

УДК 532.516

## КОНКУРЕНЦИЯ ИСТОЧНИКА И СТОКА ИМПУЛЬСА В ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

О. Н. ШАБЛОВСКИЙ, Д. Г. КРОЛЬ, И. А. КОНЦЕВОЙ,  
А. А. ХОРТ

Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь

**Ключевые слова:** сила трения Релея, завихренность, нелинейный коэффициент сопротивления, источник импульса, сток импульса, объемный источник энергии.

### Введение

Изучение воздействия массовых сил на течение несжимаемой жидкости – актуальная задача гидродинамики. Прикладные аспекты этой проблемы связаны с природными и технологическими процессами, в которых пространственно-периодическая неоднородность гидродинамических и тепловых полей приводит к интенсификации переноса импульса и энергии. Весьма распространенный является ситуация, когда в потоке жидкости наблюдается взаимодействие двух конкурирующих друг с другом массовых сил, а результатом конкуренции является формирование периодических структур. В данной работе мы рассматриваем эту задачу с учетом следующих физических явлений: нелинейные свойства силы сопротивления, неизотермичность течения, вязкоупругость жидкости. Плоское двумерное стационарное течение несжимаемой сплошной среды определяется уравнениями [1]:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i, \quad \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0; \quad (1)$$

$$\rho c_p v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_v, \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}; \quad (2)$$

$$\Phi = \tau_{11} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \tau_{22} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \tau_{12} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right);$$

$$v = \mu / \rho, \quad i, k = 1, 2; \quad \rho, c_p, \lambda, \mu - \text{const.}$$

Реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла [2] возьмем в следующей форме записи:

$$\tau_{ij} + \gamma \left[ v_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + m(\tau_{ik} \omega_{kj} - \omega_{ik} \tau_{kj}) \right] = 2\mu e_{ij}; \quad (3)$$

$$2e_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \quad 2\omega_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i},$$

где  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$  – декартовы прямоугольные координаты;  $\mathbf{v}(v_1, v_2)$  – вектор скорости;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\mathbf{F}(F_1, F_2)$  – вектор массовой силы;  $T$  – температура;  $\mathbf{q}(q_1, q_2)$  – вектор удельного теплового потока;  $c_p$  – удельная теплоемкость;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $q_v$  – объемная мощность внутренних источников энергии;  $\tau_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений;  $e_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформации;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $\gamma$  – время релаксации вязких напряжений;  $\Phi$  – диссипативная функция. Дважды повторяющийся индекс  $k$  означает суммирование. Дифференциальный оператор в (3) при  $m = 1$  есть конвективная производная Яуманна, при  $m = 0$  – обычная субстанциональная производная. При  $\gamma = 0$  формула (3) описывает свойства вязкой ньютоновской жидкости.

Производство энтропии подсчитываем по формулам [1], [3]:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_i, \quad \sigma_e = q_v / T, \quad \sigma_i = \mathbf{q}^2 / (\lambda T^2),$$

где  $\sigma_e$  – производство энтропии за счет энергообмена с внешней средой;  $\sigma_i$  – производство энтропии за счет внутренних необратимых процессов.

Объемный источник энергии  $q_v(\mathbf{v}^2, T)$  моделирует воздействие внутренних источников тепла и теплообмен жидкости с внешней средой. Для представленной здесь задачи вид функции источника детерминирован структурой применяемого аналитического решения. Для диссипативной функции  $\Phi$  принимаем оценку  $\Phi \ll |q_v|$ , т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии.

Сила трения Рэлея  $\mathbf{F} = \mathbf{F}^R = -\zeta \mathbf{v}$  дает возможность моделировать широкий круг термогидродинамических явлений, представляющих практический интерес: периодические течения в тонких слоях жидкости [4], вихревые структуры в задачах промышленной экологии и прикладной геофизики [5]. Кроме того, такой подход позволяет учитывать наличие кластерных образований в полупроводниковых расплавах [6]. В работах [5], [6] применялся линейный вариант силы трения:  $\zeta = \text{const}$ . В рамках приближения  $\zeta \sim |\mathbf{v}|$  в [4] построены гидродинамические системы, описывающие каскадный процесс преобразования энергии в турбулентном потоке.

Далее полагаем, что коэффициент сопротивления зависит от температуры  $T$ , монотонно растет при увеличении  $|\mathbf{v}|$  и является четной функцией скорости:

$$\zeta = \zeta(\mathbf{v}^2, T), \quad \partial \zeta / \partial (\mathbf{v}^2) > 0.$$

Здесь мы рассматриваем случай, когда в потоке жидкости присутствует источник импульса, конкурирующий с внешней силой трения Рэлея. Данная работа продолжает исследования [7]–[10] и имеет следующие цели: 1) проанализировать закономерности формирования периодических полей скорости и температуры в условиях конкурентного взаимодействия источника и стока импульса; 2) сравнить друг с другом свойства течений вязкоупругой и ньютоновской жидкостей.

