

УДК 621.314

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОФАЗНОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ С СИСТЕМОЙ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ. ЧАСТЬ 1

**С. В. ПАНТЕЛЕЕВ, А. Н. МАЛАШИН**

*Учреждение образования «Военная академия  
Республики Беларусь», г. Минск*

*Возможность работы многофазной электрической машины в полигармоническом режиме является одним из преимуществ перед трехфазной электрической машиной. Обеспечение функционирования электрической машины в полигармоническом режиме работы позволит улучшить ее массогабаритные и энергетические показатели. При этом для получения максимальной активной мощности электрической машины необходимо решить задачу согласования во временной области полигармонической ЭДС и тока.*

*Особенности совместного функционирования многофазной электрической машины и полупроводникового преобразователя электрической энергии обуславливают особый подход к синтезу системы управления. Для синтеза системы управления многофазным полупроводниковым преобразователем электрической энергии разработана его математическая модель, которая учитывает перераспределение электромагнитной энергии по отдельным пространственным гармоническим составляющим в зависимости от числа фаз источника электрической энергии. Разработанная математическая модель позволит реализовать способ независимого управления пространственными гармоническими составляющими входного тока полупроводникового преобразователя.*

*Результаты математического моделирования показали, что разработанная математическая модель позволяет корректно исследовать электромагнитные процессы в многофазных полупроводниковых преобразователях электрической энергии и может являться основой для разработки системы векторного управления током в цепи электрической машины.*

**Ключевые слова:** многофазный преобразователь, электромагнитные процессы, математическая модель, векторное управление, полигармонический ток, преобразование координат, пространственный вектор, перераспределение электромагнитной энергии, управление током.

## MATHEMATICAL MODEL DEVELOPMENT OF A POLYPHASE SEMICONDUCTOR CONVERTER OF ELECTRIC POWER WITH A VECTOR CONTROL SYSTEM. PART 1

**S. V. PANTELEYEV, A. N. MALASHIN**

*Educational Institution "Military Academy of the Republic  
of Belarus", Minsk*

*The polyphase electric machine ability to operate in polyharmonic mode is one of its advantages over a three-phase electric machine. Ensuring the electric machine operation in a polyharmonic mode will improve its weight-size and energy parameters. At the same time, in order to obtain the maximum active power of an electric machine, it is necessary to solve the matching problem of polyharmonic EMF and current in the time domain.*

*The distinctive features of joint operation of a polyphase electric machine and a semiconductor converter of electric power determine a special approach to the control system synthesis. To synthesize the control system for a polyphase semiconductor converter of electric power, its mathematical model has been developed. It applies the electromagnetic energy redistribution over individual spatial harmonic components depending on the phase number of an electric power source. The developed mathematical model will make it possible to implement a method for independent control of the input current spatial harmonic components of a semiconductor converter.*

*The mathematical modeling results have shown that the developed mathematical model allows proper electromagnetic process study in polyphase semiconductor converters of electric power and can be the basis for the current vector control system development in the electric machine circuit.*

**Keywords:** polyphase converter, electromagnetic processes, mathematical model, vector control, polyharmonic current, change of coordinates, spatial vector, electromagnetic energy redistribution, current control.

### **Введение**

При функционировании многофазной ( $m > 3$ ) электрической машины с полигармонической ЭДС и полупроводникового преобразователя электрической энергии (ППЭЭ) в автономной системе электроснабжения особую сложность вызывает решение задачи согласования во временной области ЭДС и тока для получения максимальной активной мощности электрической машины [1]–[5].

Особенности многофазной электрической машины как объекта управления, в частности, увеличение числа фазных электромагнитных переменных и специфическое перераспределение электромагнитной энергии по отдельным пространственным гармоническим, обуславливают особый подход к синтезу системы управления многофазным ППЭЭ и приводят к необходимости разработки специальных принципов управления и структуры системы регулирования ППЭЭ [6], [7]. Последние обеспечивают наиболее полную реализацию собственных преимуществ многофазной электрической машины в целях общего улучшения массогабаритных и энергетических показателей системы электроснабжения.

Наиболее распространенным способом управления в многофазных двунаправленных ППЭЭ является система векторного регулирования с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), в которой ориентация вектора входного тока осуществляется по вектору входного напряжения (или ЭДС электрической машины) [8]–[10]. Однако в таких системах управления ППЭЭ не решена задача сопряжения полигармонической ЭДС и тока первичного источника электрической энергии [10], [11].

