ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2019, том 82, № 2, с. 172–176

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

ПОРОГОВЫЙ РЕСУММИРУЮЩИЙ S-ФАКТОР ДЛЯ СИСТЕМЫ ДВУХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СПИНОВЫХ КВАРКОВ

© 2019 г. Ю. Д. Черниченко*

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого; Международный центр перспективных исследований, Гомель, Беларусь

Поступила в редакцию 01.08.2018 г.; после доработки 08.10.2018 г.; принята к публикации 10.10.2018 г.

Получен новый пороговый ресуммирующий S-фактор в квантовой хромодинамике для составной системы из двух релятивистских кварков равных масс и спинами 1/2, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала. Рассмотрены случаи псевдоскаляра, вектора и псевдовектора. Исследование проведено в рамках релятивистского квазипотенциального подхода в гамильтоновой формулировке квантовой теории поля путем перехода в релятивистское конфигурационное представление для случая составной системы из двух релятивистских частиц равных масс.

DOI: 10.1134/S004400271902003X

1. ВВЕДЕНИЕ

При описании кварк-антикварковых систем вблизи их порога рождения ограничиться конечным порядком теории возмущений нельзя даже в том случае, когда КХД-константа связи α_s мала [1, 2]. Это связано с тем, что реальным параметром пертурбативного разложения в околопороговой области является сингулярная величина α_s/v, где

$$v = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} \qquad (1)$$

— скорость, $\sqrt{s}$ — полная энергия взаимодействующих частиц в с.ц.и., а m — массы этих частиц. Эта проблема хорошо известна из квантовой электродинамики [3]. Такие пороговые сингулярности вида $(\alpha_s/v)^n$ должны быть просуммированы. В нерелятивистском случае для кулоновского взаимодействия

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} \qquad (2)$$

такое пересуммирование выполняет известный S-фактор Гамова–Зоммерфельда–Сахарова [4–6]

$$S_{\text{nr}} = \frac{X_{\text{nr}}}{1 - \exp(-X_{\text{nr}})}, \qquad X_{\text{nr}} = \frac{\pi\alpha}{v_{\text{nr}}}, \qquad (3)$$

который связан с волновой функцией непрерывного спектра в нуле через $|\psi(0)|^2$. Здесь $2v_{\text{nr}}$ — относительная скорость двух нерелятивистских частиц.

В релятивистской теории нерелятивистское выражение (3) для случая двух бесспиновых частиц равных масс должно быть модифицировано. Релятивистская модификация выражения (3) в КХД для описания эффектов вблизи порога рождения пар в процессах $e^+e^- \to t\bar{t}$ и $e^+e^- \to W^+W^-$ была выполнена в работах [7, 8] и заключалась в замене $v_{\text{nr}} \to v$. Точно такой же вид S-фактора, как и в работах [7, 8], был позднее предложен в [9]. Еще одно релятивистское обобщение S-фактора и также для случая двух бесспиновых частиц равных масс было получено в [10]. Однако, как было показано в работах [11, 12], релятивистские пределы S-факторов в [9] и [10] существенно отличаются от релятивистского предела ($v \to 1$) S-фактора:

$$S(\chi) = \frac{X(\chi)}{1 - \exp\left[-X(\chi)\right]}, \qquad X(\chi) = \frac{\pi\alpha}{\text{sh}\chi}, \qquad (4)$$

равного единице, который был предложен в [13] для случая взаимодействия двух релятивистских бесспиновых частиц равных масс. Здесь χ — быстрота, которая связана с полной энергией взаимодействующих частиц в с.ц.и. $\sqrt{s}$ соотношением

$$\sqrt{s} = M = 2m\text{ch}\chi, \qquad (5)$$

а функция $X(\chi)$ в (4) может быть выражена в терминах скорости v: $X(\chi) = \pi\alpha\sqrt{1-v^2}/v$. Развитый в [13] метод основан на релятивистском квазипотенциальном (РКП) подходе [14] в форме, предложенной в [15, 16], путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению, введенному в [17] для случая взаимодействия двух релятивистских частиц равных масс.