**Периодическое течение.** Будем изучать течение вида

$$v_1 \equiv u = u(y), \quad v_2 \equiv 0, \quad p = p(y), \quad T = T(y). \quad (4)$$

Вихрь скорости  $\omega = (1/2)\text{rot } v$  имеет одну нетривиальную составляющую  $\omega_z \equiv \omega = (-1/2)(du/dy)$ , направленную перпендикулярно плоскости  $(x, y)$ . Обозначим  $\tau = (c_1/u_1)(T - T_0)$ ,  $T_0 \equiv \text{const}$ , где  $T_0$  – отсчетное значение температуры;  $c_1$  – произвольная положительная постоянная, имеющая размерность удельной теплоемкости, Дж/(кг · град);  $y_1, u_1$  – положительные константы, имеющие размерности длины и скорости, соответственно; линейный масштаб релаксации равен  $L_1 = \gamma u_1$ . Безразмерные величины будем отмечать чертой сверху. Для коэффициента сопротивления и для объемного источника энергии возьмем следующие физически содержательные зависимости:

$$\bar{\zeta} \equiv \zeta y_1^2 / \nu = D_1 D_2; \quad (5)$$

$$D_1 = (1 - 4\Gamma)/(1 + 4\Gamma)^2, \quad \Gamma = (\bar{\gamma} m \bar{\omega})^2; \quad (6)$$

$$D_2 = 2(1 - 3\bar{\tau}^2 + \bar{u}^2); \quad (7)$$

$$\bar{q}_v \equiv q_v c_1 y_1^2 / (\lambda u_1^2) = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}^2 - 3\bar{u}^2 - 1); \quad (8)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma u_1 / y_1, \quad \bar{\omega} = \omega y_1 / u_1, \quad d\bar{u} / d\bar{y} = -2\bar{\omega}.$$

Функция  $\Gamma(\bar{y})$  характеризует неравновесные свойства вихревого поля. В классе движений (4)–(8) уравнения (1)–(3) имеют, согласно [8], точное решение:

$$\bar{u} \equiv u / u_1 = 2\varepsilon[\sin(2\bar{y})] / \delta, \quad \bar{\tau} \equiv \tau / u_1 = (1 - \varepsilon^2) / \delta; \quad (9)$$

$$\delta = 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(2\bar{y}), \quad \bar{y} = y / y_1, \quad y_1 > 0, \quad u_1 > 0.$$

$$d\bar{u} / d\bar{y} = -2\bar{\omega} = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}), \quad \bar{v} = v / (u_1 y_1);$$

$$\bar{p} = -\bar{\gamma} \bar{\tau}_{12} d\bar{u} / d\bar{y}, \quad \bar{\tau}_{12} = \bar{v} (d\bar{u} / d\bar{y}) [1 + (\bar{\gamma} d\bar{u} / d\bar{y})^2]^{-1};$$

$$\bar{q}_v = 4\bar{\tau}(-3\bar{\tau}_1 \bar{\tau} + 2\bar{\tau}^2 + 1), \quad \bar{\tau}_1 = (1 + \varepsilon^2) / (1 - \varepsilon^2);$$

$$\bar{\sigma}_e = \bar{q}_v / \bar{T}, \quad \bar{\sigma}_i = (u_{11} \bar{q} / \bar{T})^2, \quad \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_e + \bar{\sigma}_i.$$

Тепловой поток подсчитывается по формуле

$$q = -\lambda dT / dy, \quad \bar{q} \equiv q c_1 y_1 / (\lambda u_1^2) = -2\bar{u} \bar{\tau}.$$

Температурное поле характеризуется следующими индикаторными функциями:

$$\Phi_1 = \bar{y} \frac{d\bar{\tau}}{d\bar{y}}, \quad \Phi_2 = \frac{\bar{y}}{\bar{\tau}} \frac{d\bar{\tau}}{d\bar{y}}.$$

Ясно, что  $\delta > 0$  при  $\varepsilon^2 \neq 1$ ;  $\varepsilon$  – параметр решения. Если  $\varepsilon^2 < 1$ , то  $\tau > 0$ , течение происходит в горячей области,  $T > T_0$ . Если  $\varepsilon^2 > 1$ , то  $\tau < 0$ , имеем холодную область,  $0 < T < T_0$ .

