

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ «БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

УДК 539.3

Комраков
Владимир Викторович

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О КОНТАКТЕ ДВУХ УПРУГИХ ТЕЛ БОЧКООБРАЗНОЙ
ФОРМЫ С УЧЕТОМ ИЗНОСА

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук
по специальности 01.02.04 — «Механика деформируемого твердого тела»

Гомель, 2007

Работа выполнена в Гомельском государственном техническом университете им. П.О. Сухого

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Тариков Георгий Петрович,
УО «Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого»,
зав. кафедрой «Детали машин»,

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Богданович Павел Николаевич,
УО «Белорусский государственный университет транспорта»
зав. кафедрой «Материаловедение и технология материалов»,

кандидат физико–математических наук
Леоненко Денис Владимирович
УО «Белорусский государственный университет транспорта»
доцент каф. «Строительная механика»

Оппонирующая организация: ГНУ «Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого» НАН Беларуси,
г. Гомель

Защита состоится «26» декабря 2007 г. в 15.00 на заседании совета по защите диссертаций К 02.27.01 при УО «Белорусский государственный университет транспорта» по адресу: 246653 Гомель, ул. Кирова, 34, телефон ученого секретаря (0232) 95-39-61

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке УО «Белорусский государственный университет транспорта»

Автореферат разослан «23» ноября 2007 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций
кандидат физ.–мат. наук, доцент

Воробьев С. А.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ и классификация отказов изделий машиностроения показали, что основной причиной выхода их из строя в условиях эксплуатации является не поломка детали, а износ и нестабильность триботехнических характеристик сопряжений. Эти факторы приводят к постепенной утрате работоспособности вследствие разрегулирования кинематических цепей, изменения прочности и жесткости отдельных звеньев и даже полного их истирания.

Для перехода от расчета изнашивания материалов к задачам конструкционной износостойкости решающее значение, помимо физического аспекта, определяющего элементарные закономерности процесса фрикционного разрушения поверхностей, приобретают контактные задачи механики деформируемого твердого тела.

Вместе с тем, решение пространственных контактных задач с учетом износа аналитическими и численными методами связано с преодолением значительных сложностей и в ряде случаев невозможно. В связи с этим, решение новых износоконтактных задач представляет собой как научный, так и практический интерес.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь с научно–техническими программами. Работа входила составной частью в следующие республиканские научно–технические программы, выполняемые на кафедре «Детали машин» ГГТУ им. П.О. Сухого:

Работа выполнялась в рамках госбюджетной научно–исследовательской темы «Исследование задач механики контактного взаимодействия и механики трещин в передачах зацеплением» Государственной программы фундаментальных исследований «Надежность и безопасность», № гос. регистрации 20012009, 2001–2005 г.г.; и госбюджетной научно–исследовательской темы «Исследование влияния износа и микротрещин на контактную прочность зубчатых передач» Государственной программы фундаментальных исследований «Механика» № гос. регистрации 20011995, 2001–2005 г.г.

Цель и задачи исследования. Целью настоящей работы является постановка и решение задачи о контакте двух упругих тел с учетом износа при трении скольжения.

Для достижения цели работы были определены следующие задачи:

- решить аналитически задачу о контакте двух упругих тел с учетом износа при трении скольжения для случая эллиптической площадки контакта;
- разработать методику определения интенсивности изнашивания контактирующих поверхностей зубьев зубчатого зацепления;
- разработать методику решения неосесимметричной пространственной контактной задачи с учетом износа при трении скольжения с помощью элек-

трического моделирования и решить задачу о контакте зубьев зубчатого зацепления с учетом износа;

— создать программно–аппаратный комплекс с целью автоматизации проведения экспериментальных исследований с помощью электромоделирующего устройства, обработки результатов эксперимента и повышения их точности.

Объектом исследования являются упругие тела, находящиеся в скользящем контакте. Предметом исследования является износ контактирующих поверхностей и его влияние на форму, размеры площадок контакта, а также на распределение контактных давлений.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие результаты исследования контактных задач с учетом износа:

— постановка и аналитическое решение задачи о контакте двух упругих тел с учетом износа при трении скольжения, что позволило получить расчетные формулы для определения контактных давлений, геометрических параметров эллиптической площадки контакта а также сближения упругих тел;

— методика экспериментального определения параметров степенной зависимости интенсивности изнашивания контактирующих тел от коэффициента скольжения и контактного давления, позволяющая экспериментально определять интенсивность изнашивания стали при значительном сокращении времени проведения экспериментов и повышении точности получаемых результатов;

— постановка и решение неосесимметричной задачи о контакте зубьев бочкообразной формы зубчатых колес с учетом износа при трении скольжения и перекоса их осей вращения с помощью метода электрического моделирования, что дает возможность определения оптимальных геометрических параметров контактирующих поверхностей элементов высших кинематических пар еще на стадии проектирования;

— программно–аппаратный комплекс, позволяющий автоматизировать процесс проведения эксперимента при решении пространственных износоконтактных задач с помощью электромоделирующего устройства, математическую обработку получаемых результатов, что приводит к существенному уменьшению времени на проведение экспериментальных исследований и снижению материальных затрат.

Личный вклад соискателя наиболее полно проявляется в разработке алгоритмов и программного комплекса для обеспечения проведения экспериментальных исследований [2, 3, 5], проведении трибоиспытаний по определению интенсивности изнашивания и обработки их результатов [4], определении путей реализации поставленных задач [5, 6, 7, 8], подготовке патентной заявки на электромоделирующее устройство для решения пространственных контактных задач [11], математической обработке результатов решения задач и представлении их в виде научных публикаций [1, 9]. Работа [4] опубликована без соавторов.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты работы докладывались и получили одобрение на:

- международной научно–технической конференции «Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике» (Минск, 2001);
- международной научно–технической конференции «Современные методы проектирования машин» (Минск, 2002);
- II, IV международных научно–технических конференциях «Современные проблемы машиноведения» (Гомель 2002, 2006);
- международной научно–технической конференции «Электроэнергия и будущее цивилизации» (Томск, 2004);
- VI межвузовской научно–технической конференции «Исследования и разработки в области машиностроения, энергетики и управления» (Гомель, 2006).

Опубликованность результатов. По теме диссертации опубликовано 11 работ, в том числе статей в журналах – 4 (все включены в Перечень научных изданий Республики Беларусь для опубликования результатов диссертационных исследований; 1 без соавторов), тезисов докладов – 6, патентов РБ – 1. Общее количество страниц опубликованных материалов – 47, из них 34 – личный вклад автора.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, библиографического списка. Общий объем диссертации составляет 120 страниц машинописного текста, включая 37 страниц с 58 иллюстрациями, 3 таблицы на 1 странице, библиографический список из 131 наименования на 9 страницах, список публикаций соискателя из 11 наименований на 2 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении и общей характеристике работы обоснована актуальность темы диссертации, сформированы цель и задачи исследования, изложены основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе анализируются аналитические, численные и экспериментальные методы решения пространственных контактных задач. Дана характеристика методов с точки зрения простоты использования и универсальности применения к решению таких задач.