Для разработки системы векторного управления многофазным полупроводниковым преобразователем электрической энергии, которая обеспечит формирование в каждой из фаз полигармонических токов, синфазных с питающим ППЭЭ напряжением, необходимо: разработать его математическую модель; на основе математической модели разработать способ управления вектором входного тока ППЭЭ; разработать алгоритм пространственно-векторной модуляции многофазного ППЭЭ для реализации управляющих воздействий.

В первой части цикла статей приведены результаты разработки математической модели ППЭЭ, которая учитывает перераспределение электромагнитной энергии по отдельным пространственным гармоническим составляющим в зависимости от числа фаз источника электрической энергии и позволит исследовать проходящие в преобразователе электромагнитные процессы.

Целью настоящего исследования является разработка математической модели многофазного полупроводникового преобразователя электрической энергии в целях реализации способа управления током в цепи электрической машины для формирования в каждой из фаз полигармонических токов синфазных с ЭДС холостого хода электрической машины.

### **Математическая модель многофазного полупроводникового преобразователя электрической энергии как объекта управления**

На рис. 1 представлена функциональная схема  $m$ -фазного полупроводникового преобразователя электрической энергии, который состоит из мостового полупроводникового коммутатора (ПК), буферных реакторов (БР) и буферного сглаживающего конденсатора на выходе полупроводникового преобразователя. Полупроводниковый

коммутатор выполнен на полностью управляемых ключах. Ключи обладают двухсторонней проводимостью тока при подаче включающего сигнала управления, который формируется блоком управления. При разработке математической модели ППЭЭ принято допущение о том, что нагрузка имеет линейный характер, что вполне корректно при достаточной емкости буферного сглаживающего конденсатора.

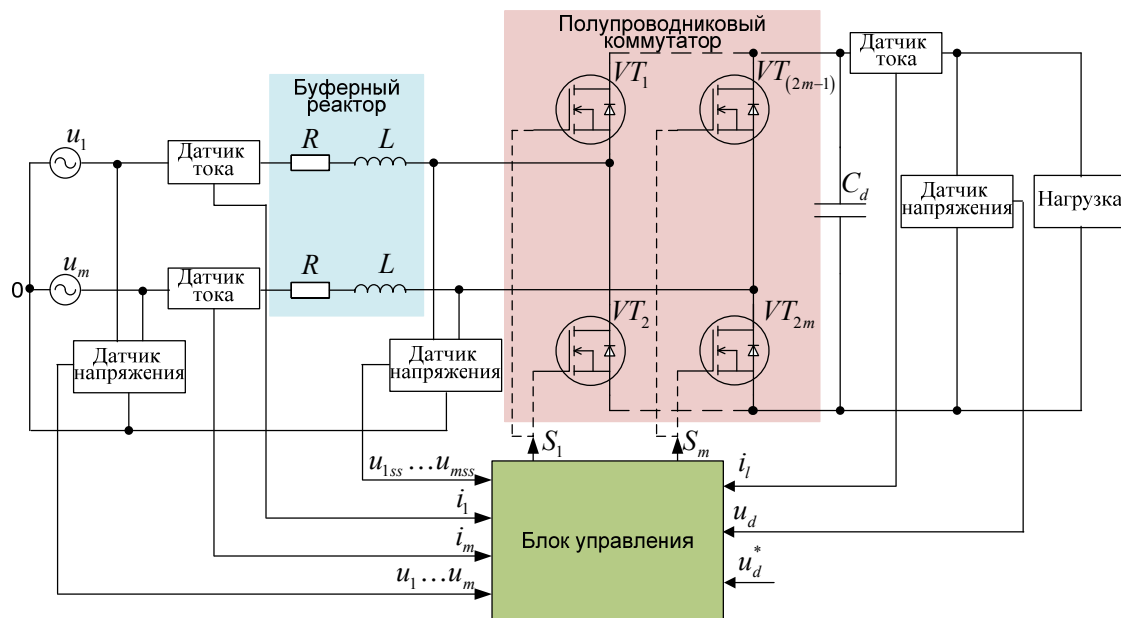


Рис. 1. Функциональная схема  $m$ -фазного полупроводникового преобразователя электрической энергии