Решение (9) определяет течение вязкоупругой жидкости с объемным источником энергии (8) и с двумя конкурирующими источниками импульса:

$$\bar{F}_{11} = -\bar{u}\bar{\zeta}_r, \quad \bar{\zeta}_r = 2D_1(1 + \bar{u}^2), \quad \bar{F}_{12} = 6D_1\bar{\tau}^2\bar{u}, \quad (10)$$

где  $\bar{\zeta}_r$  – коэффициент сопротивления;  $\bar{F}_{11}$  – внешняя сила трения (сток импульса);  $\bar{F}_{12}$  – источник импульса, конкурирующий с силой сопротивления. Оба эти источника мультипликативным образом зависят от  $D_1 = D_1(\Gamma)$ , (см. (6)), результирующая массовая сила  $\bar{F}_1 = \bar{F}_{11} + \bar{F}_{12}$  действует в продольном (вдоль оси  $OX$ ) направлении. Условие  $\bar{\zeta}_r \geq 0$  выполнено при  $\Gamma(\bar{y}) \leq 1/4$ , а это приводит к неравенству  $\bar{\gamma}^2 m^2 \bar{\omega}_{\max}^2 \leq 1/4$ , которое справедливо при подходящем выборе  $\gamma$ . В случае (10) наблюдается периодическое течение при  $y \in (-\infty, \infty)$ ,  $\varepsilon^2 \neq 1$ .

**Результаты расчетов.** На рис. 1 представлены зависимости физических параметров течения от безразмерной координаты  $\bar{y}/\pi$ . На каждом периоде колебаний наблюдается перемена знака скорости и теплового потока. Немонотонное поведение завихренности  $\bar{\omega}$  соответствует немонотонному поведению коэффициента сопротивления  $\bar{\zeta}_r$ . Например, при  $\bar{y}/\pi \in (0, 1)$  минимальное значение  $|\bar{\omega}|_{\min}$  достигается при  $(\bar{\zeta}_r)_{\min}$ . Графики зависимостей индикаторных функций  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  демонстрируют отличие температурного профиля от степенного ( $\Phi_1 = \text{const}$ ) и логарифмического ( $\Phi_2 = \text{const}$ ) вариантов. Результирующая массовая сила  $\bar{F}_{11} + \bar{F}_{12}$  является знакопеременной и немонотонной: на каждом периоде колебаний эта сила имеет один максимум и один минимум. Вместе с тем источник энергии  $\bar{q}_0$  при  $\bar{y}/\pi \in (0, 1)$  имеет два минимума и один максимум. Сравнение свойств вязкоупругого и ньютоновского течений дано на рис. 2 (горячая область) и рис. 3 (холодная область). Видим, что различия между горячей и холодной областями при  $\bar{\gamma} \geq 0$  имеют количественный характер, а в качественном отношении эти процессы одинаковые. В каждый из температурных областей качественные различия между течениями ( $\bar{\gamma} > 0$ ) и ( $\bar{\gamma} = 0$ ) обусловлены, прежде всего, релаксацией вязких напряжений в жидкости Максвелла: на рис. 2 и 3 зависимость  $\bar{\tau}_{12}$  от  $\bar{\tau}$  обладает отчетливо выраженной немонотонностью, и при этом наблюдаются два экстремума: максимум и минимум.

Это обстоятельство оказывает значительное влияние на поведение источника импульса  $\bar{F}_{12}$  как функции температуры  $\bar{\tau}$ . Отметим еще, что в данном случае течение ньютоновской жидкости – изобарическое. Влияние конечного времени релаксации  $\bar{\gamma} > 0$  на поведение давления и производства энтропии показано на рис. 4. Здесь следует отметить, что модуль  $|\sigma_e|$  (воздействие энергообмена с внешней средой) в количественном отношении значительно превосходит  $\sigma_i$  (влияние внутренних необратимых процессов).

Вихрь скорости  $\bar{\omega} = \bar{\tau}(\bar{\tau} - \bar{\tau}_1)$  нелинейно зависит от температуры жидкости и существенно влияет на сток и источник импульса посредством  $D_1$ :  $\bar{\zeta}_r = 2D_1(2\bar{\tau}_1\bar{\tau} - \bar{\tau}^2)$ ,  $D_1 > 0$ ,  $\partial D_1 / \partial \Gamma < 0$ ,  $\Gamma = \bar{\gamma}^2 m^2 (\bar{\tau}_1\bar{\tau} - \bar{\tau}^2)^2$ .

