

УДК 621.941.025

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА ЧЕРВЯЧНОЙ ФРЕЗОЙ

М. И. МИХАЙЛОВ

Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь

В. Д. БОГАЦКИЙ

РУП «Гомельский завод специального инструмента
и технологической оснастки»

Введение

Современное машиностроение характеризуется повышением требований к геометрическим параметрам качества изготовления поверхностей деталей – точности получаемых размеров, отклонений формы, взаимного расположения поверхностей, их волнистости и шероховатости. При этом необходимо обеспечить не только заданные требования качества поверхности, но и их стабильность, которая определяется характеристиками параметров режущих инструментов.

Геометрия поверхности детали определяется ее топографией. Математическое описание формирования топографии поверхности при механической обработке затрудняется большим количеством влияющих на нее параметров. Ситуация еще более осложняется тем, что случайные отклонения могут иметь динамический характер. При этом эмпирические рекомендации позволяют разрешить только отдельные из возникающих проблем, для которых эти эмпирические данные существуют.

Математическое моделирование операций механической обработки по сравнению с экспериментальными исследованиями позволяет получать большее количество информации и сократить время на исследования. Эти преимущества приводят к широкому внедрению моделирования в технологические расчеты. Однако, разнородность существующих моделей технологических систем и процессов, а также отсутствие единого подхода к их разработке значительно затрудняет внедрение этих моделей.

Известны различные способы нарезания зубчатых колес червячными фрезами [1]–[10]. Кроме того, топография обработанных поверхностей зависит от расположения формообразующей кромки фрезы в корпусе инструмента и траектории ее движения, на которую, в свою очередь, влияют параметры режима резания и геометрические параметры режущих кромок фрезы.

Расчетная модель

Профиль зуба при нарезании методом обката содержит три характерных участка (рис. 1):

- 1) $a - a$, являющийся огибающим по отношению к профилю зубьев инструмента;
- 2) $b - c$, очерченный по дуге окружности и представляющий дно впадины;
- 3) участок $b - a$, очерченный так называемой переходной кривой [10].

Переходной поверхностью называют часть боковой поверхности зуба, которая соединяет его главную (эвольвентную) поверхность с поверхностью впадин.

Пусть имеется прямоугольная система координат (рис. 1), ось ординат которой проходит через середину зуба, а начало координат лежит на окружности впадин. В качестве текущего параметра примем не угол развернутости эвольвенты, а угол обкатки инструмента или угол поворота колеса при нарезании. В предлагаемой системе координат просто выразить толщину зуба и описать переходную кривую профиля зуба колеса, нарезаемого реечным инструментом.

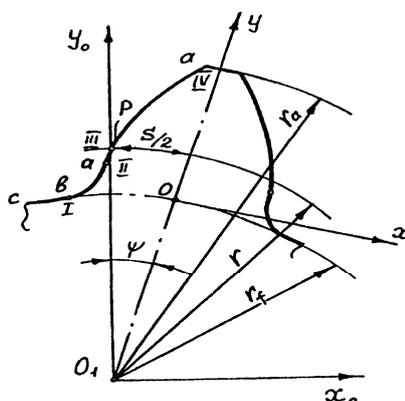


Рис. 1. Расчетная схема для расчета эвольвентного профиля детали

Вывод основных уравнений профиля базируется на методе преобразования координат, отражающем кинематику образования профиля с помощью инструмента, работающего по методу обката.

На рис. 2 изображены расчетная схема станочного зацепления, а также неподвижная $x_0O_1y_0$ и подвижная $x'Ay'$ системы координат. Ось O_1y_0 неподвижной системы координат проходит через точку P пересечения профиля с делительной окружностью, а начало координат O_1 находится в центре вращения нарезаемого колеса. Ось Ax' подвижной системы координат совпадает с делительной прямой рейки, а начало координат лежит в точке A на режущей кромке BC инструмента.