Весомый вклад в развитие контактных задач с учетом износа (т.н. износостойких задач) внесли работы В.М. Александрова, В.А. Белого, Л.А. Галина, И.Г. Горячевой, М.Н. Добычина, Ю.Н. Дроздова, В.П. Кагаева, М.В. Коровчинского, И.В. Крагельского, С.Б. Пинегина, Г. Польцера, А.С. Проникова, А.И. Свириденка, И.А. Солдатенкова, Г.Ф. Фляйшера, Н. Чихоса и др.

Однако, количество работ посвященных решению пространственных контактных задач двух упругих тел с учетом износа при трении скольжения, ввиду их сложности, весьма ограничено.

Во второй главе рассматриваются два упругих тела, ограниченных выпуклыми поверхностями S_1 и S_2 и находящихся в скользящем контакте. Тела соприкасаются в точке O (рисунок 2.1).

При решении контактной задачи с учетом износа касательные усилия на площадке контакта учитывать не будем, так как они мало влияют на нормальное давление, а также на форму и размеры области контакта.

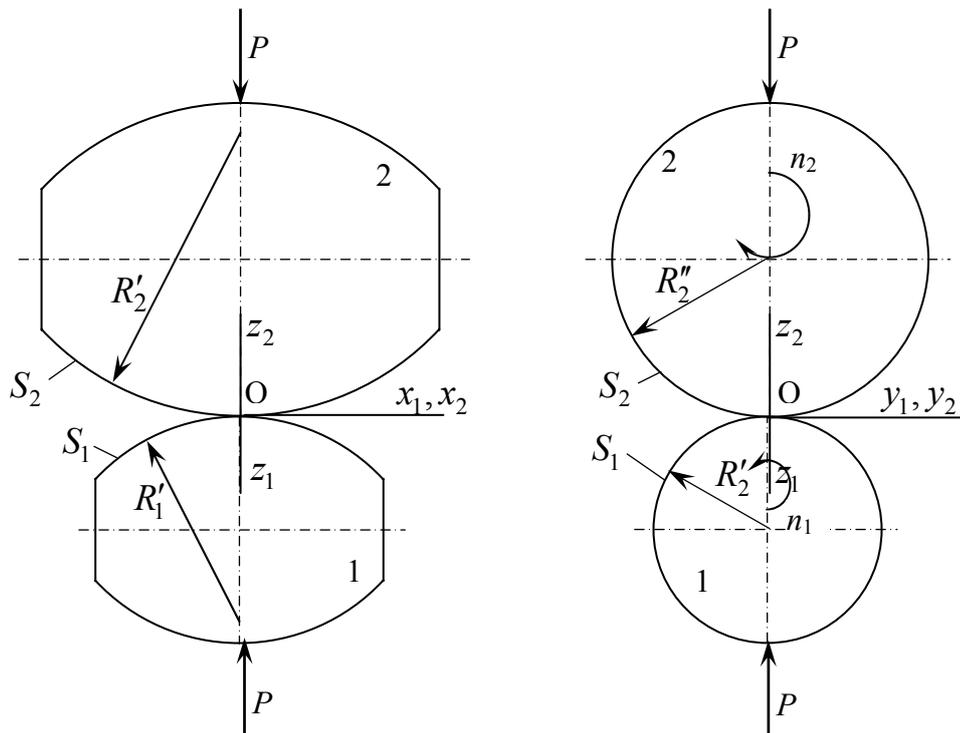


Рисунок 2.1 – Контакт двух упругих тел

Условия контакта двух тел с учетом износа можно представить в таком виде:

$$u_z^{(1)} + u_{z^*}^{(1)} + u_z^{(2)} + u_{z^*}^{(2)} = \delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y), \quad (2.1)$$

где $u_z^{(i)}$ — проекции вектора перемещения на ось z ; $u_{z^*}^{(i)}$ — проекция вектора перемещения за счет износа; δ — сближение тел; φ_i — уравнение поверхности S_i ($i = 1, 2$).

В области контакта соприкасающихся тел $z_1 = z_2 = z = 0$. Следовательно, с учетом (2.1) имеем такие граничные условия:

$$\begin{cases} u_z^{(1)} + u_{z^*}^{(1)} + u_z^{(2)} + u_{z^*}^{(2)} = \delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \sigma_z^{(i)} = -p(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \sigma_z^{(i)} = 0, & (x, y) \notin \Omega, \\ \tau_{xz}^{(i)} = \tau_{yz}^{(i)} = 0, & -\infty < x, y < \infty. \end{cases} \quad (2.2)$$

где $(i = 1, 2)$; σ_z – нормальное напряжение, τ_{xz} , τ_{yz} – касательные напряжения, $p(x, y)$ – нормальное давление на площадке контакта.

Известно, что распределение контактного давления p описывается следующим интегральным уравнением первого рода:

$$u_z^{(1)}(x, y) + u_z^{(2)}(x, y) = \frac{\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} dx_1 dy_1, \quad (2.3)$$

где $\mathcal{G}_i = \frac{1-\nu_i}{\mu_i}$, $(i = 1, 2)$; ν – коэффициент Пуассона; μ – модуль сдвига.

Интегральное уравнение контактной задачи с учетом износа:

$$\delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) - u_{z^*}^{(1)} - u_{z^*}^{(2)} = \frac{\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} dx_1 dy_1, \quad (2.4)$$

$$(x, y) \in \Omega.$$

Для определения функций $u_{z^*}^{(i)}$ ($i = 1, 2$) нужно выбрать закон изнашивания. В некоторых случаях используется следующая зависимость для определения функций $u_{z^*}^{(i)}$:

$$u_{z^*}^{(i)}(x, y, t) = k^{(i)} \int_0^t p(x, y, \tau)^\alpha v(x, y, \tau)^\beta d\tau, \quad (2.5)$$

где v – скорость скольжения, $k^{(i)}$ – коэффициент изнашивания, α, β – показатели степени.

Для каждого момента времени считаем, что поверхности соприкасающихся тел в области касания с плоскостью $z = 0$ аппроксимируются эллиптическими параболоидами. Тогда интегральное уравнение (2.4) примет такой вид:

$$\left(\delta - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} \right) = \frac{\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} dx_1 dy_1, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (2.6)$$

Рассмотрим случай, когда оси вращения контактирующих тел параллельны. В этом случае:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R''_1}, \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R''_2}. \quad (2.7)$$

Решение уравнения (2.6) получим, предполагая, что область контакта Ω ограничена эллипсом. Примем, что

$$a \geq b, \quad R_1 \geq R_2, \quad e^2 = 1 - b^2/a^2,$$

где e – эксцентриситет эллипса, a и b – полуоси эллипса.