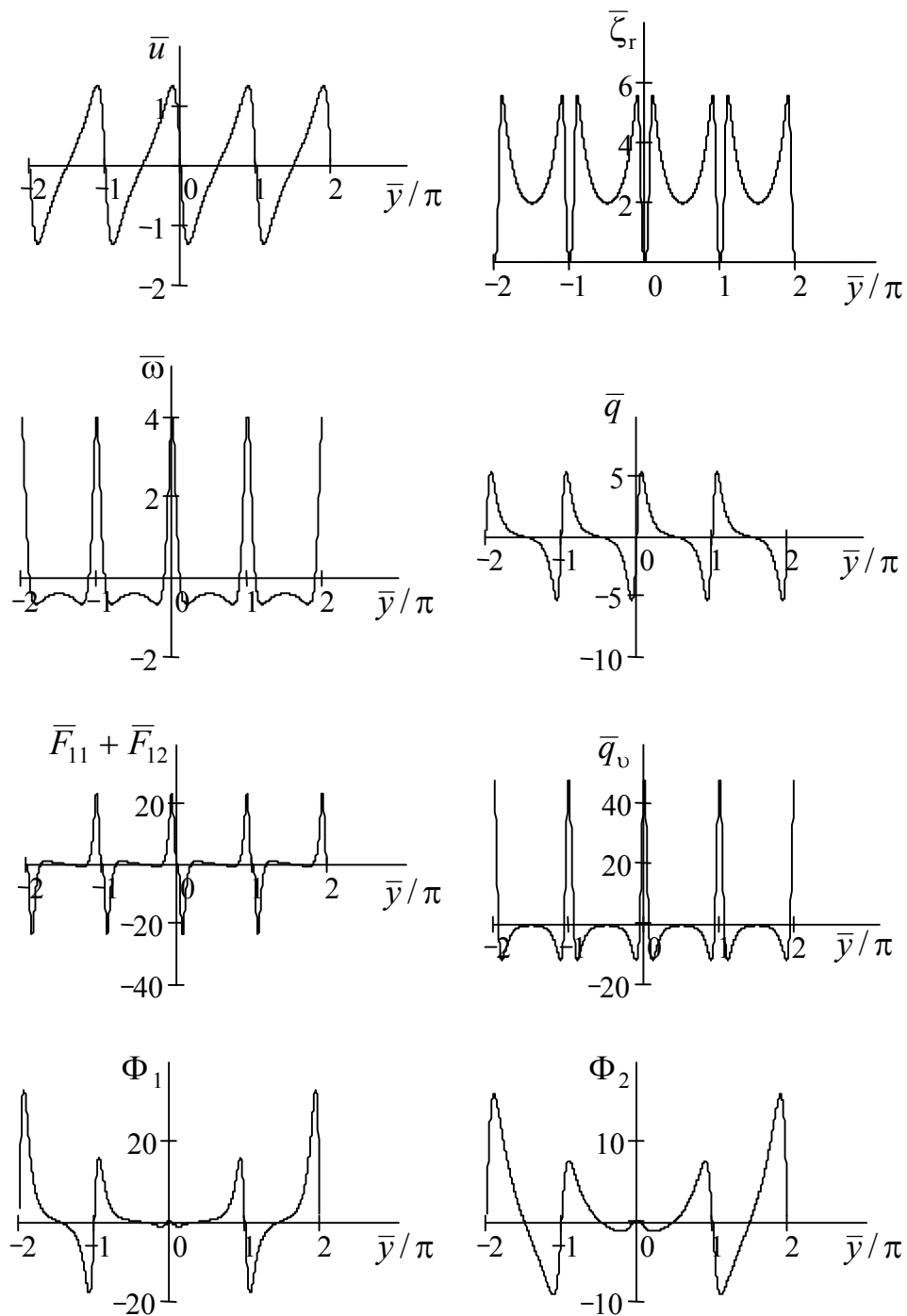


Рис. 1. Конкуренция источника и стока импульса. Зависимость безразмерных параметров течения от безразмерной координаты. Горячая область. Входные параметры:  $\varepsilon = -0,5$ ;  $\bar{\gamma} = 0,12$ ;  $m = 1$ ;  $\bar{v} = 1$ ;  $u_{i1} = 0,5$ ;  $\bar{y} \in [-2\pi, 2\pi]$