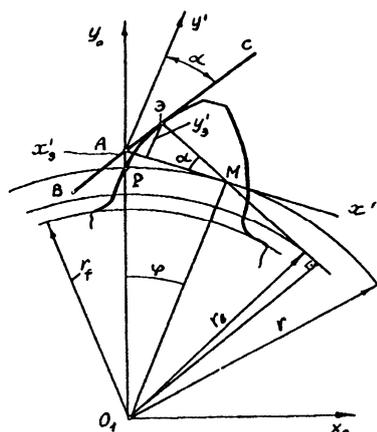


Рис. 2. Расчетная схема

Формулы преобразования для перехода от координат $x_0O_1y_0$ к координатам $x'Ay'$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x_0 &= (x' - r\varphi) \cos \varphi + (y' + r) \sin \varphi; \\ y_0 &= -(x' - r\varphi) \sin \varphi + (y' + r) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Координаты точки Э, лежащей на нарезаемой эвольвенте профиля в системе координат $x'Ay'$:

$$\begin{aligned}x_3 &= r\varphi \sin^2 \varphi; \\y_3 &= r\varphi \sin \alpha \cos \alpha.\end{aligned}\quad (2)$$

Подставляя их в выражение (1), получим уравнение эвольвентного профиля в системе $x_0O_1y_0$:

$$\begin{aligned}x_{0_3} &= r[\sin \varphi - \varphi \cos \alpha \cos(\varphi + \alpha)]; \\y_{0_3} &= r[\cos \varphi - \varphi \cos \alpha \sin(\varphi + \alpha)].\end{aligned}\quad (3)$$

Перейдем теперь к упомянутой ранее системе координат xOy (рис. 1), ориентированной относительно середины зуба. Формулы перехода от системы $x_0O_1y_0$:

$$\begin{aligned}x &= x_0 \cos \psi - y_0 \sin \psi; \\y &= x_0 \sin \psi + y_0 \cos \psi - r_f,\end{aligned}\quad (4)$$

где $\psi = s/(2r)$ – половина угловой толщины зуба на делительной окружности; r_f – радиус окружности впадин нарезаемого колеса.

С учетом уравнений (1) и (4) формулы для перехода в систему xOy предстанут в следующем виде:

$$\begin{aligned}x &= (x' - r\varphi) \cos(\varphi - \psi) + (y' + r) \sin(\varphi - \psi); \\y &= (x' - r\varphi) \sin(\varphi - \psi) + (y' + r) \cos(\varphi - \psi) - r_f,\end{aligned}\quad (5)$$

а в системе $x'Ay'$ уравнение эвольвенты будет иметь такую форму:

$$\begin{aligned}x_3 &= r[\sin(\varphi - \psi) - \varphi \cos \alpha \cos(\varphi - \psi + \alpha)]; \\y_3 &= r[\cos(\varphi - \psi) + \varphi \cos \alpha \sin(\varphi - \psi + \alpha)] - r_f.\end{aligned}\quad (6)$$

Угол φ для различных точек профиля эвольвент будет принимать следующие значения:

$$\varphi_p = \varphi_{III} = 0; \varphi_H = \varphi_\alpha = -\operatorname{tg}\alpha; \varphi_{IV} = \operatorname{tg}\alpha_a - \operatorname{tg}\alpha.$$

Геометрия переходной поверхности зависит от типа и геометрии применяемого инструмента, а также от параметров станочного зацепления. Ниже рассмотрена геометрия переходной кривой, получаемой при использовании инструмента с прямой кромкой зуба (рис. 3).

При нарезании колеса рейкой с таким профилем на вершине зубьев переходная часть профиля представляет собой траекторию угловой точки при обкатывании инструмента по делительной окружности нарезаемого колеса.

Выпишем в системе $x'Ay'$ (рис. 3) координаты угловой точки B режущей кромки зуба рейки:

$$x'_B = -h_{a0} \cdot \operatorname{tg}\alpha; y'_B = -h_{a0},$$

где $h_{a0} = h_a^* m$.