Решая уравнение (2.6), получаем выражения для определения геометрических параметров площадки контакта (2.8) – (2.10), сближения упругих тел (2.11) и закона распределения контактных давлений (2.12):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{K(e) - E(e)}{\frac{a^2}{b^2} E(e) - K(e)} = \frac{K(e) - E(e)}{\frac{1}{1-e^2} E(e) - K(e)}. \quad (2.8)$$

$$a = \left\{ \frac{3}{2\pi} (\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2) R_1 P \frac{1}{e^2} [K(e) - E(e)] \right\}^{1/3}. \quad (2.9)$$

$$b = a \sqrt{1 - e^2}. \quad (2.10)$$

$$\delta = \frac{3}{4} p_c (\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2) b K(e), \quad (2.11)$$

$$p(x, y) = \frac{3P}{2\pi ab} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (2.12)$$

Здесь $K(e)$, $E(e)$ – полные эллиптические интегралы.

Рассмотрим последовательность решения износостойкостной задачи (2.6). Пусть вначале (до начала износа) при $t=0$ известны величины $R'_{1(0)}$, $R''_{1(0)}$, $R'_{2(0)}$, $R''_{2(0)}$, затем по формуле (2.9) находим $R'_{1(0)}$ и $R'_{2(0)}$.

В момент времени t_1 определяем износ в точках 0–4 (рисунок 2.2) экспериментально или теоретически (например, по формуле (2.5)). Затем наносим полученные данные на чертеж (рисунок 2.3) и по трем точкам находим новое значение R''_1 , а именно $R''_{1(1)}$. На рисунке 2.3 изображены только результаты для радиуса R''_1 . Подобные чертежи можно составить и для радиусов: $R'_{1(1)}$, $R''_{1(1)}$, $R'_{2(1)}$, $R''_{2(1)}$. Подставляя эти значения в формулу (2.7), находим $R_{1(1)}$ и $R_{2(1)}$, а используя формулы (2.8) – (2.12) получаем решение контактной задачи с учетом износа.

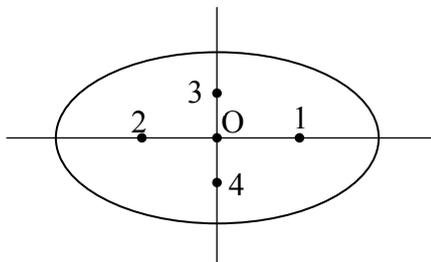


Рисунок 2.2 – Точки площадки контакта, в которых определяют износ

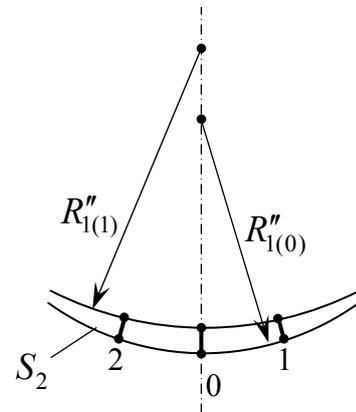


Рисунок 2.3 – Изменение радиусов в результате износа

Третья глава посвящена разработке экспериментальной методики определения интенсивности изнашивания материалов зубчатых колес. Отмечается, что более точно характеристики изнашивания можно определить методами, основанными на измерениях размеров пятна площадки контакта изменяющихся в процессе износа.

Для проведения экспериментов были изготовлены ролики из стали 45 различных радиусов и с различными радиусами бочкообразной образующей. При этом радиус образующей значительно больше радиуса ролика. Испытания проводились на машине трения СМТ–1 по схеме контакта ролик–ролик при качении с проскальзыванием. Во время испытаний применялась смазка окунанием нижнего ролика в емкость с маслом И–40. Линейная скорость роликов находилась в пределах 0,15–0,3 м/с; частота вращения нижнего ролика соответствовала 255 об/мин, верхнего ролика — 210 об/мин; нагрузка на ролики изменялась от 50 до 175 Н; время испытаний каждой пары роликов составило в среднем 20 часов.

Интенсивность изнашивания роликов в случае их качения с проскальзыванием можно определить по формуле:

$$I = K \cdot p(x, y)^\alpha \cdot \left| \frac{V_1(x, y)}{V_2(x, y)} - 1 \right|^\beta \quad (3.1)$$

где K , α , β – безразмерный коэффициент и показатели степени, зависящие от условий проведения эксперимента; $V_1(x, y)$, $V_2(x, y)$ – значения линейной скорости первого и второго ролика в рассматриваемой точке на площадке контакта.

Введя новый безразмерный коэффициент $C = K \cdot \left| \frac{V_1(x, y)}{V_2(x, y)} - 1 \right|^\beta$, выражение (4.1) можно записать в виде:

$$I = C \cdot p(x, y)^\alpha \quad (3.2)$$

Перед началом испытаний на износ, бочкообразные поверхности роликов подвергаем тонировке. Во время вращения роликов площадки контакта занимают ряд положений на бочкообразных поверхностях роликов, которые выстраиваются в дорожку шириной $2a$. Будем называть ее дорожкой износа. На этой дорожке во время испытаний происходит удаление тонировки и износ роликов. Точки с максимальной величиной износа располагаются в центре дорожки, по краям дорожки износ равен нулю.

Используя формулы (2.16) (2.18) (2.19) (2.20) возможно получить решение обратной задачи. Пусть известны значения большей полуоси эллиптической площадки контакта a и радиусов образующих роликов $R'_{1(0)}$, $R'_{2(0)}$ до начала износа роликов. Тогда по увеличению большей полуоси эллиптической площадки контакта a из выражения (2.20) определяем новое значение эксцентриситета эллиптической площадки контакта e (считаем, что размер меньшей полуоси эллиптической площадки контакта b остается постоянным). Из выражения (2.19) определим значение

величины R_1 . Выражение (2.9) связывает между собой величину R_1 и радиусы образующих $R'_{1(1)}$ и $R'_{2(1)}$. Для определения радиусов образующих $R'_{1(1)}$ и $R'_{2(1)}$ рассмотрим величину износа в центре площадки контакта (см. рисунок 3.1). Следует отметить, что износ каждого ролика пропорционален количеству совершенных им оборотов за время износа, то есть пропорционален частотам вращения этих роликов. В этом случае справедлива зависимость:

$$\Delta h_1 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \Delta h_2. \quad (3.3)$$

где n_1 и n_2 – частоты вращения нижнего и верхнего роликов соответственно.

Изменение большей полуоси эллиптической площадки контакта a определяем по изменению ширины дорожки износа в процессе изнашивания роликов $2a$. Определив новые величины радиусов образующих $R'_{1(1)}$ и $R'_{2(1)}$ после первого шага износа можно найти износ роликов в различных точках дорожки износа. Например, на рисунке 3.1 показана схема определения износа первого ролика в центре дорожки износа (точка 0), а также в произвольных точках (точки 1 и 2) при увеличении радиуса его образующей. Величина износа в рассматриваемых точках показана жирной линией.