*E-mail: chyud@mail.ru; chern@gstu.by

Подчеркнем, что S-фактор (4) был получен для кулоновского потенциала (2), который, как показано в [18], учитывает существенную особенность КХД — свойство асимптотической свободы и закон эволюции инвариантного заряда, а при его применении к задачам КХД требуется замена: $\alpha \to 4\alpha_s/3$. Применение релятивистского S-фактора (4) для описания ряда характеристик адронных процессов можно найти в [19–22].

Также напомним, что в двухчастичном приближении амплитуда Бете–Солпитера связана с квазипотенциальными волновыми функциями в пространстве моментов и в конфигурационном представлении (см. [11–13]) соотношением

$$\chi_{\text{BS}}(x=0) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\Omega_{\mathbf{p}}\Psi_q(\mathbf{p}) = \psi_q(\mathbf{r})\Big|_{r=i\lambda}, \tag{6}$$

где $d\Omega_{\mathbf{p}} = md\mathbf{p}/E_p$ — релятивистский трехмерный элемент объема в пространстве Лобачевского, которое реализуется на верхней полé массового гиперболоида $E_p^2 - \mathbf{p}^2 = m^2, \lambda = 1/m$ — комптоновская длина волны[1)], а модуль радиуса-вектора $\mathbf{r}$ ($\mathbf{r} = r\mathbf{n}, |\mathbf{n}| = 1$) является релятивистским инвариантом.

Основная цель настоящей работы состоит в обобщении метода, предложенного в работах [11–13], для получения нового порогового ресуммирующего S-фактора в квантовой хромодинамике для составной системы из двух релятивистских кварков равных масс и спинами $1/2$, взаимодействующих посредством кулоноподобного хромодинамического потенциала. Исследование проведено в рамках РКП-подхода в квантовой теории поля [14] в форме, предложенной в [15, 16], путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению, введенному в [17] для случая составной системы из двух релятивистских частиц равных масс. Рассмотрены случаи псевдоскаляра, вектора и псевдовектора и выполнен анализ поведения S-фактора в нерелятивистском, релятивистском и в ультрарелятивистском случаях.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КУЛОНОВСКАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ: СЛУЧАЙ СПИНОВЫХ ЧАСТИЦ РАВНЫХ МАСС

Наш подход опирается на полностью ковариантное двухчастичное трехмерное РКП-уравнение в интегральной форме для случая двух релятивистских спиновых частиц равных масс, которое в конфигурационном представлении для радиальной волновой РКП-функции с относительным орбитальным моментом ℓ имеет вид [23][2)]

$$\begin{gathered}\int\limits_0^\infty d\chi' \frac{(\operatorname{sh}\chi')^{2\ell+2}(-1)^{\ell+1}}{\rho^{(\ell+1)}}\left(\operatorname{ch}\chi - \operatorname{ch}\chi'\right) \times \\ \times \left[\left(\frac{d}{d\operatorname{ch}\chi'}\right)^\ell \left(\frac{\sin\rho\chi'}{\operatorname{sh}\chi'}\right)\right] \times \\ \times \left(\frac{d}{d\operatorname{ch}\chi'}\right)^\ell \frac{1}{\operatorname{sh}\chi'}\int\limits_0^\infty d\rho' \frac{\rho'\sin(\rho'\chi')}{(-\rho')^{(\ell+1)}}\varphi_\ell(\rho',\chi) = \\ = V(\lambda\rho)\int\limits_0^\infty d\chi' \frac{(\operatorname{sh}\chi')^{2\ell+2}(-1)^{\ell+1}}{\rho^{(\ell+1)}}\hat{A}(\operatorname{ch}\chi') \times \\ \times \left[\left(\frac{d}{d\operatorname{ch}\chi'}\right)^\ell \left(\frac{\sin\rho\chi'}{\operatorname{sh}\chi'}\right)\right] \times \\ \times \left(\frac{d}{d\operatorname{ch}\chi'}\right)^\ell \frac{1}{\operatorname{sh}\chi'}\int\limits_0^\infty d\rho' \frac{\rho'\sin(\rho'\chi')}{(-\rho')^{(\ell+1)}}\varphi_\ell(\rho',\chi),\end{gathered} \tag{7}$$