Для описания электромагнитных процессов в преобразователе введены алгебраические векторы-столбцы, составленные из мгновенных значений фазных сетевых напряжений и токов, а также напряжений на силовом входе ПК:

$$\begin{aligned}\bar{U}_f &= [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_m]^T; \\ \bar{I}_f &= [i_1 \quad i_2 \quad \dots \quad i_m]^T; \\ \bar{U}_{fss} &= [u_{1ss} \quad u_{2ss} \quad \dots \quad u_{mss}]^T.\end{aligned}\quad (1)$$

С учетом допущений о том, что алгоритм управления не допускает одновременного включения и отключения двух ключей в фазе коммутатора и коммутация происходит мгновенно, состояние ключей каждой из фаз ПК будем описывать дискретной коммутационной переменной  $s_{ji}$ , значения которой определяются следующим образом:

$$s_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если замкнут верхний ключ в фазе;} \\ -1, & \text{если замкнут нижний ключ в фазе.} \end{cases}\quad (2)$$

Здесь  $j = 1, 2, \dots, m$  – индекс фазы ПК;  $i = 0 \dots (N-1)$  – номер комбинации состояний ключей ПК;  $N$  – общее число допустимых комбинаций состояний ключей ПК. Каждая допустимая комбинация состояний ключей ПК характеризуется вектором-столбцом:

$$\bar{S}_{f_i} = [s_{1i} \quad s_{2i} \quad \dots \quad s_{mi}]^T. \quad (3)$$

Все допустимые комбинации состояний ключей ПК могут быть описаны множеством состояний  $S_f = \{\bar{S}_{f_i}\}$ .

С целью упрощения анализа процессов в электромеханических преобразователях энергии переменного тока широко применяется метод преобразования координат. Широкое распространение при анализе процессов в управляемых полупроводниковых преобразователях переменного тока получила неподвижная декартова система координат  $\alpha_h \beta_h$ ,  $h = 1 \dots (m-1)/2$ . При этом взаимосвязь номера гармоники  $v$  входного напряжения (тока) ППЭЭ с номером  $h$  плоскости ортогональных координат  $\alpha_h \beta_h$  определяется выражениями [12]:

$$\begin{aligned} v &= 2mk \pm h, \quad k = 0, 1, 2, \dots \text{ при } h - \text{нечетном;} \\ v &= 2mk \pm (m-h), \quad k = 0, 1, 2, \dots \text{ при } h - \text{четном.} \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразование  $m$ -фазной системы координат в систему неподвижных декартовых координат называется преобразованием Кларка. Такое преобразование осуществляется из условия инвариантности мощности в исходных и преобразованных системах координат по формулам, приведенным ниже:

$$\bar{U} = T^{-1} \bar{U}_f; \quad \bar{I} = T^{-1} \bar{I}_f; \quad \bar{U}_{ss} = T^{-1} \bar{U}_{fss}; \quad \bar{S}_i = T^{-1} \bar{S}_{f_i}, \quad (5)$$

где  $T^{-1}$  – матрица преобразования координат [13].

Для корректного представления математической модели изменения мгновенных токов в  $m$ -фазном полупроводниковом преобразователе векторы-столбцы (1), (3) необходимо представить как систему векторов для каждой двумерной ортогональной неподвижной системы координат  $\alpha_h \beta_h$ . С учетом отсутствия нулевой последовательности в симметричных  $m$ -фазных системах векторы (5) для  $h$ -й системы координат примут вид:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= [u_{\alpha_1} \quad u_{\beta_1} \quad \dots \quad u_{\alpha_{(m-1)/2}} \quad u_{\beta_{(m-1)/2}}]^T \text{ или } \bar{U}_h = [u_{\alpha_h} \quad u_{\beta_h}]^T; \\ \bar{I} &= [i_{\alpha_1} \quad i_{\beta_1} \quad \dots \quad i_{\alpha_{(m-1)/2}} \quad i_{\beta_{(m-1)/2}}]^T \text{ или } \bar{I}_h = [i_{\alpha_h} \quad i_{\beta_h}]^T; \\ \bar{U}_{ss} &= [u_{\alpha_{1ss}} \quad u_{\beta_{1ss}} \quad \dots \quad u_{\alpha_{(m-1)/2ss}} \quad u_{\beta_{(m-1)/2ss}}]^T \text{ или } \bar{U}_{ssh} = [u_{ss\alpha_h} \quad u_{ss\beta_h}]^T; \\ \bar{S}_i &= [s_{\alpha_1} \quad s_{\beta_1} \quad \dots \quad s_{\alpha_{(m-1)/2}} \quad s_{\beta_{(m-1)/2}}]^T \text{ или } \bar{S}_{ih} = [s_{\alpha_h} \quad s_{\beta_h}]^T. \end{aligned} \quad (6)$$