Процесс изнашивания роликов по времени рассматриваем дискретно, измеряя через равные промежутки времени Δt ширину дорожки износа на микроскопе ПМТ–3 с точностью $\pm 0,005$ мм.

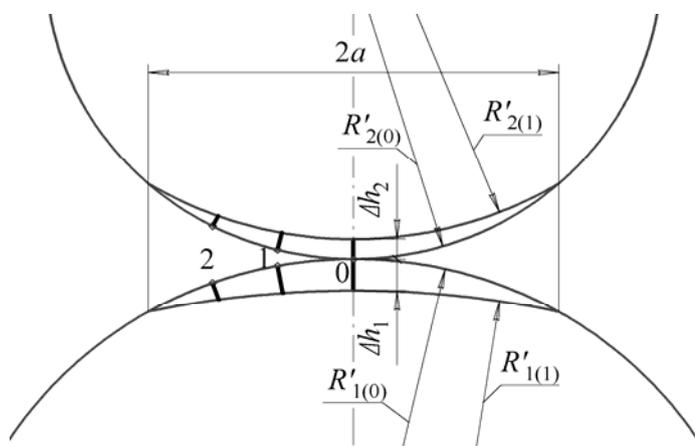


Рисунок 3.1 – Изменение радиусов образующих в результате износа

Таким образом, определяя изменение ширины дорожки износа, находим изменение величины износа в различных точках бочкообразных поверхностей роликов с течением времени.

Величины большей оси эллиптической площадки контакта, полученные экспериментально в начале процесса изнашивания роликов, а также полученные аналитически по формулам (2.16) (2.18) (2.19) (2.20) сведены в таблицу 3.1. Определена погрешность экспериментального

определения размера большей оси эллиптической площадки контакта.

На стадии установившегося износа определялись численные значения безразмерного коэффициента K и показателей степени α и β , входящие в выражение (3.1). Для нахождения этих величин рассматривалась интенсивность изнашивания в нескольких точках расположенных вдоль большей оси площадки контакта:

$$I_i = \frac{H_i}{S_i \cdot N}, \quad (3.4)$$

где H_i – величина износа в i -й точке площадки контакта за один шаг износа; N – число оборотов ролика за один шаг износа; S_i – путь скольжения, пройденный i -й точкой площадки контакта за один оборот рассматриваемого ролика, определяемый по формуле:

$$S_i = 2 \cdot b_i \cdot \left| \frac{V_1(x, y)}{V_2(x, y)} - 1 \right|, \quad (3.5)$$

где $2 \cdot b_i$ – ширина области проскальзывания в i -й точке. В центре площадки контакта ширина области проскальзывания равна меньшей оси эллиптической площадки контакта $2 \cdot b$.

Таблица 3.1 – Сравнение результатов, полученных аналитически и экспериментально

№ эксперим.	Размеры роликов				Сила, сжимающая ролики, Н	Размер большей оси эллиптической площадки контакта, мм		Погрешность, %
	Нижний ролик		Верхний ролик			Аналитическое решение	Экспериментальное решение	
	Радиус ролика, мм	Радиус образующей ролика, мм	Радиус ролика, мм	Радиус образующей ролика, мм				
1	25	150	15	150	1717	3,182	3,25	2,137
2	25	250	15	250	491	2,605	2,7	3,65
3	25	150	15	150	491	2,096	1,9	9,35
4	25	150	15	250	736	2,642	2,4	9,16
5	25	200	15	200	981	2,99	2,95	1,34
6	25	250	20	250	736	2,941	2,92	0,71
7	20	250	20	250	736	2,97	2,85	4,04

Затем по формуле (2.13) определялись контактные давления в i -й точке площадки контакта. Результаты расчетов для каждого эксперимента представлены в виде графиков $\lg(I) = f(\lg(p))$ (рисунок 3.2).

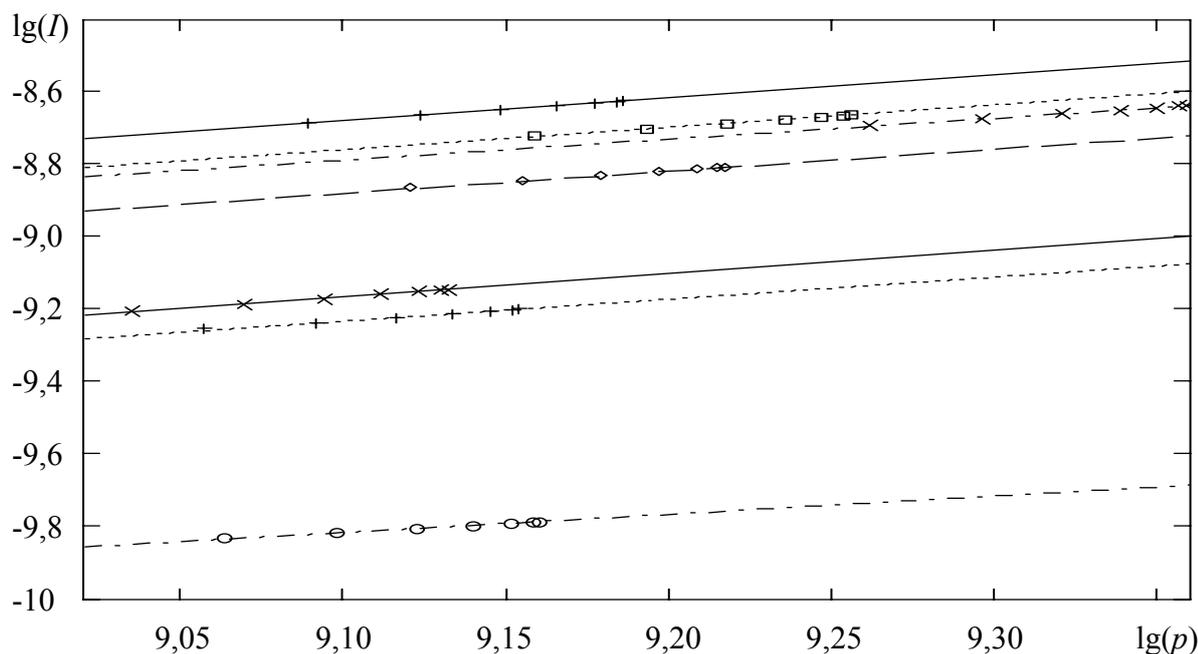


Рисунок 3.2 – Зависимость интенсивности изнашивания от контактного давления и проскальзывания роликов

Из графиков находим значения безразмерного коэффициента C и показателя степени α , для каждого эксперимента. Среднее значение показателя степени $\alpha = 0,621$, а значение безразмерного коэффициента C зависит от величины проскальзывания роликов. Для определения значений K и β строим график $C = f(|V_1(x, y)/V_2(x, y) - 1|)$ в логарифмических координатах. Находим, что $K = 0.233 \cdot 10^{-14}$, $\beta = 0,399$.