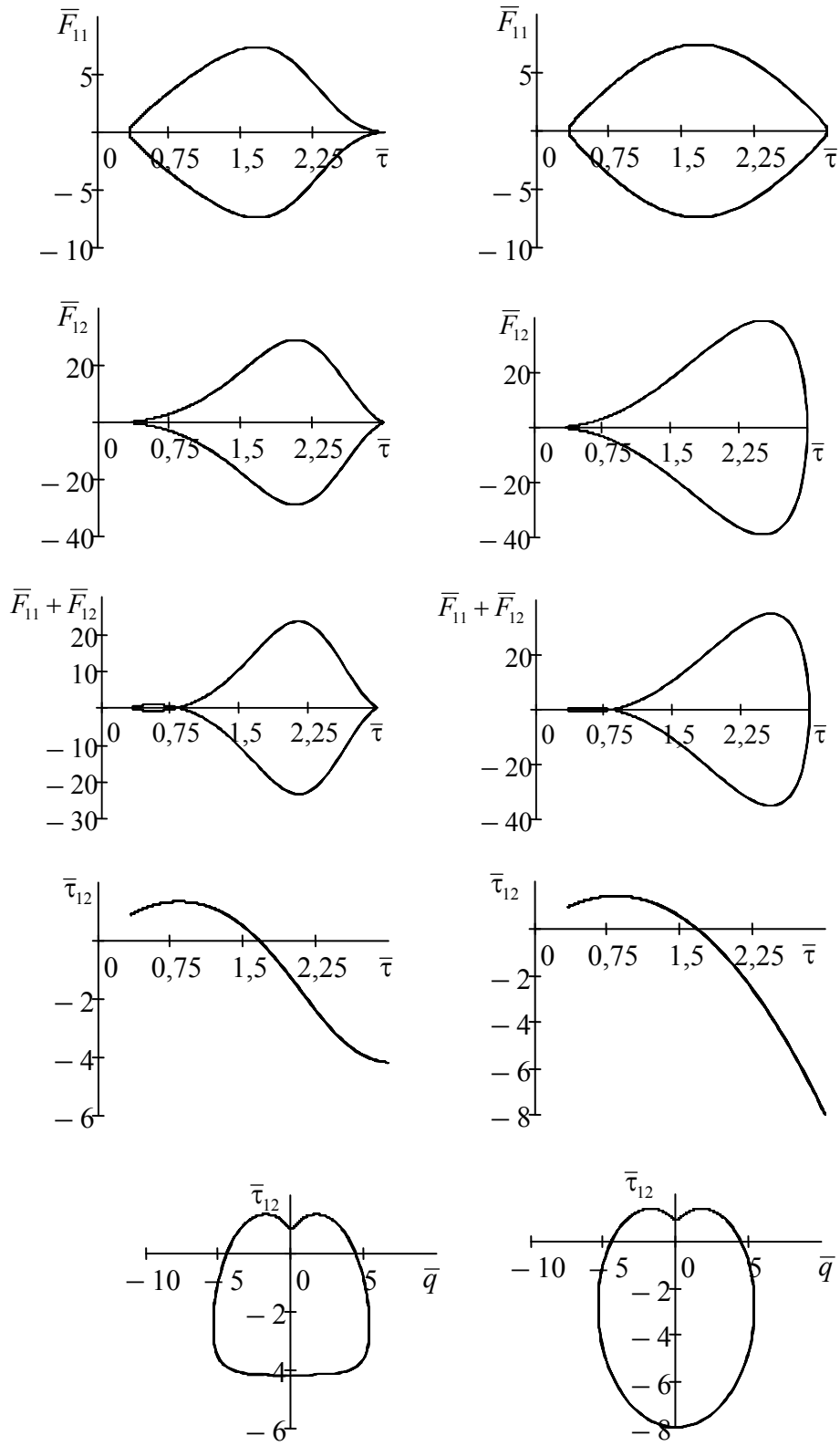


Рис. 2. Функциональные связи между безразмерными параметрами течения. Левый столбец – вязкоупругая жидкость,  $\bar{\gamma} = 0,12$ . Правый столбец – ньютоновская жидкость,  $\bar{\gamma} = 0$ . Горячая область. Входные параметры:  $\varepsilon = -0,5$ ;  $m = 1$ ;  $\bar{v} = 1$ ;  $u_{11} = 0,5$ ;  $\bar{y} \in [-2\pi; 2\pi]$

