°. В пересчете на длину окружности поворотного стола это соответствует расстоянию 1,85 мм. Следовательно, наибольшая часть общего люфта установки в значительной мере создается люфтом в промежуточной передаче.

#### 1.5.3. Определение коэффициентов динамичности механизма автоматической смены инструмента в многоцелевом станке

Конструкция привода. Манипулятор устанавливается на переднем торце стойки 1 станка (рис. 1.17). В корпусе 2, который жестко крепится на плите 3, вертикально установлены две круглые направляющие 4. По направляющим перемещается корпус 5 манипулятора. В корпусе монтируется механизм поворота (на 180°) руки и ее выдвижения.

Механизм поворота состоит из гильзы 6, зубчатого венца 7, находящегося в зацеплении с зубчатой рейкой 8. Зубчатая рейка соединена со штоком 9 гидроцилиндра 10 поворота руки. На переднем конце гильзы имеются две шпонки 11, которые входят в пазы стакана 12 и поворачивают его на 180°. В двух противоположных пазах стакана закреплены вилки, на осях которых устанавливают губки 13 для захвата инструментальных оправок 14. Поворот оправки вокруг своей оси при движении манипулятора ограничивается шпонками 15.

Поворот стакана 12 происходит только в выдвинутом положении. При этом губки 13 заходят на шпонки 11, что предотвращает выпадение оправок от действия центробежных сил. Выдвижение вперед осуществляется гидроцилиндром 16, который смонтирован внутри гильзы 6. Передний конец штока 17 связан со стаканом 12 через радиальный подшипник, смонтированный в корпусе 18. Вертикальное перемещение корпуса 5 осуществляется гидроцилиндром 19, установ-
ленным на верхнем торце магазина. Шток 20 гидроцилиндра 19 связан с корпусом манипулятора через плиту 21. Контроль крайних положений механизмов манипулятора в автоматическом режиме осуществляют бесконтактные путевые выключатели 25 и 26 и др.

Все гидроцилиндры приводов манипулятора оснащены демпфирующими втулками 22 со скосами на конце, которые обеспечивают торможение в крайних положениях поршня. Интенсивность торможения регулируется дросселями 23, установленными на обоих концах гидроцилиндров. Обратные клапаны 24, встроенные в гидроцилиндры, обеспечивают наибольшую скорость перемещения штока при обратном входе.



Рис. 1.17. Эскиз манипулятора смены инструмента

Кинематическая и расчетная схемы привода поворота руки. На кинематической схеме (рис. 1.18, *a*) изображены гидроцилиндр поворота руки *1*, рейка *2*, гильза с зубчатым венцом *3*, гидроцилиндр выдвижения стакана *4*, стакан *5* с механизмом захвата инструментальных оправок. Неподвижное звено расчетной схемы привода – гидроцилиндр поворота руки. На расчетной схеме (рис. 1.18,  $\delta$ ) показаны жесткости и коэффициенты демпфирования следующих соединений звеньев: плоского стыка штока и рейки  $(k_1, c_1)$ ; передачи шестерня–рейка  $(k_2, c_2)$ ; шпоночного соединения гильзы и стакана  $(k_3, c_3)$ ; масса поршня, штока и рейки  $m_1$ ; моменты инерции гильзы  $J_2$  и стакана с механизмом захвата инструментальных оправок и двумя инструментальными оправками  $J_3$ . Сила, действующая на привод F(t), создается гидроцилиндром поворота руки.

*Математическая модель.* Звенья механической системы совершают поступательные и вращательные перемещения.

Параметры модели привода приведены в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Поромотр	Номер узловой точки				
параметр	1 2		3		
Момент инерции (масса)	(12,6 кг)	0,017 кг · м <sup>2</sup>	0,596 кг · м <sup>2</sup>		
Жесткость, 10 <sup>-3</sup>	215,3 Н/м	261 H · м/рад	1333,4 H · м/рад		
Демпфирование	104,8 H · с/м	1,34 Н · м · с/рад	56,7 Н · м · с/рад		

Параметры модели

Для записи математической модели преобразуем все перемещения во вращательные, используя следующие соотношения:

$$\begin{split} J_1 &= m_1 \left(\frac{v}{n}\right)^2 = 12, 6 \left(\frac{0,1884}{2}\right) = 0,112 \text{ kf} \cdot \text{m}^2;\\ k_1^* &= k_1 \frac{vr}{\omega} = 215, 3 \cdot 10^3 \frac{0,1884 \cdot 0,06}{12,57} = 193, 6 \cdot 10^3 \text{ H} \cdot \text{м}/\text{рад};\\ c_1^* &= c_1 \frac{v^2}{n} = 104, 8 \frac{0,1884^2}{2} = 1,86 \text{ kf} \cdot \text{m}^3/(\text{c} \cdot \text{рад});\\ M_0 &= F_0 r = 450 \cdot 0,06 = 24 \text{ H} \cdot \text{m}, \end{split}$$

где v – скорость перемещения рейки; n – частота вращения шестерни;  $\omega$  – угловая скорость вращения шестерни ( $\omega = \pi n$ ); r – радиус делительной окружности шестерни. Если принять, что поворот манипулятора на 180° осуществляется за 1 с, тогда v = 0,1884 м/с, n = 2 с<sup>-1</sup>,  $\omega = 12,57$  рад/с, r = 0,06 м. Сила, создаваемая гидроцилиндром поворота руки:  $F_0 = 450$  Н. Время торможения поршня принимается равным 0,2 с, время разгона поршня до постоянной скорости определяется временем нарастания давления в гидроцилиндре до номинальной силы  $F_0$  (рис. 1.18, *в*) и не превышает 0,01 с.



*Рис. 1.18*. Моделирование манипулятора смены инструмента: *а* – кинематическая схема; *б* – расчетная схема; *в* – график усилия на рейке за время поворота руки манипулятора

С учетом принятых допущений и выполненных преобразований уравнения математической модели образуют следующую систему линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$J_{1}\ddot{\varphi}_{1} + (c_{1} + c_{2})\dot{\varphi}_{1} - c_{2}\dot{\varphi}_{2} + (k_{1} + k_{2})\varphi_{1} - k_{2}\varphi_{2} = M(t);$$
  

$$J_{2}\ddot{\varphi}_{2} - c_{2}\dot{\varphi}_{1} + (c_{2} + c_{3})\dot{\varphi}_{2} - c_{3}\dot{\varphi}_{3} - k_{2}\varphi_{1} + (k_{2} + k_{3})\varphi_{2} - k_{3}\varphi_{3} = 0;$$
  

$$J_{3}\ddot{\varphi}_{3} - c_{3}\dot{\varphi}_{2} + c_{3}\dot{\varphi}_{3} - k_{3}\varphi_{2} + k_{3}\varphi_{3} = 0.$$

или в матричной форме:

Чтобы определить коэффициент динамичности конструкции привода поворота руки и время затухания переходного процесса, необходимо знать переходные характеристики  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$  и  $\varphi_3(t)$ . Решение уравнений динамики механической системы выполнено численным методом. Правая часть уравнений рассчитывается согласно графику, показанному на рис. 1.18:

$$M(t) = F_0 r$$
, если  $0 \le t \le t_1;$   
 $M(t) = F_0 r \left( \frac{\tau - t}{\tau - t_1} \right)$ , если  $t_1 < t < \tau;$   
 $M(t) = 0$ , если  $t > \tau.$ 

По переходным характеристикам определяются коэффициенты динамичности звеньев, равные отношению максимальной амплитуды  $\phi_{max}$ к отклонению в положении статического равновесия  $\phi_{vct}$ :

$$k_{\rm g} = \frac{\phi_{\rm max}}{\phi_{\rm ycr}}, \ i = 1, 2, 3.$$

Время затухания переходного процесса *T* определяется как интервал времени от начала переходного процесса до момента, когда амплитуда колебаний становится меньше определенной, достаточно малой величины. Обычно в качестве последней берут 5 % от максимальной амплитуды переходного процесса  $\tau = t$ , если  $\phi_{min} / \phi_{max} < 0.05$ .

Переходные характеристики, полученные в результате решения модели, показаны на рис. 1.19. Значения углов поворота звеньев механической системы при статическом действии момента в приводе равны:

$$\phi_{\rm ycr1} = \frac{180M_0}{\pi c_1} = \frac{180 \cdot 24}{3,14 \cdot 193600} = 0,0068^\circ;$$

$$\phi_{\text{yct2}} = \frac{180M_0}{\pi c_2} = \frac{180 \cdot 24}{3,14 \cdot 261000} = 0,0053^\circ;$$
  
$$\phi_{\text{yct3}} = \frac{180M_0}{\pi c_3} = \frac{180 \cdot 24}{3,14 \cdot 1333400} = 0,001^\circ.$$

Коэффициенты динамичности:

$$k_1^{\pi} = \frac{\varphi_{\text{max}}}{\varphi_{\text{ycr1}}} = \frac{0,014}{0,0068} = 2,06;$$
  

$$k_2^{\pi} = \frac{\varphi_{\text{max}}}{\varphi_{\text{ycr2}}} = \frac{0,014}{0,0053} = 2,64;$$
  

$$k_3^{\pi} = \frac{\varphi_{\text{max}}}{\varphi_{\text{ycr3}}} = \frac{0,014}{0,001} = 14,0.$$

Время затухания переходного процесса определено по переходным характеристикам (рис. 1.19).



*Рис. 1.19.* Переходные характеристики звеньев манипулятора смены инструмента

Результаты моделирования показывают, что наиболее нагруженным соединением звеньев привода является шпоночное соединение гильзы и стакана с механизмом захвата инструментальных оправок. В этом соединении динамические нагрузки в 14 раз превышают статические. Плоский стык штока и рейки, а также реечная передача менее нагружены, но динамические нагрузки в этих соединениях также значительно превышают статические. Время затухания переходного процесса в механической системе составляет около 3 с.

По результатам моделирования можно сделать следующие выводы: – должна быть проведена проверка на прочность шпоночного соединения гильзы и стакана;

– время затухания переходного процесса на оправке значительно больше допустимого.

## 1.5.4. Конструкции механизмов автоматического закрепления инструментов

Способ зажима инструмента зависит от типа станка, конструкции шпиндельного узла, базирующих и зажимных элементов инструмента.

Для автоматизированного зажима фрезерной или расточной оправки (рис. 1.20, a) с коническим хвостовиком, устанавливаемой в шпинделе 16, который вместе с гильзой 15 может перемещаться в осевом направлении, служит устройство с цанговым захватом. Оправка затягивается в шпиндель с помощью пакета тарельчатых пружин 5, которые воздействуют на нее через гайку 7, стержень 6, четырехлепестковую цангу 4 и винт 14. Самопроизвольному раскрытию цанги препятствует втулка 2.

Для освобождения инструмента служат гидроцилиндры, перемещающиеся в осевом направлении вместе со шпиндельной гильзой. Их корпус 10 удерживается от вращения шпонкой 9. Инструментальная оправка освобождается следующим образом. Масло подается в правый гидроцилиндр, по осевому канал в его штоке проходит в левый цилиндр и действует на его поршень. При этом шток 11 перемещается влево, сжимает пакет тарельчатых пружин 5 и вместе со штоком правого гидроцилиндра передвигает цангу влево. Надвигаясь на коническую втулку 13, удерживаемую пружиной 3, цанга раскрывается. При дальнейшем движении цанга упирается в винт и выталкивает оправку из шпинделя. При отсутствии оправки в шпинделе чашка 12 пружинами 5 доводится до упора 8.



*a*)



б)





Рис. 1.20. Механизмы для автоматического зажима инструментов

Если шпиндель установлен непосредственно в корпусе станка, для зажима инструмента может быть применено устройство, показанное на рис. 1.20, б. Оправка 17 затягивается в шпиндель 18 с помощью пакета тарельчатых пружин 25, стержня 24 и шарикового захвата 19, а освобождается, когда шток гидроцилиндра 22, перемещаясь влево, действует на стержень 24. Для обеспечения надежной работы шарикового захвата корпус гидроцилиндра 22 может передвигаться вправо, сжимая пружину 21, до того момента, пока гайка 23 не упрется в гайку 20. Усилие зажима замыкается на шпинделе и не передается на его упорные подшипники. От выпадания шариков при отсутствии в шпинделе оправки предохраняет шток 26. Шариковое захватное устройство создает небольшое усилие зажима.

В координатно-расточных станках применяют захват с гребенчатой цангой 27 (рис. 1.20, e), в горизонтально-расточных – с составной цангой 29 (рис. 1.20, e), которая освобождает винт 28 при перемещении ее влево вместе со стержнем 30. В станках типа «обрабатывающий центр» необходимо обеспечить большое усилие зажима, механизмы оснащают захватом с сухарями 32 (рис. 1.20, d), установленными в отверстиях тяги 33. Когда инструментальная оправка затянута в шпиндель, сухари фиксируются втулкой 31, для освобождения оправки гидроцилиндр сжимает пакет тарельчатых пружин, тяга 33 передвигается влево, и сухари оказываются против расточки во втулке 31. Для создания большого усилия зажима применяют также захват с качающимися собачками 35 (рис. 1.20, e), направляемыми обоймами 34.

# 1.6. Направления совершенствования сборных сверл

На основании проведенных патентных исследований сборных сверл можно выделить основные два направления их совершенствования: повышение надежности работы сверла; расширение технологических возможностей.

По первому направлению решаются следующие задачи (табл. 1.5): повышение прочности режущих элементов и корпуса сборного сверла; повышение виброустойчивости; надежный отвод стружки; повышение надежности крепления режущих элементов.

По второму направлению (табл. 1.6): повышение производительности; повышение точности; повышение универсальности.

Из приведенного анализа следует, что одним из основных направлений, в которых ведутся разработки новых конструкций сборных сверл, является повышение прочности корпуса и режущих элементов сборного сверла, повышение надежности крепления режущих пластин и головок, а также расширение технологических возможностей.

```
Таблица 1.5
```

Конструкции сверл, повышающие надежность их работы

Повышение прочности режущих элементов и корпуса сборного сверла	Повышение виброустойчивости	Надежный отвод стружки	Повышение надежности крепления режущих элементов
RU2438831 C2	EP0852979 B1	EP0985476 A1	EP 1 213081 A1
	TO	Ő	
EP 0 977 646 B1	RU 2 417 865 C2	RU 2 129 479 C1	RU 2 436 660 C1
	E C		
	RU 2 432 237 C2		
	EP 1 0902 799 A2		

## Таблица 1.6

Конструкции сверл, расширяющие технологические возможности

Повышение производительности	Повышение точности	Повышение универсальности
RU 2 452 401 C2	RU 2 424 087 C2	EP 0 823 300 B1
ha		(O)
RU 2 442 676 C1	RU 2 403 128 C1	EP 0 859 679 B1
Con to		
EP 1 393 842 A1	RU 2 465 100 C1	RU 2 463 131 C1
EP 0 923 422 B1	RU 2 451 580 C2	RU 2 166 412 C2
00		

# ГЛАВА 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ТОЧНОСТЬ СБОРНЫХ СВЕРЛ

# 2.1. Анализ точности сборных сверл

Просверленные отверстия, как правило, не имеют абсолютно правильной цилиндрической формы. Их поперечные сечения имеют форму овала, а продольные – небольшую конусность.

Диаметры просверленных отверстий всегда больше диаметра сверла, которым они просверлены [23]. Разность диаметров сверла и просверленного им отверстия принято называть разбивкой отверстия. Для стандартных сверл из быстрорежущей стали диаметром  $d_c = 10-20$  мм разбивка составляет 0,15–0,25 мм.

По материалам, приведенным в работах [23], [35], основными причинами разбивки, огранки или увода оси отверстий являются, главным образом, погрешности симметрии заточки режущих кромок сверла, а также несоосность сверла и шпинделя станка, приводящим к вибрациям и радиальным колебаниям сверла в процессе сверления, а как следствие, к неуравновешенным радиальным составляющим сил резания, которыми обычно принято пренебрегать и не учитывать их в расчетах.

Однако, по данным [35], причинами возникновения вибраций и радиальных колебаний сверла являются не только погрешности системы СПИД (станок – приспособление – инструмент – деталь), но и неточность установки сверла и несимметричность режущих кромок сверла.

По результатам многочисленных опытов профессора А. А. Виноградова основной причиной возникновения и развития вибраций является неравномерность процесса стружкообразования при резании поперечной кромкой сверла и участками главных кромок, прилежащих к ней. Поэтому увеличением жесткости самого сверла и в целом системы СПИД нельзя устранить основные причины возникновения вибраций. Этим путем можно лишь обеспечить в системе СПИД большую сопротивляемость возмущающим силам, но нельзя устранить причины появления этих сил.

В своей работе А. А. Виноградов проводил исследования радиальных колебаний сверл с симметричной заточкой и предложенных им сверл со смещенной относительно их оси поперечной кромкой на фрезерном станке 6М82Ш (рис. 2.1).



режущей части сверла:

*а* – схема устройства; *б* – типичная осциллограмма

Сверло закреплялось с помощью переходных втулок в горизонтальном шпинделе 5. Причем поперечные колебания режущей части сверла при врезании в металл (высокомарганцовистую сталь ММЛ-1) определялись измерением двух координат X и Y точки оси сверла, на расстоянии 30 мм от его вершины. По точкам с координатами X и Y определяли траектории движения отдельных точек режущих кромок сверла, формирующих поверхности отверстия. На сверле I закрепляли стальную закаленную втулку 2 с защитным диском 3. При этом обеспечивали строгую соосность наружной поверхности втулки 2 и направляющих ленточек режущей части сверла. На поверхность втулки 2 опиралась балочка 4 с датчиками измерения одной координаты, а в плоскости, перпендикулярной направлению отклонения этой балочки, закреплялась другая балочка с датчиками измерения другой координаты.

В результате установлено, что характер траекторий движения вершины сверла и отдельных точек его режущих кромок отличается лишь некоторыми элементами в зависимости от режимов резания и точности симметрии заточки режущей части.

Типичные траектории движения вершины симметрично заточенного сверла и некоторых точек режущих кромок в течение тридцать пятого оборота показаны на рис. 2.2.

Исследования траекторий движения точек режущих кромок сверла со смещенной относительно его оси поперечной кромкой показали, что характер отклонений вершины режущей части отличается от сверла со строго симметричной заточкой лишь в начальной стадии. После касания обрабатываемой поверхности вершина сверла отклоняется от оси вращения шпинделя станка и движется вокруг нее с достаточно высокой равномерностью. Траектории движения точек режущих кромок сохраняют форму, близкую к идеальным окружностям. При таком относительно небольшом смещении поперечной кромки твердосплавная пластинка разрушается значительно реже, чем при строго симметричной заточке сверла.



*Рис. 2.2.* Траектории движения точек режущих кромок сверла  $\emptyset$  16 мм: a - c симметричной заточкой ( $2\varphi = 130^\circ$ ;  $\gamma_N = 5^\circ$ ;  $\alpha_N = 12^\circ$ );  $\delta - co$  смещенной относительно оси сверла поперечной кромкой ( $\Delta \varphi = 4^\circ$ ; l = 2 мм), режим резания n = 8,33 об./с,  $s = 0,08 \cdot 10^{-3}$  м/об.,  $B_0C_0$  – поперечная кромка сверла

Таким образом, А. А. Виноградов установил, что процесс резания при работе двузубыми сверлами протекает стабильно, когда поперечная кромка смещена относительно их оси дополнительной заточкой по задней поверхности одного зуба на части главной кромки, прилежащей к поперечной кромке, величина указанного смещения не должна при этом быть больше половины длины поперечной кромки. Меньшее предельное значение величины смещения зависит от величины диаметра сверла и при необходимости может быть определено экспериментально.

В работе [35] также проводились исследования неуравновешенной составляющей радиальных сил резания  $P_y$ , которая возникает при работе винтового сверла с напайным твердосплавным режущим элементом. Как было установлено, их значение относительно небольшое и, как правило, не учитывается в расчетах при проектировании.

Результаты данных исследований могут быть применимы для моделирования процесса резания цельными и сборными сверлами со сменными режущими головками, так как они схожи по своим конструктивным параметрам с теми инструментами, которые использова-

лись в представленных выше опытах. Однако, в отличие от цельных твердосплавных сверл и сверл со сменными твердосплавными режущими головками с осесимметричными режущими кромками, у сборных сверл со сменными режущими пластинами отсутствует перемычка, при этом первым врезается в обрабатываемый материал участок центральной режущей пластины, уже смещенный относительно оси на некоторую величину. При этом у такого сверла уже изначально не уравновешены радиальные силы резания  $P_y$ , которые, так же как и для цельных сверл, могут приводить к разбивке отверстия, к уводу сверла от оси отверстия, вибрациям и радиальным колебаниям, к повышенному износу периферийной сменной режущей пластины.

В ходе литературного и патентно-информационного анализа было выявлено, что существует несколько способов решения данной проблемы. Так, например, известна конструкция сборного сверла [36]. Сменная режущая пластина имеет режущую кромку с ломаным выступающим участком, благодаря чему силы резания, воздействующие на сверло, особенно их радиальные составляющие, становятся в значительной степени сбалансированными, что позволяет, таким образом, свести к минимуму нагрузки, приводящие к отклонению инструмента, а следовательно, к неточным размерам отверстия (рис. 2.3).



Рис. 2.3. Эскиз сборного сверла [36]

Специалисты шведской фирмы «Sandvik Coromant» [8], [9], [11], предлагают сборное сверло с центральной сменной режущей пластиной специальной формы и периферийной квадратной формы, CoroDrill-880 с так называемой «Step технологией», обеспечивающей постепенное врезание режущих кромок сверла в обрабатываемый материал. Схематично «Step технология» представлена на рис. 2.4 и 2.5. Ее принцип заключается в следующем: часть 1 врезается в материал, во избежание больших радиальных сил резания она выполнена узкой; часть 2 входит в контакт с материалом, уравновешивает силы; часть 3 входит в обработку последней, защищает нерабочую кромку периферийной пластины.



Рис. 2.4. Принцип «Step технологии» сборного сверла CoroDrill-880 фирмы «Sandvik Coromant»



*Рис. 2.5.* Схема процесса врезания в обрабатываемый материал сборного сверла: *a* – CoroDrill-880 фирмы «Sandvik Coromant» с центральной режущей пластиной специальной формы; *б* – сборного сверла с пластинами квадратной формы



Рис. 2.6. Схемы установки пластин на сборном сверле

В своих работах А. А. Баканов предлагает для повышения работоспособности сборных сверл разворачивать пластины на угол  $\psi$  [37]–[39]. При этом припуск, срезаемый сверлом за один оборот, определяется величиной подачи  $S_0$  и делится между пластинами только по длине режущей кромки каждой из них, участвующей в резании (рис. 2.6).

# 2.2. Точность позиционирования сменных многогранных пластин в корпусе инструмента

Большой опыт накоплен в экспериментальном определении вероятностных геометрических параметров стандартных сменных многогранных пластин (СМП). При этом установлены отклонения форм базовых поверхностей СМП и приведена их классификация [21], [22], [40]. Полученные результаты сложно использовать в расчетах при прогнозировании надежности инструмента. Поэтому были проведены обобщающие исследования с целью установления значений параметров с требуемой вероятностью. Кроме этого были получены формы расчетных контурных площадей контакта базовых поверхностей СМП при заданной вероятности, а также их топографии (табл. 2.1) [41], [42].

Таблица 2.1

Тип и номер пластины	Средневероятностная форма и относительные площади касания
Четырехгранная	_
Максимальная относительная площадь (1)	0,474
Средняя относительная площадь (2)	0,432
Минимальная относительная площадь (3)	0,316
Трехгранная	_
Максимальная относительная площадь (1)	0,496
Средняя относительная площадь (2)	0,472
Минимальная относительная площадь (3)	0,28
Пятигранная	_
Максимальная относительная площадь (1)	0,431
Средняя относительная площадь (2)	0,287
Минимальная относительная площадь (3)	0,271

#### Значения относительных контурных площадей касания

Разработан алгоритм и математические модели к расчету координат точек контакта базовых поверхностей СМП и паза корпуса инструмента с заданными вероятностями (рис. 2.7) и установлены статистические условия их существования (табл. 2.2).



*a*)



б)

Рис. 2.7. Схема к расчету точек контакта СМП и паза корпуса инструмента: *а* – опорной поверхности СМП; *б* – боковых поверхностей СМП

## Таблица 2.2

## Условия существования точек контакта базовых поверхностей СМП и паза корпуса инструмента

Номер точек	Расчетные зависимости	Условия существования точки
1 <i>k</i>	$1k \rightarrow \sum_{i=n,j=m}^{i=n,j=m} Z_{1_{S_{i,j}}} \rightarrow \min;$	Заданы координаты точек установочной поверхности:
	<sup><i>i</i>=1,<i>j</i>=1</sup> Z. – массивы коорлинат	$X_{1_{s_{i,j}}} \ge 0; \ Y_{1_{s_{i,j}}} \ge 0; \ Z_{1_{s_{i,j}}} \ge 0.$
	расчетных топографий по- верхностей	s = 1, 2 – номера контактирующих поверхно- стей; <i>i</i> , <i>j</i> – номер точки поверхности; <i>n</i> , <i>m</i> – количество выделенных точек
2 <i>k</i>	$2k \to \sum_{i=1,j=1}^{i=n,j=m} \alpha_{3_{S_{i,j}}} \to \min;$	$K_1 K_2 > 0,$ где $K_1 = \Delta X_{2_{1_P,1_k}} X_{2_{1_P}} + \Delta Y_{2_{1_{1_k,1_P}}} Y_{2_{1_P}} +$
	$-\arccos\left \frac{Y_{3_{S_{i,j}}}}{Y_{3_{S_{i,j}}}}\right $	$+\Delta Y_{2_{l_{P,lk}}}Y_{2_{l_{lk}}} - \Delta X_{2_{l_{P,lk}}}X_{2_{l_{lk}}};$
	$x_{3_{S_{i,j}}} - x_{3_{S_{i,j}}}, x_{3_{S_{i,j}}}, x_{3_{S_{i,j}}}$	$K_2 = \Delta X_{2_{1_P,1_k}} X_{2_{i,j}} + \Delta Y_{2_{1_{1_k,1_P}}} Y_{2_{i,j}} +$
	$R_{3_{S_{i,j}}} = \sqrt{(Y_{3_{S_{i,j}}})^2 + (Z_{3_{S_{i,j}}})^2}$	$+\Delta Y_{2_{1_{P,1k}}}Y_{2_{1_{1k}}} - \Delta X_{2_{1_{P,1k}}}X_{2_{1_{1k}}},$
		здесь $X_{2_{1p}}, Y_{2_{1_{1k}}}$ – координаты точки про-
		екции силы тяжести и точек контакта; $\Delta X_{2_{1P,1k}}, \Delta Y_{2_{1_{1k,1P}}}$ – соответственно, первая
		разность координат точек контакта и точки проекции силы тяжести
3k	$3k \to \sum_{i=1, j=1}^{i=n, j=m} \xi_{5_{S_{i,j}}} \to \min;$	$\lambda_{1} > 0; \lambda_{2} > 0, \lambda_{1} + \lambda_{2} < 1, $ (1) где $\lambda_{1} = \frac{\Delta X_{6_{1P3k}} \Delta Y_{6_{12k,3k}} - \Delta Y_{6_{1P,3k}} \Delta X_{6_{12k,3k}}}{\Delta Y_{6_{12k,3k}} - \Delta Y_{6_{1k,3k}} - \Delta Y_{6_{12k,3k}}};$
	$\xi_{5_{S_{i,j}}} = \arccos(\frac{1}{R_{5_{S_{i,j}}}};$ $R_{5_{S_{i,j}}} = \sqrt{(X_{5_{S_{i,j}}})^2 + (Z_{5_{S_{i,j}}})^2}$	$\lambda_{2} = \frac{\Delta Y_{6_{l_{P,3k}}} \Delta X_{6_{l_{1k,3k}}} - \Delta Y_{6_{l_{1k,3k}}} \Delta X_{6_{l_{P,3k}}}}{\Delta Y_{6_{l_{2k,3k}}} \Delta X_{6_{l_{1k,3k}}} - \Delta Y_{6_{l_{1k,3k}}} \Delta X_{6_{l_{2k,3k}}}}.$
	Окончательно:	Если (1) не выполняется, то при $K_1 K_2 < 0$ ,
	$3k \rightarrow \sum_{i=1, j=1}^{i=n, j=m} \eta_{8_{S_{i,j}}} \rightarrow \min;$	где $K_1 = \Delta Y_{6_{1_{3k,2k}}} X_{6_{1p}} + \Delta X_{6_{1_{2k,3k}}} Y_{6_{1p}} +$
		$+Y_{6_{1_{2k}}}X_{6_{1_{3k}}}-X_{6_{1_{2k}}}Y_{6_{1_{3k}}};$
	$\eta_{8_{\alpha}} = \arccos \frac{ X_{8_{s_{i,j}}} }{R};$	$K_2 = \Delta Y_{6_{1_{3k,2k}}} X_{6_{1_P}} + \Delta X_{6_{1_{2k,3k}}} Y_{6_{1_P}} +$
	$K_{8_{S_{i,j}}}$	$+Y_{6_{1_{2k}}}X_{6_{1_{3k}}}-X_{6_{1_{2k}}}Y_{6_{1_{3k}}},$
	$R_{8_{S_{i,j}}} = \sqrt{(X_{8_{S_{i,j}}})^2 + (Z_{8_{S_{i,j}}})^2}$	каждая рассматриваемая точка отбрасы- вается

Номер точек	Расчетные зависимости	Условия существования точки
4 <i>k</i>	$4k \rightarrow \sum_{i=n,j=m}^{i=n,j=m} Z_{10s} \rightarrow \min$	При заданных координатах точек направ-
	$\sum_{i=1,j=1}^{105} 105_{i,j}$	V > 0 $V > 0$ $Z > 0$
		$A_{10s_{i,j}} \ge 0, \ I_{10s_{i,j}} \ge 0, \ Z_{10s_{i,j}} \ge 0$
5k	$5k \qquad \sum_{i=n,j=m}^{i=n,j=m} \qquad \qquad$	$K_1K_2 > 0,$
	$\mathcal{S} \mathcal{K} \rightarrow \sum_{i=1, j=1}^{j} \alpha_{12_{S_{i,j}}} \rightarrow \min,$	где $K_1 = \Delta X_{2_{1_{P,4k}}} X_{2_{1_P}} + \Delta Y_{2_{1_{4k,1_P}}} Y_{2_{1_P}} +$
	$Y_{12_{S_{i}}}$	$+\Delta Y_{2_{1_{P,4k}}}Y_{2_{1_{4k}}} - \Delta X_{2_{1_{P,4k}}}X_{2_{1_{4k}}};$
	$\alpha_{12_{S_{i,j}}} = \arccos \frac{1}{R_{12_{S_{i,j}}}};$	$K_2 = \Delta X_{2_{1_{P,4k}}} X_{2_{i,j}} + \Delta Y_{2_{1_{4k,1_P}}} Y_{2_{i,j}} +$
	$R_{12_{S_{i,j}}} = \sqrt{(Y_{12_{S_{i,j}}})^2 + (Z_{12_{S_{i,j}}})^2}$	$+\Delta Y_{2_{1_{P,4k}}}Y_{2_{1_{4k}}} - \Delta X_{2_{1_{P,4k}}}X_{2_{1_{4k}}}$
6 <i>k</i>	$(1 \rightarrow \sum_{i=n,j=m}^{i=n,j=m} 7 \rightarrow min$	При заданных координатах точек опор-
	$o\kappa \rightarrow \sum_{i=1,i=1}^{\infty} Z_{14_{S_{i,j}}} \rightarrow \min$	ной поверхности:
	<i>i</i> -1, <i>j</i> -1	$X_{10_{s_{i,j}}} \ge 0; \ Y_{10_{s_{i,j}}} \ge 0; \ Z_{10_{s_{i,j}}} \ge 0$

На основе уравнений плоскостей, касательных к базовым поверхностям СМП, получены математические модели, позволившие определить точность позиционирования СМП в корпусе инструмента при базировании их на опорную и боковые грани [22].

## 2.3. Размерный анализ

По характеру относительного расположения СМП в корпусе инструмента можно выделить следующие основные случаи [2], [43]:

– крепление плоским клином, при котором зазоры полностью выбираются в одном направлении;

 – крепление угловым клином, при котором зазоры полностью выбираются так, что пластина соприкасается равновероятно в любой точке отверстия;

– крепление прижимом в направлении опорной базовой поверхности, при этом сопряженные детали могут занимать любое относительное положение.

Взаимное положение СМП и корпуса зависит от способа базирования, принимали, что базирование происходит по плоскости и штифту, входящему в отверстие СМП. Оси отверстия и штифта имели отклонения от перпендикулярности относительно базовой плоскости. Тогда, используя методику расчета размерных цепей, получили:

$$M_{z} = \Delta N_{a,\mathrm{III}} + \Delta e m_{a,\mathrm{III}} + \frac{1}{2} \left( \alpha_{a} T_{a} - \alpha_{\mathrm{III}} T_{\mathrm{III}} \right) - M\left( \cos \theta_{a} \right) \frac{l}{r_{a}} \left( e m_{sa} + \alpha_{sa} \frac{T_{sa}}{2} \right) \left( e m_{\varphi a} + \alpha_{\varphi a} \frac{T_{\varphi a}}{2} \right) - M\left( \cos \theta_{\mathrm{III}} \right) \frac{l}{r_{\mathrm{III}}} \left( e m_{s\mathrm{III}} + \alpha_{s\mathrm{III}} \frac{T_{s\mathrm{III}}}{2} \right) \left( e m_{\varphi \mathrm{III}} + \alpha_{\varphi \mathrm{III}} \frac{T_{\varphi \mathrm{III}}}{2} \right).$$
(2.1)

$$D_{z} = \frac{1}{4} \Big[ D(X_{a}) + D(Y_{\varphi a} \cos \theta_{a}) + D(X_{u}) + D(Y_{\varphi u} \cos \theta_{u}) + 2r_{a} \sigma_{a} \sigma_{\varphi a} + 2r_{u} \sigma_{u} \sigma_{\varphi u} \Big], \quad (2.2)$$

где  $M_z$  – математическое ожидание величины зазора;  $\Delta N_{a, \text{ш}}$ ,  $\Delta em_{a, \text{ш}}$  – разность номинальных значений и середин полей допусков диаметров отверстия в СМП и штифта; *sa* и *s*ш – задаваемые на чертежах отклонения от перпендикулярности осей в виде отношения S/r; l – длина отверстия;  $\alpha$ , T – коэффициенты относительной асимметрии и допуски соответствующих параметров;  $em_{\varphi a}$ ,  $em_{sa}$  – соответственно, средние значения отклонений от формы и перпендикулярности отверстия в СМП;  $Y_{\varphi a}$  – случайная величина погрешностей формы отверстия СМП.

Тогда статистические параметры положения СМП в переделах зазора примут вид:

$$K_z^2 T_z^2 = K_{xa}^2 T_a^2 + K_{xu}^2 T_{u}^2, (2.3)$$

где 
$$K_{xa}^{2} = K_{a}^{2} + \left(\frac{l}{r_{a}}\right)^{2} \left(\frac{T_{sa}}{T_{a}}\right)^{2} \times$$
  
 $\times \left[0,5K_{sa}^{2} + 3,6\left(\frac{em_{sa}}{T_{sa}} + \frac{\alpha_{sa}}{2}\right)^{2}\right] + \left(\frac{T_{\phi a}}{T_{a}}\right)^{2} \left[0,5K_{\phi a}^{2} + 3,6\left(\frac{em_{\phi a}}{T_{\phi a}} + \frac{\alpha_{\phi a}}{2}\right)^{2}\right];$   
 $K_{xuu}^{2} = K_{uu}^{2} + \left(\frac{l}{r_{uu}}\right)^{2} \left(\frac{T_{suu}}{T_{uu}}\right)^{2} \left[0,5K_{suu}^{2} + 3,6\left(\frac{em_{suu}}{T_{suu}} + \frac{\alpha_{suu}}{2}\right)^{2}\right] + \left(\frac{T_{\phi uu}}{T_{uu}}\right)^{2} \left[0,5K_{\phi uu}^{2} + 3,6\left(\frac{em_{\phi uu}}{T_{\phi uu}} + \frac{\alpha_{\phi uu}}{2}\right)^{2}\right],$  (2.4)

где  $K_{xa}$  и  $K_{xu}$  – приведенные коэффициенты относительного рассеивания случайной величины X, соответственно, для отверстия и штифта;  $em_a$ ,  $T_a$ ,  $\alpha_a$ ,  $K_a$  – характеристики рассеивания случайной величиины  $X_a$ ;  $\overline{X}_{\varphi a}$ ,  $em_{\varphi a}$ ,  $T_{\varphi a}$ ,  $\alpha_{\varphi a}$ ,  $K_{\varphi a}$  – характеристики рассеивания этой случайной величины (для штифта принимали такие же обозначения, но с индексом «ш»).

Расчетные зависимости точности позиционирования СМП при базировании на штифт и опорную грань приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Признаки схемы	Расчетные зависимости
1. $\alpha_n \neq 0$ ,	Зазоры полностью выбираются в одном направлении
$\gamma_n \neq 0,$ $\psi = 0$	$M_{\Sigma z} = \frac{1}{2} \sum_{z}  \xi_{z}  \cos \theta_{z} \left[ \left( em_{a} - em_{u} \right) + \left( \alpha_{a} \frac{T_{a}}{2} - \alpha_{u} \frac{T_{u}}{2} \right) \right];$
	$K_{\Sigma z}^{2} T_{\Sigma z}^{2} = \frac{1}{4} \sum_{z} \xi_{z}^{2} \cos^{2} \theta_{z} \left( K_{a}^{2} T_{a}^{2} + K_{\mathrm{m}}^{2} T_{\mathrm{m}}^{2} \right)$
2. $\alpha_n \neq 0$ , $\gamma \neq 0$ .	Точки штифта соприкасаются равновероятно с точками отверстия СМП
$\psi = 0$	$em_{z} = \frac{1}{2} \left[ \left( d_{a} - d_{\mathrm{m}} \right) + \left( em_{a} - em_{\mathrm{m}} \right) + \frac{1}{2} \left( \alpha_{a} T_{a} + \alpha_{\mathrm{m}} T_{\mathrm{m}} \right) \right] - \frac{\alpha_{z} T_{z}}{2};$
	$T_{z} = \frac{1}{2K_{z}}\sqrt{K_{a}^{2}T_{a}^{2} + K_{m}^{2}T_{m}^{2}};$
	$K_{xz}^2 = 0.5 \left[ K_z^2 + 36 \left( \frac{em_z}{T_z} + \frac{\alpha_z}{2} \right)^2 \right]$
3. $\alpha_n \neq 0$ ,	Зазор выбирается по направлению оси х, которая относи-
$\gamma_n \neq 0,$	тельно исполнительного размера может занимать равнове-
$\Psi = 0$	роятное положение по углу $\Theta$ от $0$ оо $2\pi$
	$D_{\rm u} = D_x D(\cos\theta) + D_x [M(\cos\theta)]^2 + D(\cos\theta)M_x^2;$
	$K_{\Sigma z}^2 T_{\Sigma z}^2 = \sum_z \xi_z^2 K_{xz}^2 T_{xz}^2,  M_{\Sigma z} = 0;$
	$K_{xz}^{2} = 0.5 \left[ K_{z}^{2} + 36 \left( \frac{em_{z}}{T_{z}} + \frac{\alpha_{z}}{2} \right)^{2} \right]$

Расчетные зависимости точности позиционирования СМ	ИΠ
при базировании на штифт и опорную грань	

57

Признаки схемы	Расчетные зависимости
4. $\alpha_n \neq 0$ , $\gamma_n \neq 0$ ,	$M_{z} = \frac{1}{2} \left\{ \left( em_{0a} - em_{0m} \right) + \left[ \alpha_{a} \frac{T_{a}}{2} + M(\cos\theta) \left( em_{\varphi a} + \alpha_{\varphi a} \frac{T_{\varphi a}}{2} \right) \right] - \right\}$
$\Psi = 0$	$-\left[\alpha_{\rm m}\frac{T_{\rm m}}{2} + M(\cos\theta)\left(em_{\rm out} + \alpha_{\rm out}\frac{T_{\rm out}}{2}\right)\right];$
	$D_z = \frac{1}{4} \times$
	$\times \left[ D(X_a) + D(Y_{\varphi a} \cos \theta_a) + D(X_{\mu}) + D(Y_{\varphi \mu} \cos \theta_{\mu}) + 2r_a \sigma_a \sigma_{\varphi a} + 2r_{\mu} \sigma_{\mu} \sigma_{\varphi \mu} \right];$
	$K_{z}^{2}T_{z}^{2} = \frac{1}{4} \left[ \left( K_{a}' \right)^{2} T_{a}^{2} + \left( K_{\mathrm{III}}' \right)^{2} T_{\mathrm{III}}^{2} \right];$
	$(K'_{a})^{2} = K_{a}^{2} + \left(\frac{T_{\varphi a}}{T_{a}}\right)^{2} \left[0,5K_{\varphi a}^{2} + 3,6\left(\frac{em_{\varphi a}}{T_{\varphi a}} + \frac{\alpha_{\varphi a}}{2}\right)^{2}\right] + 2r_{a}K_{a}K_{\varphi a}\left(\frac{T_{\varphi a}}{T_{a}}\right);$
	$\left(K'_{\rm m}\right)^2 = K_{\rm m}^2 + \left(\frac{T_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm m}}\right)^2 \left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm T.M_{\rm m}}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm T.M_{\rm m}}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm T.M_{\rm m}}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm T.M_{\rm m}}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm T.M_{\rm m}}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm m}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm T.M_{\rm m}}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm m}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm m}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm T.M_{\rm m}}}{T_{\rm m}} + \frac{\alpha_{\rm T.M_{\rm m}}}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6\left(\frac{em_{\rm m}}{T_{\rm m}} + \frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6K_{\rm m}^2 + \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + 3,6K_{\rm m}^2 + \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2}\left[0,5K_{\rm m}^2 + \frac{1}$
	$+2r_{\rm m}K_{\rm m}K_{\rm t.M_{\rm m}}\left(\frac{T_{\rm t.M_{\rm m}}}{T_{\rm m}}\right)$
5. $\gamma_n \neq 0$ , $\alpha_n \neq 0$ ,	СМП могут занимать любое относительное положение в пре- делах зазора между штифтом и отверстием
$\psi = 0$	$D_{x} = 2\int_{0}^{a} x^{2} \varphi_{3}(x) dx + M_{x}^{2} + 2\int_{a}^{b} x^{2} \varphi_{4}(x) dx + M_{x}^{2}$
	при $\varphi_1(z) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(Z - M_z)^2}{2\sigma_z^2}\right]$ , a $\varphi_2(y) = 1/b$ .
	$K_{xz} = 3\frac{1}{b}\sqrt{\frac{a^3}{3} + \frac{1}{\sigma_z\sqrt{2\pi}}\int_a^b x^2(\int_a^b e^{(\frac{(z-M_z)}{2\sigma_z^2})}dz)dx}$

Примечание:  $M_z$  – математическое ожидание смещения осей элементов;  $\theta$  – угол между направлениями перемещения пластины и исполнительного технологического размера;  $\varphi_3(x)$  и  $\varphi_4(x)$  – плотности условных вероятностей положения СМП в отверстии по оси x;  $\xi_z$  – передаточный коэффициент размерной цепи;  $K_{\Sigma z}$ ,  $T_{\Sigma z}$  – соответственно, коэффициент относительного рассеивания и допуск замыкающего звена.

# 2.4. Точность расположения формообразующих кромок сменных многогранных пластин в корпусе инструмента

Точность расположения формообразующих кромок СМП зависит от погрешности формы передних и задних поверхностей, а также от погрешности формы и взаимного расположения их базовых поверхностей.

Для получения аналитических зависимостей использовали метод координат [22], [44], [45].

Основные базирующие поверхности СМП описывались в системе *OXYZ*, а формообразующие кромки – *oxyz*, тогда положение формообразующих кромок относительно основных баз определялось как положение системы *oxyz* в системе *OXYZ*.

Это положение задавалось через радиус-вектор  $\bar{r}_{P_3}$  с обобщенными параметрами  $\mu_{N_{P_{3N}}}$  при заданной вероятности  $\bar{r}_{P_3}(\mu_{1_{P_{3,1}}}...\mu_{N_{P_{3,N}}})$ . Параметры определяют положение формообразующих кромок относительно базовой поверхности. Это означает, что расстояние от точек базового отверстия СМП до точек формообразующих кромок можно выразить через координаты точки *i* (*XYZ*) в системе *OXYZ*. Радиусывекторы могут быть рассчитаны по формуле

$$\overline{r}_{1,P_{3}}(\mu_{1_{P_{3,1}}}\dots\mu_{N_{P_{3,N}}}) = \overline{r}_{0,P_{3}} + M_{01} \Big[ q_{1}(\mu_{m_{1,P_{3,m,1}}}\dots\mu_{N_{P_{3,N}}}), \dots q_{6}(\mu_{m_{1,P_{3,m,1}}}\dots\mu_{N_{P_{3,N}}}) \Big] \overline{R}_{P_{3}}(\mu_{1_{P_{3,1}}}\dots\mu_{N_{P_{3,N}}}).$$
(2.5)

Аналогично расстояния от точек формообразующих кромок до основной базы являются координатами точки *j* (*XYZ*) в системе О*XYZ*:

$$R_{P_{3}}(\mu_{1_{P_{3,1}}} \dots \mu_{N_{P_{3,N}}}) = \overline{r}_{0,P_{3}} + \dots$$
$$+ M_{01}^{\mathrm{T}} \Big[ q_{1}(\mu_{m_{1,P_{3,m,1}}} \dots \mu_{N_{P_{3,N}}}), \dots q_{6}(\mu_{m_{1,P_{3,m,1}}} \dots \mu_{N_{P_{3,N}}}) \Big] \overline{r}_{P_{3}}(\mu_{1_{P_{3,1}}} \dots \mu_{N_{P_{3,N}}}), \quad (2.6)$$

где  $M^T$  – транспонированная матрица преобразования систем координат;  $\bar{r}_{0,P_3}$  – радиус-вектор взаимного расположения начал систем координат с заданной вероятностью.