В результате получаем следующее выражение для определения интенсивности изнашивания:

$$I = 0.233 \cdot 10^{-14} \cdot p(x, y)^{0,621} \cdot \left| \frac{V_1(x, y)}{V_2(x, y)} - 1 \right|^{0,399}, \quad (3.5)$$

которое справедливо для рассмотренных выше условий проведения эксперимента. Таким образом, предложенная экспериментальная методика позволяет более точно определять интенсивность изнашивания материалов зубчатых колес за меньшее время испытаний.

В четвертой главе рассматривается аналогия между износодетактной задачей и задачей электростатики (электростатическая аналогия).

Запишем уравнение (2.4) в виде:

$$\left(\frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2} \right) \iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1)}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} dx_1 dy_1 = \delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) - u_{z^*}^{(1)} - u_{z^*}^{(2)}. \quad (4.1)$$

Введем обозначение:

$$W(x, y) = \frac{\delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) - u_{z^*}^{(1)} - u_{z^*}^{(2)}}{\frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2}}.$$

Тогда уравнение (4.1) примет вид:

$$\iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1)}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} dx_1 dy_1 = W(x, y). \quad (4.2)$$

Равнодействующую сил, действующих на упругие тела, определим по формуле:

$$P = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy. \quad (4.3)$$

Выражение для электростатического потенциала токопроводящей пластины, которая обладает некоторым электрическим зарядом Q и имеет форму Ω площадки контакта имеет вид:

$$\psi(x, y) = \frac{1}{4\pi k_0 \varepsilon} \iint_{\Omega} \frac{q(x_1, y_1)}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} dx_1 dy_1, \quad (4.4)$$

где k_0 – диэлектрическая постоянная; ε – диэлектрический коэффициент среды.

Введем обозначение $\Psi(x, y) = \psi(x, y)4\pi k_0 \varepsilon$ и запишем уравнение (4.4) следующим образом:

$$\iint_{\Omega} \frac{q(x_1, y_1)}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} dx_1 dy_1 = \Psi(x, y). \quad (4.5)$$

Общее количество электричества на пластине будет:

$$Q = \iint_{\Omega} q(x, y) dx dy. \quad (4.6)$$

Таким образом, две рассматриваемые линейные системы описываются математически подобными интегральными уравнениями (4.2) и (4.5). Причем их подобие является полным. Сходственными параметрами в данном случае будут: $p(x, y)$ и $q(x, y)$, $W(x, y)$ и $\Psi(x, y)$.

Для реализации рассмотренной аналогии было создано электро моделирующее устройство, блок–схема которого показана на рисунке 4.1.

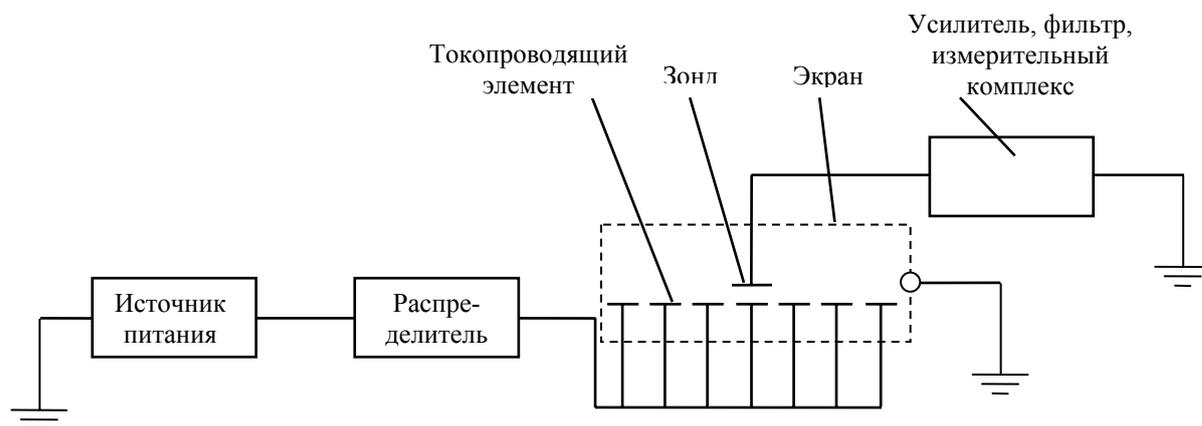


Рисунок 4.1 – Блок–схема электро моделирующего устройства для решения пространственных контактных задач

При проведении эксперимента зонд неподвижен, а токопроводящий элемент, являющийся аналогом площадки контакта, установлен на координатном столике и перемещается в горизонтальной плоскости. На токопроводящий элемент подается переменное напряжение, моделирующее правую часть уравнения (4.2), с частотой, обеспечивающей создание квазистационарного электрического поля. Измеряемая с помощью зонда плотность зарядов в силу аналогии позволяет определить контактные давления в соответствующих точках площадки контакта. Суммарный поверхностный заряд дает возможность определить значение силы, действующей на упругие тела, а максимальная величина подаваемого на токопроводящий элемент электрического напряжения — их сближение.

Модернизация электро моделирующего устройства заключается в следующем:

— для определения достоверного положения зонда над поверхностью токопроводящего элемента установлены датчики обратной связи. Достижимая точность позиционирования составляет $\pm 0,02$ мм;

— при измерении напряженности электрического поля и передачи результатов измерений в компьютер используется звуковая карта, аппаратный и программный фильтры. В результате отношение полученного после фильтрации сигнала к величине шума составило 30 дБ при первоначальной сопоставимости величин полезного сигнала и шума;

— токопроводящий элемент изготовлен из фольгированного материала, что позволяет повысить точность решения пространственных контактных задач и упростить процесс изготовления токопроводящего элемента;

— автоматизирован процесс проведения экспериментальных исследований и обработки их результатов, для чего разработан программный комплекс.

Для оценки погрешности метода решена задача о контакте двух шаров. В таблице 4.1 приведены аналитические и экспериментальные результаты при решении задачи о контакте сферических тел, а на рисунке 4.2 — распределение контактных давлений.