где быстрота χ по-прежнему вводится соотношением (5), потенциал $V(\lambda\rho), \lambda\rho = r$, является локальным в смысле геометрии Лобачевского, функция $(-\rho)^{(\ell)} = i^\ell\Gamma(\ell+i\rho)/\Gamma(i\rho)$ называется обобщенной степенью [17], где $\Gamma(z)$ — гамма-функция, а оператор $\hat{A}$ определяется выражением[3)]

$$\hat{A}\left(\frac{\hat{H}_0}{2m}\right) = \frac{1}{4}\left[a\left(\frac{\hat{H}_0}{2m}\right)^2 + b\right], \tag{8}$$

$$a = \begin{cases} 1 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \ \text{(псевдоскаляр);} \\ \dfrac{1}{2} & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \ \text{(вектор);} \\ -\dfrac{1}{2} & \text{при } \hat{O} = \gamma_5\gamma_\mu \ \text{(псевдовектор);} \end{cases}$$

[1)]Мы будем всюду использовать систему единиц, в которой положено: $\hbar = c = 1$.

[2)]Это уравнение было получено в полной аналогии с выводом в [11, 12] интегрального уравнения для радиальной волновой функции с относительным орбитальным моментом ℓ для случая двух релятивистских бесспиновых частиц произвольных масс.

[3)]Напомним, что для простоты рассмотрения, как и в работе [24], мы считаем, что квазипотенциал имеет биспинорную структуру вида $I \otimes I$, а вершинная функция также имеет заданную спинорную структуру, пропорциональную матрице $\hat{O}$, не зависящую от импульсных переменных, причем в качестве $\hat{O}$ выбираются матрицы Дирака $\gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5\gamma_\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$). Такой выбор матрицы $\hat{O}$ позволяет нам найти точные решения РКП-уравнения.

$$b = \begin{cases} 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \dfrac{1}{4} & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ \dfrac{3}{4} & \text{при } \hat{O} = \gamma_5\gamma_\mu \text{ (псевдовектор).} \end{cases}$$

Результирующее решение РКП-уравнения (7), взятого при $\ell = 0$, с кулоновоподобным потенциалом (2), не содержащее i-периодических констант, имеет вид

$$\varphi_0(\rho, \chi) = 2C_0(\chi)e^{iB\chi} \operatorname{sh}\left[\pi(\rho - \tilde{\rho})\right] \times \tag{9}$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\exp\left[\dfrac{i\tilde{\alpha}a}{4} \operatorname{sh} x + \big(1 + i(\rho - \tilde{\rho})\big)x\right]}{(e^x + e^\chi)^2} \times$$
$$\times \left[\frac{e^x + e^{-\chi}}{e^x + e^\chi}\right]^{-1+iB},$$

где $C_0(\chi)$ — произвольная функция от χ, параметры a и b определены в (8), а параметры $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\rho}$ и B даются выражениями

$$\tilde{\alpha} = \alpha m, \tag{10}$$
$$\tilde{\rho} = \frac{\tilde{\alpha} a \operatorname{ch} \chi}{4}, \quad B = \frac{\tilde{\alpha}(a \operatorname{ch}^2 \chi + b)}{4 \operatorname{sh} \chi},$$

причем при $\chi = i\kappa$ параметр B связан с условием квантования (подробности см. в работе [23])

$$\frac{\tilde{\alpha}(a \cos^2 \kappa + b)}{4 \sin \kappa} = n, \tag{11}$$
$$n = 1, 2, \ldots, \; 0 < \kappa < \pi/2.$$

Легко установить, что нормировочный множитель $C_0(\chi)$ в решении (9) является действительным. Кроме того, решение (9) имеет ту же форму, что и решение в бесспиновом случае за исключением осциллирующего фактора $\exp[i\tilde{\alpha}a \operatorname{sh} x/4]$, а при $a = 0$ и $b = 2$ оно переходит в решение в бесспиновом случае (см. работы [11, 12]).

Подчеркнем, что решение (9) удовлетворяет граничному условию

$$\lim_{\alpha \to 0} \varphi_0(\rho, \chi) \xrightarrow[\rho \to \infty]{} \frac{\sin(\rho\chi)}{\operatorname{sh} \chi}, \tag{12}$$

т.е. когда взаимодействие выключено ($\alpha \to 0$), оно воспроизводит известную свободную волновую функцию.