Как известно, угол между двумя номинальными поверхностями соответствует углу между их нормалями. В связи с этим угол наклона координатной плоскости *zoy* относительно *ZOY* с заданной вероятно-

стью равен углу  $\phi_{1_{P_3}}$ , заключенному между осями *ох* и *OX*; соответственно – *хог* относительно *XOZ* – углу  $\phi_{2_{P_3}}$ , заключенному между осями *оу* и *OY*; *хоу* относительно *XOY* – углу  $\phi_{3_{P_3}}$ , заключенному между осями *ог* и *OZ*. Косинусы этих углов являются элементами матрицы [M], расположенными вдоль главной ее диагонали.

Учитывая, что поворот системы *оху* вокруг координатной оси, перпендикулярной к рассматриваемой точке формообразующей кромки, не изменяет ее наклона относительно основной базовой поверхности, можно записать:

$$\cos \varphi_{1_{P_3}} = \cos \gamma_{P_{\gamma}} \cos \beta_{P_{\beta}}; \quad \cos \varphi_{2_{P_{\varphi_2}}} = \cos \gamma_{P_{\gamma}} \cos \lambda_{P_{\lambda}};$$
$$\cos \varphi_{3_{P_{\varphi_3}}} = \cos \beta_{P_{\beta}} \cos \lambda_{P_{\lambda}}.$$

После элементарных преобразований получили:

$$tg \varphi_{1_{P_{\varphi_{1}}}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^{2} \gamma_{P_{\gamma}} \cos^{2} \beta_{P_{\beta}}}}{\cos \gamma_{P_{\gamma}} \cos \beta_{P_{\beta}}}; \quad tg \varphi_{2_{P_{\varphi_{2}}}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^{2} \lambda_{P_{\lambda}} \cos^{2} \gamma_{P_{\gamma}}}}{\cos \lambda_{P_{\lambda}} \cos \gamma_{P_{\gamma}}};$$
$$tg \varphi_{3_{P_{\varphi_{3}}}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^{2} \lambda_{P_{\lambda}} \cos^{2} \beta}}{\cos \lambda_{P_{\lambda}} \cos \beta_{P_{\beta}}}.$$

Так как любой конструктивный линейный и угловой параметр между двумя поверхностями может быть выполнен с определенной технологической погрешностью, то каждый из размеров имеет пределы верхний и нижний, которые можно с заданной вероятностью записать в матричной форме:

$$\left[\Delta_{\mathrm{B}L_{P_{L}}}\right] = \left(\Delta_{\mathrm{B}A_{P_{A}}}, \Delta_{\mathrm{B}B_{P_{B}}}, \Delta_{\mathrm{B}B_{P_{B}}}\right); \quad \left[\Delta_{\mathrm{H}LP_{L}}\right] = \left(\Delta_{\mathrm{H}A_{P_{A}}}, \Delta_{\mathrm{H}B_{P_{B}}}, \Delta_{\mathrm{H}B_{P_{B}}}\right).$$

Разность этих матриц определяет матрицу допусков:

$$[T_L] = [T_{q_n}].$$

Отклонения линейных размеров, обусловленных погрешностью геометрической формы СМП, можно представить в виде:

$$\Delta_{L\varphi_{P\varphi}} = \left( \Delta_{X\varphi_{P\varphi}}, \Delta_{Y\varphi_{P\varphi}}, \Delta_{Z\varphi_{P\varphi}} \right).$$

Тогда отклонение расстояний от точек формообразующих кромок в выбранной системе координат можно представить как функцию относительной удаленности, поворота и отклонений от плоскости поверхностей СМП, полученную путем сложения соответствующих матриц.

С учетом полученных выше зависимостей, определяющих значения элементов рассматриваемых матриц, можно записать:

$$\Delta_{L_{XP_{\Delta}}} = \Delta_{a_{P_{\Delta}}} - \frac{Y_{P_{Y}} \operatorname{tg}(\Delta_{\gamma})}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^{2}(\Delta_{\beta})}} + Z_{P_{Z}} \operatorname{tg}(\Delta_{\beta}) + \Delta_{X\varphi_{P_{\varphi}}};$$
  

$$\Delta_{L_{YP_{\Delta}}} = \Delta_{b_{P_{\Delta}}} - \frac{X_{P_{X}} \operatorname{tg}(\Delta_{\gamma})}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^{2}(\Delta_{\lambda})}} + Z_{P_{Z}} \operatorname{tg}(\Delta_{\lambda}) + \Delta_{Y\varphi_{P_{\varphi}}};$$
  

$$\Delta_{L_{ZP_{\Delta}}} = \Delta_{c_{P_{\Delta}}} - \frac{X_{P_{X}} \operatorname{tg}(\Delta_{\beta})}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^{2}(\Delta_{\lambda})}} + Y_{P_{Y}} \operatorname{tg}(\Delta_{\lambda}) + \Delta_{Z\varphi_{P_{\Delta}}}.$$
(2.7)

Перейдя от отклонений к допускам, получим:

$$T_{L_X} = T_a + YT_{\gamma} + ZT_{\beta} + h_x; \quad T_{L_Y} = T_b + XT_{\gamma} + ZT_{\lambda} + h_y;$$
  
$$T_{L_Z} = T_c + XT_{\beta} + YT_{\lambda} + h_z$$
(2.8)

при условии, что

$$\operatorname{tg}^{2}(\Delta_{\beta}) \to 0; \operatorname{tg}^{2}(\Delta_{\lambda}) \to 0; \operatorname{tg}(\Delta_{\beta}) \to T_{\beta}; \operatorname{tg}(\Delta_{\lambda}) \to T_{\lambda}; \operatorname{tg}(\Delta_{\gamma}) \to T_{\gamma},$$

где  $T_a$ ,  $T_b$ ,  $T_c$  – допуски на координаты центра системы, связанной с формообразующей кромкой в системе *OXYZ*;  $T_\gamma$ ,  $T_\beta$ ,  $T_\lambda$  – допуски на относительный поворот системы координат *oxyz*;  $h_x$ ,  $h_y$ ,  $h_z$  – пределы отклонения формы (отклонения от плоскостности); x, y, z – координаты краевых точек на поверхности базового отверстия.

Используя (2.7), можно определить составляющую геометрической погрешности, обусловленную погрешностью формы и расположения. Для определения погрешностей установки СМП на ось был использован метод деформируемых координатных связей [44].

Матрица нормальных координат опорных точек имеет вид:

$$[\Pi_P] = [\Delta(X, Y, Z)_{1_{P_{\Delta}}}, \ \Delta(X, Y, Z)_{2_{P_{\Delta}}}, \ \Delta(X, Y, Z)_{3_{P_{\Delta}}}, \\ \Delta(X, Y, Z)_{4_{P_{\Delta}}}, \ \Delta(X, Y, Z)_{5_{P_{\Delta}}}, \ \Delta(X, Y, Z)_{6_{P_{\Delta}}}].$$

С помощью матрицы налагаемых связей выявлялись функциональные зависимости между элементами погрешности расположения  $[\omega_{y_P}] = (a_{y_P}, b_{y_P}, c_{y_P}, \lambda_{y_P}, \beta_{y_P}, \gamma_{y_P})$  с заданной вероятностью и нормальными координатами опорных точек:

$$\left[\omega_{y_P}\right] = \left[Q_P\right]\left[\Pi_P\right],$$

где  $[Q_P]$  – матрица налагаемых связей, которая в общем случае представляет собой квадратную матрицу шестого порядка  $[Q_P] = [q_{in_P}]^n$ при n = 6, тогда:

$$\begin{bmatrix} a_{y_{P}} \\ b_{y_{P}} \\ c_{y_{P}} \\ c_{y_{P}} \\ \beta_{y_{P}} \\ \gamma_{y_{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11_{P}} & q_{12_{P}} & q_{13_{P}} & q_{14_{P}} & q_{15_{P}} & q_{16_{P}} \\ q_{21_{P}} & q_{22_{P}} & q_{23_{P}} & q_{24_{P}} & q_{25_{P}} & q_{26_{P}} \\ q_{31_{P}} & q_{32_{P}} & q_{33_{P}} & q_{34_{P}} & q_{35_{P}} & q_{36_{P}} \\ \eta_{31_{P}} & q_{32_{P}} & q_{33_{P}} & q_{34_{P}} & q_{35_{P}} & q_{36_{P}} \\ \eta_{41_{P}} & q_{42_{P}} & q_{43_{P}} & q_{44_{P}} & q_{45_{P}} & q_{46_{P}} \\ q_{51_{P}} & q_{52_{P}} & q_{53_{P}} & q_{54_{P}} & q_{55_{P}} & q_{56_{P}} \\ q_{61_{P}} & q_{62_{P}} & q_{63_{P}} & q_{64_{P}} & q_{65_{P}} & q_{66_{P}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta(X, Y, Z)_{1_{P}} \\ \Delta(X, Y, Z)_{2_{P}} \\ \Delta(X, Y, Z)_{3_{P}} \end{bmatrix}$$

Для наиболее распространенных СМП и схем их базирования (рис. 2.8) приведенная система уравнений примет частный вид.



Рис. 2.8. Схема к расчету погрешности расположения СМП

Расположение СМП относительно корпуса инструмента для схем на рис. 2.8, *а* и б можно определить по выражениям:

$$\begin{bmatrix} a_{y_p} \\ b_{y_p} \\ c_{y_p} \\ c_{y_p} \\ \beta_{y_p} \\ \beta_{y_p} \\ \beta_{y_p} \\ \beta_{y_p} \\ \beta_{y_p} \\ \gamma_{y_p} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_{p_1}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -Y_{5_p}\Delta_p & Y_{4_p}\Delta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Delta_p \\ (-Y_{2_p}X_{3_p} + Y_{3_p}X_{2_p}) & (Y_{1_p}X_{3_p} - Y_{3_p}X_{1_p}) & (-Y_{1_p}X_{2_p} + Y_{2_p}X_{1_p}) & 0 & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + X_{2_p}) & (X_{3_p} - X_{1_p}) & (-X_{2_p} + X_{1_p}) & 0 & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta_p & -\Delta_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{Y_{2_p}} \\ \Delta_{Y_{2_p}} \\ \Delta_{Y_{2_p}} \\ \Delta_{Y_{2_p}} \\ \Delta_{Y_{2_p}} \\ (-Y_{2_p}X_{3_p} + Y_{3_p}X_{2_p}) & (Y_{1_p}X_{3_p} - Y_{3_p}X_{1_p}) & (-Y_{1_p}X_{2_p} + Y_{2_p}X_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + X_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{3_p}X_{1_p}) & (-X_{2_p} + X_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + X_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{3_p}X_{1_p}) & (-X_{2_p} + X_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + X_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-X_{2_p} + X_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-X_{2_p} + X_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-X_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{2_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{2_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{3_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{3_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{3_p} + Y_{1_p}) & 0 & 0 \\ (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{1_p}) & (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{3_p}) \\ (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{3_p}) & (Y_{3_p} - Y_{3_p}) \\ (-Y_{3_p} + Y_{3_p}) &$$

где  $\Delta_P = Y_{1_P} X_{1_P} ((\delta_{x_{2_P}} - \delta_{x_{3_P}}) + \delta_{y_{2_P}} (\delta_{x_{3_P}} - 1) - \delta_{y_{3_P}} (\delta_{x_{2_P}} - 1)); X_{i_P}, Y_{i_P} - абсо$  $лютные координаты точек контакта с заданной вероятностью; <math>\delta_{x,y_P}$  – относительные координаты точек контакта с заданной вероятностью.

Уравнения, отражающие связь между погрешностями опорных точек и положением конической пластины относительно корпуса инструмента для наихудшего случая, т. е. при наличии огранки на посадочной поверхности, примут вид (рис. 2.8, *в*):

$$\begin{bmatrix} a_{y_{p}} \\ b_{y_{p}} \\ c_{y_{p}} \\ c_{y_{p}} \\ \beta_{y_{p}} \\ \gamma_{y_{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{2_{p}}}{Z_{2_{p}} - Z_{1_{p}}} & \frac{Z_{1_{p}}}{Z_{1_{p}} - Z_{2_{p}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_{4_{p}}}{Z_{4_{p}} - Z_{3_{p}}} & \frac{Z_{3_{p_{3}}}}{Z_{3_{p}} - Z_{4_{p}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{4_{p}} - Z_{3_{p}}} & \frac{1}{Z_{3_{p}} - Z_{4_{p}}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{Z_{2_{p}} - Z_{1_{p}}} & \frac{1}{Z_{1_{p}} - Z_{2_{p}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{1_{p}}}{\Delta X_{2_{p}}} \\ \Delta Y_{3_{p}}} \\ \Delta Y_{4_{p}} \\ \Delta Z_{5_{p}} \\ \Delta Y_{6_{p}} \end{bmatrix}.$$
(2.11)

# Результаты расчетов приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Расчетные	Положение СМП относительно корпуса					
схемы, пара- метры, мм	а, мм	<i>b</i> , мм	С, ММ	λ, рад	β, рад	ү, рад
$\Delta Z_1 = 0,01;$ $Y_4 = 15;$ $\Delta Z_2 = 0,03;$ $\Delta Z_3 = 0,015;$ $\Delta Z_3 = 0,015;$ $\Delta X_5 = 0,03;$ $\Delta X_4 = 0,01;$ $X_2 = 1,0;$ $\Delta Y_6 = 0,244;$ $X_1 = 12,287;$ $Y_5 = 1;$ $X_3 = 12,287;$ $Y_1 = 24,177;$	-3,21 · 10 <sup>-2</sup>	-0,442· 10 <sup>-2</sup>	-3,14 · 10 <sup>-2</sup>	3,57 · 10 <sup>-4</sup>	1,038 · 10 <sup>-3</sup>	1,40 · 10 <sup>-3</sup>
$Y_{2} = 1;$ $Y_{3} = 10,177$ $Y_{2} = 1;$ $Y_{3} = 10,177$ $\Delta Z_{1} = 0,01;$ $\Delta Z_{2} = 0,03;$ $\Delta Z_{3} = 0,015;$ $\Delta Y_{5} = 0,02;$ $\Delta X_{4} = 0,02;$ $X_{1} = 14;$ $X_{2} = 25;$ $X_{3} = 4;$ $Y_{1} = 25;$ $Y_{2} = 14;$ $Y_{3} = 4$	$-5,87 \cdot 10^{-5}$	$-5,87 \cdot 10^{-5}$	$-1,37 \cdot 10^{-2}$	7,48 · 10 <sup>-4</sup>	1,07 10 <sup>-3</sup>	

## Анализ точности расположения СМП относительно корпуса

Окончение табл. 2.4

Расчетные	Положение СМП относительно корпуса					
схемы, пара- метры, мм	а, мм	<i>b</i> , мм	С, ММ	λ, рад	β, рад	ү, рад
$\Delta X_1 = 0,02;$ $\Delta X_2 = 0,01;$ $\Delta Z_5 = 0,02;$ $\Delta Y_3 = 0,01;$ $\Delta Y_4 = 0,02;$ $\Delta Y_6 = 0,01;$ $Z_1 = 6,35;$ $Z_2 = 0,5;$ $Z_3 = 6,35;$ $Z_4 = 0,5$	9,15 · 10 <sup>-3</sup>	$2,085 \cdot 10^{-2}$	$-2,0 \cdot 10^{-2}$	$-1,71 \cdot 10^{-3}$	$-1,71 \cdot 10^{-3}$	$-1,26 \cdot 10^{-3}$

Анализ полученных данных позволяет заключить, что наибольшей надежностью по геометрической точности обладают сборные инструменты с СМП призматической формы при базировании их в закрытый паз корпуса инструмента.

# ГЛАВА 3. РАБОТОСПОСОБНОСТЬ СБОРНЫХ СВЕРЛ В УСЛОВИЯХ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

# 3.1. Анализ критериев оценки напряженно-деформированного состояния режущей части инструмента

Изучение механизма разрушения сменных режущих твердосплавных элементов, установление закономерностей, создание инженерных методов расчета прочности режущей части сборных сверл являются актуальными задачами.

Вопросами прочности режущей части инструментов в разное время занимались А. А. Аваков [46], А. И. Бетанели [47], И. П. Третьяков, А. И. Каширин, Н. Н. Зорев [48], Т. Н. Лоладзе [49], А. Н. Резников [50], В. А. Остафьев [12], Г. Л. Хает [2], С. Н. Григорьев [51], А. С. Верещака [15], М. Ф. Полетика [52], М. Х. Утешев [53], Е. В. Артамонов [19] и др.

Под предельным опасным напряженным состоянием понимается явление, при котором происходит качественное изменение свойств материала.

При сложном напряженном состоянии, когда в точках детали два или все три главных напряжений  $\sigma_1 - \sigma_3$  не равны нулю, для одного и того же материала опасное состояние может иметь место при различных предельных значениях главных напряжений в зависимости от соотношений между ними. Экспериментально установить предельные величины главных напряжений очень сложно не только из-за трудности постановки опытов, но и из-за большого объема испытаний.

Решение данной сложной прочностной задачи заключается в установлении критерия прочности (критерий предельного напряженно-деформированного состояния) [12], [19], [21], [47], [49], [54]. Для этого вводят гипотезу о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора: полагают, что нарушение прочности при любом напряженном состоянии наступит только тогда, когда величина данного фактора достигнет некоторого предельного значения. Предельное значение фактора, определяющее прочность, находят на основании простых, легко осуществимых опытов (на растяжение, сжатие, кручение и т. д.). Под коэффициентом запаса в общем случае понимают число *n*, показывающее, во сколько раз нужно одновременно увеличить все компоненты напряженного состояния  $\sigma_1 - \sigma_3$ , чтобы оно стало предельным:  $[\sigma_1] = n\sigma_1$ ;  $[\sigma_2] = n\sigma_2$ ;  $[\sigma_3] = n\sigma_3$ .

Коэффициент запаса по эквивалентным напряжениям представляет собой отношение допускаемых напряжений [σ] для данного материала к эквивалентным напряжениям:

$$K_{_{3\mathrm{a}\Pi}} = \frac{\left[\sigma\right]}{\sigma_{_{3\mathrm{KB}}}}.$$
(3.1)

Коэффициент запаса по нормальным напряжениям по первой теории прочности вычисляется следующим образом:

$$K_n = \frac{\left[\sigma\right]}{\sigma_1}.$$
(3.2)

Коэффициент запаса по касательным напряжениям по третьей теории прочности вычисляется следующим образом:

$$K_{\tau} = \frac{\left[\sigma\right]}{2\tau_{\max}},$$
где  $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$  (3.3)

Таким образом, введение критерия прочности позволяет сопоставить данное сложное напряженное состояние с простым, например, с одноосным растяжением, и установить при этом такое эквивалентное (расчетное) напряжение, которое в обоих случаях дает одинаковый коэффициент запаса. Условие прочности записывается в виде  $\sigma_{3KB} \leq [\sigma]$ .

Основным недостатком всех конструкций сборных сверл с режущими пластинами является недостаточная надежность крепления режущих пластин. Закрепление происходит по нескольким опорным поверхностям. Вектор нагрузки при резании  $R_{xy}$  не совпадает с вектором силы закрепления режущих пластин P в угловой паз, что приводит к ослаблению крепления, саморазвинчиванию крепежного винта, возникновению микровибраций и к преждевременному износу и разрушению режущих пластин и корпуса сверла (рис. 3.1).

При расчетах необходимо задавать механические характеристии инструментального твердого сплава, учитывать условия взаимодействия СМП с корпусом сверла, элементами механизма крепления.



*Рис. 3.1.* Результаты разрушений сборных сверл с режущими пластинами

Главная проблема при разработке моделей СМП заключается в корректном задании граничных условий, имитирующих взаимодействие режущей пластины с корпусом сборного сверла и действие сил резания при сверлении.

# 3.2. Определение сил резания

### 3.2.1. Общая методика

В каталогах инструментальных фирм-производителей сборного режущего инструмента, таких как «Garant» [25] и «Sandvik Coromant» [9], приведена методика расчета сил резания для токарных резцов, фрез, сверл и т. д. через удельные нагрузки  $k_c$ , Н/мм<sup>2</sup>, действующие на площадь поперечного сечения стружки f, мм<sup>2</sup>.

Сравнение результатов расчета сил резания при токарной обработке по разным методикам [16], [25], [33], [34], [55] с экспериментальными исследованиями динамометрией при точении представлены в табл. 3.1. Эксперимент проводился при обработке стали 40Х сборным токарным резцом с режущей пластиной из BK8 с геометрическими параметрами:  $\varphi = 45^{\circ}$ ,  $\gamma = 5^{\circ}$ ,  $\lambda = 0^{\circ}$ ,  $\varphi_1 = 45^{\circ}$  и параметрами резания: V = 100 м/мин,  $S_0 = 23$  мм/об. для различных значений глубины резания *t*. Результаты сравнительного анализа показали, что расчет по предлагаемой методике, представленной в каталоге фирмы «Garant», через удельные нагрузки  $k_c$ , Н/мм<sup>2</sup>, действующие на площадь поперечного сечения стружки *f*, мм<sup>2</sup>, позволяет более точно определять главную составляющую силы резания  $P_z$ . Среднее отклонение расчетов от результатов эксперимента по данной методике составило 14,3 %.

Таблица 3.1

Глубина резания	<i>Р<sub>z</sub></i> , Н экспери- менталь- ная	<i>Р</i> <sub>z</sub> , Н эмпири- ческая [25]	Процент отклоне- ния от ре- зультатов экспери- мента	<i>Р</i> <sub>z</sub> , Н эмпири- ческая [16]	Процент отклоне- ния от ре- зультатов экспери- мента	<i>Р</i> <sub>z</sub> , Н аналити- ческая [34]	Процент отклоне- ния от ре- зультатов экспери- мента
<i>t</i> = 0,5 мм	346,5	259,3	25,17	206	40,55	382	-10,25
t = 1  MM	598,5	518,5	13,37	412	31,16	767	-28,15
<i>t</i> = 1,5 мм	850,5	777,8	8,55	618	27,34	1149,7	-35,18
t = 2  MM	1165,5	1037	11,03	824	29,30	1541,85	-32,29
<i>t</i> = 2,5 мм	1417,5	1296,3	8,55	1030	27,34	1930,85	-36,22
t = 3  MM	1858,5	1555,5	16,30	1235	33,55	2318,35	-24,74
<i>t</i> = 3,5 мм	2189,25	1814,8	17,10	1442	34,13	2704,74	-23,55
_	_	_	14,29	_	31,91	_	-27,20

Результаты расчета главной составляющей силы резания *P<sub>z</sub>* по разным методикам

Главная составляющая силы резания  $P_z$  нагружает механизм главного привода станка и определяет мощность, расходуемую в процессе резания. Величина силы  $P_z$  в первую очередь зависит от свойств подлежащего обработке материала и от параметров резания (геометрия режущей части, ширина и толщина срезаемого слоя и т. д.). Поэтому она определяется с учетом поперечного сечения стружки f для конкретного вида обработки.

При токарной обработке для определения силы резания  $P_z$  используется формула

$$P_z = fk_c = abk_c, (3.4)$$

где f – поперечное сечение стружки, мм<sup>2</sup>; b – ширина срезаемого слоя, мм; a – толщина срезаемого слоя, мм;  $k_c$  – удельная сила резания,  $H/mm^2$ .

По материалам фирмы «Garant», на удельную силу резания  $k_c$  оказывают влияние свойства обрабатываемого материала. Но в то же время она является теоретическим расчетным значением и не рассматривается в качестве числовой характеристики материала. Для определения силы резания  $k_c$  справедлива формула

$$k_{\rm c} = \frac{k_{\rm c1.1}}{a^m},\tag{3.5}$$

69

где  $k_{c1.1}$  – удельная сила резания при поперечном сечении стружки  $f = 1 \text{ мм}^2$  (b = 1 мм, a = 1 мм); m – тангенс угла наклона  $\alpha$  (рис. 3.2).

На рис. 3.2 представлена зависимость удельной силы резания  $k_c$  от толщины срезаемого слоя *a* (в зарубежной литературе обозначает-ся как *h*).



 Рис. 3.2. Зависимость удельной силы резания k<sub>0</sub> от толщины срезаемого слоя a:
 a – арифметическая зависимость; б – двойная логарифмическая зависимость

Удельная сила резания на  $1 \text{ мм}^2$  сечения стружки  $k_{c1.1}$  и тангенс угла наклона  $\alpha$  зависит от свойств обрабатываемого материала, и это было определено для различных материалов фирмой «Garant» экспериментальным путем.

Значения удельной силы резания  $k_{cl.1}$  (табл. П.1.1) действительны при следующих условиях: инструментальный материал – твердый сплав; скорость резания 100 м/мин; передний угол  $\gamma = 6^{\circ}$  для стали и  $\gamma = 2^{\circ}$  для чугуна; главный угол в плане  $\varphi = 45^{\circ}$  (в зарубежной литературе обозначается как *K*); острая режущая кромка.

В случае отклонений от заданных параметров резания необходимо вводить поправочные коэффициенты (табл. 3.2) для расчета силы резания  $P_z$ :

– поправочный коэффициент для переднего угла  $k_{y}$ ;

- поправочный коэффициент для скорости резания  $k_v$ ;
- поправочный коэффициент для инструментального материала k<sub>и</sub>;
- поправочный коэффициент на уровень износа инструмента  $k_h$ .

Таблица 3.2

Поправочные коэффициенты	Формула/диапазон величин	Примечание
k <sub>y</sub>	$k_{\gamma} = 1 - \frac{\gamma - \gamma_k}{66,7^{\circ}}$	$\gamma - \phi$ актический передний угол, $\gamma_k = 6^\circ$ для стали, $\gamma_k = 2^\circ$ для чугуна
$k_{v}$	При V > 80 м/мин можно пренебречь	Инструментальный материал Твердый сплав
	1,15	Инструментальный материал Быстрорежущая сталь
kи	1	Твердый сплав
	0,9–0,95	Минералокерамика
k <sub>h</sub>	1	Острый инструмент
	1,3–1,5	Изношенный инструмент

# Определение поправок для расчета главной составляющей силы резания $P_z$

Силу подачи  $P_x$  и радиальную составляющую сил резания  $P_y$  можно определить по следующим зависимостям:

$$P_x = bk_{f1.1}a^{1-m_f}; (3.6)$$

$$P_{y} = bk_{p1.1}a^{1-m_{p}}, (3.7)$$

где b – ширина срезаемого слоя, мм; a – толщина срезаемого слоя, мм;  $k_{f1.1}$  и  $k_{p1.1}$  – показатель удельного давления, Н/мм<sup>2</sup>;  $1 - m_f$  и  $1 - m_p$  – показатель степени.

Основные показатели удельных сил резания, подачи  $k_{f1.1}$  и радиальной  $k_{p1.1}$ , включая их показатели степени, для разных обрабатываемых материалов представлены в табл. П.1.2.

# 3.2.2. Анализ нагрузок на режущих кромках сборных сверл

Для цельного винтового сверла и сборного сверла со сменной режущей головкой с двумя главными режущими кромками (z = 2) справедливо, что значение подачи на зуб  $S_z = S_o/2$ , мм/об. (в зарубежной литературе обозначается как f), а глубина резания определяется как t = D/2, мм (в зарубежной литературе обозначается как  $a_p$ ).

Следовательно, площадь срезаемого слоя f (в зарубежной литературе обозначается как A) при сверлении на каждой из главных режущих кромок, которая схематично обозначена на рис. 3.3, a, можно найти по формуле

$$f = \frac{DS}{4} \tag{3.8}$$

при рассверливании, которая схематично обозначена на рис. 3.3,  $\delta$ , учитывая что глубина резания t = (D-d)/2, мм, можно определить по формуле

$$f = \frac{(D-d)S}{4}.$$
 (3.9)

Для сверл со сменными режущими пластинами принимают z = 1, поскольку на центральную и периферийную режущую пластину распределяется ширина срезаемого слоя  $b = b_{\mu} + b_{\mu} (b_{\mu} - центральной пластиной, а <math>b_{\mu}$  – периферийной пластиной). Значение подачи *S* остается неизменным (рис. 3.4, 3.5).



*Рис. 3.3.* Поперечное сечение стружки: *а* – сверление; *б* – рассверливание



*Рис. 3.4.* Распределение срезаемого слоя на кромках сверла с СМП


*Рис. 3.5.* Схемы распределения срезаемого слоя и геометрические параметры режущих лезвий разных видов сверл

На инструментах со сменными режущими пластинами главный угол в плане  $\varphi$  (в зарубежной литературе обозначается как *K*) для каждой режущей пластины может быть разным, что влияет на толщину срезаемого слоя.

Для определения удельной силы резания  $k_c$  для разных типов сверл в каталогах инструментальной фирмы «Sandvik Coromant» рекомендуют использовать формулу

$$k_{\rm c} = k_{\rm c1} (S_z \sin \phi)^{-m_{\rm c}} \left( 1 - \frac{\gamma_0}{100} \right).$$
 (3.10)

Для расчета главной составляющей силы резания  $P_z$  при сверлении использовалась формула (3.4) для расчета  $P_z$  при токарной обработке. В случае сверления следует ввести поправочный коэффициент  $k_{\rm B}$ , учитывающий изменение факторов влияния на главную составляющую силы резания по сравнению с точением (форма режущей кромки, скорость резания и т. д.). Таким образом, при сверлении для расчета главной составляющей силы резания  $P_z$  использовалась формула

$$P_z = \frac{D}{2} S_z k_{\rm c} k_{\rm B} z, \qquad (3.11)$$

где D – диаметр отверстия, мм;  $S_z$  – подача на зуб, мм/об.;  $k_c$  – удельная сила резания, Н/мм<sup>2</sup> (зависит от свойств обрабатываемого материала);  $k_B$  – поправочный коэффициент (для сверления  $k_B = 1$ ; для рассверливания  $k_B = 0.95$ ).

Для расчета крутящего момента при сверлении в каталоге фирмы «Garant» [25] рекомендуют использовать формулу

$$M = \frac{P_z z D}{2000},$$
 (3.12)

а для расчета крутящего момента при рассверливании рекомендуют:

$$M = \frac{P_z z (D+d)}{2000}.$$
 (3.13)

По данным каталогов фирмы «Sandvik Coromant» [8], [9], для расчета осевой силы резания рекомендуют использовать формулу

$$P_{\text{o.c}} \approx 0.5k_{\text{c}}\frac{D}{2}S\sin\varphi.$$
 (3.14)

Причем значение подачи S для цельных и сборных сверл со сменными режущими головками соответствует  $S = 2S_z$ , для сборных сверл со сменными режущими пластинами соответствует  $S = S_z$ .

Таким образом, для задания граничных условий и расчета сил резания при сверлении получена следующая система выражений:

$$P_{o.c} = 0.5k_{c1}(S_z \sin\varphi)^{-m_c} \left(1 - \frac{\gamma}{100}\right) \frac{D}{2} S_z \sin\varphi;$$

$$P_z = \frac{D}{2} S_z k_{c1} (S_z \sin\varphi)^{-m_c} \left(1 - \frac{\gamma}{100}\right) z;$$

$$M_{\kappa p} = \frac{P_z z D}{2000}.$$
(3.15)

Проверка расчета сил резания для сборных сверл со сменными режущими пластинами проводилась при режимах резания: скорости резания V = 150 м/мин и разных значениях подачи  $S_0$ , мм/об. (в интервале 0,01–0,07 мм/об.).

Проверка расчета сил резания для сборных сверл со сменными режущими головками проводилась при рекомендуемых [8], [9], [25] для данного обрабатываемого материала режимах резания: подаче  $S_0 = 0.2$  мм/об. и разных скоростях резания V м/мин (в интервале 50–75 м/мин).

Анализ результатов эксперимента позволил установить, что предлагаемая методика расчета сил резания может быть применима для имитационного моделирования процесса резания различными типами сверл.

Под нагруженностью режущих кромок сверла [35] понимают величину и характер распределения по их длине удельных нагрузок. Их определение возможно на основе предложенной выше методики расчета суммарных сил резания при сверлении различными типами сверл (рис. 3.6).





Рис. 3.6. Схемы распределения удельных нагрузок на режущие лезвия сверл (Ø 25 мм) разных видов: а – цельное сверло; б – сборное сверло со сменной режущей головкой; в – сборное сверло с СМП Если режущие кромки цельного сверла и сверла со сменной режущей головкой разделить на *n* равных участков, а у сборного сверла со сменными режущими пластинами режущие кромки центральной и периферийной пластин на число участков, которое будет равно  $n = n_{\rm q} + n_{\rm n} (n_{\rm q} \, u \, n_{\rm n}$  число равных участков на режущих кромках центральной и периферийной пластин), то:

$$P_{\rm o.c} = \sum_{i=1}^{n} P_{\rm o.ci}; \qquad (3.16)$$

$$P_z = \sum_{i=1}^{n} P_{zi}.$$
 (3.17)

При этом удельные составляющие сил резания на каждом участке определяются по формулам:

$$\Delta P_{\text{o.c}(i=n)} = P_{\text{och}} - P_{\text{o.c}(n-1)}; \qquad (3.18)$$

$$\Delta P_{z(i=n)} = P_{zn} - P_{z(n-1)}.$$
(3.19)

Результаты расчета удельных нагрузок, действующих на режущие лезвия, для сверл разных видов Ø25 мм по предлагаемой методике представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

#### Результаты расчета удельных нагрузок, действующих на режущие лезвия сборного сверла со сменными режущими пластинами Ø 25 мм

k <sub>c1</sub>	n	<i>D</i> мм	<i>S</i> мм/об.	φ	γ	mc	Po.c	ΔP <sub>o.c</sub>	Мкр	$P_z$	$\Delta P_{zi}$
2400	-	0,5	0,2	80	15	0,21	13,7097	_	0,00666	26,6738	_
2400	1	2,5	0,2	80	15	0,21	90,7559	90,7559	0,15472	123,782	123,7822
2400	2	5	0,2	80	15	0,21	181,5119	90,75595	0,618911	247,5645	123,7822
2400	3	7,5	0,2	80	15	0,21	272,2678	90,75595	1,39255	371,3467	123,7822
2400	4	10	0,2	80	15	0,21	363,0238	90,75595	2,475645	495,129	123,7822
2400	5	12,5	0,2	80	15	0,21	453,7797	90,75595	3,868195	618,9112	123,7822
2400	6	15	0,2	80	15	0,21	544,5357	90,75595	5,570201	742,6935	123,7822
2400	7	17,5	0,2	80	15	0,21	635,2916	90,75595	7,581663	866,4757	123,7822
2400	8	20	0,2	80	15	0,21	726,0476	90,75595	9,90258	990,258	123,7822
2400	9	22,5	0,2	80	15	0,21	816,8035	90,75595	12,53295	1114,04	123,7822
2400	10	25	0,2	80	15	0,21	907,5595	90,75595	15,47278	1237,822	123,7822
								907,5595	_		1237,822

## 3.3. Выбор критерия прочности

В соответствии с теорией Г. С. Писаренко и А. А. Лебедева процесс разрушения хрупких материалов состоит из двух стадий: первая – возникновение трещин; вторая – развитие и распространение трещин.

Теория прочности Писаренко–Лебедева [56] основана на предположении о том, что наступление предельного состояния обусловлено способностью материала оказывать сопротивление как касательным, так и нормальным напряжениям. Критерий прочности предлагается искать в виде инвариантных к напряженному состоянию функций касательных напряжений, например, октаэдрических касательных напряжений и максимального нормального напряжения.

Для материалов, обладающих существенной структурной неоднородностью [6], [56]–[58] (отдельные виды металлокерамики, графиты, пенопласты, каменное литье и т.п.), предложено условие прочности через эквивалентные напряжения:

$$\sigma_n = \chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1 A^{1-J} \le \sigma_{\scriptscriptstyle B}, \qquad (3.20)$$

где  $J = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}$  – параметр напряженного состояния; A – параметр структуры материала. Величина A для сплавов WC-Co равна 0,8; для сплавов WC-TiC-Co – 0,7.

Пределы прочности на растяжение  $\sigma_{\rm B}$ , сжатие  $\sigma_{\rm -B}$ , а следовательно, и параметр  $\chi = \frac{\sigma_{\rm B}}{\sigma_{\rm -B}}$  зависят от температуры резания.

На рис. 3.7 в относительных координатах  $\frac{\sigma_1}{\sigma_p}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\sigma_p}$  представлены

кривые  $\mu_{\sigma} = const.$ 

Константа *A* во всех случаях принята равной 0,75. Анализ рисунка позволяет заключить, что изменения предельных поверхностей зависят от значений параметра  $\chi$  и по мере перехода к более хрупким материалам (меньшие значения <sup>\*</sup>) влияние шарового тензора и вида девиатора увеличивается. Так, если при  $\chi = 0,75$  предельные поверхности незначительно отличаются от поверхности вращения, то при  $\chi = 0,25$  девиаторные сечения имеют явно выраженную форму криволинейных треугольников.



Рис. 3.7. Геометрическая интерпретация критерия прочности:

$$I - \sigma_i = \frac{\sigma_P}{0.75}; II - \sigma_i = \frac{\sigma_P}{0.5}; III - \sigma_i = \frac{\sigma_P}{0.25}; IV - \sigma_P = 3\sigma_0;$$
  
$$1 - \mu_{\sigma} = +1; 2 - \mu_{\sigma} = 0; 3 - \mu_{\sigma} = -1$$

Таким образом, критерий прочности Писаренко–Лебедева применим для расчета прочности сменных режущих твердосплавных элементов. Известно, что изделия из твердых сплавов, как правило, имеют сложный характер разрушения. При низких температурах нагрева наибольшее значение для разрушения твердого сплава имеют нормальные растягивающие напряжения (первая теория прочности), с повышением температуры увеличивается и роль касательных напряжений (третья теория прочности).



*Рис. 3.8.* Влияние температуры на свойства инструментальных твердых сплавов [57], [12]: σ<sub>в</sub> – предел прочности на растяжение; σ<sub>-в</sub> – предел прочности на сжатие; σ<sub>т</sub> – предел текучести

Для точного расчета прочности необходимо знать температурные поля режущей части сменных режущих твердосплавных элементов сборных сверл, что несколько усложняет задачу расчета прочности. Однако, как показывает анализ статистики отказов сменных режущих твердосплавных элементов сборных сверл, наиболее критичным является хрупкое разрушение (на долю выкрашивания, скалывания и поломки приходится около 80 %). Известно, что предел прочности на растяжение у твердых сплавов, как представлено на рис. 3.8, в два-три раза меньше, чем предел прочности на сжатие [57].

## 3.4. Расчетные модели напряженнодеформированного состояния

### 3.4.1. Модели режущих элементов сборных сверл

В работе [59] силовое нагружение заменено заданием граничных условий. Был построен ряд моделей основных типоразмеров СМП, с различными геометрическими параметрами, используемых в сборных сверлах со сменными режущими пластинами, разных фирм производителей сборного инструмента. Разбивка модели на конечные элементы (КЭ) проводилась как в автоматическом режиме, так и с введением размера КЭ. Величины КЭ принимались переменными при шаге сетки у вершины 0,1 мм.

В результате имитационного моделирования, как представлено на рис. 3.9, были определены площади нагружения режущих лезвий центральной (1–5) и периферийной (6–10) пластины по передней  $S_{\text{п.п}}$  и задней  $S_{3,n}$  поверхностям.

Таким образом, для исследования напряженно-деформированного состояния СМП разработаны трехмерные модели, по которым рассчитывались напряжения в плоскости пластины, в главной секущей плоскости и в объеме.



*Рис. 3.9.* Площади нагружения сменных режущих пластин сборных сверл: *а* – периферийной; *б* – центральной



*Рис. 3.10.* Схемы базирования и крепления центральной режущей пластины сборного сверла фирмы:
 *1* – Iscar; *2* – по ГОСТ 27724–88; *3* – Mitsubishi;
 *4* – Walter; *5* – Sandvic Coromant



*Рис. 3.11.* Схемы базирования и крепления периферийной режущей пластины сборного сверла фирмы:
 *1* – Iscar; *2* – по ГОСТ 27724–88; *3* – Mitsubishi;
 *4* – Walter; *5* – Sandvic Coromant

Схемы базирования и крепления сменных режущих пластин сборных сверл основных инструментальных фирм мира представлены на рис. 3.10 и 3.11.

### 3.4.2. Виртуальные модели осевых режущих инструментов

При обработке осевым комбинированным инструментом наибольший интерес представляет определение степени влияния систем подвода СОЖ и соединения отдельных элементов на напряженнодеформированное состояние (НДС) инструмента. При этом рассматривались различные варианты нагружения на комбинированный инструмент.

Расчетные значения силы резания, приложенной на каждую режущую пластину, были равны 300 Н, причем в первом варианте они были приложены к двум пластинам, а во втором – ко всем четырем (рис. 3.12).



*Рис. 3.12.* Схемы для расчета НДС комбинированных инструментов: *а* – 3D-модель инструмента; *б* – нагрузка и граничные условия для двух пластин; *в* – сетка конечных элементов

Влияние способа соединения элементов комбинированного инструмента производили для следующих режимов резания: диаметр отверстия после сверления Ø38H12; глубина – 60 мм; скорость резания v = 199 м/мин; подача s = 0,18 мм/об.; мощность резания N = 17 кВт; осевая сила  $P_{o.c} = 5081$  H; момент M = 97 Hм. Так как корпус комбинированного инструмента состоит из двух ступеней 2 и 4 (рис. 3.13) и центрирующей части 3, то рассматривались различные варианты конструктивного исполнения этих составляющих.



В первом варианте первая ступень выполнена цилиндрической, центрирующая часть 3 – цилиндрическая. Во втором варианте первая ступень выполнена с конусом увеличенного диаметра, центрирующая часть 3 – цилиндрическая (рис. 3.14). В третьем варианте первая ступень выполнена с конусом увеличенного диаметра, центрирующая часть 3 – коническая (рис. 3.15).



*Рис. 3.14.* Схемы для расчета НДС комбинированного инструмента с конической соединительной и цилиндрической центрирующей частями:

*a* – 3D-модель; *б* – нагрузка и граничные условия; *в* – конечно-элементная модель



*Рис. 3.15.* Схемы для расчета НДС комбинированного инструмента с коническими соединительной и центрирующей частями:
 *а* – 3D-модель; *б* – нагрузка и граничные условия;
 *в* – конечно-элементная модель

При врезании в заготовку происходит изменение ширины и толщины срезаемого слоя, что в свою очередь приводит к изменению нагрузок, действующих на сборные инструменты.

В качестве примера рассмотрим влияние параметров срезаемого слоя на НДС сборного сверла в переходных процессах.

Основными задачами при проведении исследований были:

– построение 3D-модели инструмента в программном комплексе SolidWorks;

– определение статических деформаций в модели осевого инструмента;

– определение распределений напряжений и перемещений.

Исследование НДС выполнялось методом конечных элементов. Для этого была разработана 3D-модель инструмента (рис. 3.16, *a*), а также произведено ее разделение на конечные элементы (рис. 3.16, *б*). Для проведения расчетов разработаны граничные условия и приложена распределенная нагрузка.



*Рис. 3.16*. Модели для расчета НДС сборного сверла: *а* – 3D-модель сверла; *б* – сетка конечных элементов

Процесс создания модели в SolidWorks начинался с построения опорного тела и последующего добавления или вычитания материала. Исходными данными для расчетов являлись значения силы резания, геометрические параметры инструмента, физико-механические и теплофизические свойства материала режущей части.

Параметры конечно-элементной сетки приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Параметр	Значение
Тип сетки	Сетка на твердом теле
Используемое разбиение	Стандартная сетка
Сглаживание поверхности	Вкл
Проверка Якобиана	4 Points
Размер элемента	1,7309 мм
Допуск	0,33654 мм

Параметры конечно-элементной сетки

Анализировалось влияние конструктивных вариантов сборных сверл на их статические показатели (рис. 3.16) [60].

Разработанная модель сборного сверла закреплялась по поверхности хвостовика (рис. 3.17, a), режущие пластины закреплялись винтами (рис. 3.17,  $\delta$ ) и на переднюю и заднюю поверхности прикладывалась удельная нагрузка при врезании в заготовку (рис. 3.17, e, c).



*г* – нагрузка на заднюю поверхность 2040 МПа

Используя нагрузки, соответствующие установившемуся процессу резания, при котором площади касания передней поверхности со стружкой и детали с задней поверхностью максимальные, разработаны расчетные схемы (рис. 3.18, 3.19).



Рис. 3.18. Схемы распределения нагрузок на периферийную пластину сверла: *a* – нагрузки на переднюю поверхность; *б* – нагрузки на заднюю поверхность



*Рис. 3.19.* Схема распределения нагрузок на центральную пластину сверла

## 3.4.3. Расчетные модели зоны обработки сборными сверлами

Для проведения расчетов была разработана 3D-модель зоны обработки сборными сверлами (рис. 3.20, a), а также произведено ее разделение на конечные элементы (рис. 3.20,  $\delta$ ).



*Рис. 3.20.* Модели для расчета зоны обработки сборным сверлом: *a* – 3D-модель; *б* – конечно-элементная сетка; *в* – сечения центральной СМП; *г* – сечения периферийной СМП

Исходными данными для расчетов являлись значения момента и силы резания, а также геометрические параметры инструмента, физико-механические и теплофизические свойства материала режущей части. Параметры конечно-элементной сетки приведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Параметр	Значение
Тип сетки	Сетка на твердом теле
Используемое разбиение	Стандартная сетка
Сглаживание поверхности	Вкл.
Проверка Якобиана	4 Points
Размер элемента	0,1 мм

#### Параметры конечно-элементной сетки

Разработанная модель сборного сверла и заготовки закреплялась по боковым поверхностям заготовки (рис. 3.20, a), режущие пластины закреплялись винтами, передняя и задняя поверхности контактировали с заготовкой (рис. 3.20,  $\delta$ , s). Расчеты производились поэтапно. На первом этапе выполнялись расчеты с полным контактом СМП и корпуса инструмента. На втором этапе базовые грани СМП покрывались композиционным материалом на основе эпоксидных смол с абразивным наполнителем.