Таблица 4.1 – Результаты теоретических и экспериментальных решений для круговой площадки контакта

r/a	Значения p/p_{cp}		Погрешность, %
	теоретические данные	экспериментальные данные	
0,1	1,492	1,510	1,206
0,3	1,430	1,420	0,699
0,5	1,299	1,270	2,232
0,7	1,071	0,995	5,096
0,9	0,654	0,638	2,446

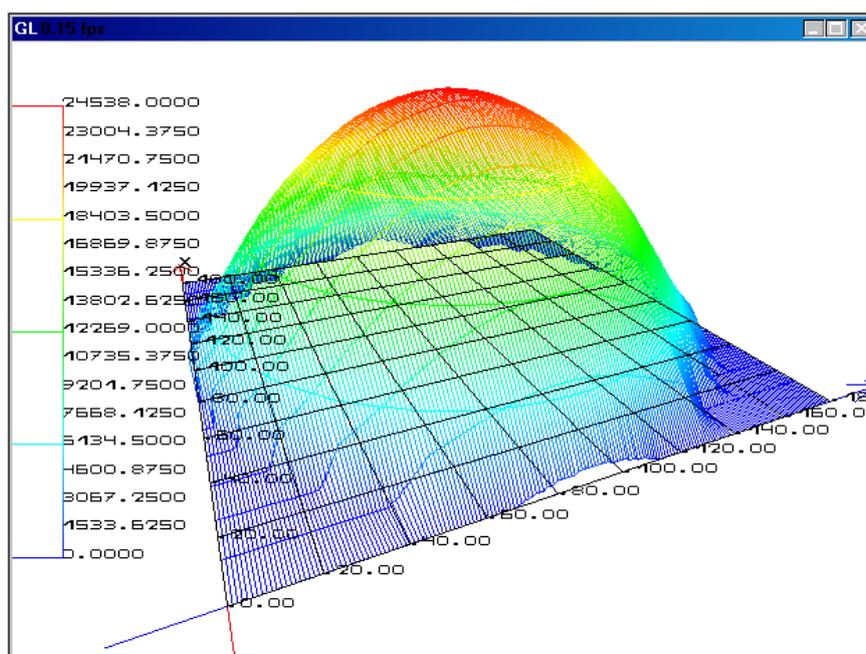


Рисунок 4.2 – Распределение контактных давлений

Разработана методика решения износоконтактных задач методом электрического моделирования и решена контактная задача с учетом износа применительно к зубчатому зацеплению.

Известно, что неравномерность распределения нагрузки по длине зуба при линейном контакте связана с деформацией валов, корпусов, опор и самих зубчатых колес, а также с погрешностями изготовления и монтажа передачи. Для уменьшения концентрации нагрузки придают зубьям колеса бочкообразную форму. В этом случае имеем задачу с первоначальным точечным контактом поверхностей зубьев. Площадка контакта, полученная в результате приложения нагрузки P как правило имеет сложную форму отличающуюся от эллипса и прямоугольника. Решение таких задач аналитическими и численными методами весьма затруднительно.

При решении износоконтактной задачи для определенности рассмотрено зубчатое зацепление со следующими параметрами: модуль зацепления $m=3$ мм; числа зубьев зубчатых колес $z_1=34$, $z_2=68$; частоты вращения колес $n_1=125$ об/мин, $n_2=62.5$ об/мин, радиус бочки зуба шестерни $R_1=1000$ мм, колеса $R_2=1000$ мм. Износ поверхностей зубчатых колес определяли через промежутки времени $\Delta t=400$ часов.

На линии зацепления зубьев намечали шесть точек. Первая точка соответствует входу зубьев в зацепление, шестая точка соответствует выходу из зацепления. Остальные четыре точки располагали через одинаковые расстояния между первой и шестой точками. Для каждой точки профиля решали контактную задачу с учетом формоизменения зуба колеса в результате износа по следующей методике:

1. Определяем сближение δ зубьев и размеры площадки контакта при заданном значении силы их взаимодействия.

2. Принимая определенный шаг изменения δ от нуля до известного значения, находились размеры площадок контакта для каждого значения δ_i .

3. Используя данные, полученные при выполнении п. 2, вычисляем характерные размеры пластин токопроводящего элемента.

4. На каждую из пластин подаем электрическое напряжение в соответствие с правой частью уравнения (3.2).

5. С помощью зонда и измерительного комплекса определяем плотность заряда в рассматриваемых точках поверхности токопроводящего элемента.

6. В силу аналогии определяем значения контактного давления в соответствующих точках площадки контакта.

7. Строим эпюры контактных давлений по характерным сечениям и используя выражение (3.5) определяем износ в исследуемых точках площадки контакта за один оборот колеса по формуле:

$$\Delta h(y) = \int_0^a 0.233 \cdot 10^{-14} \cdot p(x, y)^{0,621} \cdot \left| \frac{V_1(x, y)}{V_2(x, y)} - 1 \right|^{0,399} dx, \quad (4.7)$$

где a – ширина площадки контакта.

Износ в этих точках через промежуток времени Δt :

$$\Delta H_i(y) = \Delta t \cdot 60 \cdot n_i \cdot \Delta h(y), \quad (4.8)$$

где n_i – частота вращения шестерни или колеса ($i=1,2$).

6. Повторяем действия, начиная с п. 1, учитывая, что форма упругих тел изменена в результате износа.

Таким образом, результатами решения контактных задач в различных точках профиля зубьев являются форма и размеры площадки контакта, величина сближения зубьев и распределение контактных давлений. В качестве примера на рисунке 4.3 показана площадка контакта и распределение контактных давлений для точки входа зубьев в зацепление, а на рисунке 4.4 — эпюры контактных давлений, построенные по различным сечениям вдоль оси y площадки контакта. Эпюра, проходящая через точку с максимальным контактным давлением обозначена пунктирной линией.