3. КУЛОНОВОПОДОБНЫЙ ПОРОГОВЫЙ S-ФАКТОР ДЛЯ ДВУХФЕРМИОННОЙ СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ

Для того чтобы найти выражение для кулоновоподобного порогового ресуммирующего S-фактора, еще раз обратим внимание на то, что решение (9) по форме отличается от решения в бесспиновом случае только наличием осциллирующего фактора $\exp[i\tilde{\alpha}a \operatorname{sh} x/4]$, а при $a = 0$ и $b = 2$ оно переходит в решение в бесспиновом случае [11, 12]. Учитывая эти обстоятельства, вместо точного решения (9) будем рассматривать его приближение, в котором вклад осциллирующего фактора $\exp[i\tilde{\alpha}a \operatorname{sh} x/4]$ принимается равным единице. Такая аппроксимация не только не нарушает свойств симметрии решения (9), но и позволяет представить выражение для радиальной волновой РКП-функции в s-состоянии через гипергеометрическую функцию, т.е. подобно тому, как это делалось в бесспиновом случае [11, 12]:

$$\varphi_0(\rho, \chi) = 2\pi C_0(\chi) e^{iB\chi - \chi + i(\rho - \tilde{\rho})\chi}(\rho - \tilde{\rho}) \times \tag{13}$$
$$\times F\big(1 - iB, 1 - i(\rho - \tilde{\rho}); 2; 1 - e^{-2\chi}\big),$$

где параметры $\tilde{\rho}$ и B определены в (10), а действительный нормировочный множитель $2\pi C_0(\chi)$ дается выражением

$$|2\pi C_0(\chi)|^2 = e^{\pi B} |\Gamma(1 - iB)|^2, \tag{14}$$

которое находится из граничного условия (12) и асимптотики

$$\varphi_0(\rho, \chi)|_{\rho \gg 1} \approx \frac{2\pi C_0(\chi) e^{-\pi B/2}}{\operatorname{sh} \chi |\Gamma(1 - iB)|} \times$$
$$\times \sin\Big\{(\rho - \tilde{\rho})\chi + B \ln\left[2(\rho - \tilde{\rho}) \operatorname{sh} \chi\right] +$$
$$+ \arg \Gamma(1 - iB)\Big\}.$$

Отметим, что аппроксимация в (13) также приводит к точному условию квантования (11) для определения значений уровней энергии, при которых гипергеометрическая функция в (13) становится многочленом степени n при $\chi = i\kappa$.

Пороговый S-фактор в спиновом случае определим как

$$S_{\text{RQP,S}}(\chi) = \lim_{\rho \to i} \left| e^{-\pi\tilde{\rho}/2} \Gamma(1 + i\tilde{\rho}) \frac{\varphi_0(\rho, \chi)}{\rho} \right|^2, \tag{15}$$

где дополнительный фактор $\exp(-\pi\tilde{\rho}/2)\Gamma(1 + i\tilde{\rho})$ обеспечивает не только правильный релятивистский предел при $\chi \to +\infty$, равный 1, но и переход к бесспиновому случаю при $a = 0$ и $b = 2$. Таким образом, в спиновом случае функция

$$\psi_0(\rho, \chi) = e^{-\pi\tilde{\rho}/2} \Gamma(1 + i\tilde{\rho}) \varphi_0(\rho, \chi)$$

представляет собой физическую волновую функцию для кулоновского взаимодействия (2).

Поскольку функция Бете—Солпитера $\chi_{\text{BS}}(x = 0)$ связана с волновой РКП-функцией $\psi_q(\mathbf{r})$ соотношением (6), то, используя соотношения (13)—(15), получаем следующее выражение для релятивистского порогового S-фактора для случая составной системы, состоящей из двух релятивистских спиновых частиц равных масс:

$$S_{\mathrm{RQP,S}}(\chi) = \frac{X_{\mathrm{RQP,S}}(\chi)}{1 - \exp\left[-X_{\mathrm{RQP,S}}(\chi)\right]} \times \tag{16}$$
$$\times\, e^{-\pi\tilde{\rho}}\left|\Gamma(2+i\tilde{\rho})F(1+iB,-i\tilde{\rho};2;1-e^{-2\chi})\right|^2,$$

где величина

$$X_{\mathrm{RQP,S}}(\chi) = 2\pi B = \frac{\pi\tilde{\alpha}(a\,\mathrm{ch}^2\chi + b)}{2\,\mathrm{sh}\,\chi} \tag{17}$$

может быть выражена в терминах скорости (1) в виде

$$X_{\mathrm{RQP,S}}(v) = \frac{\pi\tilde{\alpha}(a+b-bv^2)}{2v\sqrt{1-v^2}}. \tag{18}$$

Отметим, что при $a = 0$ и $b = 2$ релятивистский пороговый ресуммирующий S-фактор (16) переходит в бесспиновый S-фактор (4), воспроизводящий в нерелятивистском пределе ($v \ll 1$) известный нерелятивистский результат [11, 12].