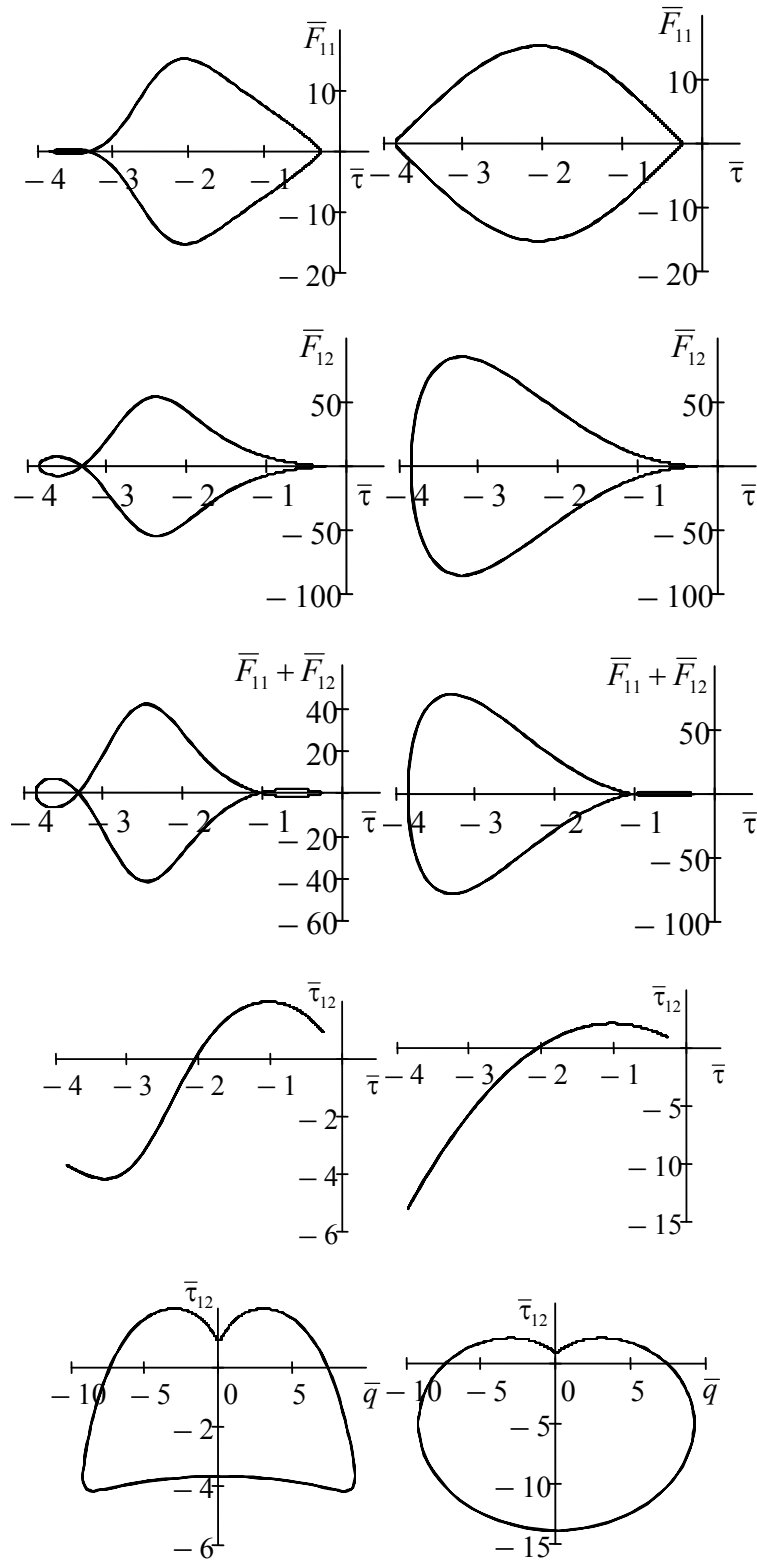


Рис. 3. Функциональные связи между безразмерными параметрами течения. Левый столбец – вязкоупругая жидкость,  $\bar{\gamma} = 0,12$ . Правый столбец – ньютоновская жидкость,  $\bar{\gamma} = 0$ . Холодная область. Входные параметры:  $\varepsilon = -1,7$ ;  $m = 1$ ;  $\bar{v} = 1$ ;  $u_{11} = 0,5$ ;  $\bar{y} \in [-2\pi; 2\pi]$

