



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Автоматизированный электропривод»

**В. С. Захаренко, А. В. Козлов**

**ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**  
**КУРС ЛЕКЦИЙ**  
**по одноименной дисциплине**  
**для студентов специальности 1-53 01 05**  
**«Автоматизированные электроприводы»**  
**дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2011

УДК 62-83(075.8)  
ББК 31.291я73  
3-38

*Рекомендовано научно-методическим советом  
факультета автоматизированных и информационных систем  
ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 5 от 27.12.2010 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Электроснабжение» ГГТУ им. П. О. Сухого  
канд. техн. наук, доц. *О. Г. Широков*

**Захаренко, В. С.**

3-38      Теория электропривода : курс лекций по одноим. дисциплине для студентов специальности 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» днев. и заоч. форм обучения / В. С. Захаренко, А. В. Козлов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2011. – 171 с. – Систем. требования: РС не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Рассмотрены основные положения теории электропривода: механика электропривода, динамические, электромеханические свойства электромеханического преобразователя и электропривода, энергетика и способы регулирования координат электропривода.

Для студентов специальности 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» дневной и заочной форм обучения.

УДК 62-83(075.8)  
ББК 31.291я73

## Введение

Понятие “Электропривод” можно рассматривать как:

1. Процесс приведения в движение машин и механизмов с помощью электрической энергии.
2. Устройство, обеспечивающее данный процесс.
3. Теория, изучающая как сам процесс, так и устройство.

Рассмотрим роль процесса и устройства в промышленности.

В производственных процессах огромную роль на качество и количество выпускаемой продукции оказывает процесс получения механической энергии с заданными параметрами. Причем, ее основным источником является электромеханический преобразователь (ЭМП) – электродвигатель.

Во время работы технологических установок и машин происходит изменение скоростей и положений рабочих органов, согласование их движений. Непосредственное управление механической энергией приводит к применению сложных, ненадежных и громоздких устройств (кулачковые механизмы, фрикционные вариаторы, управляемые муфты и т.д.). Гораздо проще и надежнее управлять подводимой электрической энергией. Силовые преобразователи электрической энергии надежны, имеют высокую точность получения заданных параметров при регулировании. А использование ЭМП для каждого исполнительного механизма технологической машины позволяет достаточно просто автоматизировать управление.

Таким образом, устройство ЭП, в которое вводят ЭМП и силовой преобразователь оказывает существенное влияние как на конструкцию рабочей машины, так и на технологический процесс.

Рассмотрим этапы развития электропривода и оценим его влияние на технологические машины. Первые образцы электрического привода появились в конце 19 века при замене парового двигателя на электрический. При этом один двигатель применялся для всей фабрики, или в лучшем случае для одного цеха: механическая энергия (МЭ) от ЭД передавалась к рабочим машинам (РМ) и к исполнительным механизмам (ИМ) с помощью длинных валов и ременных передач. По мере расширения выпуска ЭД и их номенклатуры отдельные двигатели начали устанавливать для групп РМ, расположенных рядом. Такой подход в принципе не меняет сути РМ и технологического процесса. А подобный вид привода получил название **группового электропривода**.

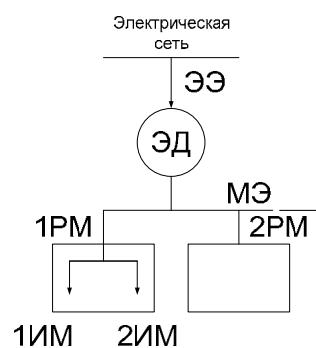


Рис. 1. Групповой электропривод.

Его главной особенностью является невозможность управления технологическим процессом с помощью систем управления, а главным недостатком – кинематические цепи. К групповому электроприводу по этим показателям можно отнести и такой, когда один двигатель РМ приводит в действие несколько её ИМ.

Дальнейшим развитием явился **индивидуальный ЭП**, при котором каждый ИМ приводится в действие отдельным ЭД, или даже несколькими (**многодвигательный**):

Применение индивидуального ЭП позволило упростить механику РМ, резко расширить функции управления, повысить точность и качество технологического процесса.