Если подставить эти выражения в (6) для x и y , то получим уравнения искомой переходной кривой профиля:

$$\begin{aligned}x_B &= -(h_{a0} \operatorname{tg} \alpha + r\varphi) \cos(\varphi - \psi) + (-h_{a0} + r) \sin(\varphi - \psi); \\y_B &= -(h_{a0} \operatorname{tg} \alpha + r\varphi) \sin(\varphi - \psi) + (-h_{a0} - r) \cos(\varphi - \psi) - r_f.\end{aligned}\quad (7)$$

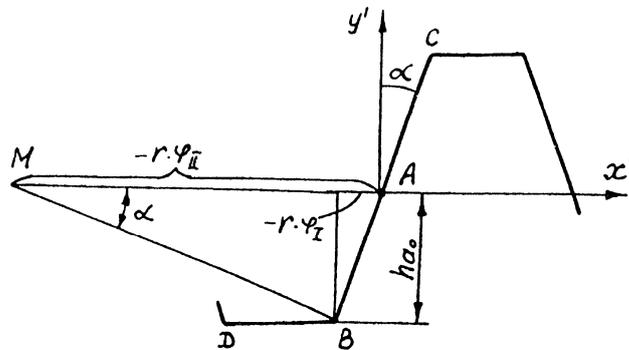


Рис. 3. Инструмент с прямой кромкой зуба

Пределы изменения угла φ определяем из следующих соображений. Вершина B зуба рейки (рис. 3) касается эвольвентной части профиля зуба колеса в том положении обкатываемой рейки, когда точка M нормали к вершине B режущей кромки BC рейки окажется лежащей на делительной окружности нарезаемого колеса. Основываясь на этом, имеем:

$$\varphi_{II} = \frac{h_{a0}}{r \sin \alpha \cos \alpha}. \quad (8)$$

Начальная точка I (рис. 1) переходной части профиля принадлежит одновременно и к окружности впадин, причем в этой точке окружность впадин и переходная часть профиля имеют общую нормаль. Вершина B зуба рейки (рис. 3) касается в точке I окружности впадин в том положении обкатываемого инструмента, когда точка нормали к режущей кромке BD оказывается на делительной окружности нарезаемого колеса. Основываясь на этом, имеем:

$$\varphi_I = \frac{h_{a0} \operatorname{tg} \alpha}{r}. \quad (9)$$

При определении зависимостей, представляющих процесс формообразования цилиндрических зубчатых колес, было сделано следующее допущение: заготовка неподвижна, а начало координат расположено в ее центре таким образом, чтобы ось OY совпадала с осью симметрии одной из впадин. При неподвижной заготовке все необходимые для формообразования впадины движения совершает инструмент. Обкат происходит по делительной окружности колеса без скольжения.

Были приняты следующие обозначения: σ – угол между осью OY и линией, проходящей через середину зуба инструмента, обрабатывающего данную впадину колеса в любом его положении; ψ – угол поворота инструмента относительно центра кривизны нарезаемого колеса; φ – угол поворота фрезы в плоскости YZ ; Δh – параметр режущей кромки.

Рассмотрим любой i -й рез и определим для него координаты профиля зуба инструмента. Пусть в реальном процессе зуб инструмента перемещается из положения I

в положение II (рис. 4, а) и при этом обрабатываемое колесо, исходя из особенности кинематики процесса, должно повернуться на угол ψ относительно центра кривизны нарезаемого колеса и, кроме того, совершить поворот относительно своего центра. Суммарным углом поворота будет угол σ .