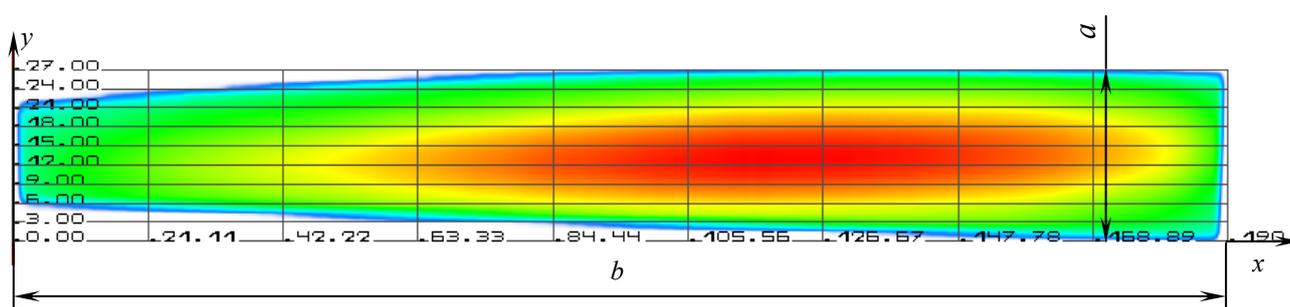


Рисунок 4.3 – Площадка контакта и распределение контактных давлений

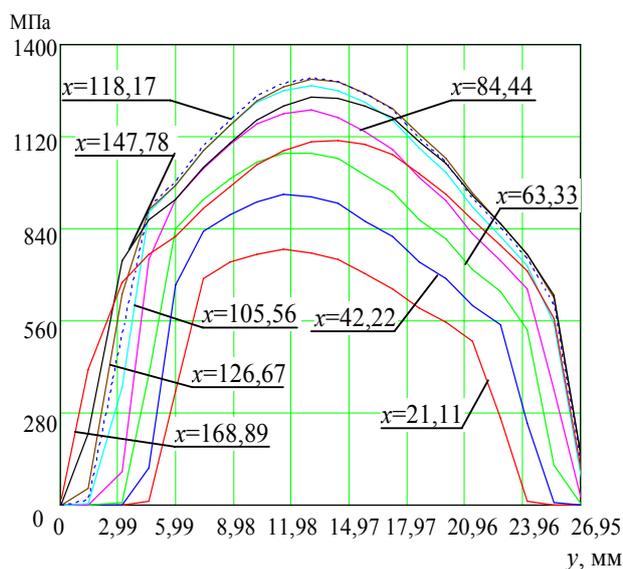


Рисунок 4.4 – Эпюры контактных давлений вдоль оси y

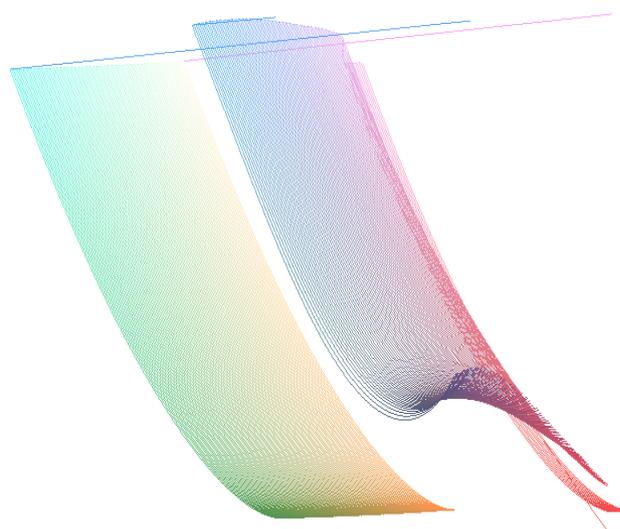


Рисунок 4.5 – Исходная и изношенная рабочие поверхности зубьев

Исходная и изношенная за время Δt рабочая поверхность зуба колеса имеет вид, показанный на рисунке 4.5 (износ увеличен в 100 раз).

Аналогичные площадки контакта и эпюры контактных давлений получены для исследуемых точек профиля зуба.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Впервые аналитически решена задача о контакте двух упругих тел с учетом износа при трении скольжения для эллиптической площадки контакта. Получены формулы, которые позволяют оценить влияние износа на величину контактного давления и на размеры эллиптической области контакта.

2. Предложена новая методика экспериментального определения параметров степенной зависимости интенсивности изнашивания контактирующих тел от коэффициента скольжения и контактного давления, позволяющая значительно сократить время проведения экспериментов, повысить точность получаемых результатов, дать оценку характеристик изнашивания тонких поверхностных слоев или тонкослойных покрытий и одновременно рассматривать процесс износа, происходящий в различных точках дорожки износа роликов. Получено выражение для определения интенсивности изнашивания конкретного материала (сталь 45).

3. Решена задача о контакте зубьев бочкообразной формы зубчатой передачи с учетом износа при трении скольжения. Исследовано влияние износа и перекоса валов передачи на распределение контактных давлений, геометрические параметры площадки контакта и величину сближения зубьев.

4. Разработан программно–аппаратный комплекс, позволяющий автоматизировать процесс проведения эксперимента при решении пространственных износоконтактных задач с помощью электромоделлирующего устройства, проводить математическую обработку полученных результатов, что приводит к существенному снижению материальных затрат, необходимых для проведения экспериментальных исследований.

Рекомендации по практическому использованию результатов

1. Результаты аналитического решения задачи о контакте двух упругих тел с учетом износа при трении скольжения, полученные для эллиптической площадки контакта можно применить при расчете трибосопряжений с учетом износа на контактную прочность.

2. Полученные в работе результаты позволяют еще на стадии проектирования выбрать оптимальную геометрию контактирующих элементов высших кинематических пар с целью повышения их надежности, долговечности, нагрузочной способности, снижения материалоемкости, уменьшения габаритных размеров различных машин и механизмов, что позволит отказаться от проведения натурных испытаний и тем самым привести к значительному экономическому эффекту.

3. Комплекс разработанных компьютерных программ, реализующий алгоритмы решений, может быть применен для конкретных инженерных расчетов.

4. Результаты исследований внедрены на РУП «Гомельский завод станочных узлов» в технологический процесс изготовления зубчатых колес (годовой экономический эффект составляет 7996,065 тыс. руб.), на ООО «Хорда-гидравлика» в конструкцию диска распределительного гидронасоса А1 – 112/25.У1 3 М2 (годовой экономический эффект составляет 3171,96 тыс. руб.), а также внедрены в учебный процесс ГГТУ им. П.О. Сухого.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ

Статьи в научных журналах

1–А. Бородачев, Н.М. Решение задачи Герца с учетом изнашивания / Н.М. Бородачев, Г.П. Тариков, В.В. Комраков // Трение и износ. – 2003. – Т. 24. – № 6. – С. 16–24.

2–А. Тариков, Г.П. Увеличение быстродействия системы разработанной для электрического моделирования пространственных контактных задач / Г.П. Тариков, В.В. Комраков, П.Ф. Станкевич // Вестник Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого. – 2005. – № 4. – С. 69–73.

3–А. Повышение точности измерений, проводимых на электро моделирующем комплексе при решении контактных задач / Г.П. Тариков, А.Т. Бельский, В.В. Комраков, Е.А. Храбров // Вестник Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого. – 2005. – № 4. – С. 74–78.

4–А. Комраков, В.В. К вопросу об определении интенсивности износа материалов зубчатых колес / В.В. Комраков // Вестник Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого. – 2007. – № 2. – С. 43–50.

Тезисы докладов

5–А. Тариков, Г.П. К вопросу об определении формы и размеров площадок контакта упругих тел / Г.П. Тариков, В.В. Комраков, Н.В. Ковалева // Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике: Сборник докладов международной конференции, 2–5 декабря 2001, Минск. – 2001. – С. 422–427.

6–А. Тариков, Г.П. Электро моделирующее устройство для решения пространственных контактных задач / Г.П. Тариков, В.В. Комраков, Н.В. Ковалева // Современные методы проектирования машин: Сборник трудов международной научно-технической конференции, 11–13 декабря 2002, Минск. – 2002. – С. 301–304.

7–А. Комраков, В.В. Определение триботехнических характеристик при контакте роликов с образующей бочкообразной формы / В.В. Комраков, Е.В. Зиновьева // Исследования и разработки в области машиностроения, энергетики

и управления: Материалы VI межвузовской научно–технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов 4–5 мая 2006, Гомель. – 2006. – С. 77–80.