Исследуем поведение релятивистского порогового ресуммирующего S-фактора (16) в нерелятивистском ($\chi \to +0$), релятивистском ($\chi \to +\infty$) и ультрарелятивистском пределах. В нерелятивистском пределе имеем выражение

$$S_{\mathrm{RQP,S}}(\chi)|_{\chi\to+0} \approx$$
$$\approx \frac{\pi\tilde{\alpha}(a+b)/2\,\mathrm{sh}\,\chi}{1-\exp[-\pi\tilde{\alpha}(a+b)/2\,\mathrm{sh}\,\chi]} \times$$
$$\times \frac{\pi\tilde{\alpha}a/2}{\exp(\pi\tilde{\alpha}a/2)-1}\left(1+\frac{\tilde{\alpha}^2a^2}{16}\right),$$

которое при $a = 0$ и $b = 2$, как было отмечено выше, переходит в бесспиновый S-фактор (4).

В релятивистском пределе ($v \to 1$) находим

$$S_{\mathrm{RQP,S}}(\chi)|_{\chi\to+\infty} \approx$$
$$\approx \frac{2\pi(B-\tilde{\rho})}{1-\exp[-2\pi(B-\tilde{\rho})]} \xrightarrow[\chi\to+\infty]{} 1+0,$$

справедливое для всех значений a и b в (8).

В ультрарелятивистском пределе, как это было доказано в [25, 26], спектр связанных состояний исчезает, когда масса $m \to 0$, так как масса частицы является единственным размерным параметром. Эта особенность отражает существенное различие между потенциальными моделями и квантовой теорией поля, где появляется дополнительный размерный параметр. Кроме того, мы можем также заключить, что S-фактор, который соответствует непрерывному спектру, должен стремиться к 1 при $m \to 0$.

Таким образом, зависимость релятивистского порогового ресуммирующего S-фактора (16) от спиновых параметров a и b установлена. Проведенный анализ его поведения в нерелятивистском ($v \ll 1$), релятивистском ($v \to 1$) и в ультрарелятивистском ($m \to 0$) пределах показал, что он воспроизводит как известный нерелятивистский предел в бесспиновом случае, когда $a = 0$ и $b = 2$, так и ожидаемые релятивистский и ультрарелятивистский пределы для всех трех случаев: псевдоскаляра, вектора и псевдовектора.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получен новый пороговый ресуммирующий S-фактор (16) для составной системы из двух релятивистских спиновых кварков равных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала. Рассмотрены случаи псевдоскаляра, вектора и псевдовектора. Для этой цели была использована полностью ковариантная гамильтонова формулировка квазипотенциального подхода в квантовой теории поля путем перехода к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению [17] для случая составной системы из двух релятивистских частиц равных масс.

Установлена зависимость релятивистского порогового ресуммирующего S-фактора (16) от спиновых параметров a и b. Показано, что релятивистский S-фактор (16) при $a = 0$ и $b = 2$ переходит в бесспиновый S-фактор (4).

Выполненный анализ поведения S-фактора (16) в нерелятивистском ($v \ll 1$), релятивистском ($v \to 1$) и в ультрарелятивистском ($m \to 0$) пределах показал, что он воспроизводит как известный нерелятивистский предел в бесспиновом случае, когда $a = 0$ и $b = 2$, так и ожидаемые релятивистский и ультрарелятивистский пределы для всех трех случаев: псевдоскаляра, вектора и псевдовектора.

Поскольку S-фактор (16) получен нами в рамках полностью ковариантного метода, то можно ожидать, что он более полно учитывает релятивистский характер взаимодействующих частиц и спиновые эффекты.