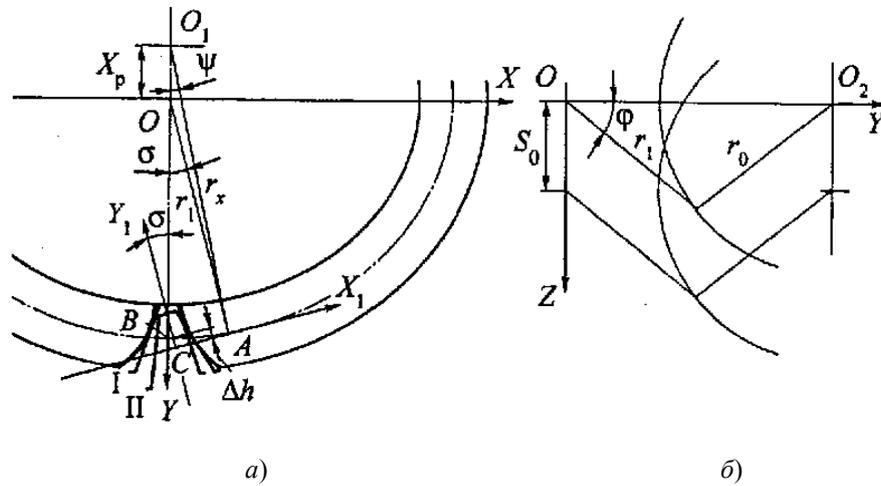


Рис. 4. Схема к расчету процесса формообразования инструментами реечного типа

Центр зуба переместится из точки B в точку C по траектории циклоиды. Учитывая, что инструмент катится без скольжения по делительному диаметру колеса, можно определить положение центра зуба колеса (точка C). Отрезок AC будет равен длине дуги AB . Зная положение центра зуба, можно определить координаты профиля. В плоскости YZ положение зуба инструмента будет определяться углом φ . При нахождении координат точек профиля зуба инструмента необходимо учитывать подачу инструмента вдоль оси OZ , в процессе работы центр вращения инструмента перемещается из точки O_2 вниз на величину S_0 (рис. 4, б).

Математическое отображение схемы резания при обработке инструментами червячного типа будет иметь вид:

$$x = \frac{(r_1 \pm \Delta h) \sin \sigma - (r_1 \sigma \pm \frac{\pi m}{4} + \Delta h \operatorname{tg} \alpha_0) \cos \sigma}{\cos \varphi};$$

$$y = \frac{(r_1 \pm \Delta h) \cos \sigma + (r_1 \sigma \pm \frac{\pi m}{4} + \Delta h \operatorname{tg} \alpha_0) \sin \sigma}{\cos \varphi};$$

$$z = ((a_w - r_1) \pm \Delta h) \sin \varphi + S_0 \varphi. \tag{10}$$

Верхние знаки относятся к выходной кромке, а нижние – к входной. Угол поворота червячной фрезы относительно центра заготовки:

$$\sigma = \operatorname{arctg} \left(\frac{r_x \sin \psi}{r_x \cos \psi - x_p} \right). \tag{11}$$

Радиус делительной окружности зубчатого колеса при повороте на угол ψ определяется по формуле

$$r_1 = \frac{r_x \cos \psi - x_p}{\cos \sigma}. \tag{12}$$

Построим параметрическую 2D-модель процесса формирования эвольвентных зубьев зубчатого колеса методом обката исходным производящим контуром (рис. 5), создав при этом следующие переменные: $m = 5$ мм – модуль; $z = 15$ – число зубьев колеса; $x = 0,2$ – коэффициент смещения исходного производящего контура; $t = 10$ – параметр анимации; $\alpha = 1^\circ$ – угол поворота исходного производящего контура относительно осей симметрии зубчатого колеса при анимации; $\delta_1 = -\frac{\pi r \alpha}{180}$ – длина дуги делительной окружности зубчатого колеса, соответствующая повороту исходного производящего контура на угол α ; n_{step} – целая часть выражения $\left\lfloor \frac{m \delta_1}{2} \right\rfloor$;

$\delta_2 = |\delta_1| - 2n_{step}m$ – вспомогательная переменная; $\delta = \begin{cases} -\delta_2, & \text{если } \alpha > 0 \\ \delta_2, & \text{если } \alpha \leq 0 \end{cases}$ – смещение исходного производящего контура по касательной к делительной окружности зубчатого колеса при анимации.