Следует отметить, что современный ЭП является **индивидуальным автоматизированным** и в соответствии со стандартами на термины и определения:

**Электрическим приводом** называется электромеханическое устройство, предназначенное для приведения в движение рабочих органов машин и управления их технологическим процессом, состоящее из передаточного устройства, электродвигательного устройства, системы управления.

**Передаточное устройство** содержит механические передачи и соединительные муфты, необходимые для передачи вырабатываемой двигателем механической энергии исполнительному механизму.

**Преобразовательное устройство** предназначается для управления потоком электрической энергии, поступающей из сети, с целью регулирования режимов работы двигателя и механизма. Оно представляет собой энергетическую исполнительную часть системы управления электроприводом.

**Управляющее устройство** представляет собой информационную слаботочную часть системы управления, предназначенную для фиксации и обработки поступающей информации о задающих воздействиях, о состоянии системы и выработке на её основе сигналов управления преобразовательным, электродвигательным и передаточным устройствами.

Таким образом, структуру современной системы АЭП можно показать в виде, показанном на рис. 4.

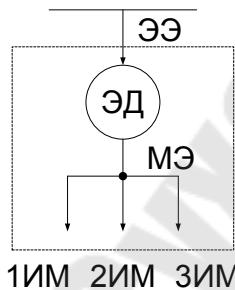


Рис. 2. Групповой электропривод.

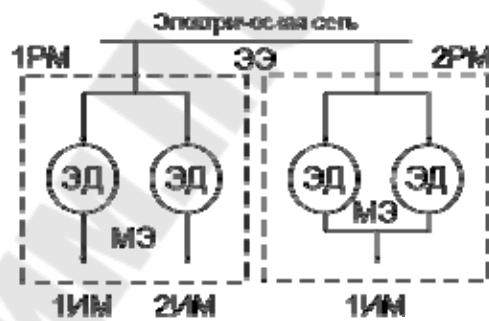


Рис. 3. Индивидуальный электропривод.

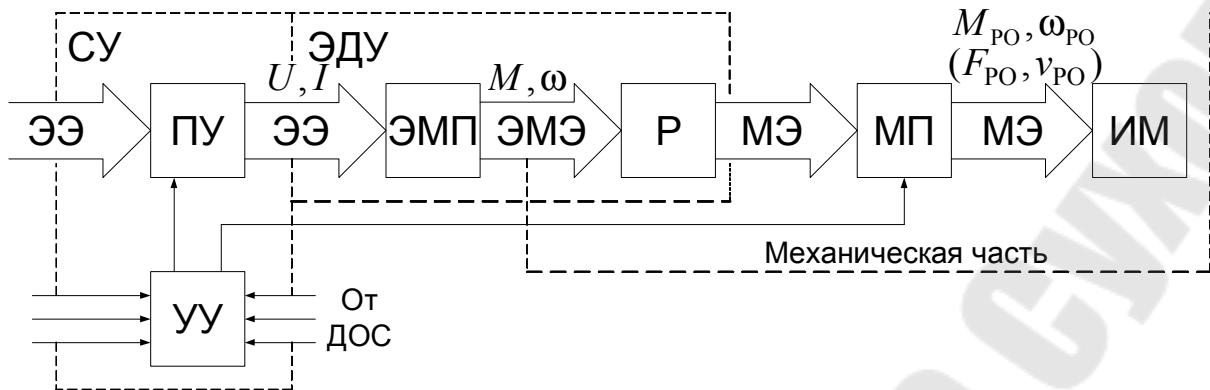


Рис. 4. Структура системы АЭП.

ЭД представлен в виде двух устройств: ЭМП – электромеханический преобразователь – как идеальный двигатель, ротор которого не имеет инерции и механических потерь. Он развивает электромагнитный момент  $M$  при скорости  $\omega$ , т.е. вырабатывает электромагнитную энергию, передаваемую в реальный ротор Р; МП – механическая передача ПУ – преобразовательное устройство – силовая часть системы управления СУ; УУ – управляющее устройство – слаботочная информационная часть УУ, которое получает командные сигналы от задающих устройств и от датчиков обратных связей ДОС при их наличии.