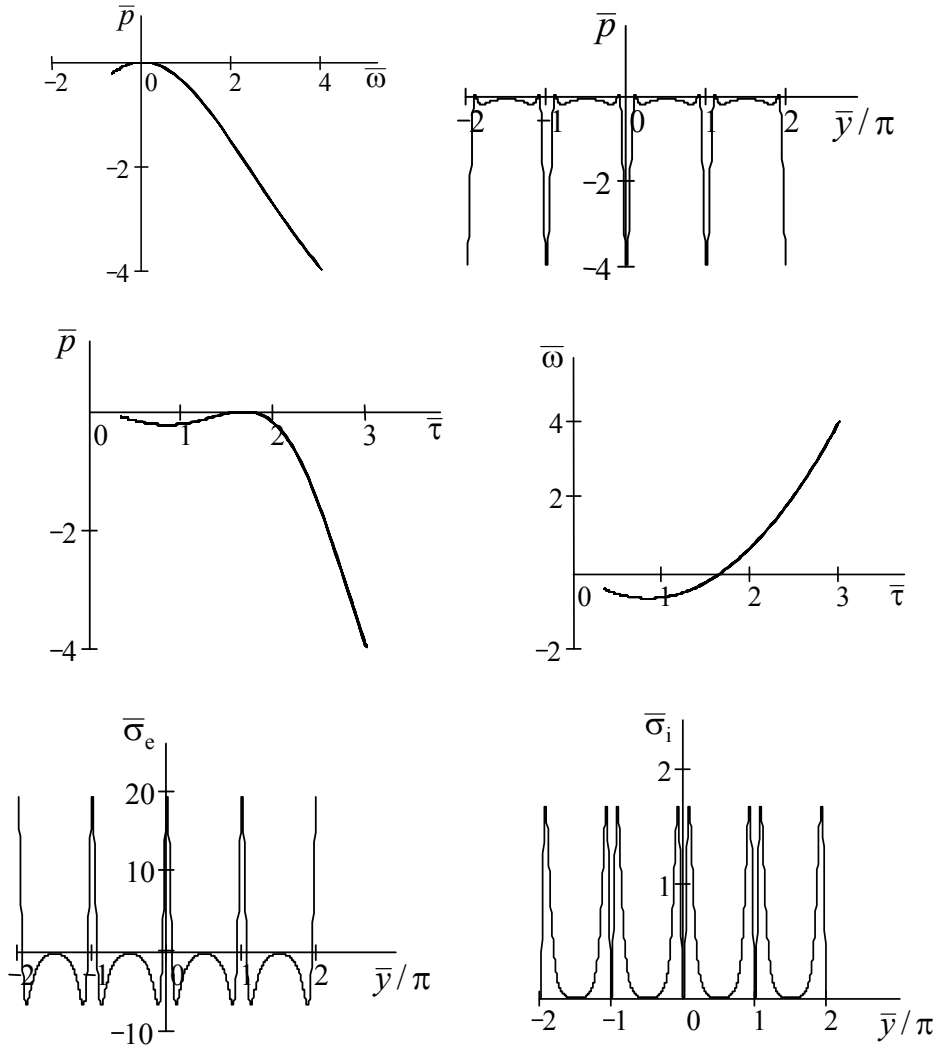


Рис. 4. Давление, завихренность и производство энтропии в неизотермическом потоке вязкоупругой жидкости. Горячая область. Входные параметры:  $\varepsilon = -0,5$ ;  $\bar{y} = 0,12$ ;  $m = 1$ ;  $\bar{v} = 1$ ;  $u_{11} = 0,5$ ;  $\bar{y} \in [-2\pi; 2\pi]$

Обсудим вихревые и энтропийные свойства линий неподвижности течения  $\bar{u} = 0$ ,  $2y/y_1 = \pi n_0$ , где  $n_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , любое целое число. Параметр  $\varepsilon > 0$  характеризует  $|\bar{\omega}|$  на линиях неподвижности:  $\bar{\omega} = -2\varepsilon < 0$  при четном  $n_0$  (далее для краткости – линия  $\omega^-$ ),  $\bar{\omega} = 2\varepsilon > 0$  при нечетном  $n_0$  (далее – линия  $\omega^+$ ). На этих линиях  $d\bar{\omega}/dy = 0$ , поэтому знакопеременная функция  $\bar{\omega}(y)$  имеет точку перегиба ( $d^2\bar{\omega}/dy^2 = 0$ ), расположенную между двумя соседними линиями неподвижности. Точки перегиба профиля температуры  $T(y)$  также находятся между теплоизолированными ( $q = 0$ ) линиями  $\bar{u} = 0$ . Точка экстремума  $d\bar{\omega}/d\bar{\tau} = 0$  существует при  $\bar{\tau} = \bar{\tau}_* = \bar{\tau}_1/2$ . Следовательно, максимум  $(\bar{\omega}^2)_{\max}$  достигается на той изотерме  $\bar{\tau} = \bar{\tau}_*$ , на которой уравниваются сток и источник импульса,  $\bar{F}_{11} + \bar{F}_{12} = 0$ . Линия равновесия импульсов существует в холодной области при  $2 \leq \varepsilon \leq 3$ , в горячей области при  $0,3 \leq \varepsilon \leq 0,6$ . Линиям неподвижности  $\omega^-$  и  $\omega^+$  соответствуют температуры



$\bar{\tau}_0^- = (1-\varepsilon)/(1+\varepsilon)$  и  $\bar{\tau}_0^+ = (1+\varepsilon)/(1-\varepsilon)$ , которые будем рассматривать как аргументы производства энтропии  $\sigma = \sigma_e$ ,  $\sigma_i \equiv 0$ .

Холодная область: на линиях  $\omega^-$  происходит сток энергии  $q_v < 0$ , и отсутствует экстремум функции  $\sigma(\bar{\tau}_0^-)$ . На линиях  $\omega^+$  имеем  $q_v > 0$ , и существует  $\sigma_{\min}$  при  $1 < \varepsilon < (2+\sqrt{3})$ ; справа от порогового значения  $\varepsilon = 2+\sqrt{3}$  существует  $\sigma_{\max}$  при  $(2+\sqrt{3}) < \varepsilon < (5+2\sqrt{6})$ ; дальнейший рост  $\varepsilon = \bar{\omega}/2$  приводит к исчезновению экстремума функции  $\sigma(\bar{\tau}_0^+)$ .