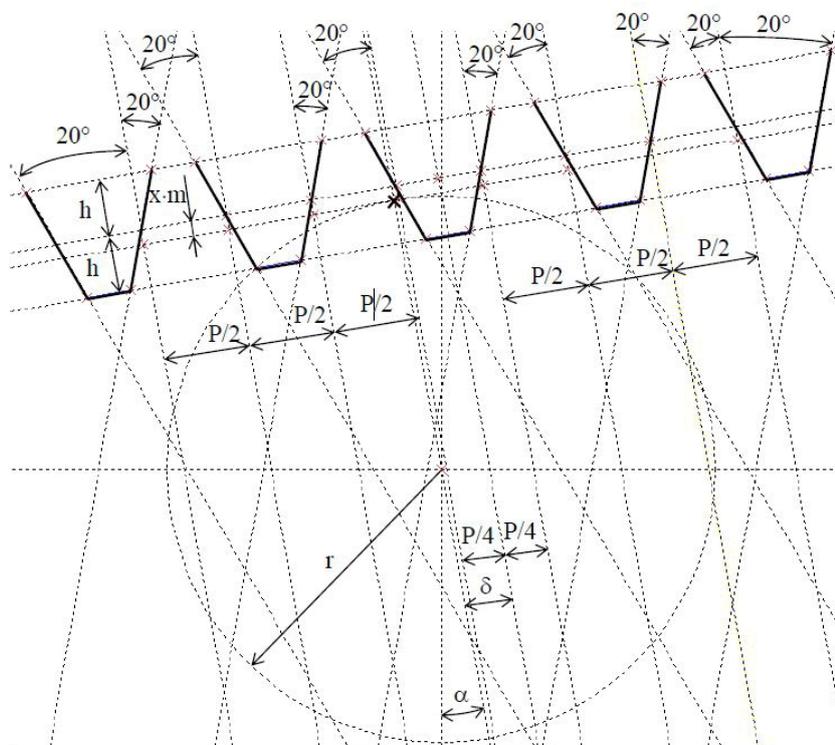


Рис. 5. Параметрическая модель процесса формирования эвольвентных зубьев зубчатого колеса методом обката исходным производящим контуром

Список переменных модели при этом будет иметь вид, изображенный на рис. 6.

Построенная модель представляет собой параметрический чертеж исходного производящего контура по ГОСТ 13755–81, имеющего возможность при изменении параметра совершать движение обката с заданным передаточным отношением, геометрически имитирующее нарезание эвольвентных зубьев зубчатых колес.

Передаточное отношение задается, исходя из того, что при повороте исходного производящего контура относительно центра симметрии зубчатого колеса на угол $360^\circ/z$, он должен смещаться по касательной к делительной окружности колеса в направлении, противоположном направлению вращения, на величину шага P .

Переменные				
?	Имя	Выражение	Значение	Ко...
	alfa	t	10	
	dlt	alfa>0?-dlt2:dlt2	-6.544792	
	dlt1	-3.1415*2*r*(alfa/360)	-6.544792	
	dlt2	abs(dlt1)-n_step*2*P	6.544792	
	ha	m	5	
	hf	-1.25*m	-6.25	
	m	5	5	
	z	15	15	
	n_step	floor(abs(dlt1/2/P))	0	
	P	m*3.1416	15.708	
	r	m*z/2	37.5	
	t	10	10	
	x	0.2	0.2	

Рис. 6. Список переменных модели

Графическая модель процесса формообразования зубьев зубчатого колеса методом обката представлена на рис. 7. Шаг выбираем из условия, что обработка ведется червячной фрезой с количеством зуборезных гребенок – 10.