# 3.5. Анализ напряженно-деформированного состояния

## 3.5.1. Напряженно-деформированное состояние режущих элементов

В работе [20] приведены результаты исследования напряженнодеформированного состояния СМП и сформулированы следующие требования к разрабатываемым конструкциям сборных инструментов и СМП повышенной прочности (рис. 3.21):

увеличение угла при вершине пластины є;

 – обеспечение при закреплении пластины в угловое гнездо корпуса инструмента гарантированного прижима по упорным боковым граням и опорной поверхности.



*Рис. 3.21.* Классификация форм СМП по прочности в зависимости от величины угла при вершине є [6], [20]

Анализ результатов, представленных на рис. 3.22, показал, что значения опасных напряжений растяжения  $\sigma_1$  в периферийной режущей пластине сборного сверла и в режущем лезвии равносторонней трехгранной пластины ( $\varepsilon = 60^\circ$ ) больше, чем в квадратной ( $\varepsilon = 90^\circ$ ), примерно в три раза.

У трехгранной режущей пластины, в отличие от ромбической ( $\varepsilon = 80^{\circ}$ ) и квадратной, значения напряжений  $\sigma_1$  распределены неравномерно. Наиболее опасным участком на главной режущей кромке является зона конца участка нагружения (узловые точки 1–8) при вершине сменной режущей пластины, на другом участке (узловые точки 9–25) значения напряжений  $\sigma_1$  трехгранной пластины ( $\varepsilon = 60^{\circ}$ ) близки к напряжениям  $\sigma_1$  квадратной ( $\varepsilon = 90^{\circ}$ ) пластины. Это объясняется тем, что у трехгранной пластины правильной формы схема базирования пластины в угловой паз корпуса инструмента по двум боковым поверхностям пластин реализуется так, что были из них приходилась на вспомогательную режущую кромку, что обеспечивает снижение опасных напряжений растяжения  $\sigma_1$ .

Анализ схем крепления и базирования центральной и периферийной пластин сборных сверл показал, что практически во всех конструкциях сборных сверл разных фирм не реализуется схема базирования сменных режущих пластин в угловой паз корпуса инструмента по двум боковым поверхностям пластин так, чтобы одна из них приходилась на вспомогательную режущую кромку.



Рис. 3.22. Картины изолиний и графики распределения напряжений растяжения σ<sub>1</sub> в режущих лезвиях равносторонних СМП: 1 – трехгранной; 2 – ромбической; 3 – квадратной

Имитационное моделирование изменения схем крепления и базирования центральной и периферийной пластин сборных сверл по ГОСТ 27724–88 (рис. 3.23, *a*, *б*) фирмы «Mitsubishi» (рис. 3.23, *в*, *г*) и фирмы «Walter» (рис. 3.23, *d*, *e*) показал, что реализация схемы базирования сменных режущих пластин в угловой паз корпуса инструмента по двум боковым поверхностям пластин так, чтобы одна из них приходилась на вспомогательную режущую кромку, позволяет снизить значения опасных напряжений растяжения  $\sigma_1$  в режущих лезвиях пластин. Однако для рассмотренных форм режущих пластин конструктивно невозможно обеспечить данное требование.



*Рис. 3.23.* Картины изолиний и графики распределения напряжений растяжения при разных схемах крепления и базирования периферийной (1, 2, 5, 6, 9, 10)
и центральной (3, 4, 7, 8, 11, 12) пластин сборных сверл: *а*, *δ* – по ГОСТ 27724–88; *в*, *г* – фирмы «Mitsubishi»; *д*, *e* – фирмы «Walter»

















*Рис. 3.24.* Распределение напряжений в тонком слое по передней (1) и задней (2) поверхностям центральной СМП при полном контакте с державкой:

*а* – эквивалентных; *б* – напряжений по оси *X*; *в* – напряжений по оси *Y*; *г* – напряжений по оси *Z* 



*a*)













Рис. 3.25. Распределение напряжений в тонком слое по передней (1) и задней (2) поверхностям центральной СМП с учетом шероховатости с державкой: *а* – эквивалентных; *б* – напряжений по оси *X*;

*в* – напряжений по оси *Y*; *г* – напряжений по оси *Z* 





a)





б)







Рис. 3.26. Распределение напряжений в тонком слое по передней (1) и задней (2) поверхностям центральной СМП с композиционным покрытием ее базовых граней: *а* – эквивалентных; *б* – напряжений по оси *X*; *в* – напряжений по оси *Y*; *г* – напряжений по оси *Z*  В приведенных расчетах использовались упрощенные расчетные схемы, что не позволяет учесть влияние системы крепления СМП. Использование расчетных схем, приведенных на рис. 3.20, позволило определить распределения напряжений в тонком слое по передней и задней поверхностям режущих элементов (рис. 3.24–3.26).

Как видно на рисунках характер распределения напряжений значительно отличается от приведенных на рис. 3.22 и 3.23. Приведенные результаты на рис. 3.24, *a*, 3.25, *a* и 3.26, *a* позволяют заключить, что применение композиционного покрытия базовой опорной поверхности СМП приводит к уменьшению численных значений эквивалентных напряжений.

Напряжения сжатия  $\sigma_x$  на режущем лезвии по передней поверхности центральной пластины, с номинальным контактом с корпусом, у центра сверла переходят в напряжения растяжения в центре пластины, а затем в напряжения сжатия на ее периферии (рис. 3.24, *б*; 3.25, *б*; 3.26, *б*). Кроме этого напряжения в центре пластины имеют переменный характер по длине пластины. При учете шероховатости базовых поверхностей пластины и паза корпуса сверла напряжения растяжения сохраняют свой знак от центра пластины до ее периферии. Применение композиционного покрытия на базовых гранях пластины приводит к тому, что напряжения сжатия на режущем лезвии центральной пластины сохраняются вдоль режущей кромки, а по длине пластины переходят в напряжения растяжения.

Напряжения растяжения  $\sigma_y$  на режущем лезвии по передней поверхности центральной пластины, с номинальным контактом с корпусом, у центра сверла переходят в напряжения сжатия в центре пластины и сохраняются вдоль режущей кромки (рис. 3.24, e; 3.25, e; 3.26, e). Кроме этого напряжения в центре пластины имеют переменный характер по длине пластины. При учете шероховатости базовых поверхностей пластины и паза корпуса сверла напряжения растяжения сохраняют свой знак по длине пластины. Применение композиционного покрытия на базовых гранях пластины приводит к тому, что напряжения растяжения на режущем лезвии центральной пластины дважды меняют свой знак вдоль режущей кромки, и по длине пластины имеют переменный характер, переходя от напряжений растяжения к напряжениям сжатия и от них снова к напряжениям растяжения.

Напряжения растяжения  $\sigma_z$  на режущем лезвии по передней поверхности центральной пластины, с номинальным контактом с корпусом, у центра сверла переходят в напряжения сжатия в центре пластины, а затем в напряжения растяжения на ее периферии (рис. 3.24, *г*; 3.25, *г*; 3.26, *г*). Кроме этого напряжения в центре пластины имеют переменный характер по длине пластины. При учете шероховатости базовых поверхностей пластины и паза корпуса сверла напряжения растяжения сохраняют свой знак до середины пластины, а затем переходят в напряжения сжатия. Применение композиционного покрытия на базовых гранях пластины приводит к тому, что напряжения растяжения на режущем лезвии центральной пластины дважды меняют свой знак вдоль режущей кромки, и по длине пластины имеют переменный характер, переходя от напряжений растяжения к напряжениям сжатия и от них снова к напряжениям растяжения.

## 3.5.2. Напряженно-деформированное состояние сборных осевых инструментов

Использовав разработанные расчетные схемы первого варианта, приведенные на рис. 3.12, были получены картины распределения суммарных перемещений и эквивалентных напряжений (рис. 3.27).



a – суммарных перемещений  $\delta_{\text{max}} = 0,00166$  мм;  $\delta$  – эквивалентных напряжений  $\sigma_{_{3KB}\text{max}} = 45,0$  МПа

На рис. 3.28 приведены результаты расчетов по второму нагрузочному варианту. Результаты расчетов позволяют заключить, что приложение нагрузок к четырем пластинам уравновесило конструкцию инструмента, что привело к уменьшению максимальных перемещений в 1,73 раза при незначительном изменении максимальных суммарных напряжений.



Рис. 3.28. Картины распределения:  $a - суммарных перемещений \delta_{max} = 0,0009598 мм;$  $\delta - эквивалентных напряжений <math>\sigma_{экв max} = 45,242 M\Pi a$ 

Использовав разработанную расчетную схему первого конструктивного варианта (рис. 3.13), были получены картины распределения суммарных перемещений и эквивалентных напряжений (рис. 3.29). При этом расчетные максимальные значения перемещений вдоль соответствующих осей составили: по оси *Z* для сверла –  $\delta_z = 0,08212$  мм; зенкера –  $\delta_z = 0,0193$  мм; по оси *Y* для сверла –  $\delta_y = 0,0486$  мм; зенкера –  $\delta_y = 0,04145$  мм; по оси *X* для сверла –  $\delta_x = 0,01528$  мм; зенкера –  $\delta_x = 0,0043$  мм.



Рис. 3.29. Картины распределения: a – эквивалентных напряжений ( $\sigma_{_{экв max}} = 849,384346$  МПа);  $\delta$  – суммарных перемещений ( $\delta_{_{max}} = 0,0834324$  мм); e – распределение коэффициента запаса по текучести ( $K_{\min} = 0,284829$ )

По разработанной расчетной схеме второго конструктивного варианта (рис. 3.14) были получены картины распределения суммарных перемещений и эквивалентных напряжений (рис. 3.30). При этом расчетные максимальные значения перемещений вдоль соответствующих осей составили: по оси *Z* для сверла –  $\delta_z = 0,06949$  мм; зенкера –  $\delta_z = 0,01342$  мм; по оси *Y* для сверла –  $\delta_y = 0,04178$  мм; зенкера –  $\delta_y = 0,02047$  мм; по оси *X* для сверла –  $\delta_x = 0,01484$  мм; зенкера –  $\delta_x = 0,00209$  мм.



Рис. 3.30. Картины распределения: *a* – эквивалентных напряжений (σ<sub>экв max</sub> = 690,457 МПа); *б* – суммарных перемещений (δ<sub>max</sub> = 0,0715683 мм); *в* – распределение коэффициента запаса по текучести (*K*<sub>min</sub> = 0,374589)

Использовав разработанную расчетную схему третьего конструктивного варианта (рис. 3.15), были получены картины распределения суммарных перемещений и эквивалентных напряжений (рис. 3.31). При этом расчетные значения максимальных перемещений вдоль соответствующих осей составили: по оси *Z* для сверла –  $\delta_z = 0,07129$  мм; зенкера –  $\delta_z = 0,01373$  мм; по оси *Y* для сверла –  $\delta_y = 0,0954$  мм; зенкера –  $\delta_y = 0,0342$  мм; по оси *X* для сверла –  $\delta_x = 0,01558$  мм; зенкера –  $\delta_x = 0,001963$  мм.

Анализ результатов дает основание заключить, что применение второго конструктивного варианта позволяет уменьшить максимальные

значения эквивалентных напряжений в 1,23 раза, а максимальные эквивалентные перемещения в 1,18 раза, при этом повысился минимальный коэффициент запаса текучести в 1,31 раза. Применение третьего конструктивного варианта приводит к росту максимальных значений эквивалентных напряжений в 1,003 раза, а максимальных эквивалентных перемещений в 1,03 раза, при этом снизился минимальный коэффициент запаса текучести в 1,1 раза.



Рис. 3.31. Картины распределения: a -эквивалентных напряжений ( $\sigma_{_{экв max}} = 692,180603$  МПа);  $\delta -$ суммарных перемещений ( $\delta_{max} = 0,073325$  мм); e -распределение коэффициента запаса по текучести ( $K_{min} = 0,3418829$ )

Сравнивая распределения эквивалентных напряжений, можно заключить, что зона максимальных значений в первом и третьем вариантах расположена на стыке двух ступеней инструмента, а во втором варианте – в зоне режущей части сверла.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что наибольшей надежностью по статическим нагрузкам обладает второй конструктивный вариант.

Результаты расчетов по разработанной схеме (рис. 3.16, 3.17) приведены на рис. 3.32–3.37. Как видно на рис. 3.32, эквивалентные перемещения распределены неравномерно вдоль оси сверла. Наибольшие перемещения получала периферийная режущая пластина.

Невзирая на симметричную относительно вершины пластины приложенную нагрузку перемещения, пластины асимметричны, что объясняется особенностями базирования и закрепления пластин.



Рис. 3.32. Картина эквивалентных перемещений сверла





Рис. 3.33. Картина эквивалентных перемещений корпуса сверла

Для более детального исследования были получены картины распределения напряжений и перемещений элементов системы крепления пластин. Так, на рис. 3.33 приведены распределения эквивалентных перемещений корпуса сверла. Различный момент инерции корпуса привел к тому, что максимальные перемещения в направлении центральной пластины (рис. 3.33, *б*, *в*) меньше в 0,89 раза по сравнению с максимальными перемещениями в направлении периферийной пластины (рис. 3.33, *б*, *г*).

Полученные разультаты распределения напряжений (рис. 3.34, 3.35) позволяют заключить, что максимальные их значения возникают в районе дествия нагрузок. Сравнивая распределения напряжений в пазах корпуса, можно отметить, что уровень напряжений примерно одинаковый, а характер распределения зависит от конструктивных особенностей корпуса (рис. 3.35, *в*).



*Рис. 3.34*. Картина эквивалентных напряжений режущей пластины верла





*Рис. 3.35*. Картина эквивалентных напряжений корпуса сверла: *а* – в пазу под центральной пластиной; *б* – под периферийной пластиной

Пространственные перемещения СМП ограничивают пазы корпуса и крепежные винты. Поэтому для более детального анализа были определены распределения перемещений (рис. 3.36) и напряжений в винтах (рис. 3.37). Как видно на рис. 3.37, действующая нагрузка приводит к росту напряжений в местах перехода резьбы и в местах контакта с пластинами.



Рис. 3.37. Картина эквивалентных напряжений винтов

Результаты расчетов по разработанной схеме (рис. 3.18, 3.19) приведены на рис. 3.38–3.45. Как видно на рис. 3.38, эквивалентные перемещения распределены неравномерно вдоль оси сверла. Наибольшие перемещения получала периферийная режущая пластина.



Рис. 3.38. Эквивалентное перемещение сверла



Рис. 3.39. Эквивалентное перемещение пластин

Для более детального исследования были получены картины распределения напряжений и перемещений элементов системы крепления пластин. Так, на рис. 3.40 приведены распределения эквивалентных перемещений корпуса сверла. Различный момент инерции корпуса привел к тому, что максимальные перемещения в направлении периферийной пластины (рис. 3.40,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ) больше в 1,33 раза по сравнению с максимальными перемещениями в направлении центральной пластины (рис. 3.40, a,  $\epsilon$ ).



*a*)



*Рис. 3.40.* Эквивалентные перемещения корпуса сверла: *а* – со стороны центральной пластины; *б* – со стороны периферийной пластины; *в* – с торца корпуса

Полученные разультаты распределения напряжений (рис. 3.41–3.43) позволяют заключить, что максимальные их значения возникают на режущих пластинах в районе действия нагрузок. Сравнивая распределения напряжений в пазах корпуса, можно отметить, что уровень напряжений в районе центральной пластины в 2,0 раза больше, чем в районе периферийной (рис. 3.42).



*Рис. 3.41.* Эквивалентные напряжения сверла: *а* – по длине сверла; *б* – в рабочей зоне



*Рис. 3.42.* Эквивалентные напряжения корпуса сверла: *a* – со стороны центральной пластины; *б* – со стороны периферийной пластины; *в* – с торца корпуса



*Рис. 3.43.* Эквивалентные напряжения пластин: 1 – центральная пластина; 2 – периферийная пластина



Рис. 3.44. Эквивалентные напряжения винтов



Рис. 3.45. Эквивалентные перемещения винтов

Для более детального анализа были определены распределения напряжений (рис. 3.44) и перемещений в винтах (рис. 3.45). Как видно на рис. 3.44, действующая нагрузка приводит к росту напряжений в местах перехода резьбы и в местах контакта с пластинами.

# 3.5.3. Напряженно-деформированное состояние зоны обработки сборными сверлами

Результаты расчетов по разработанной схеме (рис. 3.20) приведены на рис. 3.46–3.50. На рис. 3.46 приведены картины распределения эквивалентных напряжений в зоне обработки в первом сечении центральной пластины сверла (рис. 3.20, *в*).

Как видно на рис. 3.46, *a*, максимальные эквивалентные напряжения распределены в режущем зубе по передней и задней поверхностям, а также в заготовке. Применение композиционного покрытия привело к росту напряжений в 1,113 раза (рис. 3.46, *б*). Кроме этого зона максимальных напряжений неравномерно распределена вдоль режущей кромки (рис. 3.46, *в*–*д*), что связано с особенностями процесса сверления.





Рис. 3.46. Картины эквивалентных напряжений: *а* – в сечении *l* с полным контактом; *б* – в сечении *l* с композиционным покрытием; *в*−∂ – в сечениях 2–4 с полным контактом

На рис. 3.47 приведены картины распределения нормальных напряжений по оси X в зоне обработки в первом сечении центральной пластины сверла. Как видно на рис. 3.47, *a*, максимальные нормальные напряжения по оси X распределены в режущем зубе по передней и задней поверхностям, а также в заготовке. Однако характер распределения этих напряжений отличается тем, что зона максимальных напряжений смещена относительно режущей кромки, а также расположена со смещением в заготовке. Применение композиционного покрытия привело к росту напряжений в 1,008 раза. Кроме этого зона максимальных напряжений неравномерно распределена вдоль режущей кромки (рис. 3.47, *в*–*д*), в периферийных точках кромки уровень напряжений повышается, но снижается по передней поверхности. В заготовке уровень напряжений растет под задней поверхностью и снижается на ней.

На рис. 3.48 приведены картины распределения перемещений по оси *X* в зоне обработки в первом сечении центральной пластины сверла.





в)





Рис. 3.47. Картины нормальных напряжений по оси ОХ: *а* – в сечении *l* с полным контактом; *б* – в сечении *l* с композиционным покрытием; *в*–*д* – в сечениях 2–4 с полным контактом



Рис. 3.48. Картины перемещений по оси ОХ: а – в сечении 1 с полным контактом; б – в сечении 1 с композиционным покрытием; в−д – в сечениях 2–4 с полным контактом

Как видно на рис. 3.48, a, максимальные перемещения по оси Xполучает зуб по передней и задней поверхностям. Применение композиционного покрытия привело к росту перемещений в 1,016 раза (рис. 3.48, б). Кроме этого зона максимальных перемещений неравномерно распределена вдоль режущей кромки (рис. 3.48, в-д), так, в периферийных точках кромки уровень перемещений снижается и они изменяют знак, т. е. пластина поворачивается.

На рис. 3.49 приведены картины распределения перемещений по оси У в зоне обработки в первом сечении центральной пластины сверла. Как видно на рис. 3.49, а, максимальные перемещения по оси У получает зуб по передней и задней поверхностям (рис. 3.49, б). Применение композиционного покрытия привело к росту перемещений в 1,63 раза. Кроме этого зона максимальных перемещений неравномерно распределена вдоль режущей кромки (рис. 3.49, в-д), так, в периферийных точках кромки уровень перемещений снижается и они изменяют свой знак, т. е. пластина поворачивается.



a)



в)

*Рис. 3.49.* Картины перемещений по оси *ОУ*: *а* – в сечении *1*с полным контактом; *б* – в сечении *1* с композиционным покрытием;  $e - \partial - B$  сечениях 2 - 4с полным контактом

На рис. 3.50 приведены картины распределения перемещений по оси Z в зоне обработки в первом сечении центральной пластины сверла. Как видно на рис. 3.50, a, максимальные перемещения по оси Z получает корпус сверла и незначительная зона в вершине зуба по передней и задней поверхностям. Применение композиционного покрытия привело к росту перемещений в заготовке. Кроме этого зона максимальных перемещений неравномерно распределена вдоль режущей кромки (рис. 3.50, e-d). Так, в периферийных точках кромки уровень перемещений снижается и они изменяют знак, т. е. пластина изменяет свое пространственное положение.



*Рис. 3.50.* Картины перемещении по оси *OZ*: *a* – в сечении *l* с полным контактом; *б* – в сечении *l* с композиционным покрытием; *в*–*д* – в сечениях 2–4 с полным контактом

Полученные распределения эквивалентных напряжений и перемещений в корпусе и элементах крепления пластин сборных сверл позволяют оптимизировать конструкцию инструмента и режимы обработки.

### 3.6. Жесткость сборных сверл

### 3.6.1. Структурное моделирование

В работе [61] разработана структурная схематизация статической точности механических систем. При этом рассматривается нормальная и тангенциальная деформации.

Тангенциально деформируемые стыки определяют контактные тангенциальные силовые смещения, так называемые предварительные смещения, которые наблюдаются до начала скольжения. При оценке силовых смещений используется аналоговая модель.

Если зуб сборного инструмента включает последовательно расположенные элементы упругости жесткостью  $k_1$  с силой трения  $T_1$ и упругости жесткостью  $k_2$ , то его можно представить в виде структурной схемы (рис. 3.51, *a*).



Рис. 3.51. Аналоговая модель: а – структурная схема; б – график силовых смещений

Наибольшая сила трения  $T_{\text{max}}$  соответствует полной силе трения покоя или движения и входит в состав схемы как частный случай. Характеристика силовых смещений такой схемы приведена на рис. 3.51, *б*, где  $T_1$  и  $T_2$  – упругая и упруго-пластическая составляющая полной

силы трения;  $y_1$  и  $y_2$  – соответствующие силовые смещения. Параметры  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  определяют по известным статистическим данным, полученным в результате обработки результатов экспериментальных исследований [62], [63].

После преодоления силы трения  $T_1$  система работает как чисто упругая и жесткость инструмента k определяется как система с последовательной схемой связи:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}.$$
(3.21)

Расчет силовых смещений тангенциально деформируемых стыков для аналоговой модели (рис. 3.51) выполняется по формуле

$$y_{\tau_1} = \frac{F}{k} + \frac{F \pm T_y}{k_2}.$$
 (3.22)

Контактная жесткость  $k_i$ , или податливость  $\omega_i$ , часто определяется через отношение напряжения и упругого смещения. Этим объясняется встречающаяся в литературе размерность этих параметров:  $k_i$ , H/м<sup>3</sup>;  $\omega_i$ , м<sup>3</sup>/H. В зависимости (3.22) тангенциальные смещения определяются через жесткость с размерностью H/м. Составляющие тангенциальных смещений  $y_1$  и  $y_2$  (рис. 3.52,  $\delta$ ) чаще всего определяются через тангенциальные напряжения  $\tau$ , H/м<sup>2</sup> и податливость  $\omega$ , м<sup>3</sup>/H:

$$y_1 = \omega_1 \tau, \text{ если } \tau \le \tau_s;$$
  

$$y_2 = \omega(\tau - \tau_s), \text{ если } \tau \ge \tau_s$$
(3.23)

При обработке сила резания переменная. Поэтому математическая модель силовых смещений в общем виде для схемы на рис. 3.51, *б* тангенциально деформируемых стыков при нагрузке  $y_{\tau}^{\rm H}$  и разгрузке  $y_{\tau}^{\rm p}$ :

$$y_{\tau}^{H} = \omega_{1}\tau_{s} + \omega(\tau - \tau_{s}) \operatorname{при} \tau \leq \tau_{s}; \qquad (3.24)$$

$$y_{\tau o}^{\mathrm{p}} = y_{\tau}^{\mathrm{H}} - \omega_{\mathrm{l}}\tau, \qquad (3.25)$$

где  $\tau$ ,  $\tau_s$  – текущее напряжение и соответствующее силе  $F = T_1$ ;  $\omega_1$ ,  $\omega$  – податливость, соответственно, первого элемента упругости (рис. 3.51) и системы;  $1/k = \omega_1 y_{\tau o}^p$  – остаточное смещение при разгрузке.
На характеристике рис. 3.51,  $\delta$  податливости  $\omega_1$  соответствует участок l', а  $\omega$  – участку 2'. Слагаемое  $\omega_1 \tau$  после достижения равенства  $\tau = \tau_s$  остается постоянным.

Обработка статистических данных [62], [63] позволяет установить соотношение параметров *т*-характеристик:

$$\omega = (20 - 25)\omega_1, \quad T_1 = (0, 6 - 0, 7)T_{\text{max}}.$$
 (3.26)

Коэффициент ω<sub>1</sub> зависит от материала, шероховатости, вида обработки.

На рис. 3.52, *а* нанесены экспериментальные точки тангенциальной контактной жесткости  $k_{1c}$  участка *l* (рис. 3.52, *б*) и  $k_{2c}$  участка *2* характеристики (рис. 3.52, *б*). Построены также соответствующие теоретически рассчитанные графики жесткости и упругой составляющей силы трения  $T_{y.c}$  при одновременной работе одного, двух и трех работающих стыков (n = 1-3) [61] (рис. 3.52, *a*).



*Рис. 3.52*. Контактные тангенциальные силовые смещения с параллельно работающими стыками:

а – влияние количества стыков;

 $\delta-$ экспериментальные кривые

Жесткости  $k_{1c}$  и  $k_{2c}$  суммируют жесткость соответствующих участков всех одновременно работающих стыков.

Удовлетворительное совпадение данных расчета (графики) и эксперимента (нанесенные точки) (рис. 3.52, б) позволяет рекомендовать зависимости для определения параметров системы с параллельно работающими стыками:

$$k_{1c} = \sum_{i=1}^{n} k_{1i}, \quad k_{2c} = \sum_{i=1}^{n} k_{2i}, \quad T_{y.c} = \sum_{i=1}^{n} T_{yi},$$
 (3.27)

где  $k_{1c}$ ,  $k_{2c}$  – суммарные жесткости в параллельно работающих стыках, соответственно, участков *l* и *2* характеристики контактных тангенциальных силовых смещений (рис. 3.52, б);  $k_{1i}$ ,  $k_{2i}$  – жесткости участков *l* и *2* характеристики контактных тангенциальных силовых смещений *i*-го стыка;  $T_{y.c}$ ,  $T_{yi}$  – упругие составляющие сил трения, соответственно, суммарная и *i*-го стыка.

Полученные характеристики при двух одновременно работающих стыках приведены на рис. 3.53.





Рис. 3.53. Тангенциальные смещения: *а–в* – аналоговые модели и соответствующие теоретические графики; *г*, *д* – экспериментальные графики, соответственно, для одного и двух параллельно работающих стыков

Деформируемые стыки с контактными нормальными силовыми смещениями вызывают значительные силовые смещения в силу малой фактической площади контакта и больших давлений в точках контакта. Нормальные силовые смещения  $y_{\sigma}$  состоят из упругих  $y_{y}$  и пластических  $y_{nn}$ :  $y_{\sigma} = y_{y} + y_{nn}$ . Известные исследования [62], [63] являются основной информативной базой для составления аналоговой модели, расчета и построения характеристик. На нормальные контактные силовые смещения влияют субмикрошероховатость, шероховатость, волнистость, макроотклонения, твердость, модуль упругости, предел текучести.

С увеличением шероховатости растет удельный вес пластических деформаций:

$$y_{\sigma} = Cq^m, \qquad (3.28)$$

где q – среднее давление, или контактное напряжение; C, m – соответственно, коэффициент и показатель степени, зависящие от материала, шероховатости поверхности, вида обработки и других параметров [62] (определяются экспериментально).

Типичные характеристики контактных нормальных силовых смещений показаны на рис. 3.54 и 3.55, *a*, которые описываются зависимостью (3.28).

Наибольшие остаточные (пластические) смещения  $y_{1пл}$  наблюдаются при первом цикле нагрузки-разгрузки (рис. 3.55, *a*, характеристика *I*). При втором цикле нагрузки-разгрузки остаточные (пластические)  $y_{2пл}$  и упругие (сравним  $y_{1уп}$  и  $y_{2yn}$ ) изменяются мало (если относительное положение образцов перед нагрузкой не изменялось).

Если перед повторными нагружениями образцы смещать в тангенциальном направлении, то характеристика будет близка к первой. В неподвижных стыках деформации носят преимущественно упругий характер. В условиях подвижных стыков повторные нагружения занимают промежуточное положение между первым и повторными нагружениями. Нелинейность контактных силовых смещений связана с ростом фактической площади контакта при увеличении силы.

При оценке контактных силовых смещений подвижных стыков следует учитывать и часть пластических смещений  $(y_{1\pi\pi} + y_{2\pi\pi})$ , показанных на рис. 3.55, *а*.





Рис. 3.55. Нормально деформируемые стыки: *а* – типовые характеристики нормальных силовых смещений; *б* – аналоговые модели Упругие и пластические смещения в нормально деформируемых стыках зависят от нормальных сил N или давлений q. Зависимость (3.28) преобразуется к виду:

$$y_{\sigma} = \frac{N}{k(N)} + y_{\Pi \pi}(N) = y_{\eta \pi}(N) + y_{\Pi \pi}(N), \qquad (3.29)$$

где  $y_{\sigma}$  – контактные нормальные силовые смещения; k(N),  $y_{yn}(N)$ ,  $y_{nn}(N)$  – соответственно, жесткость, упругие и пластические силовые смещения, зависящие от нормальных сил.

В технической литературе обычно приводят упругую составляющую смещений  $y_{yn}$ , определяемую по зависимости (3.28) первичного *1* или вторичного *2* нагружений по разгрузочной ветви:

$$y_{y_{\Pi}} = C_2 q^{m^2}, \quad y_{\Pi \Pi} = C_1 q^{m^1} - C_2 q^{m^2},$$
 (3.30)

где индексы 1 и 2 параметров *С* и *m* – соответственно, для нагрузочной и разгрузочной ветвей нормальных контактных деформаций, по которым определяются силовые смещения.

Пластическая составляющая  $y_{пл}$  контактных нормальных силовых смещений определяется с учетом зависимости (3.30) при известных параметрах  $C_i$  и  $m_i$  для нагрузочных ветвей характеристик или по усредненным статистическим показателям.

Для неподвижных, предварительно затянутых стыков при нагрузке и разгрузке определяются упругие смещения  $y_{yn}$ . Для подвижных стыков при нагрузке учитываются упругие и пластические смещения, при разгрузке – упругие по зависимостям (3.30), в которых давление *q* и параметры *C*, *m* определяют с учетом диапазона рабочих нагрузок и сил веса подвижных звеньев.

Аналоговая модель контактных нормальных силовых смещений для подвижных стыков показана на рис. 3.55,  $\delta$  – схема 1, для неподвижных – схема 2. В общем случае нормальные силовые смещения при нагрузке  $y_{\sigma}^{\rm H}$  и разгрузке  $y_{\sigma}^{\rm p}$  определяют с учетом зависимости (3.30):

$$y_{\sigma}^{\rm H} = C_1 q^{m1}, \quad y_{\sigma}^{\rm p} = C_2 q^{m2},$$
 (3.31)

где обозначения те же, что и в зависимости (3.30).

В табл. 3.6 показаны варианты крепления инструмента и соответствующие аналоговые модели.

Таблица 3.6

Номер схемы	Эскиз нагружения	Аналоговая модель		
1				
2	F 1 2	$\frac{F_{1}y_{2}}{T_{1}} \rightarrow \frac{k_{11}}{T_{2}} \qquad \frac{k_{21}}{T_{2}} \qquad \frac{k_{12}}{T_{2}} \qquad \frac{k_{22}}{T_{2}}$		
3	F 2	$F, y_3$		
4	F 2	$F_{,y_{4}} = \begin{bmatrix} k_{11} & T_{1} & k_{21} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & $		
5		$F_{\cdot, y_{0}}$		

## Схемы крепления инструментов и соответствующие аналоговые модели

Схема 1 табл. 3.6 представляет собой типовой элемент конструкции – тангенциальный элемент, где инструмент *1* прижимается к опорной поверхности *2* силой *N*.

Схема 2 табл. 3.6 отличается от первой наличием промежуточного элемента 3. Образуются две поверхности трения: между инструментом и прокладкой, между прокладкой и базовой деталью 2. Особенности конструкции описываются последовательно-параллельной схемой связи, что учтено в аналоговой модели. Из сравнения аналоговых моделей схем 1 и 2 видно, что силовое смещение инструмента  $y_2$  по схеме 2 будет больше, чем  $y_1$  по схеме 1. Чем больше прокладок, тем больше силовые смещения при прочих равных условиях.

В схеме 3, в отличие от первой и второй, учитывается тангенциальная податливость зажимных звеньев конструкции. Тангенциальные смещения *y*<sub>3</sub> происходят одновременно по нижней и верхней граням инструмента, которые описываются параллельно-последовательной схемой связи.

По схеме 4 инструмент зажимается клином 4, который перемещается по нормали к плоскости чертежа винтом с правой и левой резьбой, расположенного соосно в клине (на схеме не показано). В результате силовое смещение инструмента  $y_4$  определяется тремя тангенциально деформируемыми стыками, работающими параллельно.

Для каждой поверхности составляется своя аналоговая модель. В отличие от схемы 3 увеличивается число рабочих поверхностей инструмента и число параллельно работающих аналоговых моделей.

В схеме 5, в отличие от схемы 4, имеется инструмент с регулировочным винтом 5 и упором 6. Аналоговая модель конструкции дополняется параллельно работающим элементом, который учитывает влияние упора. Силовое смещение инструмента  $y_5$  описывается системой параллельно работающих трех тангенциальных элементов и одного парного элемента.

Для примера сравним рассмотренные схемы крепления по величине силовых смещений инструментов. Силовое смещение инструмента  $y_1$  по схеме 1 (табл. 3.6) под действием силы *F* (нагрузочное смещение  $y_1 = y_{\tau}^n$ ) определяется по математической модели:

$$y_{\tau}^{n} = \omega_{1}\tau_{s} + \sigma(\tau - \tau_{s}),$$

где первое слагаемое  $\omega_1 \tau_s = y_{\tau 1}$  определяет смещение на первом участке тангенциальной характеристики, а второе  $\omega(\tau - \tau_s) = y_{\tau 2}$  – на втором участке.

Для численного решения использовалась справочная информация [62] по параметрам тангенциальных элементов с сохранением принятой размерности параметров.

Податливость  $w_x$  при заданном нормальном напряжении  $\sigma = 15$  даH/см<sup>2</sup>:

$$\omega = 0,12$$
 мкм · см<sup>2</sup>/даН.

Наибольшее тангенциальное напряжение на первом участке характеристики,  $\tau_i$ , определялось через коэффициент трения  $f_y = 0,12$ , и нормальное напряжение отсюда:

$$\tau_s = f_y \sigma = 1,8$$
 даH/см<sup>2</sup>;  
 $y_{\tau 1} = \omega_1 \tau_s = 0,216$  мкм.

По рекомендациям [61], суммарную податливость тангенциального элемента определяем через податливость  $\omega_1$ :  $\omega = 20\omega_1 = 2.4 \text{ мкм} \cdot \text{см}^2/\text{даH}$ . Наибольшее тангенциальное напряжение принимают больше  $\tau_s$ :  $\tau = 1.5\tau_s = 2.7 \text{ даH/cm}^2$ , т. е.:

 $y_{\tau 2} = \omega (\tau - \tau_s) = 2,16$  мкм;  $y_1 = y_{\tau}^{H} = y_{\tau 1} + y_{\tau 2} = 2,376$  мкм.

В аналоговой модели схемы 2 (табл. 3.6) внешняя сила F передается от модуля к модулю без потерь. При равных параметрах  $w_{\mu}$ ,  $\omega$  между деталями 1, 2 и 2, 3 силовое смещение  $y_2$  будет в два раза больше, чем в схеме 1. Наличие прокладок под инструментами снижает точность технологической системы, и тем больше, чем больше прокладок.

В схеме 3, где сила F воспринимается двумя параллельно работающими стыками, при прочих равных условиях суммарное силовое смещение  $y_3$  будет в два раза меньше, чем для схемы 1. По этим же соображениям в схемах 4 и 5 смещение инструмента будет минимальным.

Проведенные экспериментальные исследования позволили установить влияние статической точности элементов технологической системы на ее работоспособность (рис. 3.56).



*Рис. 3.56*. Влияние на стойкость инструмента жесткости: *а* – станков; *б* – заготовок; *в* – инструментов; *г* – жесткости на себестоимость обработки

#### 3.6.2. Моделирование статической точности

Над повышением точности и производительности обработки на станках, в том числе с ЧПУ, в разное время работали ученые, среди которых: Б. С. Балакшин, Б. М. Базров, А. М. Дальский, А. С. Проников, В. А. Кудинов, Д. Н. Решетов, В. С. Корсаков, А. Г. Косилова, Ю. М. Соломенцев, В. А. Тимерязев, Г. А. Шаумян и др.

Вопросами повышения точности обработки с помощью инструментальной техники и технологии занимались: Г. И. Грановский, В. А. Гречишников, А. Е. Древаль, Ю. И. Кузнецов, А. Р. Маслов, С. И. Лашнев, И. Л. Фадюшин, Ю. Л. Фрумин, М. И. Юликов и др.

Анализ баланса точности показал, что наибольшие погрешности при обработке возникают из-за недостаточной жесткости системы станок – инструмент – заготовка (СИЗ) и точности изготовления инструментальных наладок, от которых общие потери точности могут составлять до 80 % всех погрешностей обработки. Пониженная жест-

кость также не позволяет многоцелевому станку (MC) работать на более высоких скоростях в дорезонансной зоне. Следовательно, повышение жесткости системы СИЗ приводит к повышению точности и производительности обработки.

Анализ литературы по жесткости и геометрической точности технологической системы СИЗ показал, что наибольшие погрешности при обработке возникают от контактной податливости и точности изготовления соединений в инструментальных наладках, в соединении наладки со шпинделем станка, а также в механизмах настройки инструмента, которые, в свою очередь, и предназначены для точной обработки.

Как известно, наибольшей жесткостью и относительной геометрической точностью обладают соединения с двумя контактирующими поверхностями типа «конус – торец», сущность которых состоит в том, что соединение осуществляется с конструктивно-согласованным упругим контактным взаимодействием в базирующих поверхностях для получения в соединении наибольшей жесткости (рис. 3.57).



*Рис. 3.57*. Схема соединения с двумя базирующими поверхностями

Одной из основных особенностей этих соединений является работа двух базирующих поверхностей в разных условиях контактных деформаций, одна в условиях нормальных, другая – касательных. Касательные деформации должны быть в диапазоне упругих, чтобы не произошло «срыва по трению» и необратимого процесса, когда система не возвратится в исходное положение.

При исследовании статической точности использовались следующие параметры:

1) давление  $\sigma$  в сопряжениях, определяемое распределением общей затяжной силы  $P_3$ , зависящей от исходного расстояния  $\Delta_{\kappa}$  между торцами соединяемых модулей перед их затягиванием;

2) шероховатость  $R_a$  сопрягаемых поверхностей, учитываемая в расчетах коэффициентом C;

3) погрешности элементов сопряжений: торцевого биения  $e_{\rm T}$ , угла  $\Delta \alpha$  и диаметра  $\delta D$  конуса у основной плоскости соединяемых модулей;

4) воспринимаемая нагрузка соединением в виде момента  $(M = P_{\rm H}L)$ , которая может вызывать:

– упругое контактное касательное перемещение  $\delta_{\tau y}$ ;

– максимальное упругое контактное касательное перемещение  $\delta_{\tau\,max},$  когда происходит «срыв по трению»;

– перемещение в стыках  $\,\delta_{\text{pas}}\,$  и разрушение одного из них.

#### 3.6.2.1. Расчет механизмов закрепления инструментов в шпинделе станка

При применении автоматических устройств для закрепления режущих инструментов необходимо знать усилия затяжки и выталкивания, а также максимальное давление в соединении. При расчетах исходят из того, что имеющие место погрешности углов уклона деталей соединения, находясь в полях допусков конических инструментальных поверхностей, оказывают существенное влияние на все рабочие характеристики соединения.

В соответствии со степенью точности деталей конического соединения по ГОСТу определяют максимально возможную разность их углов уклона.

Находят максимально возможное осевое усилие  $P_3$ , действующее на инструмент в процессе резания и представляющее собой фактическое усилие запрессовки.

Учитывают, что при запрессовке инструмента в результате деформирования деталей возможны две схемы их взаимного положения: 1) расчетная длина контакта  $l_p$  соединения меньше определяемой по чертежу номинальной длины контакта  $l_{\rm H}$ ; 2) расчетная длина контакта  $l_p$  больше номиналы  $l_{\rm H}$ .

Зная углы α<sub>ш</sub> и α<sub>x</sub> уклонов отверстия в шпинделе и хвостовика инструмента, вычисляют угол уклона конического соединения:

$$\alpha = \alpha_{x} - (\alpha_{x} - \alpha_{u})(1 - \mu)(1 - r^{2} / R^{2}), \qquad (3.32)$$

где µ – коэффициент Пуассона; *г* – большой радиус соединения; *R* – радиус наружной поверхности шпинделя.

Приняв возможный в производственных условиях коэффициент трения при запрессовке  $f_3 = 0,3$  (поверхности обезжирены), определяют условное осевое усилие, при котором контакт имеется по всей поверхности соединения:

$$P_{0} = \frac{\pi E l_{\rm H}^{2}}{r} (\alpha - \alpha_{\rm III}) (\sin \alpha + f_{3} \cos \alpha) \left( r - \frac{l_{\rm H} t g \alpha}{3} \right) \frac{1 - A}{1 + A + \mu (1 - A)}, \quad (3.33)$$

где E – модуль упругости материала шпинделя:  $A = r^2 / R^2$ .

Если сила  $P_0$  меньше максимально возможного усилия на инструменте  $P_3$  в процессе резания, то  $l_p > l_H$  и максимальное давление в соединении:

$$p = C/D, \tag{3.34}$$

где 
$$C = \frac{2\pi E l_{\rm H}^2}{r} (\alpha - \alpha_{\rm III}) \left(\frac{r}{2} - \frac{l_{\rm H} \mathrm{tg} \,\alpha}{3}\right) \frac{1 - A}{1 + A + \mu(1 - A)} + \frac{P_3}{\sin \alpha + f_3 \cos \alpha};$$
  
$$D = \frac{2\pi l_{\rm H}}{\cos \alpha} \left(r - \frac{l_{\rm H} \mathrm{tg} \,\alpha}{2}\right).$$

При этом нормальная сила, действующая на внутреннюю поверхность шпинделя:

$$N = \frac{\pi p l_{\rm H}}{6 l_{\rm p} \cos \alpha} \left( 6r l_{\rm p} - 3 l_{\rm H} l_{\rm p} \mathrm{tg} \,\alpha - 3r l_{\rm H} + 2 l_{\rm H}^2 \mathrm{tg} \,\alpha \right). \tag{3.35}$$

Если же сила  $P_0$  больше усилия  $P_3$  на инструменте в процессе резания, то  $l_p < l_{\rm H}$  и максимальное давление в соединении определяют по уравнению

$$\frac{p^{3}r\cos\alpha\sin\alpha}{3E(\alpha-\alpha_{\rm m})}\frac{1+A+\mu(1-A)}{1-A}-p^{2}r+\frac{P_{3}E(\alpha-\alpha_{\rm m})}{2\pi\cos\alpha(\sin\alpha+f_{3}\cos\alpha)}\times$$
$$\times\frac{1-A}{1+A+\mu(1-A)}=0.$$
(3.36)

При этом нормальная сила, действующая на внутреннюю поверхность шпинделя:

$$N = \frac{\pi p l_{\rm p}}{2\cos\alpha} \left( r - \frac{l_{\rm p} \mathrm{tg}\alpha}{3} \right). \tag{3.37}$$

Усилие выпрессовки:

$$P_{\rm B} = 2N(f_{\rm B}\cos\alpha - \sin\alpha). \tag{3.38}$$

Коэффициенты трения при выпрессовке  $f_{\rm B}$  принимают в зависимости от состояния поверхностей и разности углов уклона деталей соединения:

$\alpha_x - \alpha_{iii}$	0"	24"	40"	66"
$f_{\rm B}$ для обезжиренных поверхностей:	0,30	0,315	0,33	0,34
$f_{\rm B}$ для смазанных поверхностей:	0,03	0,07	0,07	0,1

#### 3.6.2.2. Моделирование радиальной жесткости

Фундаментальными исследованиями жесткости и, в частности, жесткости отдельных соединений с одной базирующей поверхностью в разное время занимались отечественные и зарубежные ученые: Н. М. Беляев, К. В. Вотинов, А. А. Галин, Н. Б. Демкин, А. Н. Динник, А. П. Соколовский, С. Д. Пономарев, Д. Н. Решетов, З. М. Левина, Н. М. Михин, Э. В. Рыжов, Г. Герц, Р. Миндлин, Ф. Боуден, Д. Табор и др.

Большое значение для повышения контактной жесткости имеет качество поверхностного слоя сопрягаемых поверхностей. Решению этих проблем посвящены работы авторов: А. И. Каширина, А. А. Маталина, А. М. Дальского, В. Ф. Безъязычного, А. Г. Суслова, А. М. Сулимы, Д. Д. Папшева, Л. А. Хворостухина, Ю. Г. Шнейдера и др.

Жесткость конусных сопряжений определялась как для балок с заделкой на упругом основании. Для этого составлялось дифференциальное уравнение упругой линии, рассчитывался угол поворота  $\theta$  и прогиб  $\delta$  конусного хвостовика в различных местах, в том числе и граничных значениях: в начале хвостовика, т. е. при x = 0 определялись начальные  $\theta_0$  и  $\delta_0$  и на максимальной его длине при x = l, для различных углов и длин сопряжений.