С физической точки зрения напряжения на силовом входе ПК в цепи переменного тока формируются в результате инвертирования напряжения на конденсаторе  $C_d$  в цепи постоянного тока. Взаимосвязь между напряжением на силовом входе ПК и выпрямленным напряжением в фазных и преобразованных координатах выражается соотношениями:

$$\bar{U}_{fss_i} = \bar{\Phi}_{f_i} u_d; \quad \bar{U}_{ss,h} = \bar{\Phi}_{ih} u_d, \quad (7)$$

где  $u_d$  – выходное напряжение ППЭЭ;  $\bar{\Phi}_{f_i} = [\varphi_{1_i} \ \varphi_{2_i} \ \dots \ \varphi_{m_i}]^T$ ,  $\bar{\Phi}_{ih} = [\varphi_{\alpha_h} \ \varphi_{\beta_h}]^T$  – соответственно фазная и преобразованная дискретные коммутационные вектор-функции, связанные с состояниями ключей следующими соотношениями:

$$\bar{\Phi}_{f_i} = \frac{1}{2} M \bar{S}_{f_i}; \quad \bar{\Phi}_{ih} = \frac{1}{2} T^{-1} M T \bar{S}_{ih}, \quad (8)$$

где  $M = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} (m-1) & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & (m-1) & -1 & \dots & -1 \\ -1 & -1 & (m-1) & \dots & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & (m-1) \end{bmatrix}$  – матричная константа размерно-

стью  $m \times m$ .

Проведен анализ возможных состояний ключей ПК для случая, когда число фаз  $m = 9$ . Векторы напряжения полупроводникового коммутатора  $\bar{U}_{ss,h}$ , соответствующие всем возможным состояниям ключей, представлены на рис. 2 и называются базовыми. Рисунок 2, а соответствует трем пространственным векторам  $\bar{U}_{ss,1}$ ,  $\bar{U}_{ss,2}$ ,  $\bar{U}_{ss,4}$ , но с различной взаимосвязью между положением вектора и состоянием ключей ППЭЭ. Рисунок 2, б соответствует вектору напряжения  $\bar{U}_{ss,3}$ .

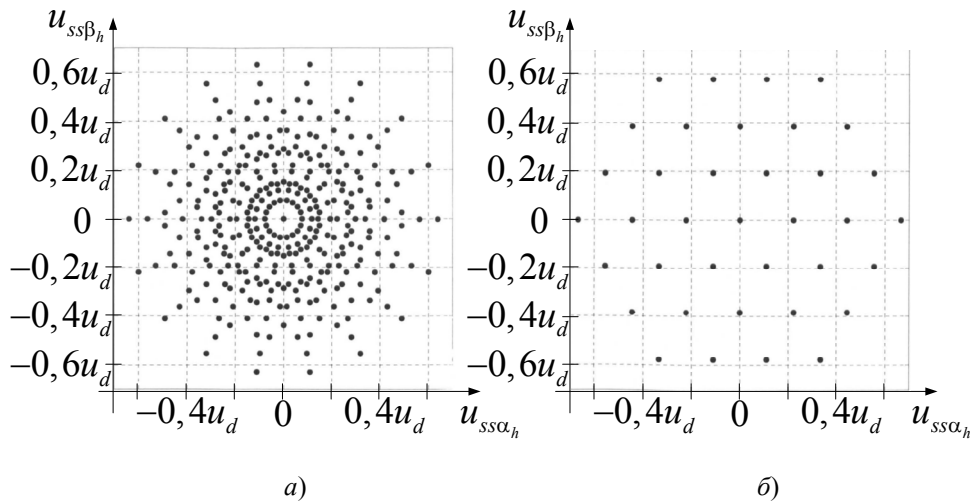


Рис. 2. Нормированные базовые векторы напряжения полупроводникового коммутатора: а – при  $h = 1, 2, 4$ ; б – при  $h = 3$