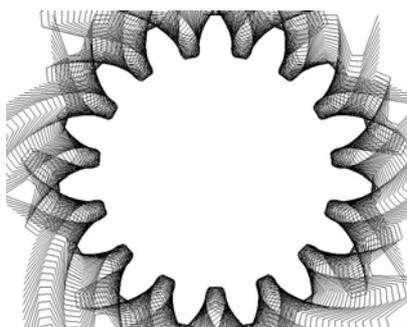


Рис. 7. Геометрическая модель процесса формирования эвольвентных зубьев зубчатого колеса методом обката исходным производящим контуром

Для получения топографии поверхности зубьев цилиндрического зубчатого колеса, нарезаемого червячной фрезой, необходимо учитывать осевую подачу фрезы вдоль зуба. Принимаем ее равной $S_o = 1$ мм/об.; $S_z = 0,1$ мм/зуб. Диаметр фрезы принимаем 80 мм.

В результате получаем топографию поверхности зубчатого колеса, обработанного червячной фрезой (рис. 8).

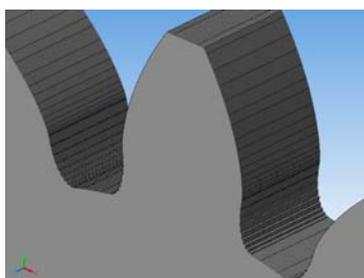


Рис. 8. Топография поверхности зубьев зубчатого колеса

Полученную погрешность по длине зуба от начала переходной кривой у ножки зуба до точки пересечения эвольвентного профиля с наружным диаметром колеса представили в виде таблицы.

Результаты анализа

Длина зуба, мм	Погрешность, мм	Длина зуба, мм	Погрешность, мм
0,00	0,00	3,98	0,01
0,18	0,04	4,57	0,008
0,42	0,08	5,20	0,008
0,69	0,1	5,80	0,008
1,01	0,1	6,37	0,007
1,38	0,08	7,23	0,007
1,81	0,07	8,10	0,006
2,28	0,04	8,81	0,006
2,83	0,03	9,61	0,006
3,47	0,01	10,00	0,005

Для анализа полученных результатов измерений был построен график (рис. 9).

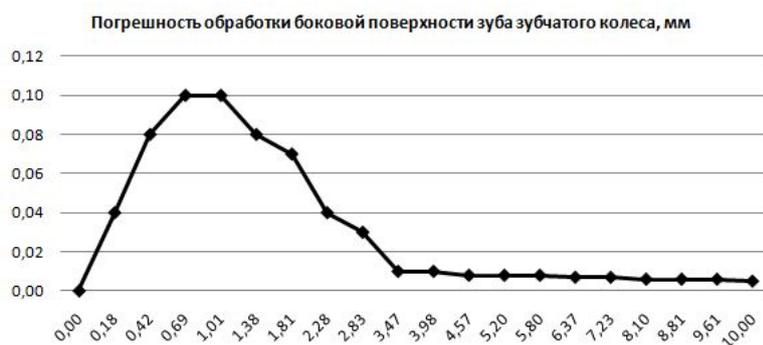


Рис. 9. График изменения погрешности по длине боковой поверхности зуба

Как видно на графике, наибольшая погрешность возникает на переходной кривой у ножки зуба. Эта погрешность зависит от количества зуборезных гребенок червячной фрезы и формы зубьев. В данном случае инструмент имеет угловые точки профиля режущей части (рис. 10). При обработке эвольвентной части зуба погрешность уменьшается, так как обработка ведется уже прямолинейным участком режущей кромки.