Жесткость торцевого сопряжения определялась, исходя из уравнений равновесия стыка от затяжной силы  $P_3$  и момента M, направленного на его раскрытие. На основании известной зависимости (прогиба в виде угла  $\varphi$  от момента M) было подтверждено оптимальное соотношение диаметров d/D = 0,6 (внутреннего d и наружного D) кольцевого стыка, при котором угол наклона минимальный  $\varphi_{min}$ . В соединениях с двумя базирующими поверхностями «конус – торец» жесткость торцевого  $J_{\rm T}$  и конусного  $J_{\rm K}$  сопряжений связаны по теории приведения параллельно, поэтому суммарная жесткость  $J_{\rm c}$  равна:  $J_{\rm c} = J_{\rm K} + J_{\rm T}$ . Причем жесткость торцевого сопряжения в значительной степени зависит от жесткости и точности изготовления конусного сопряжения.

Точность обработки зависит от деформации инструментальных блоков. Погрешности, вызванные их деформацией, могут составлять до 60 % погрешности обработки.

Инструментальные блоки испытывают деформацию деталей на изгиб (скручивание) и деформацию контактных поверхностей элементов блока в местах соединений. Деформации первого вида противостоит объемная жесткость блока и второго вида – контактная жесткость блока.

Упругие контактные деформации у в блоке под действием силы P, приложенной на расстоянии L от конца стыка, определяют по формуле [1], [4]:

$$y = \delta_0 + \gamma L, \tag{3.39}$$

где  $\delta_0$  – деформация на краю стыка в результате контактной податливости, мкм;  $\gamma$  – перекос в соединении, зависящий от конструкции соединения, мкм/мм.

Для конических поверхностей:

$$\delta_0 = \frac{4P\beta c}{\pi D} (\beta L c_1 + c_2); \qquad (3.40)$$

$$\gamma = \frac{4P\beta^2 c}{\pi D} (\beta L c_3 + c_1), \qquad (3.41)$$

где  $\beta = \sqrt[4]{1/(13cD^3)}$ ; *с* – коэффициент контактной податливости, равный для конусов Морзе 0,0003–0,0006, а для конусов 7 : 24 – 0,0002 мм<sup>3</sup>/Н;  $c_1-c_3$  – коэффициенты, учитывающие изменение диаметра по длине конического соединения (для конуса Морзе  $c_1 = c_2 = c_3 = 1$ , для конусов 7 : 24  $c_1 = c_2 = 1,35$  и  $c_3 = 1$ ); *D* – наибольший диаметр конуса.

Иногда величиной  $\delta_0$  в формуле (3.39) пренебрегают. Формула (3.39) не учитывает точности изготовления присоединительных поверхностей инструмента. Для инженерных расчетов податливость  $\theta/M$  под действием изгибающего момента выбирают по табл. 3.7 и 3.8 [4].

Таблица 3.7

Номер	Исполнение	Точность изготовления конуса Морзе		
конуса		AT7	AT8	AT9
1	С лапкой	0,2012	0,2097	0,2110
2	С резьбой С лапкой	0,0433 0,0447	0,0436 0,0476	0,0462 0,0499
3	С резьбой С лапкой	0,0118 0,0124	0,0124 0,0141	0,0136 0,0157
4	С резьбой С лапкой	0,0034 0,0046	0,0038 0,0052	0,0046 0,0055
5	С резьбой	_	0,0008	_
6	С резьбой	_	0,00027	_

Податливость θ/М в конусах Морзе, мм/(кH · м)

Таблица 3.8

Податливость  $\theta/M$  в конусах 7 : 24, мм/(кН · м)

Номер	Точность изготовления конуса 7 : 24			
конуса	AT5	AT6	AT7	AT8
40	0,00121	0,00133	0,00142	0,00191
50	0,00020	0,00027	0,00035	_

Используя формулы (3.40) и (3.41), можно определить нагрузку P на конусное сопряжение и начальный угол наклона  $\theta_0$  от этой же нагрузки ( $\delta_0$  для  $\delta_0 = \delta_{\tau max}$ ) и угла  $\theta_0$ :

$$P = \frac{\delta_{\tau \max} B}{2\beta k (\beta L c_1 + c_2)}, \text{ H}; \qquad (3.42)$$

$$\theta_0 = \frac{2P_1\beta^2 k}{B} (2\beta L c_3 + c_4), \text{ мкм/мм}, \qquad (3.43)$$

где L – расстояние от кромки стыка до сечения приложения нагрузки  $P_1$ ;  $\beta$  – показатель жесткости стыка, 1/мм;  $\beta = \sqrt[4]{B \cdot 10^3 / (4EIk)}$ ; E – модуль упругости, МПа; для стали  $E = 2,1 \cdot 10^5$ ; I – момент инерции хвостовика в начале стыка, мм<sup>4</sup>;  $I = \pi D^4 / 64$ ; B – приведенная ширина стыка, мм;  $B = 0.5\pi D$ ;  $k - коэффициент контактной податливости стыка, мкм/(H · мм<sup>-2</sup>); <math>c_1 - c_4$  – поправочные коэффициенты, учитывающие влияние переменного диаметра d (рис. 3.58).

Значения этих коэффициентов зависят от показателя жесткости  $\lambda = \beta l$  и угла конуса  $\alpha$ .

Нагрузка  $P_2$  на торцевое сопряжение определялась из выражения (3.44) по расчету прогиба в виде угла  $\phi = \theta_0$  от момента  $M = P_2 L$ :

$$P_{2} = \frac{\theta_{0}I_{T}}{k_{T}(1-\chi)L}, \text{ H}; \quad \varphi = \frac{(1-\chi)k_{T}M}{I_{T}}, \text{ MKM/MM}, \quad (3.44)$$

где  $k_{\rm T}$  – коэффициент контактной податливости торцевого сопряжения;  $\chi = (0, 1 - 0, 2)$  – величина, учитывающая податливость затяжных элементов;  $I_{\rm T}$  – момент инерции торцевой поверхности, мм<sup>4</sup>,  $I_{\rm T} = (\pi D^4 - \pi d^4)/64$ .

Для оценки жесткости соединений «конус – торец» введен коэффициент повышения жесткости  $\eta$  от конусного соединения:  $\eta = 1/(1+N), N = P_2/P_1.$ 

Суммарная податливость  $\delta_{\Sigma}$  соединения определялась:  $\delta_{\Sigma} = \delta_{T} / (1 + \eta); \quad \delta_{\Sigma max} = \delta_{max} / (1 + \eta), \quad Где \delta_{T} - торцевая податливость,$  $<math>\delta_{T} = \varphi l.$ 

Оценка жесткости базирующих поверхностей соединения расчетным способом показала, что торцевое сопряжение имеет жесткость в 4–7 раз большую, чем коническое. Она выявила основную сущность соединений двойного базирования, заключающуюся в том, что для повышения жесткости соединений необходимо производить перераспределение затяжных сил на ту поверхность, которая потенциально имеет возможность нести большую нагрузку с учетом различного их вклада в суммарную жесткость. Так как максимальная затяжная сила  $P_{3.0}$  лимитируется прочностью затяжных элементов, то ее нужно определить, а затем распределить между двумя базирующими поверхностями таким образом, чтобы жесткость соединения была максимальная. Для этого составлено уравнение силового баланса соединения [64]:

$$P_{3.0} = [P_{3.0}] - P_{c} = P_{3.K.0} + P_{3.T}; P_{c} = P_{TP} + P_{N},$$

где [ $P_{3,0}$ ] – максимально допустимая затяжная осевая сила, определяемая исходя из прочности затяжных элементов;  $P_{3,0}$  – максимальная затяжная осевая сила, направленная только на создание натягов в торцевых и конусных сопряжениях с помощью сил  $P_{3,T}$  и  $P_{3,K,O}$  соответственно;  $P_{\rm c}$  – силы сопротивления, к которым в данном случае относятся: сила трения  $P_{\rm Tp}$  и сила, затрачиваемая на деформацию затяжных элементов  $P_N$ .

Произведено оптимальное распределение силы  $P_{_{3,0}}$  между базирующими поверхностями по критерию максимальной жесткости для случая отсутствия погрешностей  $\Delta a = 0$ ,  $\delta D = 0$  и  $e_{_{\rm T}} = 0$ . В качестве целевой функции выбрана зависимость максимальной жесткости  $J_{\rm cmax}$  соединения от соотношения затяжных сил на торце  $P_{_{3,{\rm T}}}$  и конусе  $P_{_{3,{\rm K},0}}$ :

$$J_{\rm cmax} = f(n_{\rm \kappa} P_{\rm 3.0}, n_{\rm T} P_{\rm 3.0}) = f(P_{\rm 3.K.0}, P_{\rm 3.T}), \qquad (3.45)$$

где  $n_{\kappa}, n_{\tau}$  – весовые коэффициенты вклада в суммарную жесткость,  $n_{\kappa} + n_{\tau} = 1$ .

Для определения оптимального распределения затяжных сил на базирующие поверхности (конусную и торцевую) были рассчитаны отдельно их жесткости  $J_{\kappa}$  и  $J_{\tau}$  в пределах максимальной затяжной силы. Далее эти жесткости были продифференцированы по элементарным затяжным силам (рис. 3.58) в конусном  $dJ_{\kappa}/dP_{3.0}$  и торцевом  $dJ_{\tau}/dP_{3.0}$  сопряжениях, а затем проинтегрированы в пределах этой же максимальной затяжной силы  $P_{3.0}$  при условии максимума суммарной жесткости  $J_{c}$ .

Так как величина элементарной затяжной силы  $dP_{3.0}$  представляется здесь в виде единичной дискретной силы, равной, например, 1H, то это можно описать следующими выражениями:

$$J_{\rm TR} = \sum_{i=1}^{n} dJ_{\rm Ti}, \, \text{H/MKM}; \qquad (3.46)$$

$$J_{\kappa n} = \sum_{i=1}^{n} dJ_{\kappa i}, \text{ H/MKM.}$$
(3.47)

Графическая интерпретация данного процесса распределения представлена на рис. 3.58 и состоит в том, чтобы определить участки на графиках зависимостей  $J_{\kappa} = f(P_{3.0})$  и  $J_{\tau} = f(P_{3.0})$ , которые в пределах общей затяжной силы  $P_{3.0}$  имеют наибольшее приращение жесткости, а затем их суммировать.



Для соединений «конус – торец» суммарную жесткость  $J_{c}$  в пределах силы  $P_{3,0}$  можно представить в виде:

$$J_{\rm c} = J_{{\rm T}n} - J_{{\rm T}i} + J_{{\rm K}i} = J_{{\rm T}n-i} + J_{{\rm K}i}.$$

Пусть  $n = x_1 + x_2$  и при  $i = x_1$   $J_c = J_{cmax}$ , тогда

$$J_{\text{cmax}} = J_{\text{T}n-x_1} + J_{\text{K}x_1} = J_{\text{T}x_2} + J_{\text{K}x_1},$$

где n – степень дифференцирования силы  $P_{3,0}$ ;  $n = P_{3,0} / dP_{3,0}$ .

В общем виде уравнение по определению суммарной жесткости будет выглядеть:

$$J_{\rm cmax} = J_{\rm Tn} - \sum_{i=n}^{x_2} dJ_{\rm Ti} + \sum_{i=1}^{x_1} dJ_{\rm Ki} = J_{\rm Tn} - \int_{n}^{x_2} J_{\rm Ti} dP_{\rm 3.0} + \int_{0}^{x_1} J_{\rm Ki} dP_{\rm 3.0}.$$
(3.48)

Реализация распределения силы  $P_{3.0}$  на  $P_{3.K.0}$  и  $P_{3.T}$  осуществляется расчетным расстоянием  $\Delta_{\kappa}$  между торцами соединяемых модулей в исходном положении, согласно натягов в конусных  $\delta_{3}$  и торцевых  $\Delta_{T}$  сопряжениях, за счет которых и будет происходить создание в них требуемых давлений.

Зависимость между натягами  $\delta_3$  и  $\Delta_{\rm T}$  и необходимыми затяжными силами  $P_{_{3.K.0}}$  и  $P_{_{3.T}}$  для соединений с  $\Delta \alpha = 0$  и  $\delta D = 0$  устанавливается в следующем порядке:

1. Натяг  $\delta_{3}$  в конусной поверхности определяется непосредственным натягом  $\delta_{3.\kappa}$  в этой поверхности и дополнительным натягом  $\delta_{3.\tau}$ ,

доставшимся от натяга  $\Delta_{\rm T}$  в торцевой поверхности (рис. 3.59)  $\delta_{3} = \delta_{3.\kappa} + \delta_{3.T}$ . При этом жесткость соединения типа «конус – торец»  $J_{\rm c}$ определяется жесткостью в торцевом  $J_{\rm T}$  и конусном  $J_{\rm K}$  сопряжениях, а также дополнительной –  $\Delta J_{\rm K}$ , связанной с перемещением  $\Delta_{\rm T}$  по конусу (рис. 3.60) [64].



*Рис. 3.59.* Схема соединения «конус – торец»



*Рис. 3.60.* Характеристика жесткости соединения типа «конус – торец»

2. Упругое перемещение  $\Delta_{\tau}$  в торцевом сопряжении определяется:

$$\Delta_{\rm tc} = C\sigma_{\rm t}^{0,5} = C\sqrt{P_{\rm 3.t}/F_{\rm t}}, \text{ мкм.}$$
(3.49)

3. Натяг  $\delta_{3,T}$  в конусном сопряжении от торцевого перемещения:

$$\delta_{3T} = \Delta_T \sin \alpha$$
, мкм. (3.50)

4. С использованием задачи Ляме (3.51) и эмпирической формулы (3.52) определения упругих перемещений в плоских стыках с повторным центральным нагружением установлена связь натягов с затяжными силами:

$$δ3 = δ1 + δ2;$$

$$δ1 = σkDy · 103 / E, MKM;$$
(3.51)

$$\delta_2 = C \sigma_{\kappa}^{0,5},$$
 мкм; (3.52)

$$\sigma_{\kappa} = P_{3.\kappa} / F_{\kappa}, \kappa r / c m^2; P_{3.\kappa} = P_{3.\kappa.0} / sin \alpha,$$

где C – коэффициент, учитывающий шероховатость поверхностей;  $\sigma_{\rm r}$ ,  $\sigma_{\rm k}$  – давление в торцевом и конусном сопряжении, соответственно;

E – модуль упругости;  $D_y$  – условный диаметр,  $D_y = \frac{D_c}{1 - D_c^2 / D^2}$ , мм;

 $D, D_{\rm c}$  – диаметры оправки и соединения, соответственно,  $D_{\rm c} = D_{\rm l} - l \, {\rm tg} \, \alpha$ ;  $F_{\rm T}, F_{\rm K}$  – площади торцевого и конусного сопряжений, соответственно.

5. Параметр  $\Delta_{\kappa}$ , необходимый для создания и контроля натягов в конусном и торцевом сопряжениях, определяется согласно разработанной геометрической модели соединения.

В соединениях с  $\Delta \alpha \neq 0$  и  $\delta D \neq 0$  требуется дополнительная затяжная сила  $P_{\rm d}$ , для преодоления дополнительного натяга  $\delta_{\rm 3.d}$ , обусловленного этими погрешностями. В результате этого автоматически происходит перераспределение затяжных сил с торцевой поверхности на конусную, а затяжная сила  $P_{\rm 3.0}$ , непосредственно создающая давление в базирующих поверхностях, равна:

$$P_{3.0} = (P_{3.K.0} + P_{\pi}) + (P_{3.T} - P_{\pi}),$$

где  $P_{\rm d}$  – дополнительная затяжная сила, необходимая для преодоления дополнительного натяга  $\delta_{3,\rm d}$ ,  $P_{\rm d} = P'_{3,\rm T} = P'_{3,\rm K,0}$ , H;  $\delta_{3,\rm d} = \Delta \alpha l$ , мкм;  $P'_{3,\rm T}$ ,  $P'_{3,\rm K,0}$  – осевая затяжная сила, перераспределяемая с торцевых на конусные поверхности соединения, при наличии погрешностей изготовления;  $P'_{3,\rm K}$  – перераспределенная трансформированная сила непосредственно на коническую поверхность,  $P'_{3,\rm K} = P'_{3,\rm K,0} / \sin \alpha$ .

Дифференцированием силы  $P'_{3,T}$  и  $P'_{3,K}$  на *n* частей  $(P'_{3,T} = dP_{3,0}n; P'_{3,K,0} = dP_{3,0}n)$  определяются коэффициенты контактной податливости  $k_{\kappa}$  и  $k_{\tau}$ , а также решается уравнение (3.53) по определению дополнительных натягов  $\delta_{3,\pi}$ .

Перераспределение затяжных сил изменяет коэффициенты контактной податливости в конусных  $k_{\rm K}$  и торцевых  $k_{\rm T}$  сопряжениях, которые определяют жесткости  $J_{\rm K}$  и  $J_{\rm T}$  в этих элементах и соединения  $J_{\rm c}$  в целом. Расчет коэффициентов  $k_{\rm K}$  и  $k_{\rm T}$ , а также жесткостей производили согласно формулам:

$$k_{\rm k} = \frac{0.5C}{\sqrt{(P_{3.\rm k} + P_{3.\rm k}')/F_{\rm k}}}, \text{ MKM/(H \cdot \text{MM}^{-2});$$
$$k_{\rm t} = \frac{0.5C}{\sqrt{(P_{3.\rm t} + P_{3.\rm t}')m/F_{\rm t}}}, \text{ MKM/(H \cdot \text{MM}^{-2}).$$

Снижение затяжного усилия  $P_{_{3,0}}$ , как было указано выше, происходит за счет преодоления дополнительного натяга  $\delta_{_{3,d}}$ . Тогда общий натяг  $\delta_{_3}$  в конусном сопряжении определяется из выражения

$$\delta_{3} = \delta_{3.K} + \left(\delta_{3.T} - \delta_{3.T}'\right) + \delta_{3.Z}.$$

Зависимость между дополнительным натягом  $\delta_{3,d}$  и силой  $P'_{3,\kappa}$  можно установить с помощью уравнения (3.53), используя формулы (3.51) и (3.52):

$$\delta_{3,\mathcal{A}i} = \frac{P_{3,\kappa i}' D_{y} \cdot 10^{3}}{F_{\kappa} E} + C \sqrt{P_{3,\kappa i}' / F_{\kappa}} =$$
$$= \frac{dP_{3,\kappa i} n_{i} D_{y} \cdot 10^{3}}{F_{\kappa} E} + C \sqrt{dP_{3,\kappa i} n_{i} / F_{\kappa}}.$$
(3.53)

Согласно точности  $AT_N$  изготовления сопрягаемых поверхностей конусов (рис. 3.61) дополнительный допустимый натяг [ $\delta_{3,d}$ ] рассчитывается по геометрическим зависимостям:

$$\begin{bmatrix} \delta_{3,\pi} \end{bmatrix} = \frac{AT_N}{2} \cos \alpha, \text{ мкм};$$
$$AT_N = \delta D \cdot 10^3, \text{ мкм}; \quad \delta D = D_{\max} - D_{\min}, \text{ мкм};$$
$$\Delta \alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}, \text{ мкм/мм}; \quad \Delta \alpha = \begin{bmatrix} \delta_{3,\pi} \end{bmatrix} / l, \text{ мкм/мм}.$$

Из уравнения (3.53) по известной величине  $[\delta_{3,A}]$  определялась сила  $P'_{3,K}$ , а по ней сила:  $P'_{3,T} = P'_{3,K,0} = P'_{3,K} \sin \alpha$ .



*Рис. 3.61.* Схема расположения допусков и натягов в соединении «конус – торец»

Натяг б'<sub>з.т*i*</sub> в конусном сопряжении, вызванный торцевым перемещением, определялся как:

$$\delta_{3.Ti} = \delta_{3.T} - \delta'_{3.T};$$
  
$$\delta_{3.T} = \Delta_{T} \cdot \sin\alpha; \quad \Delta_{T} = C\sqrt{P_{3.T}/F_{T}};$$
  
$$\delta'_{3.T} = \Delta'_{T} \cdot \sin\alpha; \quad \Delta'_{T} = C\sqrt{P'_{3.T}/F_{T}},$$

где  $P_{_{3,\mathrm{T}}}$  – оптимальная затяжная сила для торцевого сопряжения.

Затем по затяжной силе  $P_{_{3,\kappa i}}$  определялся общий натяг  $\delta_{_3} = \delta_1 + \delta_2$ , используя уравнение (3.53):

$$P_{3.\kappa i} = P_{3.\kappa} + P'_{3.\kappa}$$

где  $P_{_{3.\kappa i}}$  – оптимальная затяжная сила для конусного сопряжения.

По общему натягу  $\delta_3$  определялся натяг  $\delta_{3.K} = \delta_3 - (\delta_{3.Ti} + \delta_{3.Ii})$ .

Практическая реализация распределения натягов в сопряжениях осуществляется с помощью расстояния  $\Delta_{\kappa}$ , которое рассчитывается по формулам (3.54) или (3.55):

$$\Delta_{\kappa} = \frac{\delta_{3} - \delta_{3.Ti}}{\sin\alpha + \Delta\alpha}, \text{ MKM}; \qquad (3.54)$$

$$\Delta_{\kappa} = \frac{\delta_{3.\kappa} - [\delta_{3.\pi i}]}{\sin \alpha + \Delta \alpha}, \text{ MKM.}$$
(3.55)

С целью оценки жесткости различных соединений проведен анализ зависимости жесткости соединений типа «конус – торец» от погрешности угла конусного сопряжения  $J_c = f(\Delta \alpha)$ , представленной на рис. 3.62.



*Рис. 3.62.* Зависимость жесткости соединения  $J_c$ типа «конус – торец» от погрешности угла  $\Delta \alpha$  конуса для типоразмера D = 50 мм

130

Данная зависимость позволяет определять гарантированную и прогнозируемую жесткости конусов с углом ( $\alpha$ ) всех степеней точности, используемых в инструментальных соединениях, например, по стандарту DIN 7178, а значит оценивать технологические возможности соединений.

Определенное влияние на жесткость соединений «конус – торец» оказывает суммарное торцевое биение  $e_{\rm T}$  сопрягаемых модулей. В идеальном случае  $e_{\rm T} = 0$ , в других случаях биение  $e_{\rm T} \neq 0$  будет присутствовать и для того, чтобы получить сопряжение еще и по торцам, необходима дополнительная затягивающая сила  $P_{\rm d} \neq 0$ . Она и пойдет на деформацию конуса, поворот его на угол  $\theta_0 \approx \theta$  (рис. 3.63).



*Рис. 3.63.* Сборка модулей с торцевым биением  $e_{\rm T}$ 

Так как соединение с торцевым биением требует дополнительной затягивающей силы  $P_{\rm g}$ , необходимой для поворота конического хвостовика присоединяемого модуля на угол  $\theta = e_{\rm T} / D_{\rm c}$ , мкм/мм, эту силу можно определить из выражения (3.43) зависимости начального угла наклона  $\theta_0$  конуса от нагрузки, вызвавшей данный наклон. Следовательно, дополнительная затягивающая сила  $P_{\rm g}$  равна:

$$P_{\mu} = \frac{\theta_0, B}{2\beta^2 k_{\kappa} (\beta D_c C_3 + C_4)}, \text{ gaH.}$$
(3.56)

Существенное снижение затяжной силы на величину  $P_{\rm d}$  произойдет только в замыкающем торцевом сопряжении. В результате, задаваясь торцевым биением  $e_{\rm r}$ , по разработанной схеме рассчитываются угол  $\theta$ и сила  $P_{\rm d}$ . В качестве примера для инструментальной системы с типоразмером  $D_{\rm c} = 50$  представлена зависимость  $\delta_{\rm T} = f(e_{\rm T})$  (рис. 3.64).



*Рис. 3.64.* Зависимость торцевого перемещения  $\delta_{\rm T}$  от торцевого биения  $e_{\rm T}$ 

Наибольший интерес вызывают значения биений  $e_{\rm T}$ , при которых:

1) начальный прогиб  $\delta_0$  конуса вызывает максимальное упругое касательное смещение  $\delta_{\max} (\delta_0 \ge \delta_{\max})$  или «срыв по трению» в торцевом сопряжении;

2) сила  $P_{\rm d}$  достигает значения торцевой затягивающей силы соединения двойного базирования, т. е.  $P_{\rm d} = P_{\rm 3.T}$ , тогда  $\delta_{\rm t} \rightarrow \infty$ .

Это позволяет установить допустимые биения по торцевым поверхностям сопрягаемых модулей для достижения необходимой торцевой жесткости и соединения в целом.

При проектировании новых соединений двойного базирования и оптимизации распределения затягивающих сил на базирующие поверхности необходимо учитывать дополнительную силу  $P_{\rm g}$ . На основании определенной зависимости  $\delta_{\rm T} = f(e_{\rm T})$  можно (на стадии сборки инструментальных наладок с соединениями двойного базирования) прогнозировать косвенное влияние их геометрических погрешностей на суммарные погрешности рассматриваемой инструментальной системы при обработке.

Из анализа зависимостей влияния погрешностей изготовления сопрягаемых конусов и торцов на жесткость соединений типа «конус – торец» следует, что для достижения высокой жесткости требуются достаточно высокая точность и низкая шероховатость сопрягаемых поверхностей.

### ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ СБОРНЫХ СВЕРЛ

# 4.1. Методика моделирования колебаний инструмента

#### 4.1.1. Изгибные колебания

Изгибные колебания стержня описываются уравнением

$$EJ\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \rho F\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \mu EJ\frac{\partial^5 z}{\partial t \partial x^4} = p(x,t), \qquad (4.1)$$

где E – модуль упругости материала;  $\rho$  – плотность; F – площадь сечения; J – момент инерции; p(x,t) – интенсивность нагрузки,  $\mu$  – коэффициент затухания.

На основе метода А. Н. Крылова – разложение в ряд по фундаментальным функциям  $X_n(x)$  – получено общее решение однородного уравнения:

$$z_1(x,t) = X_i(x)T(t);$$
 (4.2)

$$T(t) = e^{\frac{-\mu\omega_{0i}^{2}t}{2}} \left\{ A\sin\omega_{0i}t\sqrt{1 - \frac{\mu^{2}\omega_{0i}^{2}}{4}} + B\cos\omega_{0i}t\sqrt{1 - \frac{\mu^{2}\omega_{0i}^{2}}{4}} \right\}, \quad (4.3)$$

где  $\omega_{0i}$  – собственные частоты колебаний стержня, соответствующие *i*-му тону.

Полагаем, что при сверлении «по следу» сила резания, приложенная в точке x = a, описывается гармонической функцией.

Изменение уровня колебаний системы при сверлении создает предпосылки для регулирования режимов резания и повышения производительности обработки.

Математическая модель виброперемещений сверла при воздействии внешней силы произвольного характера [65]:

$$z(t) = e^{-t} \left[ z_0 \cos \omega_{\partial} t + \frac{\dot{z}_0 + z_0}{\omega_{\partial}} \sin \omega_{\partial} t \right] + \frac{1}{\omega_{\partial}} e^{-t} \int_0^t \frac{P(\tau)}{m} e^{\tau} \sin \omega_{\partial} (t - \tau) d\tau.$$

При нулевых начальных условиях:

$$z(t) = \frac{P(t)}{\omega_{\partial}^2 m} - \frac{1}{\omega_{\partial}^2} e^{-t} \int_0^t \left[ \frac{P(\tau)}{m} e^{\tau} \right] \cos \omega_{\partial} (t - \tau) d\tau.$$
(4.4)

Первое слагаемое отражает статическую составляющую отклонения. Второе слагаемое – динамическую.

Если время действия силы мало по сравнению с периодом колебания системы, то виброперемещения системы определяются импульсом силы за время ее действия и не зависят от ее наибольшего значения и продолжительности действия.

В случае переменных динамических параметров m(t), h(t), c(t) движение системы описывается уравнением

$$m(t)\frac{d^2 z(t)}{dt^2} + h(t)\frac{dz(t)}{dt} + c(t)z(t) = P(t).$$
(4.5)

При исследовании системы использовался принцип суперпозиции, позволяющий изучать общие свойства системы, если известно ее поведение для одного или нескольких случаев, и ограничение в уровнях действующих сигналов, которое позволяет рассматривать сигналы с бесконечно большим уровнем или случайные процессы.

Уравнение, описывающее перемещение системы, имеет вид:

$$z(t) = \int_{0}^{t} w(t,\xi) P(\xi) d\xi, \qquad (4.6)$$

где  $w(t,\xi)$  – функция веса (импульсная переходная функция);  $\xi$  – время подачи на вход системы сигнала в виде дельта-функции.

Решение можно получить с помощью аппроксимации Бриллуина-Вентцеля-Крамера.

Функция веса имеет вид:

$$w(t-\xi,\xi) = \frac{1}{\sqrt[4]{F(t)F(\xi)}} e^{\frac{-1}{2}\int_{\xi}^{t} H(t)dt} \sin[S(t) - S(\xi)].$$
(4.7)

Используя представление силы с помощью интеграла Фурье, получим:

$$z(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(j\omega, t) P(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \qquad (4.8)$$

где  $W(j\omega,t)$  – частотная передаточная функция системы с переменными параметрами;  $W(j\omega,t) = \int_{-\infty}^{t} w(t-\xi,\xi)e^{-j\omega(t-\xi)}d\xi$ ;  $P(j\omega)$  – ком-

плексная относительная амплитуда спектра силы.

Варианты виброперемещения z(t) системы с переменными параметрами имеют вид, представленный на рис. 4.1. Затухания колебаний системы с переменными параметрами представлены на рис. 4.1 (зоны I, II).



*Рис. 4.1.* Варианты виброперемещений системы при переменных динамических характеристиках

На основе преобразования Лапласа и теоремы операционного исчисления о свертке функций получено также выражение для аналитического описания перемещения инструмента в виде [65]:

$$z(t) = \int_{0}^{t} \Phi(t-u)P(u)du - \int_{0}^{t} \Phi(t-u)f(u)du, \qquad (4.9)$$

где 
$$f(t) = \widetilde{m}(t) \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \widetilde{h}(t) \frac{dz(t)}{dt} + \widetilde{c}(t) z(t)$$

Данное уравнение рассматривалось как уравнение Вольтера 2-го рода. Получены расчетные формулы, позволяющие определить перемещения системы при изменении ее параметров во времени:

$$z(t) = z_0(t) - z_1(t) + z_2(t) - ...;$$

$$z_0(t) = \int_0^t \Phi(t - u) P(u) du;$$
(4.10)

$$z_{k+1}(t) = \int_{0}^{t} \Phi(t-u) \left[ \widetilde{m}(u) z_{k}''(u) + \overline{h}(u) z_{k}'(u) + \overline{c}(u) z_{k}(u) \right] du$$

Перемещение системы также является случайной функцией:

$$Z(t) = m_z(t) + \sum_{v} V_v z_v(t), \qquad (4.11)$$

где  $V_v$  – некоррелированные случайные величины с математическим ожиданием, равным нулю;  $z_v(t)$  – заданные функции.

Связь между математическими ожиданиями на входе и выходе системы выражается:

$$m_{z}(t) = \int_{0}^{t} w(t, u) m_{P}(u) du. \qquad (4.12)$$

Полученные математические модели позволяют прогнозировать формообразующее движение подсистемы «заготовка – инструмент».

Основные динамические параметры системы включают: спектр собственных частот, формы колебаний; показатели демпфирования; динамическую жесткость; амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ), относительные колебания детали и инструмента на холостом ходу и при резании.

Дифференциальное уравнение собственных колебаний изгиба балки без учета влияния инерции поворота сечения и перерезывающих сил имеет вид:

$$EJ\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.$$
(4.13)

Частоты свободных незатухающих поперечных колебаний  $f_{\text{прасч}}$ :

$$f_{\text{прасч}} = \frac{\alpha_n^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}},$$
(4.14)

где E – модуль упругости первого рода,  $H/M^2$ ; J – главный осевой момент инерции поперечного сечения,  $M^4$ ;  $\rho$  – плотность материала, кг/ $M^3$ ; F – площадь поперечного сечения,  $M^2$ ;  $\alpha$  – коэффициент, определяется схемой установки инструмента (табл. 4.1).

Таблица 4	4.	1
-----------	----	---

Расчетные схем	мы установки	инструментов
----------------	--------------	--------------

Расчетные схемы уста	Уравнения		
Жесткие опоры Упругие опоры		частот	
1. Консольная установка инстру	мента		
		ch $\alpha \cdot \cos \alpha + 1 = 0;$ $\alpha_0 = 1,8751;$ $\alpha_1 = 4,6941;$ $\alpha_n = \pi(n+0,5)$	
2. Установка инструмента в патро	оне с передней направляющей		
	$ \begin{array}{c}                                     $	$tg\alpha - th\alpha = 0;$ $\alpha_0 = 3,9266;$ $\alpha_1 = 7,06$	

Сравнение расчетных и экспериментальных значений частот демонстрирует большие отличия. Расхождения вызваны неучетом влияния упругости заделки инструмента, жесткости шпинделя и патрона.

Предлагается производить расчет собственной частоты инструмента  $f_{\rm c}$  через коэффициент уменьшения частоты K:

$$f_{\rm c} = f_{\rm c.pac4} K. \tag{4.15}$$

Расчет К производится на основе экспериментальных данных.

Для характеристики подсистемы сверла введен параметр  $\xi_0 = l^2 / c_0$ , который и принимается за критерий снижения собственной частоты колебаний сверла. Здесь l – вылет сверла,  $c_0$  – величина, характеризующая геометрические размеры поперечного сечения сверла:  $c_0 = \sqrt{J/F}$ ; J – момент инерции поперечного сечения сверла, м<sup>4</sup>; F – площадь поперечного сечения сверла, м<sup>2</sup>.

Зависимости коэффициента уменьшения частоты K от параметра  $\xi_0$  для различных схем закрепления сверла на станке представлены на рис. 4.2.



С целью анализа структуры и свойств системы проведено исследование передаточной характеристики W. При этом определение расчетной схемы объекта решено на основании анализа динамического поведения системы при некотором внешнем воздействии на нее.

Время действия t импульса возмущающей силы P(t), а также соотношение его длительности с периодом T собственных колебаний оказывают влияние на амплитуду виброперемещений системы.

В общем случае свободные колебания системы, возникающие под действием внешней силы P(t), описываются выражением

$$y(t) = e^{-nt} \left[ y_0 \cos \sqrt{\omega_0^2 - n^2} t + \left( (\dot{y}_0 + ny_0) \sin \left( \sqrt{\omega_0^2 - n^2} t \right) \right) / \sqrt{\omega_0^2 - n^2} \right] + \left[ \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - n^2}} \int_0^t e^m P(t) \sin \left( \sqrt{\omega_0^2 - n^2} (t - t) \right) dt \right],$$
(4.16)

где  $y_0$  и  $\dot{y}_0$  – начальное смещение и начальная скорость при t = 0;  $\omega_0$  – собственная частота системы; n – коэффициент затухания.

С целью исследования динамической жесткости системы проведено моделирование виброперемещений системы при обработке прерывистых поверхностей. При этом рассматривалось воздействие на систему импульса прямоугольной формы, действующего в период времени  $0-t_n$  и имеющего амплитуду *P*. Перемещения системы описаны уравнениями:

- при 
$$0 \le t \le t_n$$
:  

$$y(t) = \frac{P}{c} \left( 1 - e^{-nt} \left[ \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2 t}\right) + \frac{n}{\sqrt{\omega_0^2 - n^2}} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2 t}\right) \right] \right); \quad (4.17)$$
- при  $t \ge t_n$ :  

$$y(t) = \frac{P}{c} \left( e^{-n(t-t)} \left[ \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} (t-t)\right) + n \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2} (t-t)\right) / \sqrt{\omega_0^2 - n^2} \right] \right); \quad (4.17)$$

$$y(t_0) = \left(-e^{-nt} \left[\cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2}t\right) + n\sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - n^2}t\right) / \sqrt{\omega_0^2 - n^2}\right]\right).$$
(4.18)

Максимальное значение динамических перемещений, а также поведение системы в целом во многом определяются параметрами системы (жесткостью, собственной частотой колебаний, демпфированием) и характером нагрузки (формой импульса, максимальной амплитудой и времени действия силы). Частотные характеристики рассматриваемой системы представлены на рис. 4.3 и 4.4.







*Рис. 4.4.* Характеристики системы при воздействии импульсной нагрузки: *а* – частотная характеристика; *б* – график безразмерной зависимости *t<sub>M</sub>*/*T* от *t*/*T* 

Установлены зависимости, позволяющие определить фактическое значение динамической жесткости системы *с*. Графики зависимости жесткости *с* сверл от отношения *l/d* представлены на рис. 4.5.



*Рис. 4.5.* Обобщенные графики зависимости значения жесткости *с* сверл от параметра *l/d* 

Исследование технологических систем, при эксплуатации которых возможны резонансные явления, предусматривает изучение влияния сил трения на характер протекания вибрационных процессов. Демпфирование является надежным средством повышения виброустойчивости процесса резания, так как приводит к уменьшению коэффициента резонансного усиления и амплитуды колебаний, времени затухания при нагружении.

Было проведено исследование демпфирования в материале инструмента, а также конструкционного демпфирования в подсистеме «инструмент – шпиндельный узел». Анализ колебательных движений инструмента показал, что в первые периоды колебаний преобладают силы сухого трения, затем – вязкого. Силы сопротивления зависят от амплитуды и носят нелинейный характер.

Экспериментальные исследования выявили зависимости затухания колебаний сверла от его геометрических характеристик, вылета и от расстояния исследуемого участка до опор.

Получены графики зависимости логарифмического декремента δ от ξ (рис. 4.6).



Рис. 4.6. Зависимость логарифмического декремента δ от параметра ξ

Проведенные экспериментальные исследования показали, что основной вклад в затухание вносит конструкционное демпфирование, возникающее в месте закрепления инструмента.

Проведено исследование напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов (МКЭ). При моделировании в качестве глобальной системы координат принята система, связанная с технологической системой станка. Расчет деформаций и напряжений производился на основе данных о силах резания и силовом взаимодействии звеньев технологической системы.

Вектор перемещения для трехмерной задачи имеет вид:

$$\{S\} = \{S_x, S_y, S_z\},$$
 (4.19)

где  $S_x, S_y, S_z$  – проекции вектора перемещений на координатные оси x, y, z.

На основе МКЭ рассмотрена система линейных алгебраических уравнений:

$$[C]{S} = {P}, (4.20)$$

где [C] – матрица жесткости конечного элемента;  $\{S\}$  – вектор узловых перемещений;  $\{P\}$  – вектор узловой внешней нагрузки.

Оценка прочности производилась по критерию Мизеса.

Получены графики, показывающие характер увеличения деформаций и напряжений в материале инструмента при изменении вылета и точки приложения силы (рис. 4.7).

На рис. 4.8 представлены полученные графические и аналитические зависимости величин подач S и коэффициента увеличения подач  $k_S$  от положения инструмента относительно опор при консольном закреплении инструмента.









Определение амплитуды колебаний при периодической возмущающей силе проводилось с применением способа Дуффинга [66]:

$$Z(t) = -e^{n(T-t)} \left[ n \operatorname{sinp}(t+T) + p \operatorname{cosp}(t+T) \right] - e^{n \frac{b_n}{v}} \left[ n \operatorname{sinp}\left(t - \frac{b_n}{v}\right) \right] + c;$$

$$Z(t) = \frac{Z_{0n}}{p} \left\{ \frac{1}{1 - 2e^{nT} \cos pT + e^{2nT}} \right\} \times \left\{ e^{n\left(T - t\frac{b_n}{v}\right)} \left[ n \sin p\left(t + \frac{b_n}{v}\right) + p \cos p\left(t + \frac{b_n}{v}\right) \right] \right\} \times \left\{ \left[ + p \cos p\left(t - \frac{b_n}{v}\right) \right] + e^{-nt} \left(n \sin pt + p \cos pt\right) \right\} + c, \quad (4.21)$$
  
где  $c = \left\{ p - e^{-nt} \left(n \sin pt + p \cos pt\right) \right\}$  при  $0 < t \le b_e / v_1;$ 

$$c = \left\{ e^{n\left(\frac{b_e}{v} - t\right)} \left[ n\sin p\left(t - \frac{b_e}{v}\right) + p\cos p\left(t - \frac{b_e}{v}\right) \right] - e^{-nt}\left(n\sin pt + p\cos pt\right) \right\}$$

при  $b_e / v < t \le T$ ,

где c – фактическая жесткость (коэффициент жесткости) инструмента в направлении действия силы резания  $P_z(t)$ ; t – текущее время; v – скорость вращения инструмента; T – период колебания силы резания.

Перемещение консольной части инструмента, соответствующее прогибу в условиях статического действия амплитудного значения вынужденной силы:

$$Z_{\rm ct} = \frac{P}{c}.$$

Динамическая податливость системы с *n* степенями свободы представляется в виде суммы податливостей *n* подсистем с одной степенью свободы, имеющих собственные частоты. Частотная форма записи имеет вид:

$$j_{BA}(i\omega) = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{g_{\beta}g_{A\nu}}{\left(\omega_{C\nu}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + 4\beta_{\nu}\omega_{C\nu}^{2}\omega^{2}} \left(\omega_{C\nu}^{2} - \omega^{2} - i \cdot 2\beta_{\nu}\omega_{C\nu}\omega\right), \quad (4.22)$$

где  $\omega_{Cv}$  – собственные частоты системы;  $g_v$  – нормированные коэффициенты *v*-й формы колебаний в точках измерения перемещения  $\Delta$ и приложения силы *P*;  $\beta_v$  – безразмерный коэффициент нелинейного демпфирования на *v*-й форме колебаний. Устранение резонансных явлений при малых колебаниях возможно путем изменения собственной частоты f и увеличения диссипации  $\beta$  механической энергии. Указанные условия реализуются в конструкциях инструментов с переменными динамическими параметрами.

Жесткость технологической системы *с* и связанная с нею частота *f* собственных колебаний изменяются по случайному закону:

$$\widetilde{f} = \sqrt[k]{\frac{\widetilde{c}}{m}}, \ \Gamma \mathrm{II},$$
(4.23)

где k – коэффициент;  $\tilde{c}$  – жесткость, Н/м; m – колеблющаяся масса, кг.

В результате на поверхности резания возникают вибрационные волны разной длины, что приводит к образованию непериодических вибраций.

В соответствии с методикой динамического расчета станков проанализирована динамическая характеристика резания при изменяющейся во времени входной координате, позволяющая определить влияние режимов резания, геометрии инструмента, обрабатываемого материала на динамические процессы, происходящие при обработке металла.

На рис. 4.9 приведены результаты исследований виброускорений для сверл с покрытием и без него.



*Рис. 4.9.* Виброускорения сверл: *а* – с покрытиями; *б* – базовой конструкции

С целью исследование частотной структуры процесса, наличия гармонических составляющих и случайных шумов был проведен спектральный анализ процесса протекания вибраций (рис. 4.10).


*Рис. 4.10.* Спектральная плотность сверл: *а* – с покрытиями; *б* – базовой конструкции

Анализ графиков спектральной плотности виброграмм для сравниваемых инструментов позволил заключить, что применение сверла с покрытиями приводит к изменению мощности спектра и расширению полосы частот виброперемещений.

#### 4.1.2. Крутильные колебания

Вычисление собственной частоты системы с помощью энергетического метода широко используется для сложных систем.

Если колеблющаяся режущая часть осевого инструмента с моментом инерции J находится под действием крутящего момента  $\pm M$ , то дифференциальное уравнение движения принимает вид:

$$J\ddot{\varphi} + c\varphi \pm M = 0. \tag{4.24}$$

Представив  $M = c \phi_{ct} (\phi_{ct} - угол статического закручивания корпуса под действием момента <math>M$ ) уравнение (4.24) примет вид:

$$J\ddot{\varphi} + c(\varphi \pm \varphi_{cT}) = 0. \tag{4.25}$$

Уравнение (4.25) позволяет заключить, что величина крутящего момента  $\pm M$  не изменяет характера колебательного движения инструмента. Необходимо лишь за нулевое значение координаты  $\varphi$  принять ее значение, отвечающее новому положению равновесия режущей части инструмента *J*.

Если колебания протекают с сопротивлениями, то они становятся затухающими, т. е. амплитуда колебаний уменьшается до нуля (рис. 4.11). Сопротивления делятся на внешние (окружающая среда) и внутренние

(вязкость материала, связи). В первом приближении можно полагать, что сопротивление пропорционально первой степени скорости движения массы. В ряде случаев такие допущения не оправдываются, однако разработанные на этой основе приемы расчетов и получающиеся результаты имеют большое практическое значение.



*Рис. 4.11.* График собственных колебаний с затуханием

Дифференциальное уравнение крутильных колебаний имеет вид:

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + \omega_c^2 \varphi = 0, \qquad (4.26)$$

где  $2n = \frac{\xi}{J}$  – коэффициент пропорциональности;  $\xi$  – постоянная, зависящая от вида демпфирования и равная демпфирующей силе при единичной скорости.

Общее решение уравнения (4.26) имеет вид:

$$\varphi = e^{-nt} \left( C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t \right), \tag{4.27}$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, определяемые из начальных условий движения; e – основание натуральных логарифмов; t – время;  $\omega_1^2 = \omega_c^2 - n^2$ .

При  $t = 0 \phi = \phi_0$  режущая часть имеет начальную скорость  $\dot{\phi}_0$ . Из уравнения (4.27) находим  $C_1 = \phi_0$ . Дифференцируя уравнение (4.27) по времени и приравнивая его величине  $\phi_0$  для t = 0, получим:

$$C_2 = \frac{\phi_0 + n\phi_0}{\omega_1}$$

Подставляя значения  $C_1$  и  $C_2$  в уравнение (4.27), находим:

$$\omega = e^{-nt} \left( \varphi_0 \cos \omega_1 t + \frac{\dot{\varphi}_0 + n\varphi_0}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right).$$
(4.28)

Уравнение (4.28) описывает колебательное движение с частотой  $\omega_1$  и периодом:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_c^2 - n^2}} = \frac{2\pi}{\omega_c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{n^2}{\omega_c^2}}}.$$
(4.29)

Множитель  $e^{-nt}$  в уравнении (4.28) постепенно убывает со временем, беспрерывно уменьшая амплитуду колебаний. Темп затухания зависит от величины постоянной *n*. После каждого цикла амплитуда колебаний уменьшается в отношении  $\frac{e^{-nt}}{1}$ , т. е. ее убывание происходит по закону геометрической прогрессии со знаменателем  $e^{-nt}$  (рис. 4.11).