На основе проведенного анализа электромагнитных процессов ППЭЭ математическую модель многофазного ППЭЭ [14] при  $i$ -й комбинации состояния ключей для каждой двухмерной ортогональной неподвижной системы координат  $\alpha_h, \beta_h$  можно представить в виде системы уравнений в декартовых неподвижных системах координат следующим образом:

$$\bar{U}_{h_i} = \bar{U}_{ss,h} + R \bar{I}_{h_i} + L_h \frac{d\bar{I}_{h_i}}{dt}; \quad (9)$$

$$\bar{U}_{ss,h} = \bar{\Phi}_{ih} u_d; \quad (10)$$

$$\bar{\Phi}_{ih} = \frac{1}{2} T^{-1} M T \bar{S}_{ih}; \quad (11)$$

$$i_d = \frac{m}{2} \sum_{h=1}^{(m-1)/2} \bar{\Phi}_{ih} \bar{I}_{h_i}; \quad (12)$$

$$i_d = i_f + i_l; \quad (13)$$

$$i_f = C_d \frac{du_d}{dt}, \quad (14)$$

где  $i_d$  – выходной ток ППЭЭ;  $i_l$  – ток нагрузки ППЭЭ;  $i_f$  – ток в цепи емкостного фильтра  $C_d$ ;  $R$  и  $L_h$  – матрицы (размерностью  $m \times m$ ) активных сопротивлений и индуктивности БР.

В уравнении (9) матрицы активных сопротивлений и индуктивности БР для случая симметричной системы имеют вид:

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & r \end{bmatrix}; L_h = \begin{bmatrix} l_h & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_h & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & l_h \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Уравнение (12) получено из уравнения баланса активных мощностей на входе и выходе полупроводникового преобразователя электрической энергии с учетом допущения о том, что активные потери в полупроводниковом преобразователе намного меньше общей потребляемой им активной мощности [15]:

$$\sum_{h=1}^{(m-1)/2} (I_h^2 R) \ll \sum_{h=1}^{(m-1)/2} \left( \frac{m}{2} \operatorname{Re} \left[ \bar{U}_h \hat{I}_h \right] \right), \quad (16)$$

где  $\hat{\phantom{x}}$  – обозначение сопряженного значения вектора;  $I_h$  – модуль вектора входного тока  $h$ -й системы координат.

Условие (16) на практике выполняется для большинства режимов функционирования полупроводникового преобразователя электрической энергии.

### Результаты моделирования

Для проверки разработанных положений в среде *Matlab Simulink* предложена имитационная модель девятифазного полупроводникового преобразователя электрической энергии с системой векторного управления со следующими параметрами: источник полигармонического напряжения питания с действующим фазным напряжением  $u_m = 220$  В и частотой  $f = 60$  Гц; относительные значения амплитуд третьей  $C_3^u = 0,33$ , пятой  $C_4^u = 0,2$  и седьмой  $C_2^u = 0,15$  гармоник фазного напряжения (рассмотрен случай предельного содержания высших гармоник); заданное выходное напряжение ППЭЭ  $u_d^* = 800$  В; тактовая частота ШИМ  $f_t = 5$  кГц; номинальная выходная мощность ППЭЭ  $P_a = 200$  кВт; индуктивность реакторов фаз  $L = 0,45$  мГн; емкость выходного конденсатора  $C_d = 20$  мФ.

На рис. 3 показаны осциллограммы выходного тока и напряжения, иллюстрирующие включение преобразователя с нагрузкой  $P_a = 200$  кВт.

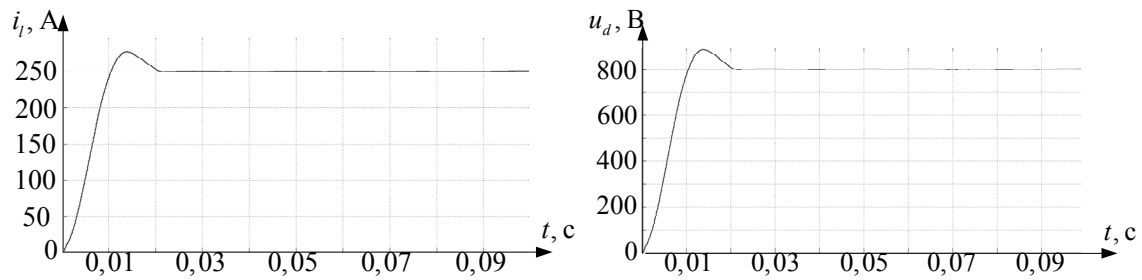


Рис. 3. Осциллограммы тока и напряжения на выходе полупроводникового преобразователя электрической энергии

Из рис. 3 видно, что применение в полупроводниковом преобразователе электрической энергии системы векторного управления, разработанной на основе математической модели (9)–(14), позволяет получить на выходе заданное значение постоянного напряжения при минимальных пульсациях постоянного тока.