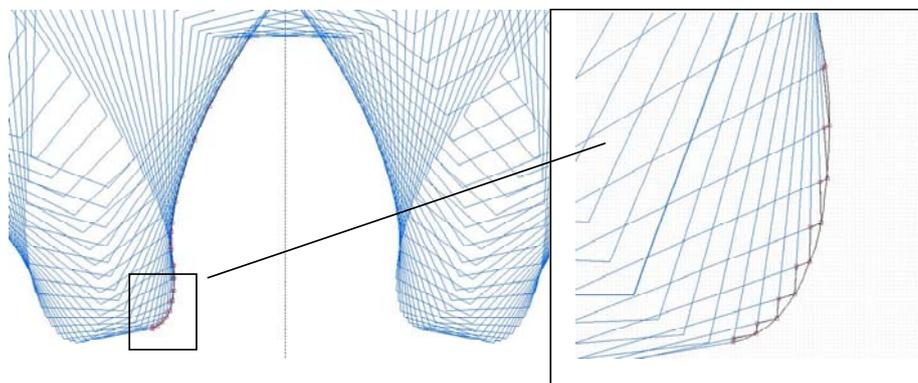


Рис. 10. Погрешность переходной кривой зуба

Заключение

Получены математические модели, позволяющие построить топографию обработанной кинематической поверхности зуба прямозубого зубчатого колеса. Установлено влияние количества формообразующих зубьев, а также количества зуборезных реек червячной фрезы на точность получаемого профиля.

Литература

1. Производство зубчатых колес : справочник / С. Н. Калашников [и др.] ; под общ. ред. Б. А. Тайца. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1990. – 464 с.
2. Полохин, О. В. Нарезание зубчатых профилей инструментами червячного типа / О. В. Полохин, А. С. Тарапанов, Г. А. Харламов ; под ред. Г. А. Харламова. – М. : Машиностроение, 2007. – 236 с.
3. Способ обработки зубчатых колес : а. с. СССР № 745612, МКИ В 23 F 5/20 / С. Я. Бараболя ; заявл. 05.06.78 г. ; опубл. 07.07.80. – 1980. – 4 с.
4. Способ обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес : а. с. СССР № 388462, МКИ В 23 F 5/22 / В. А. Шалденков ; заявл. 30.11.70 ; опубл. 25.04.74. – 1974. – 3 с.
5. Способ чистовой обработки зубчатых изделий : а. с. 1604528 СССР, МКИЗ В23F 1/04 / В. И. Печеный, А. А. Ключко, О. А. Мороз ; Краматор. станкостроит. произв. об-ние. – № 4649293/25-08 ; заявл. 12.12.88 ; опубл. 07.11.90 // Бюл. – 1990. – № 41. – 3 с.
6. Способ многопроходной обработки цилиндрических зубчатых колес : а. с. 1222442 СССР, МКИЗ В23F 5/22 / С. Н. Медведицков, А. П. Радзевич, В. Н. Смирнов, С. П. Радзевич, Л. И. Бондаренко, Л. Р. Тисновский, Я. П. Ястремский ; Специальное конструктор. бюро полимер. машиностроения Киев. произв. об-ния «Большевик» и Волгоград. политехн. ин-т. – № 3804262/25-08 ; заявл. 26.07.84 ; опубл. 07.04.86 // Бюл. – 1986. – № 13. – 3 с.
7. Способ фрезерования цилиндрических зубчатых колес : а. с. 1255315 СССР, МКИЗ В23F 5/20 / М. М. Кане, Ю. П. Черничкин, Г. Н. Самаров ; Белорус. политехн. ин-т. – № 3718931/25-08 ; заявл. 29.03.84 ; опубл. 07.09.86 // Бюл. – 1986. – № 33. – 2 с.
8. Овумян, Г. Г. Справочник зубореза / Г. Г. Овумян, Я. И. Адам. – М. : Машиностроение, 1983. – 223 с.
9. Нарезание цилиндрических колес с внешними зубьями многозаходными фасонными червячными фрезами / Г. А. Михайлов [и др.] ; под ред. Ю. С. Степанова, Г. А. Харламова. – М. : Машиностроение, 2006. – 176 с.
10. Схиртладзе, А. Г. Технология обработки зубчатых зацеплений в машиностроении : учеб. пособие / А. Г. Схиртладзе, А. С. Тарапанов, Г. А. Харламов. – М. : Машиностроение, 1999. – 216 с.

Получено 27.05.2013 г.