Величина *nt*, характеризующая быстроту затухания, называется логарифмическим декрементом. По этой величине экспериментально можно найти коэффициент затухания:

$$n=\ln\frac{\varphi_m}{\varphi_{m+1}},$$

где  $\phi_m$  и  $\phi_{m+1}$  – опытные значения близлежащих амплитуд колебаний (рис. 4.11).

Если предположить, что *n* не зависит от абсолютной величины амплитуды колебаний, то

$$n=\frac{1}{z}\ln\frac{\varphi_n}{\varphi_{n+z}},$$

где  $\phi_n$  и  $\phi_{n+z}$  – амплитуды колебаний в начале и конце интервала, состоящего из *z* колебаний.

При положительном значении *n* (для рассматриваемого случая) энергия рассеивается и амплитуда колебаний уменьшается до нуля, при отрицательном – происходит выделение энергии в систему при ее движении, а амплитуды колебаний со временем растут. Такие колебания называются самовозбуждающимися, или автоколебаниями. Если при положительном значении *n* движение инструмента устойчивое, то при отрицательном – неустойчивое.

При  $n = \omega_c$  демпфирование достигает своего критического значения  $(\xi_{\kappa p} = 2\sqrt{cJ})$ , а само движение утрачивает колебательный характер.

Если на колеблющийся инструмент действует периодический возмущающий момент  $M_0 \sin \omega t$ , то дифференциальное уравнение движения в этом случае принимает вид:

$$\ddot{\varphi} + \omega_c^2 \varphi = \frac{M_0}{J} \sin \omega t.$$
(4.30)

Общее решение уравнения (4.30) можно записать в следующем виде:

$$\varphi = C_1 \cos \omega_c t + C_2 \sin \omega_c t + \frac{M_0 / c}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \sin \omega t, \qquad (4.31)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, определяющиеся на начальных условиях движения.

Первые два члена уравнения (4.31) характеризуют собственные колебания, рассмотренные выше, а третий член – вынужденные колебания, зависящие от возмущающего момента. Эти колебания имеют тот же период  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , что и возмущающий момент.

В частном случае можно предположить, что функция  $M = M_0 \sin \omega t$  удовлетворяет уравнению (4.30). Тогда частное решение уравнения (4.30) будет:

$$\varphi = \frac{M_0 / c}{1 - (\omega / \omega_c)^2} \sin \omega t = \frac{\varphi_{cT}}{1 - (\omega / \omega_c)^2} \sin \omega t.$$
(4.32)

Отношение  $M_0/c = \varphi_{cr}$  определяет угловое перемещение режущей части инструмента под действием возмущающего момента  $M_0$ , приложенного статически. Множитель  $\frac{1}{1-(\omega/\omega_c)^2}$  выражает динамичность действия этого момента. Абсолютная величина множителя называется динамическим коэффициентом.

Учитывая частное решение (4.32), общее решение (4.31) будет иметь вид:

$$\varphi = C_1 \cos \omega_c t + C_2 \sin \omega_c t + \frac{\varphi_{cT}}{1 - (\omega / \omega_c)^2} \sin \omega t.$$

Если  $\omega_c = \text{const}$ , то частота вынужденных колебаний  $\omega$  может изменяться в любых пределах. Поэтому общее решение уравнения (4.31) представляет собой сумму синусоидальных колебаний разных частот.

Если  $\omega/\omega_c$  стремится к нулю, то динамический коэффициент  $\frac{1}{1-(\omega/\omega_c)^2}$  близок к единице, а амплитуда  $\varphi$  движения режущей части приближается к статической:  $\varphi_{\text{max}} = \varphi_{\text{ст}} = M_0/c$ , которая соответствует наибольшему возмущающему моменту.

Если  $\omega/\omega_c$  близко к бесконечности, то действие возмущающего момента на режущую часть становится пренебрежительно малым. При этом динамический коэффициент  $\frac{1}{1-(\omega/\omega_c)^2}$  стремится к нулю.

Когда  $\omega/\omega_c$  приближается к единице, динамический коэффициент и амплитуда вынужденных колебаний быстро возрастают и обращаются в бесконечность при  $\omega = \omega_c$ .

На рис. 4.12 показано изменение амплитуды вынужденных колебаний инструмента в зависимости от  $\omega/\omega_c$ .



*Рис. 4.12*. Влияние частоты колебаний на амплитуду

Из формулы (4.32) следует, что при отношении  $\omega/\omega_c < 1$  амплитуды колебаний положительны, а при  $\omega/\omega_c > 1$  – отрицательны, т. е. фазы колебаний отличаются друг от друга на 180°. Это означает, что при  $\omega/\omega_c < 1$  возмущающий момент и направление движения режущей части находятся в одной фазе, а при  $\omega/\omega_c > 1$  – в противоположных фазах.

С энергетической точки зрения при отсутствии сопротивления движению работа, совершаемая возбуждающим моментом, на протяжении цикла равна нулю. Таким образом, до резонанса работа внешнего момента сообщается системе в виде потенциальной энергии, а после резонанса – в виде кинетической [68]–[73].

При графическом изображении резонансных режимов не обращают внимания на фазы колебаний и две ветви резонансной кривой располагаются в положительной части графика (см. пунктирную кривую на рис. 4.12).

Вынужденные колебания в начальный период развития представляют собой переходной процесс. При приложении возмущающего момента в системе возникают также и собственные колебания. Следовательно, действительное движение является результатом сложения двух простых гармонических колебаний, имеющих в общем случае разные амплитуды, частоты и фазы. При этом создается довольно сложное движение.

При вынужденных колебаниях с трением влияние последнего сказывается не только на затухании собственных колебаний системы, но и на изменении характера установившихся вынужденных ее колебаний. Влияние трения становится заметным лишь вблизи состояния резонанса, так как ограничиваются амплитуды колебаний режущей части до некоторой конечной величины. Если принять, что сопротивление пропорционально скорости, а на колеблющуюся режущую часть действует периодический момент  $M_0 \sin \omega t$ , то дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + \omega_c^2 \varphi = \frac{M_0}{J} \sin \omega t.$$
(4.33)

Общее решение этого уравнения состоит из суммы решения однородного уравнения (4.26) и частного решения уравнения (4.33):

$$\varphi = e^{-nt} \left( C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t \right) + M \sin \omega t + N \cos \omega t, \qquad (4.34)$$

где *М* и *N* – постоянные величины.

Последние два члена уравнения (4.34) представляют собой частное решение уравнения (4.33) и описывают вынужденные колебания с частотой возмущающего момента. Если на режущую часть J действует момент  $M_0 \sin \omega t$ , то угол движения режущей части относительно положения равновесия определится из выражения

$$\varphi = \varphi_0 e^{-nt} \left( \operatorname{sinccos}_1 t + \frac{n \sin \varepsilon - \omega \sin \varepsilon}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right) - \varphi_0 \sin(\omega t - \varepsilon), \quad (4.35)$$

где 
$$\varphi_0 = \sqrt{M^2 + N^2} = \frac{M_0/c}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2 + \frac{4n^2\omega^2}{\omega_c^4}}} = \frac{\varphi_{cr}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2 + \frac{4n^2\omega^2}{\beta\omega_c^4}}}$$
 (4.36)  
tge =  $-\frac{N}{M} = \frac{2n\omega}{\omega_c^2 - \omega^2}$ , (4.37)

где є – разность фаз между направлением движения и возмущающей силой.

Собственные колебания с течением времени затухают, а остаются лишь вынужденные колебания, выражаемые уравнением

$$\varphi = \frac{\varphi_{cT}}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 / \omega_c^2\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_c^4}}} \sin(\omega t - \varepsilon).$$
(4.38)

При резонансе в начальные моменты времени собственные колебания имеют существенное значение.

В выражения (4.35) и (4.38) входит множитель

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2+\frac{4n^2\omega^2}{\omega_c^4}}}=\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2+\left(\frac{2n}{\omega_c}\right)^2\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}=\lambda,$$

называемый динамическим коэффициентом. Величина его зависит от отношений  $\omega/\omega_c$  и  $2n/\omega_c$ .

Значения  $\lambda$  и є в зависимости от  $\omega/\omega_c$  и  $2n/\omega_c$  приведены соответственно на рис. 4.13 и 4.14. Из рис. 4.13 следует, что демпфирование имеет практическое значение только тогда, когда частота возмущающего момента приближается к частоте собственных колебаний. При  $\omega/\omega_c > 1$  или  $\omega/\omega_c << 1$  амплитуды вынужденных колебаний с достаточной степенью точности можно рассчитывать по формулам без учета затухания. Максимальное значение  $\lambda$  достигается при отношении  $\omega/\omega_c$ , несколько меньшим единицы. Такое отклонение от единицы незначительно, ибо величина *n* мала по сравнению с  $\omega_c$ . Поэтому при вычислении максимальных амплитуд обычно принимают  $\omega = \omega_c$ . Тогда из отношения (4.36):

$$\varphi_{\max} = \frac{\varphi_{cT}\omega_c}{2n}.$$
 (4.39)

Из соотношения (4.37) и рис. 4.14 следует, что при  $\omega < \omega_c$ , tg $\epsilon$  положителен и  $\epsilon < \pi/2$ , а при  $\omega > \omega_c$ , tg $\epsilon$  отрицателен и  $\epsilon > \pi/2$ . Когда  $\omega = \omega_c$ , tg $\epsilon$  обращается в бесконечность и сдвиг фаз  $\epsilon = \pi/2$ . Это означает, что при таком движении колеблющаяся режущая часть проходит через среднее положение в тот момент, когда возмущающая сила максимальна.

При малом затухании в резонансной области имеет место резкое изменение сдвига фаз. Так, в предельном случае, когда затухание отсутствует, сила и перемещение находятся в одной фазе ( $\varepsilon = 0$ ) до наступления резонанса и в противоположной ( $\varepsilon = \pi$ ) – после. Следовательно, кривая сдвига фаз имеет разрыв в точке, соответствующей резонансу.

В действительности изменение фаз возбуждающего момента относительно отклонения по мере приближения к резонансу и удаления от него происходит не мгновенно, а постепенно. За каждый цикл колебания возбуждающий момент вносит работу, достаточную для покрытия потерь.

В случае малых скоростей колебаний возмущающий момент преодолевает момент сил упругости инструмента; при больших скоростях возмущающий момент преодолевает силы инерции, а при резонансе последняя уравновешивает силу затухания.

Амплитуду колебаний при резонансе можно определить из баланса работ возмущающего момента  $\pi M_0 \varphi_0$  и силы вязкого сопротивления  $\pi 2n J \omega_c \varphi_0^2$ . Приравнивая их, определим:

$$\varphi_0 = \frac{M_0}{2nJ\omega_c}.\tag{4.40}$$

Так как  $J = c / \omega_c^2$  и  $M_0 / c = \varphi_{cT}$ , то после подстановки этих значений в уравнение (4.40) получаем выражение, аналогичное (4.39).



*Рис. 4.13.* Зависимость динамического коэффициента  $\lambda$  от отношений  $\omega = \omega_c$  и  $2n/\omega_c$ 



*Рис. 4.14.* Зависимость угла сдвига фаз между силой и перемещением от  $2n/\omega_c$  и  $\omega = \omega_c$ 

При рассмотрении вынужденных колебаний учет собственных колебаний особенно важен в том случае, когда численные значения  $\omega$  и  $\omega_c$  близки друг к другу, т. е. когда могут возникать биения. При затухании колебаний биения постепенно исчезают, и в системе остаются установившиеся вынужденные колебания.

Любой привод инструмента имеет сложную конструктивную форму. Как правило, в него входят силовые агрегаты, редукторы, муфты и другие детали. Расчеты таких систем на крутильные колебания очень трудоемки, а иногда даже невыполнимы без упрощения систем. Упрощенная система должна быть эквивалентна действительной, т. е. частоты и форма ее крутильных колебаний должны совпадать с частотами и формами колебаний действительной системы. Оба эти условия выполняются лишь приблизительно, но с достаточной для практических расчетов точностью.

Эквивалентная система должна состоять из отрезков вала, обладающих жесткостью, но лишенных массы, и сосредоточенных масс. Диаметр эквивалентного вала выбирается постоянным, а масса участков действительного вала сосредотачивается в местах концентрации масс (зубчатые колеса редуктора, муфты, винты, маховики и т. д.).

По аналогии с одномассовой системой частота собственных колебаний системы со многими массами определяется из условия равенства запаса потенциальной энергии скрученного вала в его крайнем положении величине кинетической энергии связанных с валом масс при проходе их через среднее положение. Так как потенциальная энергия  $V = \frac{c\phi^2}{2}$  (где *с* – жесткость, а  $\phi$  – угол закрутки вала), то для того, чтобы потенциальная энергия эквивалентного вала была равна потенциальной энергии действительного вала при закручивании их на один и тот же угол, должны быть равны их жесткости. При составлении эквивалентной системы обычно задают диаметр  $d_0$  эквивалентного вала и определяют длину  $l_0$  его участка из условия равенства жесткостей участков эквивалентного и действительного вала.

При расчете трансмиссионных систем удобнее брать вместо жесткости обратную ей величину – податливость  $e = \frac{\phi}{M} = \frac{1}{c}$ . Тогда результирующая податливость участков вала различных конструктивных форм равна их сумме.

Из равенства кинетических энергий приведенного и действительного валов следует, что при равенстве скоростей колебания обеих систем моменты инерции эквивалентной массы и заменяемых ею деталей действительного вала должны быть одинаковы.

В рычажных механизмах момент инерции эквивалентной массы определяется из условия равенства кинетических энергий действительного механизма и эквивалентной массы при одной и той же скорости их колебания. Форма колебаний эквивалентной системы, если считать вал лишенным массы, не соответствует точно формам колебаний действительной системы. Это относится к длинным тяжелым валам. Поэтому в таких случаях для получения более точной формы колебания учитывают распределенную массу вала. Таким образом, расчет эквивалентной системы состоит в определении приведенных длин и приведенных моментов инерции.

Если крутильная жесткость участков действительного вала c, а приведенного  $c_0$ , то податливости их должны быть одинаковыми, т. е.

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_0},$$
 (4.41)

или

$$\frac{l}{GJ_p} = \frac{l_0}{GJ_{p_0}},$$

где l и  $l_0$  – длины участков действительного и приведенного валов; G – модуль сдвига;  $J_p$  и  $J_{p_0}$  – полярные моменты инерции сечений действительного и приведенного валов.

Отсюда

$$l_0 = \frac{1}{c} G J_{p_0}.$$

Для цилиндрических валов с центральным сверлением

$$J_p = \frac{\pi}{32} \left( D^4 - d^4 \right),$$

где *D*, *d* – соответственно внешний и внутренний диаметры вала.

### 4.2. Методы определения коэффициентов демпфирования

Методы измерения коэффициентов демпфирования сверл распадаются на две категории в зависимости от того, к какой области они относятся: временной или частотной.

Методы, оперирующие во временной области, являются справедливыми как для линейных, так и для нелинейных систем. Во временной области демпфирующие характеристики определяются двумя способами:

а) по осциллограммам свободных затухающих колебаний;

б) по импульсным переходным характеристикам.

Метод логарифмического декремента [74]–[76] заключается в том, что по полученной записи временной характеристики виброускорения сверла, совершающего свободные затухающие колебания, определяется полное число колебаний *N*, в течение которого амплитуда уменьшается вдвое. Затем рассчитывается логарифмический декремент колебаний δ по формуле [77]:

$$\delta = \frac{1}{N} \frac{\lg 2}{\lg e},\tag{4.42}$$

где *е* – основание натуральной системы логарифмов.

Безразмерный коэффициент затухания (демпфирования) п находим из выражения [77]:

$$\eta = \frac{0.7}{\sqrt{4\pi^2 N^2 + 0.49}}.$$
(4.43)

Следует отметить, что определение демпфирования методом логарифмического декремента дает однозначный результат лишь в том случае, если огибающая затухающих колебаний имеет форму экспоненты [78]. Такой характер переходного процесса соответствует системе с вязким демпфированием. Можно предположить, что в системе сверла и державки одновременно действуют вязкое и кулоновское демпфирование.

Следует отметить, что для реальных систем вид нелинейности, как правило, не бывает известен заранее. При испытаниях сверл встречаются кривые переходных процессов как первого, так и второго типов.

Для определения демпфирующих характеристик по кривым свободных затухающих колебаний второго типа воспользуемся понятием эквивалентного вязкого демпфирования. Тогда эквивалентный безразмерный коэффициент затухания вычисляется по формуле

$$\eta_{\scriptscriptstyle \mathsf{ЭKB}} = \frac{2d}{\pi a_0},\tag{4.44}$$

где *d* – величина, которую можно определять по экспериментальной временной характеристике виброускорения сверла, совершающего свободные затухающие колебания, используя выражение, мм:

$$d = \frac{a_i - a_{i+1}}{4}$$

Здесь  $a_i$  – амплитуда *i*-го колебания (виброускорения), м/с<sup>2</sup>;  $a_{i+1}$  – амплитуда (*i*+1)-го колебания, м/с<sup>2</sup>;  $a_0$  – начальная амплитуда, которая интерпретируется как амплитуда рассматриваемого цикла колебаний, т. е.  $a_0 = a_i$ , м/с<sup>2</sup>.

Поэтому эквивалентный безразмерный коэффициент затухания сверла определяется посредством усреднения полученных коэффициентов:

$$\eta_{\scriptscriptstyle \mathsf{ЭKB}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} \eta_i}{n_k},$$

где *n<sub>k</sub>* – число периодов колебаний, для которых вычисляли безразмерный коэффициент затухания.

Считая  $\eta = \eta_{_{3KB}}$ , находим логарифмический декремент колебаний по формуле [75]:

$$\delta = \frac{2\beta\pi\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}.\tag{4.45}$$

К частотным методам оценки демпфирующей способности относятся метод резонансной амплитудно-частотной характеристики, метод, основанный на анализе передаточной функции и т. п.

Демпфирующая способность сверла определяется по резонансной кривой, расположенной в области собственной частоты. Расчет логарифмического декремента колебаний производится по формуле [68]:

$$\delta = \pi \frac{f_2 - f_1}{f_c} = \pi \frac{\Delta f}{f_c},$$
(4.46)

где  $\Delta f$  – ширина частотного диапазона на уровне 3 дБ от вершины резонансной кривой;  $f_1$ ,  $f_2$  – соответственно, нижняя и верхняя частоты на уровне 3 дБ от вершины резонансной кривой;  $f_c$  – собственная частота сверла.

Так, для сверла с диаметром 26 мм, установленном в шпинделе станка с вылетом  $l_p = 54$  мм, величина  $\Delta f$  составила 352 Гц. Тогда логарифмический декремент колебаний составит по (4.46)  $\delta = 0,312$ .

Зависимость для определения коэффициента демпфирования получаем по выражению

$$n = \eta \omega_0. \tag{4.47}$$

Здесь собственная частота незатухающих свободных колебаний вычисляется по формуле

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{\sqrt{1-\eta^2}}.$$

157

Тогда безразмерный коэффициент затухания η после подстановки величины логарифмического декремента колебаний δ в выражение (4.45) будет определяться:

$$\eta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}.$$
(4.48)

## 4.3. Анализ собственных частот сборного сверла

Для определения собственной частоты колебаний сверла представим его в виде консольной балки постоянного сечения, не имеющей сосредоточенных масс на свободном конце. Как известно из теории колебаний, точное значение частоты, полученное решением в замкнутом виде дифференциального уравнения изгибных колебаний консольной балки без сосредоточенных масс, определяется по формуле [69]:

$$f = \frac{\alpha_m^2}{2\pi l_p^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \frac{1,875^2}{6,283l_p^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}.$$
 (4.49)

Проведя сокращения, получаем:

$$f = \frac{0,56}{l_p^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}, \ \Gamma$$
ц,

где  $\alpha_m$  – первый корень уравнения частот изгибных колебаний незагруженной консольной балки, т. е. балки без сосредоточенного груза на конце;  $l_p$  – вылет сверла, м; EJ – жесткость на изгиб сверла; E – модуль упругости первого рода,  $H/m^2$ ; J – момент инерции поперечного сечения сверла,  $m^4$ ; m = q/g – погонная масса сверла, кг/м; q – вес единицы длины сверла, H/m; g – ускорение силы тяжести,  $m/c^2$ .

Для проверки соответствия математической модели (4.49) реальной системе были произведены сравнения расчетных и экспериментальных значений собственных частот колебаний сверла с поперечным сечением корпуса диаметром 25 мм. Корпус сверла изготовлен из стали 40X (46–51 HRC<sub>Э</sub>; плотность  $\rho_c = 7,85$  г/см<sup>3</sup>;  $E = 2,185 \times 10^{11}$  H/м<sup>2</sup>). Сверла оснащались твердосплавными пластинами ВК6 (масса пластины 9,508 г).

Режущая пластина крепилась к корпусу винтом (масса винта 3,392 г). Вылет сверла  $l_p$  составлял 25 и 50 мм, т. е.  $l_p = D$  и  $l_p = 2D$  (D – диаметр корпуса сверла). Длина сверла L = 148 мм.

Собственные частоты колебаний сверла для двух его вылетов определялись по выражению (4.49):

a)  $l_p = D = 25$  мм;

$$f = \frac{0.56}{0.025^2} \sqrt{\frac{2.185 \cdot 10^{11} \cdot 0.025 \cdot 2.604 \cdot 10^{-8}}{0.0785}} = 38140 \,\Gamma\mathrm{u};$$

б)  $l_p = 2D = 50$  мм;

$$f = \frac{0,56}{0,05^2} \sqrt{\frac{2,185 \cdot 10^{11} \cdot 0,05 \cdot 2,604 \cdot 10^{-8}}{0,1766}} = 8990 \,\,\Gamma\mathrm{ц}.$$

Проведенные расчеты и эксперименты для сборного сверла показали, что расчетные собственные частоты колебаний сверла намного выше частот, определяемых в процессе экспериментов (табл. 4.2). Это особенно заметно проявляется при малых вылетах сверла. Очевидно, данная модель не учитывает всех факторов, оказывающих в реальных условиях решающее влияние на собственную частоту колебаний сверла.

Таблица 4.2

Вылет сверла <i>l<sub>p</sub></i> , мм	Собственные колебания сверла, Гц	
	Расчетные	Экспериментальные
25	38140	4440
50	8990	3530

Экспериментальные собственные колебания сверла

В работе [69] собственная частота колебании консольной балки, учитывающая сосредоточенный груз с приведенной массой  $M_{\rm np}$  на конце, вычисляется по формуле

$$f_{n\mathfrak{I}} = K_n f_{\mathfrak{c}}, \qquad (4.50)$$

где *K<sub>n</sub>* – поправочный коэффициент:

$$K_n = \left(\frac{\alpha}{1,875}\right)^2,\tag{4.51}$$

где  $f_{\rm c}$  – собственная частота колебаний балки без учета сосредоточенного груза, Гц;  $\alpha$  – корень трансцендентного уравнения частот изгибных колебаний консольной балки с сосредоточенной массой  $M_{\rm np}$  на конце.

С другой стороны, коэффициент жесткости C консольной части выразим через величины, входящие в выражение для определения собственной частоты  $f_c$  колебаний сверла, а именно:

$$f_{\rm c} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{K_{\rm np}m}}; \quad C = 4\pi^2 f_{\rm c}^2 K_{\rm np}m,$$
 (4.52)

где  $K_{np}$  – коэффициент приведения распределенной массы к сосредоточенной (K = 0,2427) [70]; m – масса консольной части сверла, кг.

Вибрации режущего инструмента в процессе обработки являются причиной снижения его срока службы [70], [79], [80]. Доминирующее влияние на стойкость оказывают вибрации сверла, действующие в направлении скорости резания (составляющей силы  $P_z$ ) [71]. При этом стойкость инструмента тем выше, чем меньше амплитуда колебаний. Однако стойкость сверл зависит не только от амплитуды, но и частоты колебаний [70], [71].

### 4.4. Моделирование механики динамических процессов

Считаем, что в своем начальном состоянии упругое твердое тело свободно от напряжений, имеет постоянную температуру и находится в термодинамическом равновесии со средой. Для определения напряжений  $\sigma_{ij}$  деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и перемещений  $u_i$  (i, j = 1, 2, 3), возникающих в нем под воздействием внешней поверхностной  $R_i$  и объемной (массовой)  $F_i$  динамических нагрузок, служат закон Гука, соотношения Коши, граничные условия и уравнения движения:

$$\sigma_{i,j} + \rho (F_i - \ddot{u}_i) = 0. \tag{4.53}$$

В начальный момент времени должны выполняться условия:

$$u_i = u_{0i}; \quad \dot{u}_i = \dot{u}_{0i}; \quad t = 0.$$
 (4.54)

**Свободные колебания.** Режущий инструмент должен быть свободен от действия внешних сил, при этом  $F_i = 0$ ,  $\sigma_{ij}l_j = 0$  на  $S_{\sigma}$ . Часть поверхности  $S_u$  может быть неподвижно закреплена на ней –  $u_i = 0$ . Заданы начальные условия (4.54), которые приводят инструмент в движение.

Решения уравнения движения можно представить в виде:

$$u_k = U_k \exp(i\omega t),$$

где  $U_k$  – функция только координат, но не времени. Аналогичным образом представляются компоненты деформации и напряжения.

В дальнейшем для удобства через  $u_i$ ,  $\sigma_{ij}$  будем обозначать амплитуды перемещений и напряжений, т. е. вместо  $U_i$  будем писать  $u_i$ . Тогда, подставив искомое решение в уравнения движения (4.53), получим систему уравнений для этих амплитуд:

$$\sigma_{i,j} - \rho \omega^2 u_i = 0, \qquad (4.55)$$

при этом множитель  $exp(i\omega t)$  сокращается. Уравнения связи между амплитудами напряжений и деформаций сохраняют форму обычного закона Гука.

Система уравнений (4.55) при однородных граничных условиях может иметь очевидное решение:

$$u_i = 0; \ \sigma_{ii} = 0.$$

Однако при некоторых значениях параметра  $\omega = \omega_k$  возможно и ненулевое решение:

$$u_i = u_i^k; \ \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^k.$$

Соответствующие значения параметра  $\omega_k$  называются собственными частотами, а функции  $u_i^k$  определяют собственные формы колебаний. Заметим, что в (4.55) войдут квадраты собственных частот, поэтому корню  $\omega_k$  будет всегда соответствовать второй, равный по величине и противоположный по знаку, корень  $(-\omega_k)$ . Мы не будем вводить для этих отрицательных корней специальную нумерацию, но следует помнить, что кроме решения  $u_i \exp(i\omega t)$  всегда присутствует и второе решение  $u_i \exp(-i\omega t)$ . Это позволяет образовывать из них действительные комбинации, которые одни только и имеют механический смысл.

Уравнения, связывающие величины  $u_i^k$  и  $\sigma_{ij}^k$ , вытекают из (4.55):

$$\sigma_{ij}^{k}, -\rho \omega_{k}^{2} u_{2}^{k} = 0.$$
(4.56)

Очевидно, что вследствие однородности системы уравнений и граничных условий искомые функции, входящие в (4.56), определены с точностью до произвольного множителя.

Уравнения (4.53) формально могут рассматриваться как уравнения статической задачи теории упругости с массовыми силами  $(-\rho\omega^2 u_i)$ . Пусть  $\omega = \omega_k$  есть какая-либо из собственных частот. Тогда  $u_i = u_i$  представляет собой перемещение, вызванное действием распределенных по объему сил  $P_i^k = -\rho\omega_k^2 u_i^k$ . Аналогичным образом силы  $P_i^s = -\rho\omega_s^2 u_i^s$  при частоте  $\omega_s$  вызывают перемещение  $u_i^s$ . Но по теореме Бетти:

$$\int_{V} P_i^s u_i^k dV = \int_{V} P_i^k u_i^s dV$$

ИЛИ

$$\omega_s^2 \int_{v} \rho u_i^s u_i^k dV = \omega_k^2 \int_{v} \rho u_i^k u_i^s dV.$$

Так как  $\omega_s \neq \omega_k$ , то последнее равенство возможно, если интеграл равен нулю. Следовательно,

$$\int_{V} \rho u_i^k u_i^s dV = 0 \quad (k \neq s). \tag{4.57}$$

Равенство (4.57) выражает свойство ортогональности собственных форм колебаний. Из условия ортогональности следует, в частности, что частоты  $\omega_k$  для линейно упругого тела всегда действительны. Чтобы доказать это, предположим противное, а именно допустим, что  $\omega_1 = \alpha + i\beta$ . Тогда уравнение для нахождения собственных частот будет обязательно иметь еще один комплексно сопряженный корень  $\omega_2 = \alpha - i\beta$ . Соответствующие собственные формы также будут комплексно сопряженными:  $u_i^1 = p_i + iq_i$ ,  $u_i^2 = p_i - iq_i$ . Из условия ортогональности следует:

$$\int_{V} \rho u_{i}^{1} u_{i}^{2} dV = \int_{V} \rho \left( p_{i}^{1} + q_{i}^{2} \right) dV = 0.$$

Но это равенство возможно лишь тогда, когда  $p_0 \equiv 0$ ,  $q_1 \equiv 0$ . Таким образом, в линейной теории упругости движений с комплексными частотами быть не может. Очевидно, что этим исключается и случай чисто мнимых частот.

Поскольку  $u_i^k$  определены лишь с точностью до произвольного постоянного множителя, их можно нормировать произвольным образом. Обычно принимают:

$$R_i = R_i^0 \exp(ipt). \tag{4.58}$$

Соотношения (4.58) выражают условия нормирования и одновременно повторяют условия ортогональности собственных форм (4.57).

Принцип суперпозиции (метод Фурье) позволяет представить общее выражение для перемещений при свободных колебаниях упругого тела следующим образом:

$$u_i = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \sin \omega_k t + B_k \cos \omega_k t) u_i^k (x_s), \qquad (4.59)$$

где  $A_k$ ,  $B_k$  – неопределенные константы.

Дифференцируя (4.59) по времени, находим:

$$u_i = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \omega_k \cos \omega_k t + B_k \omega_k \sin \omega_k t) u_i^k (x_s).$$

Приравнивая при t = 0 значения перемещений и скоростей к их заданным начальным значениям  $u_{0i}$  при  $v_{0i}$  (4.54), получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty} B_k u_i^k(x_s) = u_{0i}(x_s); \quad \sum_{k=1}^{\infty} A_k \omega_k u_i^k(x_s) = u_{0i}(x_s).$$

Умножаем каждое из этих равенств на  $\rho u_i^k$  и интегрируем по объему. Вследствие (4.58) в левой части от каждого ряда остается лишь по одному члену:

$$B_{k} = \int_{v} \rho u_{0i} u_{i}^{k} dV; \quad A_{k} = \frac{1}{\omega_{k}} \int_{v} \rho v_{0i} u_{i}^{k} dV.$$
(4.60)

Следует заметить, что соотношения (4.60) не предполагают возможности разложения функций  $u_{0i}$  и  $v_{0i}$  в ряды по собственным формам колебаний или фундаментальным собственным функциям  $u_i^k$ . Начальное распределение скоростей может быть даже не непрерывным, и сходимость может быть лишь в среднем.

**Вынужденные гармонические колебания.** В этом случае объемные  $F_i$  и поверхностные  $R_i$  силы, а также заданные перемещения точек поверхности  $u_{0i}$  представляют собой периодические функции времени:

$$F_i = F_i^0 \varphi(t); \ R_i = R_i^0 \varphi(t); \ u_{0i} = u_i^0 \varphi(t).$$

Величины с верхним индексом «0» не зависят от времени, поэтому в качестве типового представителя функции  $\varphi(t)$  можно принять:

$$\varphi(t) = \exp(ipt) = \cos pt + i\sin pt.$$

Действительно, любая периодическая функция может быть представлена рядом Фурье. Построив решение для одного члена этого ряда, мы можем воспользоваться принципом суперпозиции для построения полного решения.

Пусть на инструмент действуют периодические силы с круговой частотой p. Для простоты исследования будем считать, что массовые силы отсутствуют ( $F_i = 0$ ), а на всей поверхности инструмента внешние силы представимы в виде:

$$R_i = R_i^0 \exp(ipt).$$

Полагая перемещения и напряжения также пропорциональными  $\exp(ipt)$  и сохраняя обозначения  $u_i$  и  $\sigma_{ij}$  для амплитуд перемещений и напряжений, получим из (4.53) следующие уравнения:

$$\sigma_{ij,j} - \rho p^2 u_i = 0. (4.61)$$

На поверхности  $S_{\sigma}$  должны выполняться граничные условия:

$$\sigma_{ij}l_j = R_i^0. \tag{4.62}$$

Представим искомое решение в виде:

$$u_i = u'_i + u^0_i; \quad \sigma_{ij} = \sigma'_j + \sigma^0_{ij},$$
 (4.63)

где  $u_i^0$ ,  $\sigma_{ij}^0$  – решение статической задачи теории упругости, удовлетворяющее уравнениям равновесия  $\sigma_{ij}^0$ ,  $_j = 0$ , уравнениям связи и граничным условиям (4.62). Тогда, подставив (4.63) в (4.61), получим, что первая часть решения  $u_i^0$ ,  $\sigma_{ii}^0$  удовлетворяет следующим уравнениям движения:

$$\sigma'_{ij,j} - \rho p^2 u'_i = \rho p^2 u^0_i \tag{4.64}$$

при однородных граничных условиях. Положим:

$$u_i' = \sum_{k=1}^{\infty} a_k u_i^k; \quad \sigma_i' = \sum_{k=1}^{\infty} a_k u_{ij}^k.$$

Подставляя эти выражения в (4.64) и исключая производные от амплитуд напряжений, получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \rho \left( \omega_k^2 - p^2 \right) u_i^k = \rho p^2 u_i^0.$$

Умножая это выражение на  $u_i^m$  и интегрируя по объему, с помощью условия ортонормированности собственных функций найдем:

$$a_m(\omega_m^2 - p^2) = p^2 \int_{v} \rho u_i^0 u_i^m dV.$$

Отсюда следует:

$$a_{m} = \frac{p^{2}}{\omega_{m}^{2} - p^{2}} \int_{v} \rho u_{i}^{0} u_{i}^{m} dV.$$
(4.65)

Если  $p = \omega_m$ , то частота возмущающей силы совпадает с одной из собственных частот инструмента и соответствующий коэффициент в (4.65) обращается в бесконечность, т. е. наступает *резонанс*.

В случае непериодического воздействия внешних сил для описания вынужденных колебаний инструмента поверхностная нагрузка и искомое решение представляются в виде разложений в ряд по системе собственных фундаментальных функций [81], [82]. Подстановка этих рядов в уравнения движения позволяет получить уравнения для определения неизвестных функций времени.

# 4.5. Численное моделирование собственных изгибных колебаний

В процессе обработки инструмент взаимодействует с заготовкой и совместно с ней совершает колебания, возбуждаемые переменными составляющими силы резания:  $P_Z = P_Z(\tau), P_Y = P_Y(\tau)$  и  $P_X = P_X(\tau)$ .

Для определения амплитуд виброперемещений и виброскоростей представим инструмент как консольно закрепленную балку постоянной жесткости (рис. 4.15). Оси координат расположены, как указано на рис. 4.15. Координатные плоскости  $\widetilde{Y}O_1\widetilde{Z}$  и YOZ,  $\widetilde{X}O_1\widetilde{Z}$ и XOZ, соответственно, принадлежащие системам координат инструмента и заготовки, попарно параллельны, а плоскости  $\widetilde{X}O_1\widetilde{Y}$ и XOY совпадают между собой.



*Рис. 4.15.* Расчетная схема для определения виброперемещений инструмента

Поперечные колебания инструмента описываются дифференциальными уравнениями вида [83]:

– в плоскости  $\widetilde{Y}O_1\widetilde{Z}$  :

$$EJ_{\widetilde{x}} \frac{\partial^4 V_p}{\partial \widetilde{y}^4} + \rho F \frac{\partial^2 V_p}{\partial \tau^2} = 0,$$

ИЛИ

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial \tau^2} = \frac{EJ_{\widetilde{x}}}{\rho F} \frac{\partial^4 V_p}{\partial \widetilde{y}^4}; \qquad (4.66)$$

– в плоскости  $\widetilde{X}O_1\widetilde{Y}$  :

$$EJ_{\widetilde{z}} \frac{\partial^4 V_p}{\partial \widetilde{y}^4} + \rho F \frac{\partial^2 U_p}{\partial \tau^2} = 0,$$

ИЛИ

$$\frac{\partial^2 U_p}{\partial \tau^2} = \frac{E J_{\tilde{z}}}{\rho F} \frac{\partial^4 U_p}{\partial \tilde{y}^4}, \qquad (4.67)$$

где  $V_p = V(\tilde{y}, \tau), U_p = U(\tilde{y}, \tau)$  – колебания инструмента, соответственно, в направлении осей  $O_1 \tilde{Z}(OZ)$  и  $O_1 \tilde{X}(OX)$ , т. е. изменение положения оси инструмента в плоскостях  $\tilde{Y}O_1\tilde{Z}$  и  $\tilde{X}O_1\tilde{Z}$  с течением времени  $\tau$ ; F – площадь поперечного сечения корпуса инструмента;  $\rho$  – плотность материала корпуса инструмента;  $J_{\tilde{x}}, J_{\tilde{z}}$  – моменты инерции сечения корпуса инструмента, соответственно, относительно осей  $\tilde{X}$  и  $\tilde{Z}$ .

Для решения уравнений (4.66), (4.67) использовались начальные условия:

$$V_p(\widetilde{y},0) = 0; \quad \dot{V}_p(\widetilde{y},0) = 0; \tag{4.68}$$

$$U_p(\widetilde{y},0) = 0; \quad \dot{U}_p(\widetilde{y},0) = 0 \tag{4.69}$$

и граничные условия в месте заделки ( $\tilde{y} = l_p$ ):

$$V_p(l_p,\tau) = 0; \quad \frac{\partial V_p(l_p,\tau)}{\partial \widetilde{y}} = 0; \quad (4.70)$$

$$U_p(l_p,\tau) = 0; \quad \frac{\partial U_p(l_p,\tau)}{\partial \widetilde{y}} = 0,$$
 (4.71)

на свободном конце инструмента ( $\tilde{y} = 0$ ):

$$\frac{\partial^{2} V_{p}(0,\tau)}{\partial \tilde{y}^{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial^{3} V_{p}(0,\tau)}{\partial \tilde{y}^{3}} = -\frac{P_{z}}{EJ_{\tilde{x}}};$$

$$\frac{\partial^{2} U_{p}(0,\tau)}{\partial \tilde{y}^{2}} = 0;$$

$$\frac{\partial^{3} U_{p}(0,\tau)}{\partial \tilde{y}^{3}} = -\frac{P_{x}}{EJ_{\tilde{z}}},$$

$$(4.72)$$

$$(4.73)$$

где  $l_p$  – вылет инструмента.

Решение уравнений (4.66), (4.67) при заданных начальных и граничных условиях (4.68)–(4.73) производится методом конечных разностей [84]. Для вычисления частных производных используются конечно-разностные схемы. Тогда окончательная формула приобретает вид:

$$f_{i,j+1} = 2f_{ij} - f_{i,j} - 1 - \frac{EJ_z \Delta \tau^2}{\rho F} \frac{\partial^4 f_y}{\partial y^4}, \qquad (4.74)$$
  
где  $\frac{\partial^4 f_{ij}}{\partial y^4} = \begin{cases} \frac{f_{i-2,j} - 4f_{i-1,j} + 6f_{ij} - 4f_{i+1,j} + f_{i+2,j}}{\Delta y^4}, & \text{при } 2 \le i \le N-2; \\ \frac{f_{N-3,j} - 4f_{N-2,j} + 5f_{N-1,j} - 2f_{Nj}}{\Delta y^4}, & \text{при } i = N-1; \\ \frac{2}{\Delta y^4} (f_{3j} - 4f_{2j} + 7f_{ij}), & \text{при } i = 1; \\ \frac{2\Delta y^3 P_f + 2f_{N-2,j} - 4f_{N-1,j} + 2f_{Nj}}{\Delta y^4}, & \text{при } i = N. \end{cases}$   
Здесь  $P_f = -\frac{P_X}{EJ_z},$  или  $P_f = -\frac{P_Z}{EJ_X}.$ 

Решая уравнения методом конечных разностей, получаем максимальные значения виброперемещений и виброскоростей инструмента.

В результате действия переменной радиальной силы  $P_{r}$  возникают в направлении оси  $O_1Y(OY)$  продольные колебания  $W_p = W_p(\tilde{y}, \tau)$ , которые могут быть определены дифференциальным уравнением вида [85]:

$$\rho = \frac{\partial^2 W_p}{\partial \tau^2} = E \frac{\partial^2 W_p}{\partial \tilde{y}^2}.$$
(4.75)

При этом искомая функция должна соответствовать начальным:

$$W_p(\widetilde{y}, 0) = 0; \quad \dot{W}_p(\widetilde{y}, 0) = 0 \tag{4.76}$$

и граничным условиям:

- в месте заделки

$$W_p(l_p,\tau) = 0; \tag{4.77}$$

- на свободном конце инструмента

$$EF\frac{\partial W_p(0,\tau)}{\partial \tilde{y}} = -P_Y(\tau). \tag{4.78}$$

### 4.6. Моделирование колебаний при действии крутильных и осевых нагрузок

Степень взаимодействия крутильных и продольных колебаний сборных сверл может быть установлена при использовании нелинейной теории упругости. Относительная продольная деформация инструмента на радиусе R при одновременном его скручивании и сжатии вычисляется по выражению

$$\varepsilon \approx \frac{dW}{dx} + \frac{1}{2} \left( R \frac{d\varphi}{dx} \right)^2,$$

где *W* – продольное перемещение поперечного сечения инструмента; ф – угол поворота сечения относительно оси инструмента;  $\frac{1}{2}\left(R\frac{d\phi}{dx}\right)^2$  – член, дающий добавку в продольную деформацию є за счет

скручивания.

Вместо анализа напряженно-деформированного состояния цилиндра корпуса сверла в общей постановке, которая приводила бы к дифференциальным уравнениям с частными производными по двум пространственным координатам x, r и времени т, рассмотрим упрощенную модель, в первом приближении учитывающую основную особенность в изучаемом вопросе – взаимодействие форм колебаний. Эта модель применительно к нагружению сверла с сосредоточенными параметрами (рис. 4.16), состоящего из рабочей части 1 и корпуса 2, описывается уравнениями:

$$m\ddot{x} + c_{11}x + c_{12}\phi + c\phi^2 = 0; \qquad (4.79)$$
$$J + c_{12}x + c_{22}\phi = M_{\alpha}\cos(p\tau),$$

где  $c_{11}, c_{22}, c_{12}$  – соответственно продольная, крутильная и крутильнопродольная жесткости инструмента; с – коэффициент, вычисляемый по формуле

$$c=\frac{c_{11}c_{22}}{2GF},$$

где G – модуль упругости второго рода; F – площадь поперечного сечения инструмента; *х* – продольное перемещение рабочей части; φ – угол закручивания рабочей части; *m*, *J* – соответственно масса и полярный момент инерции рабочей части.

В модели жесткостные характеристики отнесены к сжимаемому и скручиваемому невесомому стержню, инерционные  $m, J - \kappa$  режущей части, выполненной заодно целое с корпусом, закручиваемым гармонически меняющимся с частотой p и амплитудой  $M_{\alpha}$  моментом, возникающим при сверлении.



*Рис. 4.16.* Расчетная схема для определения виброперемещений инструмента

Упростили выражение (4.79), вводя обозначения [76]:

$$x = U/\sqrt{c_{11}}; \quad \varphi = \alpha/\sqrt{c_{22}}; \quad n_1^2 = c_{11}/m; \quad n_2^2 = c_{22}/J;$$
  
$$\gamma = c_{12}/\sqrt{c_{11}c_{12}}; \quad \varphi = c/\sqrt{c_{11}c_{22}^2}; \quad M_0 = M_\alpha/\sqrt{c_{22}},$$

где γ – безразмерный коэффициент упругой связи; φ – коэффициент нелинейной упругой связи.

В результате получили:

$$\frac{\ddot{U}}{n_1^2} + U + \gamma \alpha + \varphi \alpha^2 = 0; \qquad (4.80)$$
$$\frac{\ddot{\alpha}}{n_2^2} + \gamma U + \alpha = M_0 \cos(p\tau).$$

Систему (4.80) преобразуем к одному уравнению четвертого порядка, выразив из второго уравнения:

$$U = \frac{1}{\gamma} \left[ M_0 \cos(p\tau) - \frac{1}{n_2^2} \ddot{\alpha} - \alpha \right],$$
$$\ddot{U} = \frac{1}{\gamma} \left[ -M_0 p^2 \cos(p\tau) - \frac{1}{n_2^2} \ddot{\alpha} - \ddot{\alpha} \right]$$

и подставив в первое уравнение системы:

$$\overset{\dots}{\alpha} + n_1^2 n_2^2 \left( \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right)^{\cdots} + n_1^2 n_2^2 \left( 1 - \gamma^2 \right) \alpha + \gamma \varphi n_1^2 n_2^2 \alpha^2 =$$

$$= n_1^2 n_2^2 \left( 1 - \frac{p^2}{n_1^2} \right) M_0 \cos(p\tau).$$

$$(4.81)$$

Нелинейность системы в уравнении (4.81) определяет третий член в левой части.