8–А. Тариков, Г.П. К вопросу об определении геометрии зубьев и распределение контактных давлений при износе / Г.П. Тариков, В.В. Комраков // Современные проблемы машиноведения: Тезисы докладов II–й международной научно–технической конференции, 20–23 мая 2002, Гомель. – 2002 – С. 25-26.

9–А. Электрическое моделирование контактных задач / Г.П. Тариков, Н.В. Акулов, В.В. Комраков, В.А. Барабанцев // Электроэнергия и будущее цивилизации: Тезисы докладов международной научно–технической конференции, 20–23 апреля 2004, Томск. – 2004. – С. 452–453.

10–А. Комраков, В.В. Электрическое моделирование пространственных контактных задач с учетом износа / В.В. Комраков // Современные проблемы машиноведения: Тезисы докладов IV–й международной научно–технической конференции, 19–20 октября 2006, Гомель. – 2006. – С. 30–31.

Патенты

11–А. Электромоделирующее устройство для решения пространственных контактных задач. Заявка № а20060462, Респ. Беларусь, МПК⁷ G06 G7/48 / Г.П. Тариков, В.В. Комраков, Н.В. Акулов, В.А. Барабанцев; заявитель Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого. – № а20060462; заявл. 10.07.06; опубл. 28.02.07 // Афіцыйны бюл. / Нац. Цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2006. – №1 (54). – С. 202.

РЕЗЮМЕ

Комраков Владимир Викторович

Решение задач о контакте двух упругих тел бочкообразной формы с учетом износа

Ключевые слова: упругие тела, зубчатые колеса, пространственные контактные задачи, площадка контакта, контактное давление, электрическое моделирование, токопроводящие пластины, трение скольжения, интенсивность износа.

Объект исследования: упругие тела, находящиеся в скользящем контакте.

Предмет исследования: износ контактирующих поверхностей и его влияние на форму, размеры площадок контакта, а также распределение контактных давлений.

Цель работы: постановка пространственной контактной задачи с учетом износа, получение аналитического решения этой задачи для тел простой формы, разработка методики решения износоконтактных задач для тел имеющих

более сложную форму, разработка методики определения интенсивности износа материалов зубчатых колес.

Приведена постановка и аналитическое решение новой пространственной контактной задачи с учетом износа для двух упругих тел имеющих форму эллиптических параболоидов. Модернизировано электро моделирующее устройство для решения пространственных контактных задач. Разработана методика экспериментального определения параметров степенной зависимости интенсивности изнашивания контактирующих тел, определена интенсивность изнашивания стали 45. Разработана методика решения износоконтактных задач. С помощью созданного на базе пакета Maple комплекса компьютерных программ и модернизированного электро моделирующего устройства получено решение задачи о контакте бочкообразных зубьев зубчатых колес с учетом износа. Исследовано влияние износа на распределение контактных давлений, геометрию рабочих поверхностей зубьев и их сближение.

Результаты исследований являются новыми и могут быть использованы в конструкторских бюро предприятий машиностроения и научно-исследовательских институтах, занимающихся расчетом и проектированием трибосопряжений.

РЭЗЮМЭ

Камракоў Уладзімір Віктаравіч

Рашэнне задач аб кантакце двух пругкіх целаў бочкападобнай формы з улікам зносу

Ключавыя словы: пругкія целы, зубчастыя колы, прасторавыя кантактныя задачы, пляцоўка кантакту, кантактны ціск, электрычнае мадэліраванне, токаправодзячыя пласціны, трэнне коўзання, інтэнсіўнасць зносу.

Аб'ект даследавання: пругкія целы, якія знаходзяцца ў коўзкім кантакце.

Прадмет даследавання: знос кантактуючых паверхняў і яго ўплыў на форму, памеры пляцовак кантакту, а таксама размеркаванне кантактных ціскаў.

Мэта работы: пастаноўка прасторавай кантактнай задачы з улікам зносу, атрыманне аналітычнага рашэння гэтай задачы для целаў прастай формы, распрацоўка метадыкі рашэння зноса кантактных задач для целаў, якія маюць больш складаную форму, распрацоўка метадыкі вызначэння інтэнсіўнасці зносу зубчастых колаў.

Прыведзена пастаноўка і аналітычнае рашэнне новай прасторавай кантактнай задачы з улікам зносу для двух пругкіх целаў, якія маюць форму эліптычных парабалоідаў. Модэрнізавана электрамадэліруючае ўстройства для рашэння прасторавых кантактных задач. Распрацована метадыка эксперыментальнага вызначэння параметраў ступеннай залежнасці інтэнсіўнасці зносу кантактуючых целаў, вызначана інтэнсіўнасць зносу сталі 45. Распрацована мето-

дыка рашэння зноса кантактных задач. З дапамогай створанага на базе пакета Maple комплексу камп'ютарных праграм і мадэрнізаванага электрамадэліруючага ўстройства атрымана рашэнне задачы аб кантакце бочкападобных зубоў зубчастых колаў з улікам зносу. Даследаваны ўплыў зносу на размеркаванне кантактных ціскаў, геаметрыю рабочых паверхняў зубоў і іх збліжэнне.

Вынікі даследаванняў з'яўляюцца новымі і могуць быць выкарыстаны ў канструктарскіх бюро прадпрыемстваў машынабудавання і навукова-даследчых інстытутах, якія займаюцца разлікам і праектаваннем трыбасапражэнняў.

SUMMARY

Komrakov Vladimir Victorovich

The solution of the problems about a contact of two elastic bodies with a barrel-type form with the registration of their wear

Key words: elastic bodies, cog-wheels, spatial contact problems, a contact square, contact pressure, electric simulation, current conductive plates, gliding friction, intensiveness of wear.

The object of the study: elastic bodies, which are in the gliding contact.

The subject of the study: the wear of contact surfaces and its influence on the form and the size of the contact squares, and also the distribution of contact pressures.

The aim of the study: the organization of spatial contact problem with the registration of wear, the obtaining of analytic solution of the problem for bodies with a simple form, the development of methods of solution wear-contact problems for bodies which have more difficult form, the development of methods of determination of wear intensiveness of cog-wheels' materials.

It was made an organization and an analytic solution of a new spatial contact problem with a registration of wear for two elastic bodies, which have a form of elliptic parabolas. It was modernized electric simulating device for solving of spatial contact problems. It was developed the methods of experimental determination of parameters of gradual independence of wear intensiveness of contact bodies, it was determined the steel 45 wear intensiveness. It was developed the methods of solution of wear-contact problems. With the help of a computer program complex, made on the base of a pack Maple, and modernized electric simulating device was received a new problem solution about a contact of barrel-type teeth of cog-wheels with the registration of wear. It was explored the influence of wear on the distribution of contact pressures, the geometry of teeth working surfaces and their connection.

The results of the study are new and may be used for design studios of machine-building enterprises and science-research institutes, studying the calculation and designing of triboinvolving.