На рис. 4 приведены осциллограммы входного фазного напряжения и тока ППЭЭ при заданной нагрузке, а также осциллограмма фазного напряжения, формируемого полупроводниковым коммутатором посредством алгоритма пространственно-векторной модуляции.

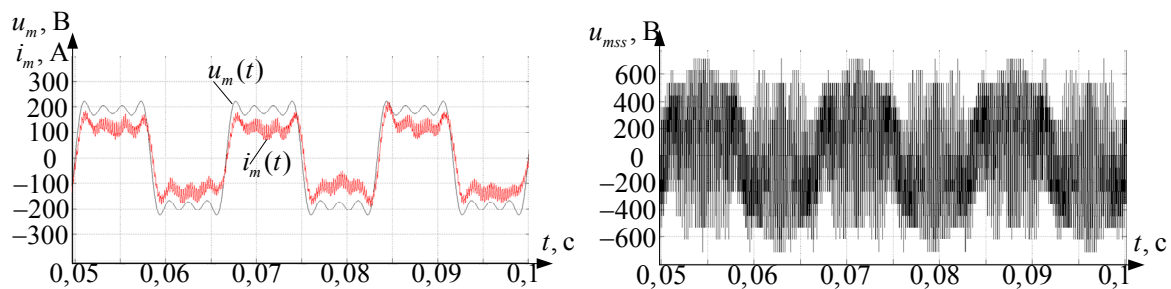


Рис. 4. Осциллограммы сигналов полупроводникового преобразователя электрической энергии в звене переменного тока

Из рис. 4 видно, что в фазе полупроводникового преобразователя формируется полигармонический ток, повторяющий по форме и фазе входное напряжение. При этом разработанная математическая модель (9)–(14) ППЭЭ позволяет реализовать в системе векторного управления схему инъекции высших гармоник тока для обеспечения полигармонического режима работы полупроводникового преобразователя.

Осциллограмма фазного напряжения полупроводникового коммутатора на рис. 4 представлена 17-уровневой формой сигнала ( $0, \pm u_d/9, \pm 2u_d/9, \dots, \pm 8u_d/9$ ) и образована путем реализации заданных значений  $h$  векторов напряжения полупроводникового коммутатора  $\bar{U}_{ssh}$  посредством алгоритма пространственно-векторной модуляции [16].

На рис. 5 приведены траектории движения векторов входного тока  $\bar{I}_h$  в установленном режиме работы ППЭЭ в соответствующих  $\alpha_h\beta_h$  системах координат.

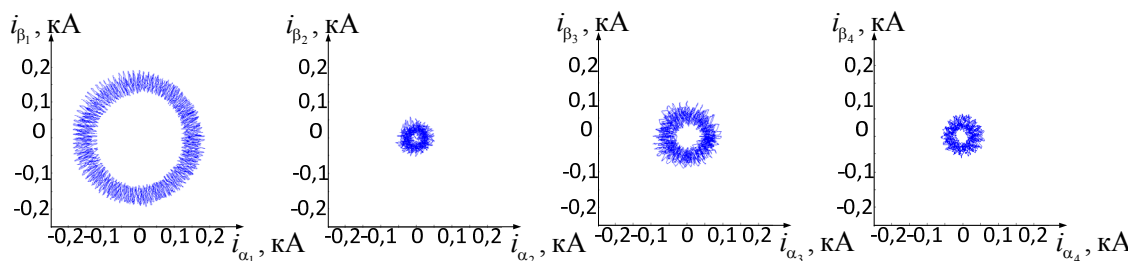


Рис. 5. Траектории движения пространственных векторов входного тока в установившемся режиме работы полупроводникового преобразователя электрической энергии

Рисунок 5 поясняет способ многоканального управления движением  $h$  векторов тока ППЭЭ в различных  $\alpha_h \beta_h$  плоскостях, реализованного на основе математической модели (9)–(14). Такой способ управления заключается в целенаправленном формировании таких высших гармонических составляющих тока на входе преобразователя, при которых возможно обеспечить единичный коэффициент мощности в каждом из  $h$  энергетических каналов.