В линейной постановке задачи (при  $\phi = 0$ ) решение можно получить, составив характеристическое уравнение

$$k^{4} + n_{1}^{2}n_{2}^{2}\left(\frac{1}{n_{1}^{2}} + \frac{1}{n_{2}^{2}}\right)k^{2} + n_{1}^{2}n_{2}^{2}\left(1 - \gamma^{2}\right) = 0,$$

которое легко преобразовать к виду:

$$\left(1 + \frac{k^2}{n_1^2}\right) \left(1 + \frac{k^2}{n_2^2}\right) - \gamma^2 = 0.$$
 (4.82)

Собственные колебания модель будет описывать в том случае, если корни этого уравнения чисто мнимые, т. е. когда

$$k = i\omega$$
,

где  $\omega$  – действительная величина (частота собственных колебаний).

Если выразить k через  $\omega$ , то уравнение (4.82) принимает вид:

$$\left(1-\frac{\omega^2}{n_1^2}\right)\left(1-\frac{\omega^2}{n_2^2}\right)-\gamma^2=0.$$

Полученное уравнение называется уравнением собственных частот. Левую часть этого уравнения обозначим  $D(\omega)$ .

Для решения нелинейной системы (4.80) можно воспользоваться методом гармонического баланса:

$$U = U_0 + U_1 \cos(p\tau) + U_2 \cos(2p\tau) + ...;$$
(4.83)  
$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \cos(p\tau) + \alpha_2 \cos(2p\tau) + ....$$

Дважды продифференцировав уравнения (4.83), получим:

$$\ddot{U} = -4p^{2}U_{2}\cos(2p\tau) + ...; \qquad (4.84)$$
$$\ddot{\alpha} = -4p^{2}\alpha_{2}\cos(2p\tau) + ....$$

Подставив в систему (4.80) выражения (4.83) и (4.84), имеем:

$$-4p^{2}\frac{u_{2}}{n_{1}^{2}}\cos(2p\tau) + \dots + U_{0} + U_{1}\cos(p\tau) + U_{2}\cos(2p\tau) + \dots + \gamma\alpha_{0} + U_{0}\cos(2p\tau) + \dots + \gamma\alpha_{0}\cos(2p\tau) + \dots + \gamma\alpha_$$

 $+\gamma\alpha_1\cos(p\tau)+\gamma\alpha_2\cos(2p\tau)+\ldots+\phi[\alpha_0+\alpha_1\cos(p\tau)+\alpha_2\cos(2p\tau)+\ldots]^2=0;$ 

$$-4p^{2}\frac{\alpha_{2}}{n_{1}^{2}}\cos(2p\tau) + ... + \gamma U_{0} + \gamma U_{1}\cos(p\tau) + \gamma U_{2}\cos(2p\tau) + ... + \alpha_{0} + \alpha_{1}\cos(p\tau) + \alpha_{2}\cos(2p\tau) + ... = M_{0}\cos(p\tau).$$

Учитывая, что

$$[\alpha_{0} + \alpha_{1}\cos(p\tau) + \alpha_{2}\cos(2p\tau) + ...]^{2} =$$
  
=  $\alpha_{0}^{2} + 2\alpha_{0}\alpha_{1}\cos(p\tau) + \alpha_{1}^{2}\cos^{2}(p\tau) + 2\alpha_{0}\alpha_{2}\cos(2p\tau) + ... =$   
=  $\alpha_{0}^{2} + 2\alpha_{0}\alpha_{1}\cos(p\tau) + \frac{1}{2}\alpha_{1}^{2} + \frac{1}{2}\alpha_{1}^{2}\cos(2p\tau) + 2\alpha_{0}\alpha_{2}\cos(2p\tau) + ... ,$ 

и приравнивая коэффициенты, получим следующую систему уравнений:

$$1 \begin{vmatrix} U_{0} + \gamma \alpha_{0} + \varphi \alpha_{0}^{2} + \frac{1}{2} \varphi \alpha_{1}^{2} = 0; \\ U_{1} + \gamma \alpha_{1} + 2\varphi \alpha_{0} \alpha_{2} = 0; \\ -4p^{2} \frac{U_{2}}{n_{1}^{2}} + U_{2} + \gamma \alpha_{0} + \frac{1}{2} \varphi \alpha_{1}^{2} + 2\varphi \alpha_{0} \alpha_{2} = 0; \\ \hline 1 & \gamma U_{0} + \alpha_{0} = 0; \\ \gamma U_{1} + \alpha_{1} = M_{0}; \\ \cos(p\tau) & \gamma U_{1} + \alpha_{1} = M_{0}; \\ \cos(2p\tau) & -4p^{2} \frac{\alpha^{2}}{n_{2}^{2}} + \gamma U_{2} + \alpha_{2} = 0; \end{vmatrix}$$

Поскольку ү∠∠1, то из уравнения

$$\gamma U_0 + \alpha_0 = 0$$

можно сделать вывод о малости  $\alpha_0$ . Этой величиной можно пренебречь:  $\alpha_0 \approx 0$ .

В результате имеем систему линейных алгебраических уравнений относительно  $\alpha_1, \alpha_2, U_0, U_1, U_2$ :

$$U_{0} + \frac{1}{2}\varphi\alpha_{1}^{2} = 0;$$
  

$$U_{1} + \gamma\alpha_{1} = 0;$$
  

$$-4p^{2}\frac{U_{2}}{n_{1}^{2}} + U_{2} + \frac{1}{2}\varphi\alpha_{1}^{2} = 0;$$
  

$$\gamma U_{1} + \alpha_{1} = M_{0};$$
  

$$-4p^{2}\frac{\alpha^{2}}{n_{2}^{2}} + \gamma U_{2} + \alpha_{2} = 0.$$

Решение этой системы имеет вид:

$$-\gamma^{2}\alpha_{1} + \alpha_{1} = M_{0}; \quad U_{1} = -\gamma\alpha_{1};$$

$$\alpha_{1} = \frac{M_{0}}{1 - \gamma^{2}}; \quad U_{1} = -\frac{\gamma M_{0}}{1 - \gamma^{2}};$$

$$U_{0} = -\frac{1}{2} \frac{\phi M_{0}^{2}}{2(1 - \gamma^{2})^{2}}; \quad U_{2} = -\alpha_{2} \frac{1}{\gamma} \left(1 - 4\frac{p^{2}}{n_{2}^{2}}\right);$$

$$U_{2} = -\frac{\frac{1}{2} \frac{\gamma \phi M_{0}^{2}}{(1 - \gamma^{2})^{2}} \left(1 - 4\frac{p^{2}}{n_{2}^{2}}\right)}{\left(1 - 4\frac{p^{2}}{n_{2}^{2}}\right)\left(1 - 4\frac{p^{2}}{n_{1}^{2}}\right) - \gamma^{2}} = -\frac{\frac{1}{2} M_{0}^{2} \phi \left(1 - 4\frac{p^{2}}{n_{2}^{2}}\right)}{(1 - \gamma^{2})^{2} D2p}.$$

Окончательные выражения принимают вид:

$$U \approx -\frac{1}{2} \frac{\phi M_0^2}{(1-\gamma^2)^2} - \frac{\gamma M_0}{1-\gamma^2} \cos(p\tau) - \frac{\frac{1}{2} M_0^2 \phi \left(1-4\frac{p^2}{n_2^2}\right)}{(1-\gamma^2)^2 D2p} \cos(2p\tau) + \dots;$$
  
$$\alpha \approx \frac{M_0}{1-\gamma^2} \cos(p\tau) - \frac{\gamma \phi M_0^2}{2(1-\gamma^2)^2 D2p} \cos(2p\tau) + \dots.$$

Таким образом, крутильные колебания с частотой *p* сопровождаются продольными колебаниями с частотой 2*p*.

### ГЛАВА 5. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ СБОРНЫХ СВЕРЛ В ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ

### 5.1. Моделирование надежности в условиях случайных процессов, ограниченных по модулю

При проектировании конструкций инструмента должны учитываться условия, в которых он будет эксплуатироваться. Только с учетом этих условий можно ставить задачу об оптимизации конструкции и о повышении его надежности. Когда внешние условия известны (например, известны вероятностные характеристики внешних сил, которые будут действовать на конструкцию), то, воспользовавшись методами теории случайных процессов, можно определить внутренние усилия (напряжения), возникающие в конструкции, по которым можно судить о ее возможной надежности. Но если вероятностные характеристики внешних возмущений неизвестны, то воспользоваться теорией случайных процессов нельзя [87].

Надежность работы конструкции существенно зависит от того, насколько точно принятые в расчетах внешние возмущения или условия работы конструкции отражают реально действующие возмущения или условия работы. Для получения вероятностных характеристик случайных функций надо иметь большое число реализаций процесса, что может быть сопряжено с определенными трудностями при проведении экспериментальных исследований или с существенными материальными затратами. Поэтому возникает задача о методах оценки воздействия случайных возмущений на механическую систему при минимально возможной информации о случайных функциях, которую легко получить.

Наиболее простым при экспериментальном исследовании является определение допуска случайной величины или области возможных значений случайной функции. На рис. 5.1 показана область возможных значений случайной функции f(t), когда экстремальные значения функции f(t) равны по модулю и неизменны во времени. В дальнейшем случайную функцию, заданную областью возможных значений, будем называть *случайной функцией*, *ограниченной по модулю*. В общем случае граница области возможных значений функции f(t)может меняться во времени (рис. 5.1,  $\delta$ ).



Так как информация о поведении функции f(t) внутри области возможных значений отсутствует, мы вправе предположить, что оно может быть любым, т. е. класс функций, характеризующий возможное поведение случайной функции f(t), включает в себя и класс кусочнонепрерывных функций с разрывами первого рода. Возможное разрывное поведение функции f(t) во времени показано на рис. 5.1, a, dштриховой линией. Физически разрывное поведение возмущения во времени означает, что оно является безынерционным. Реальные случайные возмущения обладают инерционностью, например, случайная сила резания не может мгновенно изменить свое направление, что равносильно мгновенному изменению скорости. Поэтому допущение о возможном разрывном поведения f(t). В дальнейшем будет показано, что такая идеализация поведения f(t) приводит к наихудшим возможным воздействиям на систему.

Для выяснения основных особенностей динамических задач при действии разрывных возмущений, ограниченных по модулю, рассмотрим следующий пример.

**Пример.** Инструмент массой *m* движется горизонтально под действием силы *R*. Сила *R* имеет разброс  $\Delta R(t)$ , причем  $|\Delta R_{\text{max}}| = a = \text{const}$  (т. е.  $\Delta R(t)$  является случайной функцией, ограниченной по модулю, рис. 5.2). Силу *R* можно представить в виде:

$$R(t) = R_0(t) \pm \Delta R(t), \qquad (5.1)$$

где  $R_0(t)$  – расчетное значение силы R.

Уравнение движения инструмента *m* (пренебрегая всеми другими силами, кроме *R*) запишем в виде:

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m}R.$$
(5.2)

Требуется определить максимально возможные разбросы x и  $\dot{x}$ , которые может иметь инструмент в фиксированный момент времени  $t_k$  при действии случайной силы  $\Delta R$ , заданной областью возможных значений. Смещение x можно представить в виде:

$$x(t) = x_0(t) + \Delta x(t),$$
 (5.3)

где  $x_0$  – смещение, соответствующее расчетному значению  $R_0$ ;  $\Delta x(t)$  – возможный разброс смещения, вызванный случайной силой  $\Delta R(t)$ .



Рис. 5.2. График изменения нагрузки

Уравнение возмущенного движения инструмента имеет вид:

$$\Delta \ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \Delta R. \tag{5.4}$$

Полагая

$$\Delta \dot{x} = x_1; \ \Delta x = x_2, \tag{5.5}$$

получаем систему уравнений:

$$\dot{x}_1 = f(t); \ \dot{x}_2 = x_1,$$
 (5.6)

где  $f(t) = \frac{\Delta R}{m}$ .

Каждому возможному поведению  $\Delta R(t)$  соответствуют определенные значения  $x_k$  и  $\dot{x}_k$  в момент времени  $t_k$ . Так как время процесса и сила  $\Delta R$  ограничены, то ограниченными будут  $\Delta x_1$  и  $\Delta \dot{x}_k$ , поэтому

если воспользоваться фазовой плоскостью, то каждому возможному поведению  $\Delta R(t)$  будут соответствовать точки плоскости ( $\Delta x_k, \Delta \dot{x}_k$ ), которые будут локализованы в ограниченной области фазовой плоскости.

На рис. 5.3 область возможных значений  $\Delta x_k$  и  $\Delta \dot{x}_k$  заштрихована. Смещение  $x_k$  и скорость  $\dot{x}_k$  соответствуют расчетному режиму движения инструмента в момент времени  $t_k$ . Из ограниченности области возможных значений следует, что имеется предельная кривая, охватывающая область возможных значений. Предельная кривая делит фазовую плоскость на две области: область значений  $\Delta x_k$  и  $\Delta \dot{x}_k$ , реализация которых возможна (заштрихованная область), и область значений  $\Delta x_k$  и  $\Delta \dot{x}_k$ , которые никогда (при данной области возможных значений  $\Delta R$ ) не реализуются, например, значения  $\Delta x_k$  и  $\Delta \dot{x}_k$ , соответствующие точке A на рис. 5.3.



Рис. 5.3. Фазовая плоскость

Знание области возможных значений  $\Delta x_k$  и  $\Delta \dot{x}_k$  позволяет ответить на ряд практически важных вопросов, в частности: какие возможные максимальные значения  $\Delta x_k$  (точка *a*) и  $\Delta \dot{x}_k$  (точка *б*) при самых неблагоприятных законах изменения  $\Delta R(t)$ ; как размеры области зависят от параметров системы и как выбрать параметры системы, при которых область достигает минимальных размеров.

Найдем область возможных значений решения системы (5.6), которую (при нулевых начальных данных) можно представить в виде

$$x_{1} = \int_{0}^{t_{k}} f(\tau) d\tau; \quad x_{2} = \int_{0}^{t_{k}} \int_{0}^{t_{k}} f(t) d\tau = \int_{0}^{t_{k}} (t - \tau) f(\tau) d\tau.$$
(5.7)

Соотношения (5.7) не учитывают разрывное поведение  $f(\tau)$ , поэтому получим выражение для  $x_1$  и  $x_2$  с учетом возможного разрывного f(t) на интеграле времени  $(0,t_k)$ . Пусть, например, в момент времени  $t'(t' < t_k)$  функция f(t) меняет знак (штриховая линия на рис. 5.2). Для определенности можно считать, что до t' она была равна +a, а после t' равна -a, т. е.

$$f(t) = \begin{cases} a & 0 \le t \le t'; \\ -a & t' < t \le t_k \end{cases}$$

$$(5.8)$$

или после интегрирования:

$$x_1 = (2t' - t_k)a; (5.9)$$

$$x_2 = -\frac{a}{2} \left[ (t_k - t')^2 - t_k^2 \right] + \frac{a}{2} \left[ -(t_k - t')^2 \right].$$
(5.10)

Возможно и несколько иное поведение функции f: от нуля до t' функция f = -a, а от t' до  $t'_k$  f = +a. При таком законе изменения f знаки перед интегралами в правой части выражений (5.7) изменятся на обратные, т. е. возможны значения  $x_1$  и  $x_2$  с противоположными знаками. Область возможных значений  $x_1$  и  $x_2$  при t = t' ограничивается кривыми (5.10), заданными в параметрическом виде. Если положить  $t_k = 1$ , то выражения для  $x_1$  и  $x_2$  будут иметь вид:

$$x_1 = (2t'-1)a; \quad x_2 = a\left(2t'-\frac{1}{2}-t'^2\right)$$
 при  $0 \le t' \le 1.$  (5.11)

Выражения (5.11) дают одну ветвь предельной кривой. Вторая ветвь будет симметричной (относительно начала координат), так как возможны значения  $x_1$  и  $x_2$ , равные по величине, но противоположные по знаку. На рис. 5.4 область возможных значений заштрихована, она занимает лишь часть площади, построенной на максимальных значениях  $x_1$  и  $x_2$ , если функция f на интервале  $(0, t_k)$  имела один разрыв. Какие значения примут функции  $x_1$  и  $x_2$ , если функция fбудет иметь два или больше разрывов? Может быть, в этом случае получим точку на плоскости  $(x_1, x_2)$ , лежащую за пределами заштрихованной области. Рассмотрим случай, когда функция f имеет два разрыва в моменты t' и t''(t'' > t'):

$$f = \begin{cases} a & \text{при } 0 \le \tau \le t'; \\ -a & \text{при } t' < \tau < t''; \\ a & \text{при } t'' < \tau < t_k. \end{cases}$$
(5.12)

Выражения для  $x_1$  и  $x_2$  после интегрирования будут иметь вид (при  $t_k = 1$ ):

$$x_{1} = (2t' - 2t'' + 1)a;$$
  

$$x_{2} = \frac{a}{2} \Big[ 1 + 2(1 - t'')^{2} - 2(1 - t')^{2} \Big].$$
(5.13)

Взяв два произвольных момента времени:  $t' = 0,4, t'' = 0,6, u_3(5.13)$  получим  $x_1$  и  $x_2$ :  $x_1=0,6a, x_2=0,3a$ .

На рис. 5.4 показана эта точка, которая попала внутрь заштрихованной области, т. е. «хуже» не получилось. Взятый при построении области закон изменения функций (с одним разрывом) оказался наиболее неблагоприятным. В этом частном примере возможен такой закон изменения функции f(f = const) на всем интервале времени, при котором достигается совместный максимум функций  $x_1$  и  $x_2$  при  $t = t_k$ (причем возможны совместные максимумы только одного знака). Что произойдет с областью, если функция будет меняться в более широких пределах, допустим, внутри полосы, ограниченной прямыми  $\pm 2a$ (а не  $\pm a$ , как в примере)?



Рис. 5.4. Область возможных значений

Из выражения (5.13) легко установить, что функции  $x_1$  и  $x_2$  были бы в два раза больше, т. е. область стала бы больше, но ее форма и положение внутри прямоугольной области не изменились бы. Подобное
увеличение или уменьшение допуска на возмущение функции приводит к подобному изменению области возможных значений решений системы дифференциальных уравнений. В рассмотренном примере область возможных значений  $x_1$  и  $x_2$  получилась симметричной относительно начала координат, что, однако, не всегда имеет место. Положение области возможных значений решений системы (для рассматриваемого примера это функции  $x_1$  и  $x_2$ ) зависит от границ возможных возмущений (функции f в данном примере). Построим область возможных значений  $x_1$  и  $x_2$  для функции f, заданной внутри полосы на рис. 5.5.



Рис. 5.5. Область возможных значений

Рассмотрим сначала случай изменения функции f, показанной на рис. 5.5 сплошной линией. В этом случае функция f задана в виде:

$$f = \begin{cases} a \text{ при } 0 \le \tau \le t'; \\ 0 \text{ при } t' \le \tau \le t_k. \end{cases}$$
(5.14)

После вычислений получим при  $t_k = 1$ :

$$x_1 = t'a; \quad x_2 = \frac{a}{2} \left[ 2t' - t'^2 \right].$$
 (5.15)

При изменении функции f

$$f = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 \le \tau \le t'; \\ a \text{ при } t' \le \tau \le t_k \end{cases}$$

*x*<sub>1</sub> и *x*<sub>2</sub> имеют вид:

$$x_1 = 1 - t'; \quad x_2 = \frac{1}{2}(1 - t')^2.$$
 (5.16)

Системы (5.15) и (5.16) определяют уравнение предельной кривой (две ветви). Соответствующая область показана на рис. 5.6. В рассмотренных примерах границы области, внутри которой изменялась функция f, были постоянными во времени. Аналогичным образом может быть определена область и для случая, когда границы области зависят от времени t, как, например, показано на рис. 5.1,  $\delta$ , т. е.

$$m(t) \le f(t) \le M(t). \tag{5.17}$$

В общем случае на систему могут действовать и несколько случайных возмущений  $f_k(t)$ , ограниченных по модулю и удовлетворяющих условиям:

$$m_i(t) \le f_i(t) \le M_i(t), \quad (i = 1, 2, \dots k),$$
 (5.18)

где  $m_i(t)$ ,  $M_i(t)$  – известные функции времени, являющиеся нижней и верхней границами области возможных значений, внутри которой функция  $f_i$  может принимать любые значения.



Рис. 5.6. Область возможных значений

Предельные значения функции  $f_i(m_i \, u \, M_i)$  могут быть и не зависящими от времени *t*. Множество функций, удовлетворяющих условиям (5.18), включает в себя и детерминированные функции, изменяющиеся во времени по известным законам, оставаясь внутри области возможных значений. Среди удовлетворяющих условию (5.18) могут быть и функции, сохраняющие постоянные случайные значения в течение всего процесса, например, случайные начальные данные. Для случайных функций, сохраняющих постоянное числовое значение в течение процесса, введем обозначение  $f_i^0$ . Функции  $f_i^0$  могут принимать любое значение внутри интервала:

$$m_i^0 \le f_i^0 \le M_i^0. \tag{5.19}$$

Ограничения типа (5.18) или (5.19) на возмущения имеют вполне определенный физический смысл, характеризуя предельно возможные отклонения возмущений, которые могут быть в данной системе. В процессе обработки, где возмущения  $f_i$  характеризуют разбросы сил

или параметров системы, допуски на отклонения этих величин от их номинальных значений могут быть установлены достаточно точно.

Случайные функции  $f_i$  и случайные величины  $f_i^0$ , удовлетворяющие условиям, соответственно, (5.18) и (5.19), являются независимыми. Например, если на систему действуют две случайные функции  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ , удовлетворяющие условиям (5.18), то в любой момент времени их возможные значения находятся внутри прямоугольной области (рис. 5.7). В этом случае компоненты вектора возмущений являются независимыми.



Рис. 5.7. Область возможных значений

Наряду с независимыми случайными возмущениями возможны и зависимые случайные возмущения, ограниченные по модулю. Рассмотрим в качестве примера инструмент, режущая часть которого имеет массу *m* (рис. 5.8), на нее действует сила *R*, случайная по направлению (угол  $\alpha$  – случайный) и ограниченная по модулю  $|R| \leq a$ .



Рис. 5.8. Расчетная схема

В уравнение движения массы m в проекциях на оси Z и Y войдут проекции силы R,  $P_z$  и  $P_y$ , равные:

$$P_y = R\cos\alpha; \quad P_z = R\sin\alpha. \tag{5.20}$$

Из (5.20) можно получить соотношение, которое с ограничением по модулю имеет вид:

$$\left|R(t)\right| \le a = R_m$$

Тогда

$$\left(\frac{P_y}{R_m}\right)^2 + \left(\frac{P_z}{R_m}\right)^2 \le 1,$$
(5.21)

т. е. возможные значения возмущений ограничены областью, показанной на рис. 5.9. В более общем случае сила R может иметь и проекцию на ось Z, тогда соотношение (5.21) принимает вид:

$$\left(\frac{P_y}{R_m}\right)^2 + \left(\frac{P_z}{R_m}\right)^2 + \left(\frac{P_x}{R_m}\right)^2 \le 1.$$
(5.22)

Условие (5.22) можно записать в более общем виде:

$$(CR \cdot R) \le 1, \tag{5.23}$$

где *С* – определенно положительная, самосопряженная квадратная матрица. Левая часть условия (5.23) представляет собой определенно положительную квадратичную форму.



Рис. 5.9. Область возможных значений возмущений

Возможны два типа случайных возмущений  $R_i(t)$ , удовлетворяющих (5.23): а)  $R_i(t)$  не зависит от времени, т. е. это возмущения типа  $R_i^0$ ; б) случайные возмущения  $R_i(t)$  можно представить в виде  $R_i = h_i(t)R_i^0$ , где  $h_i(t)$  – известные функции, зависящие от времени. В этом случае возмущения  $R_i$ , удовлетворяющие (5.23), изменяются во времени.

Основная задача, связанная с исследованием нестационарных колебаний механической системы при действии возмущений, удовлетворяющих ограничениям (5.18) или (5.19) и (5.23), может быть сформулирована следующим образом. Требуется определить область возможных значений вектора **у**, характеризующего возмущенное состояние системы в фиксированный момент времени  $t_k$ , если компоненты вектора возмущений являются случайными функциями, удовленные воряющими условиям (5.18) или (5.19) и (5.23).

Частными случаями сформулированной задачи являются: задача определения проекции *n*-й области возможных значений вектора состояния системы при нестационарных колебаниях на двумерные плоскости (области, аналогичные приведенной на рис. 5.4) и задача определения максимально возможных значений каждой из компонент  $y_i$ вектора состояния (*y* в фиксированный момент времени).

## 5.2. Анализ надежности технологических систем при резервировании инструментов

Обобщив полученные в работах [88], [89] соотношения для расчета оптимальных интервалов времени между плановыми заменами режущих инструментов, можно получить:

$$T^* = \frac{K_3}{(K_4 - K_3)p(T^*)} \left( 1 - \int_0^{T^*} p(\tau) d\tau \right);$$
 (5.24)

$$K_3 = t_{\rm cM_1} / t; \quad K_4 = t_{\rm cM_2} / t,$$
 (5.25)

где  $T^*$  – интервал времени между плановыми заменами, мин;  $t_{cM_1}$  и  $t_{cM_2}$  – время, затрачиваемое, соответственно, на одну плановую и одну внеплановую замену, мин;  $\tau$  – текущее время, мин;  $p(\tau)$  и  $p(T^*)$  – плотности вероятности стойкости инструмента и времени плановых замен.

Для отказов инструментов с микровыкрашиваниями плотность вероятности стойкости согласуется с законом Вейбулла [90], [91]:

$$p(\tau) = \frac{b}{a} \left(\frac{\tau}{a}\right)^{b-1} e^{-(\tau/a)^b}, \qquad (5.26)$$

где *а* и *b* – параметры закона.

Тогда стойкость инструмента определится путем интегрирования (5.26):

$$T = \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)a,\tag{5.27}$$

где Г – гамма-функция.

Кроме того, стойкость *T* является функцией параметров v,  $s_0$  режима резания  $T(v, s_0) = \frac{C_T}{v^{\mu_1} s_0^{\mu_2}}$ , поэтому

$$a = \frac{T(\mathbf{v}, s_0)}{\Gamma(1+1/b)},\tag{5.28}$$

где  $C_T$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – константы;  $s_0$  – подача инструмента, мм/об.;  $\nu$  – скорость резания, м/мин.

Подставив выражения (5.26) и (5.28) в формулу (5.24), получим:

$$T^* = \frac{T(v, s_0)}{\Gamma(1+1/b)} \left[ \frac{K_3}{b(K_4 - K_3)} \right]^{1/b}.$$
 (5.29)

Известно, что для каждого процесса обработки технологическая система «станок – приспособление – инструмент – заготовка» имеет свои предельные значения v и  $s_0$  ([2], [92], [93] и др.).

Анализ результатов расчетов по вышеизложенной методике рассмотрим на примере токарной операции с исходными данными, приведенными в работе [88].

Диапазоны изменения элементов режима резания находились в пределах: v = 40-120 м/мин и  $s_0 = 0,1-0,5$  мм/об. Значения стойкости  $T(v, s_0)$  рассчитывались по выражению (5.28), а значения оптимальных интервалов времени плановой замены инструмента  $T^*$  (5.29) для тех же сочетаний параметров режима обработки. Количество резервных режущих элементов определялось по формуле [94]:

$$K_{\pi} = \sum_{i=1}^{m} \left( \frac{T_{ai}}{T_i} - 1 \right),$$

где  $T_{ai}$  – время резания *i*-м элементом в автоматическом режиме, мин;  $T_i$  – расчетный период стойкости *i*-го элемента, мин; *m* – количество видов инструментов в инструментальной наладке.

Результаты расчетов по вышеприведенной методике представлены на рис. 5.10.



*Рис. 5.10.* Графики влияния скорости резания на количество резервных инструментов: *1–5 –* при подаче *s*<sub>0</sub> = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 мм/об.

Анализ рис. 5.10 позволяет заключить, что наибольшее влияние на количество резервных инструментов, при условии их работы до отказа, оказывает скорость резания.

Кроме этого количество резервных инструментов при условии их плановой замены увеличивается в 2–2,17 раза.

Укомплектованный инструментальный магазин содержит инструмент, обладающий различной стойкостью  $T_i$ . Для обеспечения работоспособности ГПС в условиях «безлюдного» производства необходима синхронизация стойкости каждого из инструментов, которую можно обеспечить путем рационального выбора стойкости инструментальной наладки и уточнения необходимого количества резервного инструмента в инструментальном магазине. Часто в качестве функции эффективности резервирования принимается переменная часть полной себестоимости обработки [2], [88], [91]. Полученные результаты позволяют для выбора оптимального количества резервного инструмента использовать переменную часть полной себестоимости обработки партии деталей за время периода стойкости инструментальной наладки  $T_k$  [22], [94].

$$C = \sum_{i=1}^{z} t_{0i} E + t_{\rm cM_1} E \sum_{i=1}^{z} N_i \frac{T_i}{T_k} + t_{\rm cM_M} E \sum_{i=1}^{z} \frac{t_{0i}}{T_k} + \frac{1}{T_k} \sum_{i=1}^{z} 3_{\rm HH_i} t_{0i}, \qquad (5.30)$$

где z – количество инструментов, полученное из расчетов по деталипредставителю; i – порядковый номер инструмента;  $t_{0i}$  – основное технологическое время обработки *i*-м инструментом, мин; E – себестоимость одной минуты работы оборудования и оператора (наладчика);  $t_{\rm cM_1}$  – время смены инструмента, мин;  $N_i$  – количество циклов замены *i*-го инструмента за время обработки одной детали;  $t_{\rm cM_M}$  – время смены инструментальной наладки, мин;  $3_{\rm ин_i}$  – затраты на инструмент:

$$3_{_{\mathrm{HH}_i}} = \frac{S_{_{\mathrm{OHP}_i}}}{m_{_{\mathrm{CM}n_i}}} + \frac{S_{_{\mathrm{CM}n_i}}}{m_{_{\mathrm{B}_i}}} n_i,$$

где  $S_{\text{опр}_i}$  – стоимость корпуса инструмента;  $m_{\text{смл}i}$  – количество замен сменных неперетачиваемых пластин, которое может выдержать корпус до повреждения;  $S_{\text{смл}_i}$  – стоимость сменной неперетачиваемой пластины;  $m_{\text{в}_i}$  – число вершин пластины;  $n_i$  – количество пластин в режущем инструменте.

Так как

$$t_{0_i} = A_i / v_i s_{0i}, (5.31)$$

то, подставив (5.28) и (5.31) в (5.30), и с учетом вышеизложенного получим:

$$C = E \sum_{i=1}^{z} \frac{A_{i}}{v_{i} s_{0i}} + t_{cM_{1}} E \sum_{i=1}^{z} \frac{N_{i}}{T_{k}} \frac{C_{T_{i}}}{v_{i}^{\mu_{1}} s_{0i}^{\mu_{2}}} + t_{cM_{M}} \frac{E}{T_{k}} \sum_{i=1}^{z} \frac{A_{i}}{v_{i} s_{0i}} + \frac{1}{T_{k}} \sum_{i=1}^{z} \frac{A_{i} 3_{\mu_{H_{i}}}}{v_{i} s_{0i}}.$$
(5.32)

Приняв  $T_k$  равному одному из значений  $T_i$ , находили  $T_{i_3}$ , при которых функция C будет минимальной и количество резервного инструмента будет определяться из выражения

$$K_{\mathfrak{H}} = \sum_{i=1}^{m} (\eta_{i\mathfrak{H}} - 1), \qquad (5.33)$$

где  $\eta_{i9} = \frac{T_{ai}}{T_{i9}}$ ;  $T_{ai}$  – время резания *i*-м инструментом в автоматическом режиме, мин; *m* – количество видов инструментов в инструментальной наладке.

Предварительно количество резервного инструмента можно рассчитать из условия, что закон распределения суммарного времени работы K инструментов согласуется с нормальным [95]. В этом случае  $K\overline{T}$  – среднее значение стойкости резервного инструмента, а  $\sigma\sqrt{K}$  – его среднее квадратическое отклонение.

Тогда закон распределения суммарного времени работы *t*<sub>c</sub> многоинструментальной наладки примет вид:

$$f(t_{\rm c}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi K\sigma}} e^{-\frac{(t-K\overline{T})^2}{2K\sigma^2}}.$$
 (5.34)

Уровень резервирования можно рассчитать по выражению

$$F = z + K + (2 - 3), \tag{5.35}$$

где z – расчетное количество инструмента по детали-представителю; K – наибольшее из значений  $K_{\rm n}$  и  $K_{\rm p}$ .

# 5.3. Временное резервирование в системе инструментообеспечения

Широкое распространение станков с ЧПУ при большой емкости накопителя инструментов позволяет реализовать резервирование технологической системы (TC) с временным резервом. В этих системах отказы режущих инструментов, при соблюдении некоторых условий, могут не приводить к функциональному отказу системы. При выполнении некоторых требований к продолжительности восстановления работоспособности (PC) последствия отказов могут быть устранены и не отразиться на качестве обработки. Временное резервирование обеспечивается путем использования резервного времени СИО. Временное резервирование возможно при нахождении инструмента на станке сверх минимально необходимого для решения технологических задач и проявляется в повышении возможности ТС выполнить заданные функции с требуемым качеством. Резерв времени можно расходовать на восстановление инструмента, использование других видов резерва, обнаружение отказов.

Под отказом СИО СРВ понимаем событие, после возникновения которого система не способна выполнять задание при определенных условиях эксплуатации.

Существенным здесь является то, что к PC состояниям СРВ следует относить и такие состояния, когда оборудование неработоспособно (HPC), но восстановление его PC (иногда и повторение части предыдущей работы) происходит до исчерпания используемого в системе резерва времени.

На основании использования аппарата теории полумарковских случайных процессов (ПМП) получены выражения для коэффициента готовности  $K_r(z)$  и вероятности безотказной работы P(t, z). Разработка модели на основе ПМП объясняется тем, что решение многих задач теории надежности может быть сведено к определению времени пребывания ПМП в фиксированном множестве состояний, а также возможностью использования произвольных распределений времени пребывания в этих состояниях.

Методика построения модели содержит четыре этапа [18]:

– на *первом этапе* формулируются: постановка задачи, условия эксплуатации TC, принятые допущения и ограничения, критерий отказа TC;

– на втором этапе выявляются связи процесса эксплуатации TC и строится граф состояний этого процесса. Граф включает в себя конечное множество состояний  $E = \{e_0, e_1, ..., e_n\}$ , которое в соответствии с принятым критерием отказа разбивается на два непересекающихся подмножества: PC и HPC состояний TC. Отображается множество состояний (G), в которых отказ не произошел, происходит израсходование резерва времени z;

– на *третьем этапе* производится переход от исследуемого процесса эксплуатации ТС к математической модели (полумарковской модели) через характеристики ПМП, которые зависят от исходных вероятностных характеристик исследуемого процесса; - на *четвертом этапе* осуществляется исследование процесса эксплуатации TC на основе математической модели с целью определения требуемых показателей надежности.

Коэффициент готовности ТС  $K_{\Gamma}(z)$  определяется как стационарная вероятность пребывания ПМП в подмножестве работоспособных состояний  $E_+$ , G:

$$K_{\Gamma}(z) = \frac{\sum_{i \in E_{+}} \pi_{i}a_{i} + \sum_{i \in G} \pi_{i}a_{i}}{\sum_{i \in E_{+}} \pi_{i}a_{i} + \sum_{i \in E_{-}} \pi_{i}a_{i} + \sum_{i \in G} \pi_{i}a_{i}},$$
(5.36)

где  $\pi_i$  – стационарные вероятности вложенной цепи Маркова, определяемые из системы уравнений:

$$\pi_{i} = \sum_{j \in E} P_{ij} \pi_{j}; \quad \sum_{i \in E} \pi_{i} = 1; \quad P_{ij} = \lim_{t \to \infty} P_{ij}(t), \quad (5.37)$$

где  $P_{ij}$  – стационарная вероятность перехода ПМП из состояния  $e_i$  в состояние  $e_j$ ,  $a_i$  – среднее время пребывания ПМП в состоянии  $e_i$ :

$$a_{i} = \int_{0}^{\infty} \prod_{r=1}^{m} [1 - F_{ir}(t)] dt, \quad r \neq i,$$
(5.38)

где  $P_{ij}(t)$  – вероятность перехода ПМП из состояния  $e_i$  в состояние  $e_j$  за время, не превышающее t:

$$P_{ij}(t) = \int_{0}^{t} \prod_{r=1}^{m} [1 - F_{ir}(t)] dF_{ij}(t), \quad r \neq j,$$
(5.39)

где m – число состояний, в которые возможен переход ПМП из состояния  $e_i$ ;  $F_{ir}(t)$  – функция распределения случайной величины, характеризующей *r*-е состояние.

Вероятность безотказной работы TC P(t, z) определяется как вероятность пребывания ПМП в подмножестве состояний  $E_+$ , G в течение времени t при условии, что в момент t = 0 процесс находится в состоянии  $e_0$ .

В общем виде задача формулируется следующим образом: рассматривается TC, наработка между отказами которой является случайной величиной  $T_0$  с функцией распределения (ФР)  $F_0(t)$ . Восстановление PC осуществляется проведением двух видов работ: ТО, в основу которого положено проведение корректировки размеров инструментальных блоков и аварийных ремонтов (AP). В начальный момент времени TC работоспособна и TO планируется через случайное время  $T c \Phi P$ :

$$G(t) = \begin{cases} 0, t < T; \\ 1, t \ge T. \end{cases}$$

В состояние ТО система переводится из состояния ожидания использования по назначению. Во время ТО, длительность которого случайная величина  $t_{\text{TO}}$  с ФР  $F_{\text{TO}}(t) = 1 - \exp(-vt)$ , возможно приведение ТС в состояние использования по назначению за время, не превышающее  $T_{n,3}$  с ФР:

$$D_{3}(t) = \begin{cases} 0, t < T_{\text{д.3}}; \\ 1, t \ge T_{\text{д.3}}. \end{cases}$$

Это время представляет собой резерв времени *z*, обусловленный эпизодичностью применения соответствующего режущего инструмента и наличием объективно существующей временной избыточности.

Если TC не отказала до назначенного времени, то в этот момент начинается проведение планового TO, в случае отказа – AP, длительность которого случайная величина  $T_{\rm B}$  с  $\Phi P$ :  $F_{\rm B}(t) = 1 - \exp(-\mu t)$ . Проведение AP начинается сразу после обнаружения отказа. Во время AP происходит расход резерва времени  $T_{\rm д.B}$ . В случае если восстановление PC заканчивается до момента израсходования резерва времени, то считается, что нормальное функционирование TC не нарушено. При превышении времени восстановления резерва времени фиксируется отказ TC.

Отказом также считается событие, заключающееся в превышении допустимого времени перевода TC из состояния TO в состояние использования по назначению  $T_{d,3}$ , длительность которого случайная величина с  $\Phi P$ :  $F_{d,3}(t) = 1 - \exp(-rt)$ . Время нахождения в состоянии обработки детали  $t_3$  имеет  $\Phi P$   $F_3(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ . В процессе эксплуатации TC возможно осуществление контроля технического состояния инструментов, содержащих аппаратуру диагностики. Длительность контроля  $t_{\kappa}$  имеет  $\Phi P$ :  $F_{\kappa}(t) = 1 - \exp(-\gamma t)$ . Периодичность контроля  $T_{\kappa}$ , аналогично периодичности TO, имеет вырожденную  $\Phi P$ :

$$\mathbf{K}(t) = \begin{cases} 0, t < T_{\kappa}; \\ 1, t \ge T_{\kappa}. \end{cases}$$

В случае отказа инструментального блока неисправности начинается поиск места повреждения за время  $T_{\text{д.п}}$ , являющееся случайной величиной с ФР:  $F_{\text{д.п}}(t) = 1 - \exp(-kt)$  и представляющее собой разновидность резерва времени. В случае превышения времени поиска и устранения неисправности  $T_{\text{д.п}}$  также фиксируется отказ TC.

Во время использования TC по назначению возможно нарушение PC вследствие естественных отказов и (или) умышленного повреждения. Время нахождения в состоянии естественного отказа  $t_{\rm H}$  распределено по закону  $F_{\rm H}(t) = 1 - \exp(-\delta t)$ . Законы распределения времени пребывания в состоянии отказа при превышении  $T_{\rm д.3}$ ,  $T_{\rm д.B}$ ,  $T_{\rm д.n}$ являются экспоненциальными с параметрами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ , соответственно.

Процесс эксплуатации ТС можно описать полумарковским процессом в виде графа состояний и переходов (рис. 5.11).



*Рис. 5.11.* Обобщенная графовая модель процесса эксплуатации технологической системы с временным резервированием

Стационарные вероятности вложенной цепи Маркова  $\pi_i$  (i = 0,10), входящие в выражение (5.36), определяются из системы уравнений (5.40), получаемой в соответствии с (5.39) и графом состояний и переходов (рис. 5.11);  $e_0$  – состояние, в котором СИО работоспособна и находится в ожидании использования по назначению;  $e_1$  – состояние, в котором производится ТО СИО;  $e_2$  – состояние, в котором производится AP элементов СИО, идет восстановление PC за  $T_{\text{д.в.}}$ ;  $e_3$  – состояние, в котором элементы СИО TC используются по назначению;  $e_4$  – состояние, в котором осуществляется вынужденный перевод TC из состояния TO в состояние использования по назначению за допустимое время  $T_{\text{д.}}$ ;  $e_5$ ,  $e_8$ ,  $e_9$  – состояния, в которые TC переходит при превышении допустимого времени  $T_{\text{д.}}$  из состояния TO, AP и при превышении  $T_{\text{п.}}$  во время поиска и локализации (устранения) неисправности;  $e_6$  – состояние, в котором осуществляется контроль режущих инструментов, охваченных аппаратурой контроля и (или) диагностики;  $e_7$  – состояние, в котором во время диагностики режущих инструментов обнаружен факт отказа, ведется анализ отказа за  $T_{\text{п.}}$ ;  $e_{10}$  – состояние, в котором диксируется отказ TC вследствие естественного отказа и (или) умышленного повреждения.

Подставляя результаты решения системы (5.40) и найденные значения  $P_{ij}$  и  $a_i$  в (5.36), получим выражение для коэффициента готовности СРВ (5.41).

Выражение (5.41) является решением задачи в общем виде при произвольном распределении времени наработки до отказа  $F_0(t)$ .

$$\begin{cases} \pi_{0} = \pi_{3} p_{30}; \\ \pi_{1} = \pi_{0} p_{01}; \\ \pi_{2} = \pi_{0} p_{02} + \pi_{10} p_{102}; \\ \pi_{3} = \pi_{0} p_{03} + \pi_{1} p_{13} + \pi_{2} p_{23} + \pi_{4} p_{43} + \pi_{5} p_{53} + \pi_{6} p_{63} + \pi_{7} p_{73} + \pi_{8} p_{83} + \pi_{9} p_{93}; \\ \pi_{4} = \pi_{1} p_{14}; \\ \pi_{5} = \pi_{4} p_{45}; \\ \pi_{5} = \pi_{4} p_{45}; \\ \pi_{6} = \pi_{0} p_{06}; \\ \pi_{7} = \pi_{6} p_{67}; \\ \pi_{8} = \pi_{7} p_{78}; \\ \pi_{9} = \pi_{2} p_{29}; \\ \pi_{10} = \pi_{10} p_{310}. \end{cases}$$
(5.40)

$$K_{r}(z) = \frac{\frac{\lambda}{\lambda+\delta} \left( \frac{1-e^{-(\gamma+\lambda+\mu+\nu)T}}{\gamma+\lambda+\mu+\nu} + \frac{1}{\lambda+\beta} \int_{0}^{T} e^{-(\gamma+\lambda+\nu)t} dF_{0} \right)}{\frac{\lambda}{\lambda+\delta} \frac{1-e^{-(\gamma+\lambda+\mu+\nu)T}}{\gamma+\lambda+\mu+\nu} + \frac{1}{\lambda+r} \int_{T}^{\infty} e^{-(\gamma+\lambda+\mu)t} dF_{0}} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{+\int_{T}^{\infty} e^{-(\gamma+\lambda+\mu)t} dF_{0} \left( \frac{1}{\lambda+r} + \frac{\nu}{\nu+\lambda} \frac{1}{\alpha+\lambda} e^{-(\alpha+\lambda)T_{\alpha\beta}} \right)}{+\int_{0}^{T} e^{-(\gamma+\lambda+\nu)t} dF_{0} \left( \frac{1}{\lambda+\beta} + \frac{1}{\beta} \frac{\mu}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)T_{\alpha\beta}} \right)} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{+\int_{T_{K}}^{\infty} e^{-(\nu+\lambda+\mu)t} dF_{0} \left( \frac{1}{k} + \frac{\gamma}{\lambda+\gamma} \frac{1-e^{-(\theta+\lambda)T_{\alpha\beta}}}{\theta+\lambda} \right) \right) + \frac{1}{\beta+\lambda} \int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} (1-F_{0}) dt} \\ \rightarrow \frac{+\int_{T_{K}}^{\infty} e^{-(\nu+\lambda+\mu)t} dF_{0} \left( \frac{1}{k} + \frac{\gamma}{\lambda+\gamma} \left( \frac{1-e^{-(\theta+\lambda)T_{\alpha\beta}}}{\theta+\lambda} + \frac{k}{k+\theta} \left( 1-e^{-(\lambda+k)T_{\alpha\beta}} \frac{1}{\theta} \right) \right) \right)}{+\int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} (1-F_{0}) dt} (1-F_{0}) dt$$

$$\rightarrow \frac{+\int_{0}^{\infty} e^{-\delta t} (1-F_{0}) dt}{+\int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} (1-F_{0}) dt \left( \frac{\mu}{\mu+\nu} e^{-(\mu+\nu)T_{\alpha\beta}} \cdot \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\lambda+\beta} \right) + \int_{0}^{\infty} e^{-\delta t} (1-F_{0}) dt} (5.41)$$

Для получения P(s, z) необходимо решить относительно  $P_0(s, z)$  систему уравнений:

$$\begin{cases} P_{0}(s,z) = 1 - F_{0}(s) + P_{01}(s)P_{1}(s,z) + P_{02}(s)P_{2}(s,z) + P_{03}(s)P_{3}(s,z) + P_{06}(s)P_{6}(s,z); \\ P_{1}(s,z) = 1 - F_{1}(s) + P_{13}(s)P_{3}(s,z) + P_{14}(s)P_{4}(s,z); \\ P_{2}(s,z) = 1 - F_{2}(s) + P_{23}(s)P_{3}(s,z); \\ P_{3}(s,z) = 1 - F_{3}(s) + P_{30}(s)P_{0}(s,z); \\ P_{4}(s,z) = 1 - F_{4}(s) + P_{43}(s)P_{3}(s,z); \\ P_{6}(s,z) = 1 - F_{6}(s) + P_{63}(s)P_{3}(s,z) + P_{67}(s)P_{7}(s,z); \\ P_{7}(s,z) = 1 - F_{7}(s) + P_{73}(s)P_{3}(s,z). \end{cases}$$
(5.42)

Решая систему уравнений (5.42) относительно 
$$P_0(s, z)$$
, получаем:  
 $P_0(s, z) = 1 - F_0 + P_{01}(1 - F_1 + P_{13}(1 - F_3)) + P_{14}(1 - F_4 + P_{43}(1 - F_3)) + P_{02}(1 - F_2 + P_{23}(1 - F_3)) + P_{03}(1 - F_3) + P_{06}(1 - F_6 + P_{63}(1 - F_3) + P_{67}(1 - F_7 + P_{73}(1 - F_3)/1 - P_{01}(P_{13}P_{30} + P_{14}P_{43}P_{30}) - P_{02}P_{23}P_{30} - P_{03}P_{30} - P_{06}(P_{63}P_{30} + P_{67}P_{73}P_{30}).$ 
(5.43)

Определив выражения для величин, входящих в (5.43), получим выражение для вероятности безотказной работы СРВ в общем виде для произвольного распределения времени наработки до отказа.