В настоящее время АЭП получил широкое применение во всех сферах жизнедеятельности общества. И поскольку от него зависит автоматизация, качество технологического процесса, то совершенствование его технических показателей является одним из важнейших направлений технического прогресса. Отметим основные направления развития самого ЭП в настоящее время:

1. Расширение сферы применения регулируемого ЭП постоянного и переменного тока с использованием тиристорных и транзисторных силовых преобразователей.
2. За счет интенсивного повышения технических требований к статическим и динамическим показателям ЭП, расширения и усложнения его функций возрастает сложность САУ. Развитие последних, как правило, идет по пути использования ВТ в основном на базе МП. Выбор соответствующего рода САУ определяется конкретными технологическими требованиями и представляет одну из важнейших задач при проектировании ЭП.
3. Унификация элементарной базы и выпуск унифицированных комплектных ЭП при использовании блочно-модульного принципа в конструкции.
4. Упрощение кинематической цепи (приближение к последнему валу ИМ) и создание безредукторных ЭП за счет применения ЭД

соответствующей конструкции: тихоходных (с  $n_h=18 \div 120$  об/мин), линейных, дугостаторных, с катящимся ротором и др.

Структуру теории ЭП в настоящее время можно разделить на три части:

**I «Общая теория ЭП»** - занимается изучением механики и свойств ЭМП, статических и динамических свойств разомкнутых систем, энергетических процессов в ЭП.

**II «Системы управления электроприводами»** - изучает свойства отдельных видов систем, оптимизацию управления ими.

**III «Электропривод конкретных рабочих машин»** (Типовой электропривод промышленных установок; Автоматизация технологических процессов и установок) – занимается рассмотрением и разработкой типовых и конкретных систем на основе характерных особенностей РМ и технологических процессов.

## 1. Механика электропривода

### 1.1. Приведение моментов, сил и жесткостей

При анализе и синтезе ЭП использовать непосредственно кинематические схемы неудобно, поскольку отдельные массы движутся с разными скоростями, с разными видами движения. Поэтому все параметры элементов кинематической цепи обычно приводят к одной расчётной скорости – к угловой скорости ЭД  $\omega$ , т.е. составляют приведённую расчётную схему.

Условием соответствия приведённой расчётной схемы реальной механической системе является выполнение закона сохранения энергии, т.е. равенство запасённых кинематической и потенциальной энергий и равенство элементарной работы всех действующих сил и моментов на возможных перемещениях.

Обозначим в механической системе номера вращательно движущихся сосредоточенных масс через  $k = 1 \dots n$ , а поступательно –  $j = 1 \dots l$ . Вращающийся элемент с моментом инерции  $J_k$  связан с  $(k+1)$ -ым элементом механической связью, обладающей жесткостью  $c_k$  а поступательно движущийся элемент с массой  $m_j$  связан с  $(j+1)$ -ым элементом связью с жесткостью  $c_j$ .

Приведение моментов инерции и масс производится на основании сохранения запаса кинетической энергии:  $W_{k,\text{пр}} = W_k$ . Тогда для  $k$ -го элемента:

$$\frac{J_k \cdot \omega_k^2}{2} = \frac{J_{k.\text{пр.}} \cdot \omega^2}{2}, \text{ или } J_{k.\text{пр.}} = \frac{J_k}{i_k^2},$$

где  $i_k = \frac{\alpha}{\omega_k}$  - коэффициент передачи от вала ЭД к  $k$ -у валу.

Для поступательно движущегося  $j$ -го элемента:

$$\frac{m_i \cdot v_j^2}{2} = \frac{J_{j.\text{пр.}} \cdot \omega^2}{2}, \text{ или } J_{j.\text{пр.}} = m_j \cdot \rho_j^2,$$

$\rho_j = \frac{v_j}{\alpha}$  - радиус приведения линейной скорости  $v_j$  к угловой скорости ЭД  $\alpha$ .