Автору приятно выразить искреннюю благодарность О.П. Соловцовой за проявленный интерес к работе, полезные обсуждения, стимулирующие дискуссии и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. T. Appelquist and H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **34**, 43 (1975); Phys. Rev. D **12**, 1404 (1975).
2. E. C. Poggio, H. R. Quinn, and S. Weinberg, Phys. Rev. D **13**, 1958 (1976).
3. J. Schwinger, *Particales, Sources, and Fields* (Addison-Wesley, New York, 1973), Vol. 2.
4. G. Gamov, Z. Phys. **51**, 204 (1928).

5. A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien* (Vieweg, Braunschweig, 1939), Vol. 2.
6. А. Д. Сахаров, ЖЭТФ **18**, 631 (1948).
7. В. С. Фадин, В. А. Хозе, ЯФ **48**, 487 (1988) [Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 309 (1988)]; V. S. Fadin, V. A. Khoze, and T. Sjostrand, Z. Phys. C **48**, 613 (1990).
8. V. S. Fadin, V. A. Khoze, A. D. Martin, and A. Chapovsky, Phys. Rev. D **52**, 1377 (1995).
9. A. H. Hoang, Phys. Rev. D **56**, 7276 (1997).
10. J.-H. Yoon and C.-Y. Wong, Phys. Rev. C **61**, 044905 (2000); J. Phys. G **31**, 149 (2005).
11. О. П. Соловцова, Ю. Д. Черниченко, ТМФ **166**, 225 (2011) [Theor. Math. Phys. **166**, 194 (2011)].
12. О. П. Соловцова, Ю. Д. Черниченко, ЯФ **73**, 1658 (2010) [Phys. Atom. Nucl. **73**, 1612 (2010)]; arXiv: 0904.0754v1.
13. K. A. Milton and I. L. Solovtsov, Mod. Phys. Lett. A **16**, 2213 (2001).
14. A. A. Logunov and A. N. Tavkhelidze, Nuovo Cimento **29**, 380 (1963).
15. В. Г. Кадышевский, ЖЭТФ **46**, 654, 872 (1964) [Sov. Phys. JETP **19**, 443, 597 (1964)]; Докл. АН СССР **160**, 573 (1965) [Sov. Phys. Dokl. **10**, 46 (1965)].
16. V. G. Kadyshevsky, Nucl. Phys. B **6**, 125 (1968).
17. V. G. Kadyshevsky, R. M. Mir-Kasimov, and N. B. Skachkov, Nuovo Cimento A **55**, 233 (1968).
18. V. I. Savrin and N. B. Skachkov, Lett. Nuovo Cimento **29**, 363 (1980).
19. K. A. Milton, I. L. Solovtsov, and O. P. Solovtsova, Phys. Rev. D **64**, 016005 (2001).
20. I. L. Solovtsov and O. P. Solovtsova, Nonlin. Phenom. Complex Syst. **5**, 51 (2002).
21. K. A. Milton, I. L. Solovtsov, and O. P. Solovtsova, Mod. Phys. Lett. A **21**, 1355 (2006).
22. K. A. Milton, in *Proceedings of the International Seminar Dedicated to the Memory of I. L. Solovtsov, Dubna, 15–18 Jan. 2008*, Preprint no. D4-2008-65, JINR (Dubna, 2008), p. 82.
23. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **80**, 396 (2017) [Phys. Atom. Nucl. **80**, 707 (2017)].
24. N. B. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint no. E2-81-760, JINR (Dubna, 1981); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, ТМФ **54**, 183 (1983) [Theor. Math. Phys. **54**, 116 (1983)].
25. W. Lucha and F. F. Schöberl, Phys. Rev. Lett. **64**, 2733 (1990).
26. W. Lucha and F. F. Schöberl, Phys. Lett. B **387**, 573 (1996).

THRESHOLD RESUMMATION *S* FACTOR FOR A SYSTEM OF TWO RELATIVISTIC SPINOR QUARKS

Yu. D. Chernichenko

P. Sukhoi Gomel State Technical University, Belarus;
International Center for Advanced Studies, Gomel, Belarus

The new threshold resummation S factor is received for a system of two relativistic spin-1/2 quarks of equal masses interacting via a Coulomb-like chromodynamical potential. The cases of the pseudoscalar, vector, and pseudovector are considered. The study is conducted within the framework of the quasipotential approach using the Hamiltonian formulation of quantum field theory via a transition to the relativistic configurational representation for the case of two relativistic particles of equal masses.