Для исследования влияния временного резервирования на показатели надежности СРВ были произведены расчеты значений коэффициента готовности и вероятности безотказной работы при различных видах законов распределения времени безотказной работы и времени восстановления.

Для вероятности безотказной работы при разных значениях величины резерва времени были получены зависимости, представленные на рис. 5.12.



*Рис. 5.12.* Вероятность безотказной работы системы без резерва и с резервом времени

Характер зависимости коэффициента готовности от периодичности и длительности ТО при различных законах распределения времени безотказной работы и времени восстановления показан на рис. 5.13.

При анализе полученных результатов были сделаны следующие выводы:

– использование временной избыточности в качестве резерва времени повышает надежность функционирования TC;

- рост показателей надежности за счет использования резерва времени различен. Это подчеркивает необходимость обоснования максимизируемого показателя надежности, который наиболее полно характеризует целевое назначение ТС;

- для СРВ с неэкспоненциальным распределением времени наработки до отказа зависимость коэффициента готовности от периодичности ТО имеет точку максимума, в которой значение периода ТО является оптимальным, что подтверждает справедливость теоремы профилактики применительно к СРВ.









Рис. 5.13. Зависимость коэффициента готовности от периодичности и длительности технического обслуживания при различных законах распределения: a – Релея;  $\delta$  – нормальном; e – равномерном; г – показательном

## 5.4. Конструкционное резервирование

Конструкционное резервирование может быть постоянным или замещением, а в зависимости от условий работы оно может быть на-груженным, ненагруженным или облегченным.

Постоянное нагруженное резервирование реализуется ротационными видами инструментов.

Основные соотношения для системы без резервирования:

$$T_{\rm c} = \frac{\prod_{i=1}^{n} T_i}{\sum_{i=1}^{n} T_i}; \quad P_{\rm c}(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t); \quad R(t) = \sum_{i=1}^{n} r_i \lambda_i \frac{\left(1 - e^{-\lambda_{\rm c} t}\right)}{\lambda_{\rm c}};$$
$$\lambda_{\rm c} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i; \quad \lambda_i = \frac{1}{T_i}.$$

При общем постоянном резервировании:

$$f_{c}(t) = \sum_{i=0}^{m} (1 - P_{0}(t)) \dots f_{i}(t) \dots (1 - P_{m}(t));$$

$$P_{c}(t) = 1 - \prod_{i=0}^{m} (1 - P_{i}(t)); \quad R(t) = \sum_{i=1}^{n} r_{i} \int_{0}^{t} P_{1}(x) \dots Q_{i}'(x) \dots P_{n}(x) dx;$$

$$\lambda_{c}(t) = \frac{\sum_{j=0}^{m} f_{j}(t) \prod_{i \neq j}^{m} Q_{i}(t)}{1 - \prod_{i=0}^{m} Q_{i}(t)}.$$

Раздельное постоянное резервирование характеризуется следующими соотношениями [101]:

$$P_{c}(t) = 1 - \prod_{i=0}^{m} \left( 1 - \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t) \right);$$
  
$$T_{1} = \int_{0}^{\infty} P_{c}(t) = \sum_{i=0}^{m} T_{1i} P_{c}(t) = P_{0}(t) + \sum_{i=1}^{m} f_{0} * f_{i} * \dots * f_{i-1} * P_{i}(t)$$

$$\lambda_{c}(t) = \frac{f_{0} * f_{1} * \dots * f_{m}(t)}{1 - \prod_{i=0}^{m} (1 - \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t))},$$

где  $f_0 * f_i * ... * f_m(t)$  – свертки функций;  $T_c$ ,  $T_i$  – наработки на отказ системы и *i*-го элемента;  $P_c$ ,  $P_i$  – вероятности безотказности системы и *i*-го элемента;  $\lambda_c$ ,  $\lambda_i$  – интенсивности отказа системы и *i*-го элемента; R(t),  $r_i$  – соответственно, риск системы и *i*-го элемента; n – количество элементов;  $P_0(t)$  – вероятность безотказности основного элемента;  $f_c$  и  $f_i$  – функции распределения системы и элемента;  $Q_i$  – функция вероятности отказа *i*-го элемента; m – количество резервных элементов;  $P_{ij}(t)$  – вероятность безотказности (*i*, *j*)-го элемента;  $f_{ij}(t)$  – плотность распределения времени до отказа (*i*, *j*)-го элемента.

Приведенные соотношения позволяют заключить, что вероятность безотказной работы при раздельном резервировании выше, чем при общем. Таким образом, резервирование режущих кромок в сборном металлорежущем инструменте более эффективно, чем резервирование инструмента или инструментальных наладок. Кроме того, раздельное резервирование элементов инструмента проще технически реализовать [96].

Резервирование режущего инструмента замещением может быть реализовано в системе инструментообеспечения станка с ЧПУ накопителем инструментов, транспортной системой и механизированным устройством закрепления инструмента на станке [96].

Таблица 5.1

Вид структуры	Показатели надежности	Риск системы
Общее резер- вирование замещением	$P_{c}(t) =$ $= \prod_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{m} f_{0j} * f_{1j} * \dots * f_{i-1,j} * P_{ij}(t);$ $i = 0, 1, 2, \dots, m; \ j = 1, 2, \dots, n;$ $P_{c}(t) = \sum_{i=0}^{m} C_{n}^{i} Q^{i}(t) P^{n-1}(t);  h = 20$	$R(t) = \sum_{i=1}^{n} r_i \int_{0}^{t} P_1(x) \dots Q_i'(x) \dots P_n(x) dx;$ $\lambda_c(t) = \frac{(n-m)C_n^m Q^m(t)P^{n-m}(t)}{\sum_{i=0}^{m} C_n^i Q^i(t)P^{n-1}(t)} \lambda(t)$

Расчетные зависимости

Окончание табл. 5.1

Вид структуры	Показатели надежности	Риск системы
Раздельное резервирова- ние замеще- нием	$P_{c}(t) = \sum_{k=0}^{m} \frac{((n-m)\lambda t)^{k}}{k!} e^{-(n-m)\lambda t};$ $P_{c}(t) = \sum_{k=0}^{m} \sum_{k=0}^{m} f^{+(k_{1})} \times$	$R(t) = \sum_{i=1}^{n} r_i \int_{0}^{t} P_1(x) \dots Q_i'(x) \dots P_n(x) dx;$ $\lambda_n(t) = (n-m)\lambda \frac{((n-m)\lambda t)^m}{m!};$
	$ \sum_{k=0}^{J} \sum_{k_1+k_2++k_{n-m}=k}^{J} \sum_{k_1+k_2++k_{n-m}=k}^{J} \times P(t) f^{*(k_2)} * P(t) f^{*(k_{n-m})} * P(t) $	$\sum_{k=0}^{m} \frac{((n-m)\lambda t)^{k}}{k!}$ $T_{1c} = \frac{m+1}{n-m}T_{1}$

Примечание:  $T_c$ ,  $T_i$  – наработки на отказ системы и *i*-го элемента;  $P_c$ ,  $P_i$  – вероятности безотказности системы и *i*-го элемента;  $\lambda_c$ ,  $\lambda_i$  – интенсивности отказа системы и *i*-го элемента; R(t),  $r_i$  – соответственно, риск системы и *i*-го элемента; n – количество элементов;  $P_0(t)$  – вероятность безотказности основного элемента;  $f_i$  и  $f_i$  – функции распределения системы и элемента;  $Q_i$  – функция вероятности отказа *i*-го элемента; m – количество резервных элементов;  $P_{ij}(t)$  – вероятность безотказной работы (i, j)-го элемента;  $f_{ij}(t)$  – плотность распределения времени до отказа (i, j)-го элемента.

С учетом постоянного резервирования режущих инструментов вероятность безотказности СИО можно определить по формуле [22]:

$$P_{\rm cuo} = P_{\rm HK} P_{\rm Tp} \prod_{i=1}^{n} \left( 1 - (1 - P_{\rm p.\rm{\tiny HH}_i})^m \right), \tag{5.44}$$

где  $P_{cuo}$  – вероятность безотказности системы инструментообеспечения;  $P_{HK}$  – вероятность безотказности накопителя инструментов;  $P_{Tp}$  – вероятность безотказности транспортного устройства инструментальной оснастки из накопителя в рабочую зону;  $P_{p.uh}$  – вероятность безотказности режущего инструмента; n – количество инструментов в технологической наладке; m – количество резервных инструментов каждого вида.

Вероятность безотказности режущего инструмента с учетом резервирования кромок СМП определяется по выражению

$$P_{\rm p.uh} = P_{\rm Kp.u} P_{\rm c.u} P_{\rm Mex.K} P_{\rm Kp.n} P_{\rm d.n} \left( 1 - \left( 1 - P_{\rm n.n} P_{\rm 3.n} \right) \left( 1 - P_{\rm M.n} \left( 1 - P_{\rm n.n} P_{\rm 3.n} \right)^{k-1} \right), \quad (5.45)$$

где  $P_{\rm кр, ч}$  – вероятность безотказности крепежной части инструмента;  $P_{\rm с.ч}$  – вероятность безотказности соединительной части инструмента;  $P_{\rm мех.к}$  – вероятность безотказности механизма крепления СМП;  $P_{\rm кр, n}$  – вероятность безотказности крепежной поверхности СМП;  $P_{\rm б.n}$  – вероятность безотказности базовой поверхности СМП;  $P_{\rm м.n}$  – вероятность безотказности механизма поворота СМП;  $P_{\rm п.n}$  – вероятность безотказности сМП;  $P_{\rm л.n}$  – вероятность безотказности передней поверхности СМП;  $P_{\rm 3.n}$  – вероятность безотказности сМП;  $P_{\rm м.n}$  – вероятность безотказности СМП;  $P_{\rm м.n}$  – вероятность безотказности сМП;  $P_{\rm п.n}$  – вероятность безотказности крепежности СМП;  $P_{\rm п.n}$  – вероятность безотказности передней поверхности СМП;  $P_{\rm 3.n}$  – вероятность безотказности крепежности СМП; k – количество резервных кромок СМП.

В свою очередь, вероятность безотказности режущего инструмента с учетом резервирования кромок сменных пластин определяется по выражению

$$P_{p.\mu_{\rm H}} = P_{\kappa p.\mu} P_{c.\mu} P_{{\rm Mex.\kappa}} \times \left(1 - \left(1 - P_{{\rm 6.\pi}} P_{{\rm Kp.\pi}} P_{{\rm \pi.\pi}} P_{{\rm 3.\pi}}\right) \left(1 - P_{{\rm cM.\pi}} \left(1 - P_{{\rm 6.\pi}} P_{{\rm Kp.\pi}} P_{{\rm \pi.\pi}} P_{{\rm 3.\pi}}\right)\right)^{p-1}\right), \quad (5.46)$$

где  $P_{\text{мех.к}}$  – вероятность безотказности механизма крепления пластины;  $P_{\text{см.п}}$  – вероятность безотказности механизма смены пластины; p – количество резервных пластин.

Для многозубого инструмента формула (5.46) примет вид:

$$P_{\rm p.uh} = P_{\rm \kappa p. u} P_{\rm c. u} P_{\rm mex. \kappa p} \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{q} P_{\kappa_{p,3\pi_{j}}} P_{5,\pi_{j}} \Big( 1 - \Big( 1 - P_{\kappa_{p,\pi}} P_{\pi,\pi} P_{3,\pi} \Big) \Big( 1 - P_{cM,\kappa} (1 - (1 - P_{\kappa_{p,\pi}} P_{\pi,\pi} P_{3,\pi})^{l-1} \Big) \Big), \quad (5.47)$$

где  $P_{\text{мех.кр}}$  – вероятность безотказности привода механизма крепления пластины;  $P_{\text{кр.эл}}$  – вероятность безотказности крепежного элемента пластины;  $P_{\text{см.к}}$  – вероятность безотказности механизма смены кром-ки; l – количество резервных кромок; j – номер зуба инструмента; q – количество зубьев инструмента.

Риск отказа СИО можно рассчитать по следующему выражению:

$$R(t)_{\text{сио}} = r_{\text{ин}} \cdot \int_{0}^{t} Q'_{\text{ин}}(t) P_{\text{нак}}(t) P_{\text{тр}}(t) dt + r_{\text{нак}} \cdot \int_{0}^{t} P_{\text{ин}}(t) Q'_{\text{нак}}(t) P_{\text{тр}}(t) dt + r_{\text{тр}} \cdot \int_{0}^{t} P_{\text{ин}}(t) P_{\text{нак}}(t) P_{\text{тр}}(t) dt, \qquad (5.48)$$

где  $r_{\rm uh}$ ,  $r_{\rm hak}$ ,  $r_{\rm Tp}$  – риски отказа, соответственно, инструмента, накопителя, транспортного механизма;  $Q_{\rm uh}$ ,  $Q_{\rm hak}$ ,  $Q_{\rm Tp}$ ,  $P_{\rm uh}$ ,  $P_{\rm hak}$ ,  $P_{\rm Tp}$  – вероятности отказа и безотказности, соответственно, инструмента, накопителя, транспортного механизма.

Обобщив полученные результаты, можно составить алгоритм формирования структуры СМИ требуемого уровня надежности:

1. Составляется структурная схема на основе анализа влияния каждого элемента на вероятность безотказности системы. Принимается, что на этом этапе система неремонтируема и нерезервируема. Если произошел отказ элемента системы и он привел к отказу всей системы, то элементы в условно-структурной схеме соединены последовательно; если отказ нескольких элементов приводит к отказу всей системы, то элементы расположены параллельно.

2. Зная наработку на отказ  $T_i$  всех элементов системы, определяются их интенсивности отказов  $\lambda_i$  и рассчитывается интенсивность отказа системы  $\lambda_c$ . Затем рассчитываются наработка на отказ  $T_c$  и риск отказа системы R(t) и сравниваются с допускаемыми значениями. Риск отказа — это незапланированные затраты в случае отказа технологической системы. Риск выражается в условных единицах или в уровне опасности условий труда.

3. Если расчетное значение наработки на отказ и риска меньше допускаемых, то производится резервирование.

Для работы инструментов в условиях с выраженной анизотропией геометрических или физических свойств показатели работоспособности элементов системы согласуются с экспоненциальным законом.

Резервирование производится до тех пор, пока риск станет ниже допускаемого значения, а наработка на отказ системы станет выше допускаемого значения.

4. Приняв необходимые значения риска и наработки на отказ, производится конструктивное уточнение ее структуры по габаритному чертежу либо габаритной планировке.

Разработанный алгоритм проектирования элементов СИО с требуемым риском отказов представлен на рис. 5.14.

Если СИО состоит из n элементов, из которых (n-m) основных и m резервных элементов, то ее показатели надежности соответствуют мажоритарным системам. Отказ такой системы наступает при отказе (m + 1)-го элемента.



*Рис. 5.14.* Алгоритм проектирования элементов СИО с требуемым риском отказов

Для оценки эффективности вида резервирования использовалась функция преимущества в виде:

$$G(x, m) = \frac{1}{(1 - e^{-x})^m},$$
(5.49)

где  $x = \lambda t$ .

График функции преимущества представлен на рис. 5.15.

Анализ рис. 5.15 позволяет заключить, что с ростом x преимущество надежности G(x, m) убывает, т. е. чем выше надежность резервированной системы и чем меньше время ее работы, тем выше эффективность резервирования. С ростом кратности резервирования преимущество увеличивается, причем рост тем значительней, чем меньше  $\lambda t$ .



*Рис. 5.15.* График преимущества при резервировании замещением

**Пример.** Наиболее часты отказы режущей кромки сборного инструмента в виде микроразрущений и износа, при этом наработка на отказ при износе согласуется с усеченным нормальным законом распределения, а при микровыкрашивании – с экспоненциальным ([90], [91], [93], [95] и др.).

Для принятых законов распределения были рассчитаны численные значения показателей, которые представлены на рис. 5.16 при:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi \left(0, 5 + \Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)\right)}} e^{-\frac{t - m_0}{2\sigma_0^2}};$$

$$P(t) = \frac{0, 5 - \Phi_0\left(\frac{t - m_0}{\sigma_0}\right)}{0, 5 + \Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)},$$

где  $\Phi_0(t)$  – функция Лапласа с математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением:  $m_0 = 40$  мин;  $\sigma_0 = 20$ .

Как видно на рис. 5.16, *a*, с увеличением кратности резервирования увеличивается среднее время безотказной работы и уменьшается дисперсия.

Анализ рис. 5.16,  $\delta$  позволяет заключить, что на вероятность безотказности значительное влияние оказывает кратность резервирования, причем этот эффект тем существеннее, чем меньше *m*. Кроме этого большей кратности резервирования соответствует меньшая интенсивность отказов (рис. 5.17, *a*). При постоянной интенсивности отказов основной системы интенсивность отказа резервированной системы увеличивается с течением времени, стремясь к постоянной величине, равной интенсивности отказов нерезервированной системы (рис. 5.17,  $\delta$ ).



*Рис. 5.16.* Графики работоспособности при различной кратности резервирования с усеченным нормальным законом распределения: *а* – плотности распределения времени до отказа; *б* – вероятности безотказности работы системы



*Рис. 5.17.* Графики интенсивности отказа системы при различной кратности резервирования:
 *а* – с усеченным нормальным законом распределения;
 *б* – экспоненциальным законом распределения

Данные рис. 5.18 позволяют заключить, что вероятность безотказной работы при усеченном нормальном законе в течение длительного времени работы  $t_{\text{отн}} = [0 - 0, 4t]$  остается практически постоянной и система высоконадежна, но в течение короткого времени она теряет ресурс. Система с экспоненциальным законом распределения более надежна в период  $t_{\text{отн}} = [0,57t - t]$ .



Рис. 5.18. Графики вероятности безотказности работы системы: 1 – с усеченным нормальным распределением; 2 – экспоненциальным распределением

Теоретические исследования безотказности инструмента проведены на основе анализа разработанных структурных и параметрических моделей. Структурная модель сборного сверла с СМП представляет собой систему конструктивных элементов с их последовательным соединением, критерием отказа которой является выход из строя одного из его элементов. Многолезвийный инструмент является системой с *d*-безотказной структурой, критерием отказа которой является выход из строя одновременно нескольких произвольных *d*-зубьев. Вероятность безотказной работы многолезвийного сборного инструмента может быть определена следующим образом:

$$P_{\rm c}(t) = [P_z(t)]^{(z-d)} \sum_{i=0}^{d} \frac{d!}{(d-i)!} \left[ \ln P_z(t)^{(z-d)} \right]^{(d-i)}; \ P_z(t) = \prod_{j=1}^{k} P_j(t)$$

где z – количество режущих зубьев;  $P_z(t)$  – вероятность безотказной работы отдельного зуба, определяемая по вероятности безотказной работы каждого из k его конструктивных элементов  $P_i(t)$ .

Средняя наработка на отказ или средний период стойкости многолезвийного инструмента в зависимости от среднего периода стойкости отдельных лезвий *T<sub>z</sub>* при законе Вейбулла–Гнеденко распределения их стойкости с параметрами *a*, *b* равна:

$$T = T_z \prod_{i=0}^{d} (1+ib) / d! b^d (z-d)^{1/b}; \quad T_z = a\Gamma(1+1/b),$$

где  $\Gamma(1+1/b)$  – гамма-функция.

Резервирование режущего элемента сборного инструмента замещением может быть реализовано инструментами с дискретным механизированным поворотом режущих элементов и инструментами с механизированной заменой режущих элементов.

В этом случае используются сборные инструменты, в которых смена режущего элемента производится с использованием дополнительного устройства или приводов станка [22].

На рис. 5.19 приведен эскиз осевого инструмента с механизмом поворота режущих пластин [97].



*Рис. 5.19.* Эскиз осевого инструмента с автоматической сменой режущих кромок

Инструмент состоит из корпуса *1* со стружечными канавками, в котором расположен механизм поворота и зажима режущих пластин *2* и *3*.

При затуплении режущих кромок устройство отводится из зоны обработки и упор, корпус которого закреплен на шпиндельной бабке (не показан), входит в отверстие в приводной гайке 6. Устройство поворачивается против часовой стрелки, и планка 5 перемещается вместе с тягой 4 в крайнее левое положение. При этом перемещении режущие пластины 2 и 3 выходят из контакта с призматическими пазами корпуса устройства.

В это время ось 9 поворачивается посредством зубчатой втулки 10, которая взаимодействует с пружинной рейкой 11.

При повороте оси 9 поворачиваются и режущие пластины. Затем устройство вращается по часовой стрелке и Т-образная тяга перемещается в крайнее правое положение. Режущие пластины при этом не поворачиваются благодаря фиксаторам 13 и пластине *a*.

### 5.5. Резервирование с восстановлением

При резервировании с восстановлением надежность системы характеризуется долговечностью. Восстановление может производиться регулировкой, переточкой, доводкой, ручной заменой режущего элемента, ручным поворотом режущего элемента в новое положение.

При восстановлении регулировкой используются различные конструкции автоподналадчиков.

#### 5.5.1. Автоподналадчики

Автоподналадчик состоит из следующих основных элементов: датчика, контролирующего деталь в процессе обработки; блока преобразования и усиления первичного измерительного импульса; исполнительного механизма, который выполняет собственно подналадку перемещением режущего инструмента или его элемента.



Рис. 5.20. Схема автоподналадчика к расточному станку

На рис. 5.20 представлена схема автоподналадчика к расточному станку. Деталь 1 растачивается черновым 3 и чистовым 2 зубьями. Автоматически подналаживаются только чистовые зубья, для этого каждая обработанная деталь контролируется электроконтактным датчиком 4, который после растачивания вводится в отверстие и по выходе размера за установленные границы подает команду электромагниту 5. Сердечник электромагнита поворачивает храповое колесо 6, жестко связанное с винтом 7. Винт 7 тянет тягу 8 и перемещает конус 9 для подналадки зубьев 2.

### 5.5.2. Инструменты с ручным поворотом режущего элемента

В работе [2] приведена классификация типов конструкций сборных инструментов, где за основу выбраны форма пластины, тип базовой поверхности и направление силы зажима СМП.



Рис. 5.21. Эскиз механизированного сверла

Известна конструкция, в которой закрепление и открепление пластин производится автоматизированно, а поворот пластин – вручную (рис. 5.21) [102]. После затупления режущих кромок пластин, сердечникфиксатор 3 посредством электромагнита вводится в отверстие 14 приводной гайки 9. Шпиндель станка вместе со сверлом поворачивается против часовой стрелки и планка 8 перемещается вместе с тягой 7 в крайнее левое положение. При этом перемещении режущие пластины 4 и 5 выходят из контакта со сквозными угловыми пазами базирующих пластин 12 и 13. После этого производится поворот пластин 4 и 5 на новую грань. После чего шпиндель вращается по часовой стрелке, и Т-образная тяга перемещается в крайнее правое положение. При этом перемещении режущие плас-тины 4 и 5 входят в контакт со сквозными угловыми пазами базирующих пластин 12 и 13. Режущие пластины при этом фиксируются в новом положении.

Кроме этого предлагаются различные конструкции закрепления пластин в корпусе инструмента. Сборные инструменты с рычажным способом крепления режущих пластин (тип PP) рекомендуется применять только в условиях чистовой и получистовой обработки. Использование таких конструкций ограничивается трудоемкостью их изготовления и быстрой потерей работоспособности при обработке хрупких материалов (из-за попадания мелкой стружки и окалины внутрь гнезда корпуса (рис. 5.22, *a*)).



Рис. 5.22. Эскизы рабочих частей сборных инструментов: 1 – корпус; 2 – режущая пластина; 3 – винт; 4 – штифт; 5 – рычаг; 6 – прижим; 7 – тяга; 8 – клин

Сокращение числа деталей в сборных инструментах фирм «Kennametal», «Iscar» и «Walter» (тип PR, рис. 5.22, б) привело к повышению требований к точности изготовления корпуса и винта.

Сборные инструменты с тяговыми элементами при закреплении пластины (тип PM, рис. 5.22, *в*) рекомендуется использовать при чистовой обработке. Кроме этого в таких конструкциях возрастает опасность повреждения державки при разрушении режущей пластины.

Для обеспечения гарантированного контакта зажимного клина с режущей пластиной в конструкциях сборных инструментов фирмы «Fagersta Seco» при завинчивании винта клин смещается вдоль паза державки. Сборный инструмент, изображенный на рис. 5.22, г (тип РТ), конструкции ВНИИ (СССР) является одним из первых сборных инструментов, обладающих высокой технологичностью. Однако они имеют ряд существенных недостатков, связанных с перекосом пластины при ее закреплении [2], [29], [95], [98].

Для уменьшения зазора между режущей пластиной и подкладкой фирмой «Sandvik Coromant» предложена форма комбинированного клина (тип PW, рис. 5.22, d), который прижимает и заклинивает режущую пластину. Недостатком такой конструкции [2], [29], [95], [97] являются высокие требования к точности изготовления всех элементов инструмента. Этого недостатка лишена конструкция, представленная на рис. 5.22, *e* (тип PV), где режущая пластина закреплена на подвижном элементе, выступ которого выполнен клиновым. Однако такой инструмент обладает низкой жесткостью и обеспечивает нестабильную точность обработки. Широкое распространение из-за своей компактности получила конструкция с винтовым креплением (тип SM, рис. 5.22, m), недостатками которой являются высокие требования к жесткости крепления в продольном направлении, что обеспечивается базированием СМП в закрытый паз высокой точности.

Совершенствование конструкций инструментов с закреплением пластин без центрального отверстия (рис. 5.22, *u*) предусматривает обеспечение надежного стружколомания, как в инструментах фирм «Sandvik Coromant» и «Kennametal».

# 5.6. Нагрузочное резервирование инструмента

Моделирование надежности выполнялось для осевого инструмента, имеющего шесть зубьев [99].

Состояние такого инструмента будет описываться следующим выражением:

$$[P_{1}(t) + Q_{1}(t)][P_{2}(t) + Q_{2}(t)][P_{3}(t) + Q_{3}(t)][P_{4}(t) + Q_{4}(t)] \times \\ \times [P_{5}(t) + Q_{5}(t)][P_{6}(t) + Q_{6}(t)] = 1,$$
(5.50)

где  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$ ,  $P_3(t)$ ,  $P_4(t)$ ,  $P_5(t)$  и  $P_6(t)$  – вероятность безотказной работы, соответственно, первого, второго, третьего, четвертого, пятого и шестого зуба инструмента;  $Q_1(t)$ ,  $Q_2(t)$ ,  $Q_3(t)$ ,  $Q_4(t)$ ,  $Q_5(t)$  и  $Q_6(t)$  – вероятность отказа каждого зуба.

Если нагрузка в процессе обработки соответствует предельной по критерию прочности, то вероятность безотказности инструмента  $P_{\rm uh}$  будет определяться по выражению

$$P_{\rm HH} = \prod_{i=1}^{6} P_i(t).$$
(5.51)

При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы каждого зуба инструмента, получаем:

$$P_{\rm MH} = e^{-\sum_{i=1}^{6} (\lambda_i)t}, \qquad (5.52)$$

где  $\lambda_i$  – интенсивность отказа *i*-го зуба инструмента.

Тогда средний период стойкости инструмента можно определить по выражению

$$\overline{T}_{_{\rm HH}} = \int_{0}^{\infty} P_{_{\rm HH}} dt = \frac{1}{\sum_{i=1}^{6} \lambda_i}.$$
(5.53)

Если 
$$\lambda_i \equiv \lambda$$
, то  $P_{\text{ин}} = e^{-6\lambda t}$ ;  $\overline{T}_{\text{ин}} = \frac{1}{6\lambda}$ . (5.54)

Если нагрузка в процессе обработки меньше в два раза предельной по критерию прочности, то работоспособное состояние характеризуется пятью зубьями.

Вероятность безотказности инструмента будет определяться по выражению

$$P_{\rm uh}(t) = \sum P_j(t) P_k(t) P_e(t) P_m(t) P_n(t) - 5 \prod_{i=1}^{\circ} P_i(t)$$
(5.55)

при j = 1...6; k = 2...6, 1; l = 3...6, 1, 2; m = 4, 5, 6, 1, 2, 3; n = 5, 6, 1...4.

При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы каждого зуба инструмента, получаем:

$$P_{\rm HH} = \sum e^{-(\lambda_j + \lambda_k + \lambda_l + \lambda_m + \lambda_n)t} - 5e^{-\sum_{1}^{0} \lambda_i t}$$
(5.56)

при j = 1...6; k = 2...6, 1; l = 3...6, 1, 2; m = 4, 5, 6, 1, 2, 3; n = 5, 6, 1...4.

Тогда средний период стойкости инструмента определяется по выражению

$$\overline{T}_{_{\mathrm{HH}}} = \int_{0}^{\infty} P_{_{\mathrm{HH}}} dt = \sum \frac{1}{\lambda_{_{j}} + \lambda_{_{k}} + \lambda_{_{l}} + \lambda_{_{m}} + \lambda_{_{n}}} - 5 \frac{1}{\sum_{i=1}^{6} \lambda_{_{i}}}.$$

Если 
$$\lambda_i \equiv \lambda$$
, то  $P_{\text{ин}} = 6e^{-5\lambda t} - 5e^{-6\lambda t}; \quad \overline{T}_{\text{ин}} = \frac{11}{30\lambda}.$  (5.57)

Если нагрузка в процессе обработки меньше в три раза предельной по критерию прочности, то работоспособное состояние характеризуется четырьмя зубьями.

Вероятность безотказности инструмента будет определяться по выражению

$$\begin{split} P_{\text{HH}} &= P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + Q_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + \\ &+ Q_2(t)P_1(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + Q_3(t)P_1(t)P_2(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + \\ &+ Q_4(t)P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_5(t)P_6(t) + Q_5(t)P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_6(t) + \\ &+ Q_6(t)P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t) + Q_1(t)Q_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + \\ &+ Q_1(t)Q_3(t)P_2(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + Q_1(t)Q_4(t)P_2(t)P_3(t)P_5(t)P_6(t) + \\ &+ Q_1(t)Q_5(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_6(t) + Q_1(t)Q_6(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t) + \\ &+ Q_2(t)Q_3(t)P_1(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t) + Q_2(t)Q_4(t)P_1(t)P_3(t)P_5(t)P_6(t) + \\ &+ Q_3(t)Q_4(t)P_1(t)P_2(t)P_5(t)P_6(t) + Q_3(t)Q_5(t)P_1(t)P_2(t)P_4(t)P_6(t) + \\ &+ Q_3(t)Q_6(t)P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_5(t) + Q_5(t)Q_6(t)P_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t), \end{split}$$

где  $Q_1(t)P_2(t)P_3(t)P_4(t)P_5(t)P_6(t)$  – вероятность отказа одного зуба при безотказной работе второго, третьего, четвертого, пятого и шестого зубьев.

В более компактной форме вероятность безотказности инструмента:

$$P_{\text{\tiny HH}}(t) = \sum \left[ P_i(t) P_r(t) P_s(t) P_u(t) \right] - \sum \left[ P_j(t) P_k(t) P_e(t) P_m(t) P_u(t) \right] + 10 \prod_{b=1}^6 P_b(t)$$
(5.58)

при i = 1...6, 1...6, 1, 2, 3; r = 2...6, 1...6, 1...4; s = 3...6, 1...4, 6, 1...6; u = 4, 5, 6, 1, 2, 3, 5, 6, 1...6, 1; j = 1...6, 1...6, 1...6, 1...6; k = 2...6, 1...6, 1...6, 1...6, 2; l = 3...6, 1...6, 1...6, 1...6, 1, 2; m = 4, 5, 6, 1...6, 1...6, 1...6, 1, 2, 3; n = 5, 6, 1...6, 1...6, 1...6, 1...4.

При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы каждого зуба инструмента, получаем:

$$P_{\rm WH} = \sum e^{-(\lambda_i + \lambda_r + \lambda_s + \lambda_u)t} - \sum e^{-(\lambda_j + \lambda_k + \lambda_l + \lambda_m + \lambda_n)t} + 10e^{-\sum_{i=1}^{6}\lambda_i t}$$

Тогда средний период стойкости инструмента определяется:

$$\begin{split} \overline{T}_{_{\rm ИH}} &= \sum \Biggl( \frac{1}{\lambda_i + \lambda_r + \lambda_s + \lambda_u} \Biggr) - \sum \Biggl( \frac{1}{\left( \lambda_j + \lambda_k + \lambda_e + \lambda_m + \lambda_n \right)} \Biggr) + \frac{10}{\sum_{i=1}^{6} \lambda_i}. \end{split}$$
Если  $\lambda_i \equiv \lambda$ , то

$$P_{_{\rm HH}} = 15e^{-4\lambda t} - 24e^{-5\lambda t} + 10e^{-6\lambda t}; \quad \overline{T}_{_{\rm HH}} = \frac{37}{60\lambda}.$$
 (5.59)

Если нагрузка в процессе обработки меньше в четыре раза предельной по критерию прочности, то работоспособное состояние характеризуется тремя зубьями.

Вероятность безотказности инструмента будет определяться по выражению

$$P_{\text{ин}}(t) = \sum [P_i(t)P_r(t)P_s(t)] - 3\sum [P_j(t)P_k(t)P_e(t)P_m(t)] + 6\sum [P_n(t)P_u(t)P_s(t)P_g(t)P_c(t)] - 10\prod_{q=1}^6 P_q(t)$$

при i = 1...6, 1...6, 1...6, 1, 2; r = 2...6, 1...6, 1, 3...6, 1...4; s = 3...6, 1, 2, 4...6, 1...6, 1...3, 5, 6; j = 1...6, 1...6, 1...3; k = 2...6, 1...6, 1...4; l = 3...6, 1, 2, 4...6; m = 4...6, 1...3, 5, 6, 1...6, 1;n = 1...6; u = 2...6, 1; u = 3...6, 1, 2; g = 4...6, 1...3; c = 5, 6, 1...4. При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы каждого зуба инструмента, получаем:

$$P_{\rm HH} = \sum e^{-(\lambda_i + \lambda_r + \lambda_s)t} - 3\sum e^{-(\lambda_j + \lambda_k + \lambda_l + \lambda_m)t} + 6e^{-(\lambda_n + \lambda_u + \lambda_s + \lambda_g + \lambda_c)t} - 10\sum_{q=1}^6 e^{-(\lambda_q)t}.$$

Тогда средний период стойкости инструмента определяется по выражению:

$$\overline{T}_{_{\mathrm{HH}}} = \sum \frac{1}{\lambda_i + \lambda_r + \lambda_s} - 3\sum \frac{1}{\lambda_j + \lambda_k + \lambda_e + \lambda_m} + 6\sum \frac{1}{\lambda_n + \lambda_u + \lambda_s + \lambda_j + \lambda_e} - 10\frac{1}{\sum_{q=1}^{6}\lambda_q}.$$

Если  $\lambda_i \equiv \lambda$ , то

$$P_{\rm HH} = 20e^{-3\lambda t} - 45e^{-4\lambda t} + 36e^{-5\lambda t} - 10e^{-6\lambda t}; \ \overline{T}_{\rm HH} = \frac{57}{60\lambda}.$$
 (5.60)

Для определения стратегии замены отказавших режущих элементов инструмента введем понятие кратности резервирования *k*:

$$k = \frac{z - z_m}{z_m},$$

где *z* – число зубьев инструмента; *z<sub>m</sub>* – число отказавших зубьев.

В зависимости от необходимого уровня надежности инструмента выбирается стратегия замены его режущих элементов. Повышение надежности путем замены одного отказавшего зуба приводит к недоиспользованию ресурса инструмента, повышению суммарных затрат (табл. 5.2).

Таблица 5.2

Вероятность безотказной работы								
Работоспособное	Расчетные зависимости	λt						
состояние		0,5	0,75	1,0				
При рабочем состоянии всех зубьев	$P_{_{\mathrm{HH}}}=e^{-6\lambda t}$	0,04973	0,01109	0,00247				
При рабочем состоянии пяти зубьев	$P_{\rm uh} = 6e^{-5\lambda t} - 5e^{-6\lambda t}$	0,24337	0,08543	0,02797				

Результаты расчета

Окончание табл. 5.2

Вероятность безотказной работы								
Работоспособное	De avertir ve ber verve erti	λt						
состояние	Гасчетные зависимости	0,5	0,75	1,0				
При рабочем состоянии четырех зубьев	$P_{\rm uh} = 15e^{-4\lambda t} - 24e^{-5\lambda t} + 10e^{-6\lambda t}$	0,55759	0,29318	0,1376				
При рабочем состоянии	$P_{_{\rm HH}} = 20e^{-3\lambda t} - 45e^{-4\lambda t} +$	0,8295	0,60279	0,389				
трех зубьев	$+36e^{-5\lambda t}-10e^{-6\lambda t}$							

## 5.7. Моделирование надежности технологических систем при диагностировании работоспособности инструмента

Вероятность ошибки диагностирования *P<sub>ij</sub>* определяется по формуле [100], [101]:

$$P_{ij} = P_l^0 \sum_{l=1}^k P_l^c P_{jil}^y = \sum_{l=1}^k P_l^c P_{ji}^a P_{lji}^b, \qquad (5.61)$$

где k – число технических состояний режущего инструмента;  $P_i^0$  – априорная вероятность нахождения режущего инструмента в состоянии i;  $P_l^c$  – то же, для средства диагностирования в состоянии l;  $P_{jil}^y$  – условная вероятность того, что в результате диагностирования режущий инструмент будет признан находящимся в состоянии j при условии, что он находится в состоянии i и средство диагностирования находится в состоянии l;  $P_{ji}^a$  – условная вероятность получения результата, при котором режущий инструмент находится в состоянии j при условии, что средства диагностирования находится в состоянии l;  $P_{ji}^a$  – условная вероятность получения результата, при котором режущий инструмент находится в состоянии l;  $P_{lji}^b$  – условная вероятность нахождения режущего инструмента в состоянии i при условиях, что получен результат, при котором режущий инструмент находится в состоянии i при условиях, что получен результат, при котором режущий инструмент находится в состоянии j и средство диагностирования находится в состоянии l.

Оценку вероятности ошибки диагностирования вычисляют по формуле

$$\widehat{P}_{ij} = P_i^0 \sum_{l=1}^k P_l^c \, \frac{r_{jil}}{N_{il}},\tag{5.62}$$
где  $N_{il}$  – общее число операций диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i*, средством диагностирования, находящимся в состоянии *l*;  $r_{jil}$  – число испытаний, при которых система диагностирования зафиксировала состояние *j*. Вероятности  $P_i^0$  и  $P_l^c$  определяются методами теории надежности.

Если состояние режущего инструмента определяется совокупностью n независимых диагностических параметров и средство диагностирования различает  $2^n$  состояния режущего инструмента, то вероятность  $P_{ii}$  вычисляют по формуле

$$P_{ij} = P_i^0 \sum_{l=1}^k P_l^c \prod_{\nu=1}^n f_{ij\nu l},$$
(5.63)

где  $f_{ijvl} = P_v - a_{vi}$ , если в состояниях *i* и *j* режущего инструмента диагностический параметр v находится в поле допуска при условии, что средство диагностирования находится в состоянии l (последнее условие должно выполняться и для всех приведенных ниже определений  $f_{ij\nu l}$ );  $f_{ij\nu l} = \alpha_{\nu l}$ , если в состоянии *i* режущего инструмента диагностический параметр v находится в поле допуска, а в состоянии *j* он выходит за пределы поля допуска;  $f_{ij\nu l} = \beta_{\nu l}$ , если в состоянии *i* режущего инструмента v находится вне поля допуска, а в состоянии jэтот параметр входит в поле допуска;  $f_{ij\nu l} = 1 - P_{\nu} - \beta_{\nu l}$ , если в состояниях i и j параметр v находится вне поля допуска;  $P_v$  – априорная вероятность нахождения параметра ν в пределах поля допуска; α<sub>νl</sub> – вероятность совместного наступления двух событий; параметр v находится в поле допуска, а считается находящимся вне поля допуска;  $\beta_{vl}$  – вероятность совместного наступления двух событий: параметр v находится вне поля допуска, а считается находящимся в его пределах.

Для систем диагностирования, предназначенных только для проверки работоспособности режущего инструмента, возможны два состояния: режущий инструмент работоспособен и он неработоспособен: m = 2. При этом значения индексов i и j соответствуют следующим состояниям режущего инструмента: i = 1 (j = 1) – работоспособное и i = 2 (j = 2) – неработоспособное. Для такой системы возможны два вида ошибок: i = 1 и j = 2, т. е. режущий инструмент работоспособен, а признан неработоспособным, и i = 2, j = 1, т. е.

режущий инструмент неработоспособен, а признан работоспособным. Этим случаям соответствуют вероятности  $P_{12}$  и  $P_{21}$ , которые рассчитывают по формулам:

$$P_{12} = P_1^0 \sum_{l=1}^k p_l^c P_{21l}^y = \sum_{l=1}^k P_l^c P_{2l}^a P_{12l}^b;$$
(5.64)

$$P_{21} = P_2^0 \sum_{l=1}^k p_l^c P_{21l}^y = \sum_{l=1}^k P_l^c P_{1l}^a P_{21l}^b , \qquad (5.65)$$

где  $P_1^0$  – априорная вероятность нахождения режущего инструмента в работоспособном состоянии;  $P_2^0$  – априорная вероятность нахождения режущего инструмента в неработоспособном состоянии; все остальные символы представляют собой условные вероятности при средстве диагностирования, находящемся в состоянии *l*:  $P_{21l}^y$  – признание работоспособного режущего инструмента неработоспособным;  $P_{12l}^y$  – признание неработоспособного режущего инструмента работоспособным;  $P_{2l}^a$  – признание режущего инструмента неработоспособным;  $P_{1l}^a$  – признание режущего инструмента работоспособным;  $P_{12l}^b$  – нахождение режущего инструмента в работоспособным;  $P_{21l}^b$  – нахождение режущего инструмента в неработоспособным;  $P_{21l}^b$  – нахождение режущего инструмента в неработоспособным;  $P_{21l}^b$  – нахождение режущего инструмента в неработоспособным состоянии;  $P_{21l}^b$  – нахождение режущего инструмента в неработоспособным состоянии при результате диагностирования, что он работоспособ-

В тех случаях, когда состояние режущего инструмента определяется совокупностью n независимых диагностических параметров, вероятности ошибок  $P_{12}$  и  $P_{21}$  вычисляют по формулам:

$$P_{12} = \sum_{l=1}^{k} P_{l}^{c} \left[ \prod_{\nu=1}^{n} P_{\nu} - \prod_{\nu=1}^{n} (P_{\nu} - \alpha_{\nu l}) \right];$$
$$P_{21} = \sum_{l=1}^{k} P_{l}^{c} \left[ \prod_{\nu=1}^{n} (P_{\nu} - \alpha_{\nu l} + \beta_{\nu l}) - \prod_{\nu=1}^{n} (P_{\nu} - \alpha_{\nu l}) \right].$$
(5.66)

Возможен случай, когда средство диагностирования может находиться в одном из трех состояний: i = 1 – работоспособность при правильной индикации своего состояния; i = 2 – неработоспособность при индикации работоспособности средства измерения и работоспособности режущего инструмента при любом его состоянии; *i* = 3 – неработоспособность при индикации работоспособности средства измерения и неработоспособности режущего инструмента при любом его состоянии. В этом случае вероятности ошибок вычисляют по формулам:

$$P_{12} = P_1^0 P_l^c P_{21l}^y + P_1^0 P_3^c = P_1^c P_{21}^a P_{12l}^b + P_3^c P_{123}^b;$$
  

$$P_{21} = P_2^0 P_l^c P_{12l}^y + P_2^0 P_2^c = P_1^c P_{11}^a P_{21l}^b + P_2^c P_{212}^b.$$

Если при тех же возможных состояниях средства диагностирования состояние режущего инструмента определяется совокупностью *n* независимых диагностических параметров, то вероятности ошибок рассчитывают по формулам:

$$P_{12} = P_1^c \left[ \prod_{\nu=1}^n P_{\nu} - \prod_{\nu=1}^n (P_{\nu} - \alpha_{\nu 1}) \right] + P_3^c \prod_{\nu=1}^n P_{\nu};$$
$$P_{21} = P_1^c \left[ \prod_{\nu=1}^n (P_{\nu} - \alpha_{\nu l} + \beta_{\nu l}) - \prod_{\nu=1}^n (P_{\nu} - \alpha_{\nu l}) \right] + P_2^c \left( 1 - \prod_{\nu=1}^n P_{\nu} \right).$$

Следует иметь в виду, что если какой-либо из диагностических параметров не проверяется, то для него  $\alpha_{vl} = 0$  и  $\beta_{vl} = 1 - P_v$ .