### Заключение

Таким образом, разработанная математическая модель многофазного ППЭЭ учитывает перераспределение электромагнитной энергии по отдельным пространственным гармоническим составляющим в зависимости от числа фаз источника электрической энергии.

Результаты математического моделирования показывают, что разработанная математическая модель позволяет корректно исследовать электромагнитные процессы в многофазных ППЭЭ и может являться основой для разработки системы векторного управления преобразователем электрической энергии, позволяющей реализовать управление током в цепи электрической машины таким образом, чтобы обеспечить формирование в каждой из фаз полигармонических токов синфазных с ЭДС холостого хода электрической машины и тем самым устранить основные недостатки применения электрических машин с полигармонической ЭДС в системах электропитания.

### Литература

1. Пантелеев, С. В. Повышение энергетических показателей электрической машины путем применения многофазной зубцовой обмотки / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 3. – С. 80–86.
2. Голубев, А. Н. Математическая модель синхронного двигателя с многофазной статорной обмоткой / А. Н. Голубев, А. А. Лапин // Электротехника. – 1998. – № 9. – С. 8–13.
3. An enhanced predictive current control method for asymmetrical six-phase motor drives / F. Barrero [et al.] // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2011. – Vol. 58, No. 8. – P. 3242–3252.
4. Reduction of common-mode voltage in five-phase induction motor drives using predictive control techniques / M. J. Duran [et al.] // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2012. – Vol. 48, No. 6. – P. 2059–2067.
5. Пантелеев, С. В. Математическая модель многофазного магнитоэлектрического генератора с дробными зубцовыми обмотками / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Магистерский вестник : сб. науч. тр. магистрантов и аспирантов. – Минск, 2017. – С. 51–58.



6. Голубев, А. Н. Многофазный асинхронный регулируемый электропривод для высокочастотных систем подвижных установок : дис. ... д-ра техн. наук : 05.09.03 / А. Н. Голубев ; СПб ГЭТУ. – СПб., 1994. – 430 с.
7. Лопатин, П. Н. Многофазный асинхронный электропривод для автономных систем : дис. ... канд. техн. наук : 05.09.03 / П. Н. Лопатин ; ИГЭУ. – Иваново, 1998. – 278 с.
8. A synchronous current control scheme for multiphase induction motor drives / M. Jones, S. N. Vukosavic, D. Dujic, E. Levi // IEEE Trans. Energy Convers. – 2009. – Vol. 24, No. 4. – P. 860–868.
9. Current control methods for an asymmetrical six-phase induction motor drive / H. S. Che [et al.] // IEEE Trans. Power Electron. – 2014. – Vol. 29, No. 1. – P. 407–417.
10. Hu, Y. Current control for dual three-phase permanent magnet synchronous motors accounting for current unbalance and harmonics / Y. Hu, Z. Zhu, K. Liu // IEEE Trans. Emerg. Sel. Topics Power Electron. – 2014. – Vol. 2, No. 2. – P. 272–284.
11. Khan, M. R. MRAS-based sensorless control of a vector controlled five-phase induction motor drive / M. R. Khan, A. Iqbal, M. Ahmad // Electric Power System Research. – 2008. – Vol. 78. – P. 1311–1321.
12. Levi, E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications / E. Levi // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55, No. 5. – P. 1893–1909.
13. White, D. C. Electromechanical Energy Conversion / D. C. White, H. H. Woodson. – New York : John Wiley and Sons, 1959. – 520 p.
14. Ефимов, А. А. Активные преобразователи в регулируемых электроприводах переменного тока / А. А. Ефимов, Р. Т. Шрейнер. – Новоуральск : НГТИ, 2001. – 250 с.
15. Шрейнер, Р. Т. Математическое описание и алгоритмы ШИМ активных выпрямителей тока / Р. Т. Шрейнер, А. А. Ефимов, А. И. Калыгин // Электротехника. – 2000. – № 10. – С. 42–49.
16. Пантелеев, С. В. Моделирование  $m$ -фазного активного выпрямителя напряжения с пространственно-векторной модуляцией / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 455–468. – Режим доступа: <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-455-468>.

Получено 05.05.2020 г.