Горячая область: на линиях  $\omega^+$  происходит сток энергии,  $q_v < 0$ , и существует  $\sigma_{\min}$  при  $(5-2\sqrt{6}) < \varepsilon < (2-\sqrt{3})$ ; справа от порогового значения  $\varepsilon = 2-\sqrt{3}$  существует  $\sigma_{\max}$  при  $(2-\sqrt{3}) < \varepsilon < 1$ . На линиях  $\omega^-$  при всех  $\varepsilon \in (0, 1)$  имеем  $\sigma_{\min}$  и  $q_v > 0$ . Значит, в горячей области при  $(5-2\sqrt{6}) < \varepsilon < (2-\sqrt{3})$  на всех линиях неподвижности имеем  $\sigma_{\min}$ ; по мере роста  $\varepsilon$  получаем для  $(2-\sqrt{3}) < \varepsilon < 1$  перемежаемость типов экстремума  $\sigma_{\min}$  и  $\sigma_{\max}$  на линиях неподвижности с разными знаками  $\bar{\omega}$ . В холодной области нет перемежаемости типов экстремума. Общее свойство для холодной и горячей областей: на линиях  $\omega^+$  в соответствующих интервалах  $\varepsilon$  при возрастании  $\varepsilon$  происходит смена типа экстремума  $\sigma_{\min}$  на  $\sigma_{\max}$ .

Теперь рассмотрим линии нулевой завихренности  $\omega = 0$ :

$$2y/y_1 = 2\pi n_0 \pm \arccos[-2\varepsilon/(1+\varepsilon^2)], \quad \bar{\tau} = \bar{\tau}_1, \quad (\bar{u}^2)_{\max} = 4\varepsilon^2/(1-\varepsilon^2)^2.$$

Ясно, что  $d\bar{\zeta}_r/d\bar{\tau} = 0$ ,  $d\Gamma/d\bar{\tau} = 0$  именно на линиях  $\omega = 0$ . Следовательно, знак производной  $d\bar{\zeta}_r/d\bar{\tau}$  меняется при переходе через линию  $\omega = 0$ .

### Заключение

В результате приведенных исследований изучен класс неизотермических плоских течений вязкой несжимаемой жидкости при конкурентном взаимодействии двух массовых сил. Внешняя сила трения (сток импульса) и источник импульса, нелинейно зависящий от температуры, генерируют пространственно-периодическое движение. Подробно рассмотрены две реологические модели жидкости: вязкая ньютоновская и вязкоупругая жидкость Максвелла. Обнаружены нетривиальные свойства этого течения, проявляющиеся на линиях неподвижности и линиях нулевой завихренности, а также представлены результаты численных расчетов, позволившие выполнить сравнение свойств вязкоупругого и ньютоновского течений. Изучены качественные и количественные свойства скорости, температуры, давления, вязких напряжений, вихря скорости и производства энтропии, определена роль релаксации вязких напряжений в формировании поля давления.

### Литература

1. Седов, Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1973. – Т. 1. – 536 с.
2. Астарита, Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей / Дж. Астарита, Дж. Марруччи. – М. : Мир, 1978. – 309 с.

3. Жоу, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас-Баскес, Дж. Лебон. – М. – Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2006. – 528 с.
4. Гледзер, Е. Б. Системы гидродинамического типа и их применение / Е. Б. Гледзер, Ф. В. Должанский, А. М. Обухов. – М. : Наука, 1981. – 368 с.
5. Должанский, Ф. В. О механических прообразах фундаментальных гидродинамических инвариантов и медленных многообразий / Ф. В. Должанский // Успехи физ. наук. – 2005. – Т. 175, № 12. – С. 1257–1288.
6. Кластерная модель структуры расплавов в погранслое и ее гидродинамическое описание при моделировании процессов кристаллизации полупроводников в космосе / А. В. Картавых [и др.] // Поверхность. Рентген., синхротрон. и нейтрон. исслед. – 2004. – № 6. – С. 91–98.
7. Шабловский, О. Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости / О. Н. Шабловский // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2011. – Вып. 5, № 32 (249). – С. 77–82.
8. Шабловский, О. Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками / О. Н. Шабловский // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энергет. об-ний СНГ. – 2011. – № 5. – С. 55–65.
9. Шабловский, О. Н. Инвариантная завихренность и тепловое состояние ползущего течения жидкости сквозь проницаемую мембрану / О. Н. Шабловский // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2014. – Т. 6, № 1. – С. 59–66.
10. Шабловский, О. Н. Гидродинамические и тепловые аспекты кластерной модели структуры расплава. Часть 2. Два типа температурной зависимости силы сопротивления кластерных образований / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2016. – № 2. – С. 65–73.

*Получено 28.05.2019 г.*