В тех случаях, когда вероятность открытых отказов средств диагностирования пренебрежимо мала, следует полагать  $P_1^c = 1$ ,  $P_2^c = P_3^c = 0$ . При этом формулы для определения вероятностей ошибок примут вид:

$$P_{12} = \prod_{\nu=1}^{n} P_{\nu} - \prod_{\nu=1}^{n} (P_{\nu} - \alpha_{\nu l});$$
$$P_{21} = \prod_{\nu=1}^{n} (P_{\nu} - \alpha_{\nu l} + \beta_{\nu l}) - \prod_{\nu=1}^{n} (P_{\nu} - \alpha_{\nu l}).$$

Апостериорную вероятность ошибки диагностирования вычисляют по формуле

$$P_{ij}^{A} = \frac{P_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} P_{ij}}.$$
(5.67)

Вероятность правильного диагностирования

$$D = \sum_{i=1}^{m} P_{ij} = 1 - \sum_{\substack{i=1\\j \neq i}}^{m} \sum_{\substack{j=1\\j \neq i}}^{m} P_{ij},$$
(5.68)

а оценка вероятности правильного диагностирования

$$\widehat{D} = \sum_{i=1}^{m} \widehat{P}_{ij} = 1 - \sum_{\substack{i=1 \ i \neq i}}^{m} \sum_{\substack{j=1 \ i \neq i}}^{m} \widehat{P}_{ij}.$$

При *m* = 2

$$D = 1 - P_{12} - P_{21}.$$

В тех случаях, когда состояние режущего инструмента определяется совокупностью n независимых диагностических параметров и средство диагностирования различает  $2^n$  состояния объектов, вероятность правильного диагностирования

$$D = \sum_{i=1}^{k} P_l^c \prod_{\nu=1}^{n} \left(1 - \alpha_{\nu l} - \beta_{\nu l}\right).$$

Если средство диагностирования может находиться в одном из трех состояний: работоспособном при правильной индикации своего состояния (i = 1), неработоспособном при индикации работоспособного состояния режущего инструмента и средств диагностирования (i = 2) и неработоспособном при индикации своего работоспособного состояния и всегда неработоспособного состояния режущего инструмента (i = 3), вероятность правильного диагностирования вычисляют по формуле

$$D = P_1^c \prod_{\nu=1}^n \left( 1 - \alpha_{\nu l} - \beta_{\nu l} \right) + P_2^c \prod_{\nu=1}^n P_{\nu} + P_3^c \prod_{\nu=1}^n \left( 1 - P_{\nu} \right).$$

Если вероятность скрытых отказов средств диагностирования пренебрежимо мала, то

$$D = \prod_{\nu=1}^{n} \left( 1 - \alpha_{\nu l} - \beta_{\nu l} \right).$$

Средняя оперативная продолжительность диагностирования определяется по формуле

$$\tau_{\pi} = \sum_{i=1}^{m} \tau_i P_l^0 = \sum_{i=1}^{m} P_l^0 \sum_{l=1}^{k} \tau_{il} P_l^c, \qquad (5.69)$$

где  $\tau_i$  – средняя оперативная продолжительность диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i*;  $\tau_{il}$  – оперативная продолжительность диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i* при условии, что средство диагностирования находится в состоянии *l*.

Величина  $\tau_i$  включает продолжительность выполнения вспомогательных операций и продолжительность собственно диагностирования.

Оценку средней оперативной продолжительности диагностирования проводят по формуле

$$\widehat{\boldsymbol{\tau}}_{\scriptscriptstyle \mathcal{I}} = \frac{1}{N} \sum_{g=1}^{N} \sum_{l=1}^{m} \widehat{\boldsymbol{\tau}}_{i \scriptscriptstyle \mathcal{I}} P_l^0,$$

где  $\tau_{id}$  – оперативная продолжительность диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i* при *g*-м испытании.

Средняя стоимость диагностирования определяется по формуле

$$C_{\rm A} = \sum_{i=1}^{m} C_i P_l^0 = \sum_{i=1}^{m} P_l^0 \sum_{l=1}^{k} C_{il} P_l^c,$$

где  $C_i$  – средняя стоимость диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i*;  $C_{il}$  – стоимость диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i* при условии, что средство диагностирования находится в состоянии *l*.

Величина  $C_i$  – включает амортизационные затраты при диагностировании, затраты на эксплуатацию системы диагностирования и затраты, связанные с изнашиванием режущего инструмента в процессе диагностирования.

Средняя оперативная трудоемкость диагностирования

$$S_{\mu} = \sum_{i=1}^{m} S_{\mu} P_{l}^{0} = \sum_{i=1}^{m} P_{l}^{0} \sum_{l=1}^{k} S_{\mu l} P_{l}^{c},$$

где  $S_{\rm d}$  – средняя оперативная трудоемкость диагностирования при нахождении режущего инструмента в состоянии *i*;  $S_{\rm dl}$  – оперативная трудоемкость диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i* при условии, что средство диагностирования находится в состоянии *l*.

Оценку средней оперативной трудоемкости диагностирования проводят по формуле

$$\widehat{S}_{\pi} = \frac{1}{N} \sum_{g=1}^{N} \sum_{l=1}^{m} S_{\pi lg} P_{l}^{0},$$

где  $S_{\text{glg}}$  – оперативная трудоемкость диагностирования режущего инструмента, находящегося в состоянии *i* при *g*-м испытании.

Рассмотрим пример расчета показателей диагностирования, подобный приведенному в ГОСТ 23564-79. В качестве объекта диагностирования возьмем сборное сверло, состоящее из двух СМП: центральной (блок 1) и периферийной (блок 2). Диагностирование должно обеспечить контроль технического состояния сверла с глубиной поиска дефекта до СМП. Для характеристики технического состояния каждой СМП выберем четыре диагностических параметра (ДП): износ по передней поверхности радиусного участка центральной СМП; износ по задней поверхности радиусного участка центральной СМП; износ главной передней поверхности центральной СМП; износ главной задней поверхности центральной СМП; износ по передней поверхности радиусного участка периферийной СМП; износ по задней поверхности радиусного участка периферийной СМП; износ главной передней поверхности периферийной СМП; износ главной задней поверхности периферийной СМП. При расчетах примем, что все параметры имеют нормальные распределения с математическими ожиданиями, равными их номинальным значениям Nuv, и средними квадратическими отклонениями  $\sigma_{nuv}$ , где *u* – номер СМП, v – номер параметра.

Предположим, что применяемые средства диагностирования (СД) характеризуются погрешностями (ПИ), имеющими нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями и средними квадратическими отклонениями  $\sigma_{nliv}$ .

Далее предполагали, что в процессе диагностирования они могут находиться в состоянии i = 1 с вероятностью  $P_i^c = 0,97$ , в состоянии i = 2 с вероятностью  $P_i^c = 0,01$  и в состоянии i = 3 с вероятностью  $P_3^{\Pi} = 0,02$ .

Предположим, что СД обслуживают два оператора, причем в процессе отладки системы участвуют оба оператора, а в процессе собственно диагностирования – только один из них.

Расчет начинается с определения нормированных величин:

– для ДП с двусторонним допуском:

$$X_{\mu_{\nu}} = \frac{\left|\Delta_{\mu_{\nu}}\right|}{\sigma_{n\mu_{\nu}}};$$

– для ДП с односторонним допуском:

$$X_{\mu_{\nu}} = \frac{\left|\Delta_{\mu_{\nu}} - N_{\mu_{\nu}}\right|}{\sigma_{\mu_{\nu}}}$$

Затем определяем:

$$z_{\mu_{\nu}} = \frac{\sigma_{n\mu_{\nu}}(\Pi \mathcal{U})}{\sigma_{n\mu_{\nu}}(\mathcal{U}\Pi)}.$$

Полученные значения этого отношения приведены в табл. 5.3. Затем определяют вероятности:

$$\alpha_{\mu_{\nu l}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-x\mu\nu}^{x_{\mu\nu}} e^{-y^2/2} \begin{bmatrix} \frac{-x_{\mu\nu}-y}{z_{\mu\nu}} e^{-l^2/2} dt + \int_{\frac{x_{\mu\nu}-y}{z_{\mu\nu}}}^{\infty} e^{-l^2/2} dt \end{bmatrix} dy;$$

$$\beta_{\mu_{\nu l}} = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} -x_{\mu\nu}} \int_{-\infty}^{x_{\mu\nu}} e^{-y^2/2} \begin{bmatrix} \frac{x_{\mu\nu}-y}{z_{\mu\nu}} e^{-l^2/2} dt \\ \int_{\frac{-x_{\mu\nu}-y}{x_{\mu\nu}}}^{\infty} e^{-l^2/2} dt \end{bmatrix} dy + \int_{x_{\mu\nu}}^{\infty} \begin{bmatrix} \frac{x_{\mu\nu}-y}{z_{\mu\nu}} e^{-l^2/2} dt \\ \int_{\frac{-x_{\mu\nu}-y}{x_{\mu\nu}}}^{\infty} e^{-l^2/2} dt \end{bmatrix} dy \end{cases}.$$

Результаты расчета занесены в табл. 5.3.

Вероятность того, что диагностический параметр находится в допустимых пределах, для ДП с двусторонним допуском:

$$P_{\mu_{\nu}}=2\Phi_0(x_{\mu_{\nu}}),$$

– для ДП с односторонним допуском:

$$P_{\mu_{\nu}} = 0,5\Phi_0(x_{\mu_{\nu}}),$$

где  $\Phi_0(x_{\mu_v}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_{\mu_v}} e^{-l^2/2} dt$  – нормированная функция Лапласа.

Результаты расчета значений вероятностей для рассматриваемого примера приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3

Номер ДП	<i>x</i> <sub>μν</sub>	$z_{\mu u}$	Ρ <sub>μν</sub>	P <sub>μ</sub>	$10^2 \alpha_{\mu\nu 1}$	$10^2 \beta_{\mu\nu 1}$	<b>P</b> <sub>1,2µ</sub>	<b>P</b> <sub>2,1µ</sub>
11	1,92	0,15	0,9722	0,9240	0,526	0,348	0,01481	0,0094
12	2,02	0,12	0,9784		0,324	0,230		
13	2,50	0,02	0,9876		0,391	0,211		
14	2,40	0,15	0,9836		0,399	0,216		
21	1,8	0,1	0,9642	0,9302	0,401	0,308	0,00874	0,0152
22	2,4	0,2	0,9907		0,308	0,162		
23	2,4	0,1	0,9836		0,209	0,154		
24	2,6	—	0,9907		_	0,930		

Результаты расчета вероятности ошибок диагностирования

Априорная вероятность работоспособности каждого блока объекта диагностирования (ОД):

$$P_{\mu} = \prod_{\nu=1}^4 P_{\mu_{\nu}}.$$

Вероятности  $P_{1,2,\mu}$  и  $P_{2,1,\mu}$  находят по формулам (5.66), которые для данного случая принимают следующий вид:

$$P_{1,2\mu} = \alpha_{\mu 1} = P_{\mu} - \prod_{\nu=1}^{4} \left( P_{\mu_{\nu}} - \alpha_{\mu_{\nu 1}} \right);$$
$$P_{2,1\mu} = \beta_{\mu 1} = \prod_{\nu=1}^{4} \left( P_{\mu_{\nu}} - \alpha_{\mu_{\nu 1}} + \beta_{\mu_{\nu 1}} \right) - \prod_{\nu=1}^{4} \left( P_{\mu_{\nu}} - \alpha_{\mu_{\nu 1}} \right).$$

Вероятность правильного диагностирования ОД определяют по формуле

$$D = P_1^c \prod_{\mu=1}^2 \left( 1 - \alpha_{\mu_{\nu}} - \beta_{\mu 1} \right) + P_2^c \prod_{\mu=1}^2 P_{\mu} + P_3^c \prod_{\mu=1}^2 \left( 1 - P_{\mu} \right) = 0,9325.$$

Матрицу вероятностей ошибок диагностирования вида  $P_{ij}$  рассчитывают по формуле (5.63). Для иллюстрации развернем эту формулу для  $P_{11}$  и  $P_{24}$ :

$$P_{11} = P_1^c \prod_{\mu=1}^2 \left( P_\mu - \alpha_{\mu 1} \right) + P_2^c \prod_{\mu=1}^2 P_\mu;$$
  
$$P_{24} = P_1^c \alpha_{11} \left( 1 - P_2 - \beta_{21} \right) + P_3^c P_1 \left( 1 - P_2 \right).$$

При поставленных условиях получаем матрицу

$$\left\|P_{ij}\right\| = \begin{bmatrix} 0,82125 & 0,00770 & 0,01323 & 0,011646 \\ 0,01350 & 0,04812 & 0,00022 & 0,00207 \\ 0,00911 & 0,00008 & 0,05953 & 0,00198 \\ 0,00017 & 0,00050 & 0,00096 & 0,00363 \end{bmatrix}$$

Матрица апостериорных вероятностей ошибок диагностирования вида  $P_{ij}$  определяется по формуле (5.67), которая в нашем случае имеет вид:

Априорные вероятности состояний ОД, определенные по формулам:

$$P_1^0 = P_1 P_2; \ P_2^0 = P_1 (1 - P_2);$$
  
$$P_3^0 = P_2 (1 - P_1); \ P_4^0 = (1 - P_1) (1 - P_2).$$

### Литература

1. Инструмент для станков с ЧПУ, многоцелевых станков и ГПС / И. Л. Фадюшин [и др.]. – М. : Машиностроение, 1990. – 272 с.

2. Сборный твердосплавный инструмент / Г. Л. Хает [и др.]; под общ. ред. Г. Л. Хаета. – М. : Машиностроение, 1989. – 256 с.

3. Нодельман, М. О. Идентификация периодичности смены режущего инструмента / М. О. Нодельман // Вестн. машиностроения. – 1989. – № 7. – С. 46–48.

4. Маслов, А. Ф. Конструкции и эксплуатация прогрессивного инструмента / А. Ф. Маслов. – М. : ИТО, 2006. – 169 с.

5. Автоматизация выбора режущего инструмента для станков с ЧПУ / В. И. Аверченков [и др.]. – Брянск : БГТУ, 2010. – 148 с.

6. Артамонов, Е. В. Прочность и работоспособность сменных твердосплавных пластин сборных режущих инструментов / Е. В. Артамонов. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2003. – 192 с.

7. Вращающийся инструмент : общий каталог 2007–2009. – Mitsubishi 2007.

8. Новые инструменты. Дополнение к каталогам 12.2. – Sandvik Coromant 2012.

9. Сандвик – 2010. Руководство по металлообработке. Sandvic Coromant, 2010.

10. Сверление: общий каталог 2009. – Walter 2009. – С. 342–351.

11. METALLWORKING WORLD (3/12) : деловой и техн. журн. фирмы AB Sandvik Coromant – Spoon Publishing, г. Стокгольм, Швеция, 2012. – С. 26–27.

12. Остафьев, В. А. Расчет динамической прочности режущего инструмента / В. А. Остафьев. – М. : Машиностроение, 1979. – 168 с.

13. Артамонов, Е. В. Расчет и проектирование сменных режущих пластин и сборных инструментов / Е. В. Артамонов, Т. Е. Помигалова, М. Х. Утешев. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2011 – 152 с.

14. Григорьев, С. Н. Методы повышения стойкости режущего инструмента / С. Н. Григорьев. – М. : Машиностроение, 2011. – 368 с.

15. Верещака, А. С. Работоспособность режущего инструмента с износостойкими покрытиями / А. С. Верещака. – М. : Машино-строение, 1993. – 336 с.

16. Справочник технолога-машиностроителя : в 2 т. Т. 2 / под ред. А. М. Дальского [и др.]. – М. : Машиностроение, 2001. – 944 с.

17. Солнышков, Ю. С. Оптимизация / Ю. С. Солнышков // Большая советская энциклопедия. – М. : Совет. энцикл., 1974. – Т. 18. – С. 450.

18. Михайлов, М. И. Повышение надежности сборного режущего инструмента / М. И. Михайлов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2016. – 272 с.

19. Механика разрушения и прочность сменных режущих пластин из твердых сплавов / Е. В. Артамонов [и др.]. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2013. – 148 с.

20. Методология расчета и проектирования сменных режущих пластин и сборных инструментов / Е. В. Артамонов [и др.]. – Тюмень, 2005. – 151 с.

21. Васин, С. А. Проектирование сменных многогранных пластин. Методологические принципы / С. А. Васин, С. Я. Хлудов. – М. : Машиностроение, 2006. – 352 с.

22. Михайлов, М. И. Сборный металлорежущий механизированный инструмент: Ресурсосберегающие модели и конструкции / М. И. Михайлов ; под ред. Ю. М. Плескачевского. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 339 с.

23. Грановский, Г. И. Резание металлов : учеб. для машиностр. и приборостр. специальностей вузов / Г. И. Грановский, В. Г. Грановский. – М. : Высш. шк., 1985. – 304 с.

24. Справочник конструктора-инструментальщика / Г. В. Боровский [и др.]; под общ. ред. В. А. Гречишникова и С. В. Кирсанова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 2006. – 542 с.

25. GARANT Справочник по обработке резанием. Материалы и теоретические основы. – 842 с.

26. Артамонов, Е. В. Высокопроизводительные инструменты для обработки отверстий / Е. В. Артамонов, А. Ю. Свирид, М. О. Чернышов // Новые материалы, неразрушающий контроль и наукоемкие технологии в машиностроении : материалы VI науч.-техн. интернет-конф. с междунар. участием. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2012. – С. 25–29.

27. Формообразующие инструменты машиностроительных производств. Инструменты общего назначения : учеб. для студентов высш. учеб. заведений / В. А. Гречишников [и др.]. – Старый Оскол : THT, 2005. – 432 с.

28. Режущие инструменты : учеб. пособие / В. А. Гречишников [и др.]. – Старый Оскол : ТНТ, 2012. – 388 с.

29. Кожевников, Д. В. Режущий инструмент : учеб. для вузов / Д. В. Кожевников, В. А. Гречишников, С. В. Кирсанов. – М. : Машиностроение, 2004. – 512 с.

30. Филоненко, С. Н. Резание металлов / С. Н. Филоненко. – М. : МАШГИЗ, 1963. – 212 с.

31. Филиппов, Г. В. Режущий инструмент / Г. В. Филиппов. – Л. : Машиностроение, 1981. – 392 с.

32. Розенберг, Ю. А. Резание материалов : учеб. для техн. вузов / Ю. А. Розенберг – Курган : Полиграф. комбинат. – Зауралье, 2007. – 294 с.

33. Розенберг, Ю. А. Силы резания и методы их определения. Ч. 1. Общие положения : учеб. пособие / Ю. А. Розенберг, С. И. Тахман. – Курган : КМИ, 1995. – 128 с.

34. Розенберг, Ю. А. Силы резания и методы их определения. Ч. 2. Расчет сил резания при различных видах обработки : учеб. пособие / Ю. А. Розенберг, С. И. Тахман. – Курган : КМИ, 1995. – 104 с.

35. Виноградов, А. А. Физические основы процесса сверления труднообрабатываемых металлов твердосплавными сверлами / А. А. Виноградов. – Киев : Наукова думка, 1985. – 264 с.

36. Патент RU 129 479 C1.

37. Баканов, А. А. Повышение работоспособности сборных сверл со сменными многогранными пластинами при сверлении железнодорожных рельсов : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.07 / А. А. Баканов. – Томск, 2007 – 157 с.

38. Баканов, А. А. Методика проектирования сборных сверл со сменными многогранными пластинами / А. А. Баканов // Инженер. вестн. Дона. – 2013. – Т. 25, № 2 (25). – С. 63.

39. Баканов, А. А. Определение доли припуска, приходящегося на каждую пластину при обработке отверстий сборными сверлами с СМП / А. А. Баканов, А. А. Ласуков // Инновационные технологии и экономика в машиностроении : сб. тр. IV Междунар. науч.-практ. конф. с элементами науч. шк. для молодых ученых / Юрг. технол. ин-т. – Томск : Изд-во Том. политехн. ун-та, 2013. – 654 с.

40. Справочник инструментальщика / И. А. Ординарцев [и др.]; под общ. ред. И. А. Ординарцева. – Л. : Машиностроение, 1987. – 846 с.

41. Михайлов, М. И. Исследование геометрических параметров базовых граней сменных многогранных пластин / М. И. Михайлов, З. Я. Шабакаева // Материалы, технологии, инструмент. – 1996. – № 3. – С. 84–87.

42. Михайлов, М. И. Исследование контурных площадей касания базовых граней СМП с эталонной плоскостью / М. И. Михайлов, А. А. Карпов // Вклад вузовской науки в развитие приоритетных направлений производственно-хозяйственной деятельности, разработку экономических и экологически чистых технологий и прогрессивных методов обучения : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 24 нояб. 2000 г. / Белорус. нац. техн. ун-т. – Минск, 2000. – С. 92.

43. Primus, J. F. Spezifische Beanspruchungen in den Kontaktsonen von Drehwerksenden und ihr Einfluss auf Spanbildung und Verschleiss / J. F. Primus // Industrie Anzeiger. – 1970. –  $N_{2}$  24. – S. 17–21.

44. Базров, Б. М. Расчет точности машин на ЭВМ / Б. М. Базров. – М. : Машиностроение, 1984. – 256 с.

45. Михайлов, М. И. Математическая модель точности сборного инструмента / М. И. Михайлов // Новые технологии в машиностроении и вычислительной технике. – Брест : БПИ, 1998. – С. 111–116.

46. Аваков, А. А. Физические основы теории стойкости режущих инструментов. / А. А. Аваков. – М. : Машгиз, 1960. – 308 с.

47. Бетанели, А. И. Прочность и надежность режущих инструментов / А. И. Бетанели – Тбилиси : Сабчота Сакартвело, 1973. – 301 с.

48. Зорев, Н. Н. Вопросы механики резания металлов / Н. Н. Зорев. – М. : Машгиз, 1956. – 367 с.

49. Лоладзе, Т. Е. Прочность и износостойкость инструмента / Т. Е. Лоладзе. – М. : Машиностроение, 1982. – 320 с.

50. Резников, А. Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов / А. Н. Резников. – М. : Машиностроение, 1981. – 279 с.

51. Григорьев, С. Н. Методы повышения стойкости режущего инструмента / С. Н. Григорьев. – М. : Машиностроение, 2011. – 368 с.

52. Полетика, М. Ф. Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента / М. Ф. Полетика. – М. : Машиностроение, 1969. – 150 с.

53. Утешев, М. Х. Некоторые результаты исследования напряженного состояния режущей части инструмента при помощи лазера / М. Х. Утешев, В. А. Сенюков // Прочность режущего инструмента : материалы 2-го семинара по прочности. – М. : ВНИИ, 1969.

54. Т-Flex Анализ : пособие по работе с системой. – М. : Топ системы, 2009. – 161 с.

55. Гузеев, В. И. Режимы резания для токарных и сверлильнофрезернорасточных станков с числовым программным управлением : справочник / В. И. Гузеев, В. А. Батуев, И. В. Сурков. – М. : Машиностроение, 2007. – 368 с.

56. Писаренко, Г. С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев. – К. : Наукова думка, 1976. – 416 с.

57. Креймер, Г. С. Прочность твердых сплавов / Г. С. Креймер. – М. : Металлургия, 1971. – 248 с.

58. Кущ, В.И. Структурно-статистическая модель твердого сплава с повреждениями / В.И. Кущ, С.Б. Полотняк // Сверхтвердые материалы. – Киев : Ин-т сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины, 2009. – № 3. – С. 44–58.

59. Повышение работоспособности сменных режущих пластин сборных инструментов. / Е. В. Артамонов [и др.] // СТИН. – 2014. – № 7. – С. 19–21.

60. Михайлов, М. И. Влияние конструктивных параметров сборного сверла на его статические показатели / М. И. Михайлов, А. Г. Климковецкий // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2019. – № 2. – С. 13–20.

61. Чернявский, П. М. Основы проектирования точных станков. Теория и расчет : учеб. пособие / П. М. Чернявский. – М. : КНОРУС, 2013. – 240 с.

62. Левина, З. М. Контактная жесткость машин / З. М. Левина, Д. Н. Решетов. – М. : Машиностроение, 1971. – 238 с.

63. Рыжов, А. В. Контактная жесткость деталей машин / А. В. Рыжов. – М. : Машиностроение, 1966. – 348 с.

64. Украженко, К. А. Методика определения и оценки контактной жесткости соединений с двойным базированием типа «конус – плоскость» / К. А. Украженко // Вестн. Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Машиностроение. – 2006. – № 1. – С. 73–82.

65. Васин, С. А. Динамические параметры цилиндрических заготовок при точении / С. А. Васин, А. А. Кошелева. – М. : Машиностроение, 2008. – 176 с.

66. Кошелева, А. А. Моделирование свободных колебаний заготовки / А. А. Кошелева // Изв. ТулГУ. Сер. «Технологическая системотехника». – 2006. – № 11. – С. 13–17.

67. Кошелева, А. А. Демпфирование колебаний в подсистеме «заготовка – шпиндельный узел» / А. А. Кошелева // Изв. ТулГУ. Сер. «Технологическая системотехника». – 2006. – № 12. – С. 41–48.

68. Кедров, С. С. Колебания металлорежущих станков / С. С. Кедров. – М. : Машиностроение, 1978. – 199 с.

69. Ананьев, И. В. Расчет колебаний балок в некоторых особых случаях нагружения // Тр. ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. – М., 1972. – Вып. 1418. – 41 с.

70. Вейц, В. Л. Вынужденные колебания в металлорежущих станках / В. Л. Вейц, В. К. Дондошанский, В. И. Чиряев. – М. : Маш-гиз, 1959. – 288 с.

71. Жарков, И. Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И. Г. Жарков. – Л. : Машиностроение, 1986. – 179 с.

72. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. – Л. : Машиностроение, 1977. – 192 с.

73. Хитрик, В. Э. Спектральные характеристики металлорежущих станков в процессе резания / В. Э. Хитрик, Н. Л. Петрашина, Т. А. Сидачев // Вибротехника. – 1986. – № 3 (51). – С. 123–129.

74. Нашиф, А. Демпфирование колебаний / А. Нашиф, Д. Джоунс, Дж. Хендерсон. – М. : Мир, 1988. – 314 с.

75. Обморшев, А. Н. Введение в теорию колебаний / А. Н. Обморшев. – М. : Наука, 1965. – 276 с.

76. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле : пер. с англ. / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Унвер. – М. : Машиностроение, 1985. – 472 с.

77. Глазер, Н. Разработка борштанг с активным управлением при помощи гидравлических камер / Н. Глазер // Конструирование и технология машиностроения. – 1979. – № 3. – С. 210–213.

78. Выбор конструкции и эксплуатации резцов с механическим креплением твердосплавных пластин / А. Д. Локтев [и др.] // Станки и инструмент. – 1985. – № 12. – С. 11–13.

79. Шустиков, А. Д. Анализ качества сборных проходных резцов (обзор) / А. Д. Шустиков. – М. : НИИМАШ, 1981. – 40 с.

80. Федоров, В. Л. Влияние жесткости, частоты и амплитуды колебаний инструмента на его стойкость / В. Л. Федоров, А. Д. Шустиков // Станки и инструмент. – 1979. – № 6. – С. 18–19.

81. Курант, Р. Методы математической физики : в 2 т. Т. 1 / Р. Курант, Д. Гильберт. – М.–Л. : Гостехиздат, 1951. – 360 с.

82. Старовойтов, Э. И. Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2001. – 344 с.

83. Толоконников, Л. А. Механика деформируемого твердого тела / Л. А. Толоконников. – М. : Высш. шк., 1979. – 318 с.

84. Рихтмайер, Р. Разностные методы решения краевых задач : пер. с англ. / Р. Рихтмайер, К. Мортон. – М. : Мир, 1972. – 418 с.

85. Кончаков, Н. И. Численное исследование статики и динамики тонких анизотропных оболочек / Н. И. Кончаков, Б. А. Куранов // Расчеты на прочность : сб. науч. ст. – М. : Машиностроение, 1998. – С. 172–182.

86. Васин, С. А. Прогнозирование виброустойчивости инструмента при точении и фрезеровании / С. А. Васин. – М. : Машиностроение, 2006. – 384 с.

87. Светлицкий, В. А. Статистическая механика и теория надежности / В. А. Светлицкий. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 504 с.

88. Лищинский, Л. Ю. Структурный и параметрический синтез гибких производственных систем / Л. Ю. Лищинский. – М. : Машиностроение, 1990. – 312 с.

89. Кузнецов, М. М. Проектирование автоматизированного производственного оборудования / М. М. Кузнецов, Б. А. Усов, В. С. Стародубов. – М. : Машиностроение, 1987. – 288 с.

90. Шведенко, В. Н. Теоретический расчет закона распределения стойкости резцов при точении / В. Н. Шведенко // Вестн. машиностроения. – 1989. – № 10. – С. 49–51.

91. Нодельман, М. О. Идентификация периодичности смены режущего инструмента / М. О. Нодельман // Вестн. машиностроения. – 1989. – № 7. – С. 46–48.

92. Зайцев, В. П. Оптимизация состава комплекта инструментов для обработки деталей на ГПМ / В. П. Зайцев, А. С. Кракиновский, С. М. Позин // Станки и инструмент. – 1990. – № 6. – С. 11–12.

93. Эстерзон, М. А. Технология обработки на станках с ЧПУ / М. А. Эстерзон, Т. М. Нахова // Стружка. – 2006. – № 3. – С. 12–16.

94. Михайлов, М. И. Расчет вместимости инструментального магазина многоцелевого станка / М. И. Михайлов // Машиностроение. – 1990. – Вып. 15. – С. 122–124.

95. Михайлов, М. И. Повышение прочности сборного режущего инструмента / М. И. Михайлов ; под ред. П. И. Ящерицына. – Минск : Навука і тэхніка, 1993. – 174 с.

96. Михайлов, М. И. Структурная оптимизация надежности системы инструментообеспечения по критериям риска и наработки на отказ / М. И. Михайлов // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2012. – № 4. – С. 20–28.

97. Устройство для механической обработки : а. с. 1553284 СССР, МКИ 5 В 23 В 51/06 / М. И. Михайлов. – Опубл. 15.03.1990.

98. Чернавский, Ф. Г. Современные тенденции развития конструкций сборных резцов с неперетачиваемыми пластинками (обзор) / Ф. Г. Чернавский. – М. : НИИмаш, 1983. – 56 с.

99. Михайлов, М. И. Моделирование надежности сборного осевого инструмента с резервированием / М. И. Михайлов // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2018. – № 4. – С. 3–9.

100. Воронцов, Л. Н. Приборы автоматического контроля размеров в машиностроении / Л. Н. Воронцов, С. Ф. Корндорф. – М. : Машиностроение, 1988. – 280 с.

101. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности: Основные характеристики надежности и их статистический анализ / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М. : Либроком, 2013. – 584 с.

102. Сборное сверло : пат. 20039 Респ. Беларусь, МПК В 23В 51/00 (2006.01) / М. И. Михайлов. – Опубл. 30.04.2014.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1

Таблица П.1.1

# Значения удельных нагрузок k<sub>c</sub> для определения главной составляющий силы резания P<sub>z</sub> по данным фирмы Garant

	Пистоя		Материал				Удель 0	ные н от тол	іагруз щинь	вки <i>k<sub>c</sub> 1 среза</i>	, Н/мм аемог	1 <sup>2</sup> , в за 0 слоя	ависи 1 <i>h</i> , ми	мости И	I
г руппа обра- батываемых материалов	прочности, Н/мм <sup>2</sup>	Обозначение ГОСТ (ближайший аналог)	Обозначение DIN	<i>k</i> <sub>c1.1</sub> , Н/мм <sup>2</sup>	т	0,05	0,06	0,1	0,16	0,3	0,4	0,5	0,8	1,6	2,5
Конструкцион-	До 500	Ст2, Ст3	St 37-2	1780	0,17	2962	2872	2633	2431	2253	2080	2003	1849	1643	1523
ная сталь	500-850	Ст5	St 50-2	1990	0,26	4336	4136	3621	3205	2854	2525	2383	2109	1761	1568
		Стб	St 60-2	2110	0,17	3511	3404	3121	2881	2671	2466	2374	2192	1948	1806
		C375	St 70-2	2260	0,30	5552	5256	4509	3916	3426	2975	2782	2416	1963	1717
Автоматная сталь	До 500	AC14	9SMnPb28	1200	0,18	1997	1844	1775	1639	1473	1402	1350	1246	1108	1027
Нелегированная	До 700	20	C 22	1800	0,16	2907	2823	2602	2413	2247	2084	2011	1865	1670	1555
улучшенная		35	C 35	1516	0,27	3404	3240	2823	2486	2204	1942	1828	1610	1335	1184
сталь	700–850	45	C 45	1680	0,26	3661	5491	3057	2705	2409	2132	2012	1780	1487	1324
	850-1000	60	Ck 60	2130	0,18	3652	5534	3224	2962	2734	2512	2413	2217	1957	1806
Легированная	1000-1200	20XM, 30XM	25CrMo4	2070	0,25	4378	4182	3681	3273	2927	2603	2462	2189	1841	1646
улучшенная сталь		40XH2MA,	42CrMo4	2500	0,26	5448	5195	4549	4026	3585	3173	2994	2649	2212	1970
01001D		σδλινί, σσλινί													

Продолжение табл. П.1.1

<b>F</b>	Π		Материал				Удель 0	ные н от тол	нагруз щинь	вки <i>k<sub>c</sub> 1 среза</i>	, Н/мм аемог	и <sup>2</sup> , в за 0 слоя	ависи 1 <i>h</i> , ми	мости И	1
1 руппа оора- батываемых материалов	предел прочности, Н/мм <sup>2</sup>	Обозначение ГОСТ (ближайший аналог)	Обозначение DIN	k <sub>c1.1</sub> , Н/мм <sup>2</sup>	т	0,05	0,06	0,1	0,16	0,3	0,4	0,5	0,8	1,6	2,5
Нелегированная цементируемая сталь	До 750	15	C 15	1820	0,22	351S	3380	3020	2724	2469	2226	2120	1912	1641	1488
Легированная цементируемая	До 1000	12XH2, 12XH2A	15CrNi6	1380	0,30	3390	2944	2753	2391	1980	1817	1699	1476	1199	1048
сталь		18XГ	16MnCr5	2100	0.26	1576	4364	3821	3382	ЗОИ	2665	2515	2225	1858	1655
	Более 1000	18ХГТ	20MnCr5	2140	0,25	4526	4324	3806	3384	3026	2691	2545	2263	1903	1702
		15XM	15CrMo5	2290	0,17	3311	3694	3387	3127	2899	2676	2576	2379	2114	1960
Азотируемая сталь	До 1000	_	34CrAlMo5	1740	0,26	3792	3616	3166	2802	2495	2203	2084	1844	1540	1371
Инструменталь-	До 850	_	C45W	1680	0,26	3661	3491	3057	2705	2409	2132	2012	1780	1487	1324
ная сталь	850-1100	IIIX15	100Cr6	1410	0,39	4535	3776	3461	2881	2255	2016	1848	1538	1174	936
		—	40CrMnMoS8-6i	1800	0.27	4042	3847	3352	2952	2617	2305	2170	1912	1585	1405
	1100-1400	9Г2Ф	90MnCrV	2300	0.21	4315	4153	3730	3330	3077	2788	2660	2410	2034	1897
		X12	Х210Сг12	I820	0,26	3966	3782	3312	3931	2610	2310	2179	1929	1611	1434
Пружинная	До 1200	38C2A	38Si7	1800	0,27	4042	3347	3352	2952	2617	2305	2170	1912	1585	1405
сталь		50ΧΓΦΑ	50CrV4	2220	0,26	4925	4697	4113	3639	3241	286S	2706	2395	2000	1781
Нержавеющая сернистая сталь	До 700	_	X14CrMoSl7	1820	0,26	3966	3782	3312	2931	2610	2310	2179	1929	1611	1434

Продолжение табл. П.1.1

	п		Материал				Удель 0	ные н от тол	іагруз щинь	зки <i>k<sub>c</sub></i> 1 срез	, Н/мм аемог	м <sup>2</sup> , в з ю слоя	ависи 1 <i>h</i> , ми	мости И	1
батываемых материалов	Предел прочности, Н/мм <sup>2</sup>	Обозначение ГОСТ (ближайший аналог)	Обозначение DIN	$k_{c1.1}, H/mm^2$	т	0,05	0,06	0,1	0,16	0,3	0,4	0,5	0,8	1,6	2,5
Нержавеющая	До 700	08X18H10	X5CrNi18 10	2350	0,21	4403	4243	3811	3453	3144	2849	2718	2463	2129	1939
аустеничная		08X16H11M3	X5CrNiMol7122	2600	0,19	4594	4437	4027	3683	3383	3094	2966	2713	2373	2185
сталь	До 850	40X13	X46Cr13	1320	0,26	3966	3732	3312	2931	2610	2310	2179	1929	1611	1434
Нержавеющая	До 1100	30X13	Х30Сг13	1320	0,26	3966	3732	3312	2931	2610	2310	2179	1929	1611	1434
сталь мартенсит- ная/ферритная		ХН77ТЮР	NiCr20TiAl	2088	0.29	4973	4721	4071	3553	3121	2724	2553	2228	1822	1601
Чугун (СЧ)	До 180 НВ	СЧ20	GG 20	1020	0,25	2157	2061	1814	1613	1442	1283	1213	1079	907	811
	Более 180 НВ	СЧ40	GG40	1470	0,26	3203	3055	2675	2367	2108	1865	1760	1553	1301	1158
Чугун (ВЧ, КЧ)	От 180 НВ	ВЧ-40	ВЧ-40	1003	0,25	2125	2031	1787	1589	1421	1264	1195	1063	894	799
		_	GTW-40	2060	0,19	3640	3516	3191	2918	2681	2452	2350	2149	1884	1731
	До 260 НВ	ВЧ-8О	ВЧ-80	1132	0.44	4230	3904	3118	2535	2083	1694	1536	1249	921	756
		_	GTS-65	1 I8O	0,24	2422	231S	2051	1832	1646	1470	1394	1245	1054	947
Титан, титано- вые сплавы	850-1200	_	TiAl6V4	1370	0,21	2570	2378	2222	2013	1764	1661	1585	1436	1241	1130
Алюминий	До 350	Д16	AlCuMgl	830	0.23	1653	1 585	1410	552	1095	1025	973	874	745	672
длинностружеч- ный. Деформи- руемые сплавы на основе алю-			MgAISZn	390	0,19	689	666	604	1189	490	464	445	407	357	328
миния, магний					1	1		1		1	1				

#### Окончание табл. П.1.1

Группа обра- батываемых материалов	Продод	Материал							Удельные нагрузки k <sub>c</sub> , H/мм <sup>2</sup> , в зависимости от толщины срезаемого слоя h, мм									
	прочности, Н/мм <sup>2</sup>	Обозначение ГОСТ (ближайший аналог)	Обозначение DIN	<i>k</i> <sub>c1.1</sub> , Н/мм <sup>2</sup>	т	0,05	0,06	0,1	0,16	0,3	0,4	0,5	0,8	1,6	2,5			
Алюминий ко- роткостружеч- ный	_	AMr3	AlMg3	730	0,23	1554	1490	1325	1265	1073	963	915	321	700	632			
Алюминиевые сплавы с содер- жанием серы > 10 %	-	AK12	G-A1Si12	830	0,23	1653	1585	1410	1265	1 142	1025	973	S74	745	672			
Латунь, корот- костружечная	До 600	ЛС59-3	CuZn39Pb2	730	0,13	1337	1294	1181	1035	1001	920	834	312	717	661			
Бронза, корот- костружечная	<u>До</u> 600	БрОЦСб-б-3	CuSn7ZiiPb	640	0,25	1353	1293	1138	1012	905	805	761	677	569	509			

237

Группа обрабатываемых материалов	Мате	Материал		Показатель степени <i>м</i>	k <sub>f1.1</sub> , Н/мм <sup>2</sup>	Показатель степени <i>m<sub>f</sub></i>	k <sub>р1.1</sub> , Н/мм <sup>2</sup>	Показатель степени <i>m<sub>p</sub></i>		
Конструкционная	Ст5	St 50-2	1990	0,26	351	0,70	271	0,49		
сталь	C375	St 70-2	2260	0,30	364	0,62	311	0,49		
Нелегированная	15	C15	1820	0,22	333	0,8	260	0,8		
сталь	35	C35	1516	0,27	321	0,8	259	0,54		
	45	Ck 45	2220	0,14	343	0,68	263	0,48		
	60	Ck 60	2130	0,18	347	0,71	250	0,41		
Легированная	40XH2MA,	42CrMo4	2500	0,26	334	0,67	271	0,48		
сталь	38XM, 35XM									
	18XГ	16MnCr5	2100	0,26	391	0,7	324	0,46		
	18XГТ	20MnCr5	2140	0,25	337	0,68	246	0,52		
	ШХ15	100Cr6	1410	0,39	318	0,86	326	0,53		
	5XHM	55NiCrMoV6	1595	0,21	269	0,79	198	0,66		
	50ΧΓΦΑ	50CrV4	2220	0,26	317	0,77	315	0,39		
	10X17H13	X10CrNiMo	2550	0,18	181	0,74	173	0,59		
	M2T	Nb18-10								
Чугун	СЧ20	GG20	GG 20	0,25	240	0,7	178	0,46		
	СЧ30	GG30	GG 40	0,26	170	0,91	164	0,7		
	ВЧ-60	ВЧ-60	1480	0,17	290	0,76	240	0,43		

Значения удельных нагрузок  $k_c$ ,  $k_f$ ,  $k_p$  для определения сил резания  $P_z$ ,  $P_x$ ,  $P_y$  по данным фирмы Garant

#### Характер и причины отказа твердосплавных сверл разных видов (по данным фирмы «Sandvik Coromant»)

#### Сверла со сменными пластинами

#### • Износ по задней поверхности



Износ по задней поверхности является предпочтительным видом износа при условии, что он происходит равномерно.

Износ по задней поверхности вызывает: снижение качества обработанной поверхности; выход размеров за пределы допусков; повышение потребляемой мощности.

*Причины*: чрезмерно высокая скорость резания (v<sub>c</sub>); недостаточная износостойкость сплава.

Способы устранения: снизить скорость резания (v<sub>c</sub>); выбрать более износостойкий сплав.

#### • Лункообразование



Центральная пластина



Лункообразование может вызвать: ослабление режущей кромки, которое может привести к ее поломке или неудовлетворительному стружкообразованию; снижение качества обработанной поверхности; повышение потребляемой мощности.

*Причины*: центральная пластина – абразивный износ (обрабатываемый материал); периферийная пластина – диффузионный износ, вызванный высокой температурой (особенно при покрытии PVD). Способы устранения: центральная пластина: – снизить подачу; периферийная пластина – снизить скорость резания; выбрать более износостойкий сплав (обычно MT-CVD).

Общая рекомендация: выбрать геометрию с более острыми углами для улучшения формирования стружки.

• Пластическая деформация



Проседание

Поднятие

Проседание и поднятие режущей кромки может привести к ухудшению контроля над образованием стружки, снижению качества обработанной поверхности и выходу размеров отверстия за пределы допусков.

*Причины*: слишком высокие температура и давление в зоне резания (высокая подача и (или) поверхностное упрочнение заготовки); результат износа по задней поверхности и (или) лункообразования.

Способы устранения: выбрать сплав с большей стойкостью к пластической деформации; снизить скорость резания ( $v_c$ ); снизить подачу (S).

• Выкрашивание



Выкрашивание режущей кромки может вызвать: чрезмерный износ по задней поверхности; ухудшение качества обработанной поверхности.

*Причины*: нестабильные условия; криволинейная поверхность; недостаточная твердость сплава; нерациональная геометрия пластин; недостаточный объем СОЖ; включения песка в обрабатываемом материале (чугун).

Способы устранения: повысить жесткость (уменьшить вылет сверла, надежней закрепить заготовку); снизить подачу на входе; выбрать более надежную геометрию пластин; выбрать более прочный сплав; выбрать более прочную геометрию пластин; повысить расход СОЖ.

• Поломка режущей кромки



Поломка может привести к таким последствиям, как поломка инструмента и разрушение заготовки.

Причины: недостаточная жесткость; прерывистое резание; недостаточный объем СОЖ; чрезмерно высокая подача или чрезмерно высокая (низкая) скорость резания; очень хрупкий сплав (периферийной пластины); изношенные пластины.

Способы устранения: повысить жесткость (уменьшить вылет сверла, надежней закрепить заготовку); снизить подачу, выбрать более надежную геометрию (-GR или -GT); увеличить расход СОЖ; скорректировать режимы резания; выбрать более прочный сплав; определить срок безопасной службы периферийной пластины.

#### • Наростообразование



Нарост на режущей кромке может вызвать: ухудшение качества обработанной поверхности и появление сколов на кромке при откалывании нароста; выкрашивание режущей кромки.

*Причины*: неудовлетворительная температура (из-за скорости резания); отрицательная геометрия режущих кромок; вязкий обрабатываемый материал; очень низкая концентрация масла в СОЖ.

Способы устранения: повышение (снижение) скорости резания; выбрать сплав с покрытием; выбрать геометрию пластин с положительными задними углами; повысить концентрацию масла в СОЖ и расход (давление) СОЖ. Научное издание

Михайлов Михаил Иванович

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СБОРНЫХ СВЕРЛ

# Монография

Ответственный за выпуск Н. Г. Мансурова

РедакторА. В. ВласовКомпьютерная версткаН. Б. Козловская

Подписано в печать 07.05.20.

Формат 60х84/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Ризография. Усл. печ. л. 14,18. Уч.-изд. л. 13,76. Тираж 100 экз. Заказ № 252/42.

Издатель и полиграфическое исполнение Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого. Свидетельство о гос. регистрации в качестве издателя печатных изданий за № 1/273 от 04.04.2014 г. 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48