Приведение угловых  $\Phi$  и линейных  $s$  перемещений проводится с учетом соотношения скоростей. В общем случае:

$$d\varphi_{k.\text{пр.}} = i_k \cdot d\varphi_k \text{ и } d\varphi_{j.\text{пр.}} = \frac{ds_j}{\rho_j},$$

а при линейных механических связях ( $i_k, \rho_j = \text{const}$ ) полные перемещения:

$$\Phi_{k.\text{пр.}} = i_k \cdot \varphi_k \text{ и. } \Phi_{j.\text{пр.}} = \frac{s_j}{\rho_j}.$$

Приведение моментов и сил статического сопротивления производится на основании равенства элементарной работы на возможных перемещениях:

$$M_k \cdot d\varphi_k = M_{k.\text{пр.}} \cdot d\varphi_{k.\text{пр.}}, M_{k.\text{пр.}} = \frac{M_k}{i_k} \text{ и } F_j \cdot ds_j = M_{j.\text{пр.}} d\varphi_{j.\text{пр.}}, M_{j.\text{пр.}} = F_j \cdot \rho_j.$$

Жесткость упругих связей в пределах, в которых выполняется закон Гука, можно представить: при скручивании  $c_k = \frac{M_{\text{кр}}}{\Delta\varphi_k}$ , при линейной деформации  $c_j = \frac{F_p}{\Delta s}$ , где  $M_{\text{кр}}$ ,  $F_p$  – соответственно крутящий момент и усилие растяжения или сжатия, а  $\Delta\varphi_k$  и  $\Delta s$  - деформации механических связей.

Приведение жесткостей производится из условия равенства потенциальной энергии  $W_{\Pi, \text{пр}} = W_\Pi$ . Таким образом:

$$\frac{c_k \cdot \Delta\varphi^2 k}{2} = \frac{c_{k, \text{пр}} \cdot \Delta\varphi^2 k, \text{пр}}{2}, \quad \text{откуда } c_{k, \text{пр}} = \frac{c_k}{i_k^2} \quad \text{при кручении и}$$

$$\frac{c_j \cdot \Delta s_j^2}{2} = \frac{c_{j, \text{пр}} \cdot \Delta\varphi_{j, \text{пр}}^2}{2} \quad \text{при линейной деформации, } c_{j, \text{пр}} = c_j \cdot \rho_j^2.$$

Теперь суммарные параметры механической части, приведенные к скорости ЭД:

$$J = J_d + \sum_k \frac{J_k}{i_k^2} + \sum_j m_j \cdot \rho_j^2, \quad (1.1)$$

$$\frac{1}{c_{\text{экв}}} = \sum_k \frac{i_k^2}{c_k} + \sum_j \frac{1}{c_j \cdot \rho_j^2}. \quad (1.2)$$

Суммарный приведенный статический момент  $M_C$  зависит от направления потока энергии. Оно определяется знаком приведенного полезного момента, присутствующего на валу ИМ (например, разные направления при подъеме и спуске груза). При этом, если поток энергии направлен от ЭД к рабочему органу (РО), то потери в кинематической цепи вызывают увеличение приведенного момента на их величину:

$$\Delta M_{k, \text{пр}} = \left[ \frac{M_k}{\eta_k} - M_k \right] \cdot \frac{1}{i_k} = \frac{M_k}{i_k} \cdot \left( \frac{1}{\eta_k} - 1 \right),$$

а полный приведённый:

$$M_{k, \text{пр}} = \frac{M_k}{i_k \cdot \eta_k}.$$

Для ветви кинематической цепи с обратным направлением потока потери компенсируются энергией, поступающей от РО, и тогда:

$$-M'_{k, \text{пр}} = \frac{-M'_k}{i'_k} \cdot \eta'_k, \quad \text{где } \eta'_k - \text{КПД передачи при обратном направлении}$$

потока, так как в общем случае  $\eta \neq \eta'$ . Теперь обобщенная формула для суммарного статического момента с учетом разных направлений потоков энергий:

$$M_C = \Delta M + \sum_k \left( \frac{M_k}{i_k \cdot \eta_k} - \frac{M'_k}{i'_k} \cdot \eta'_k \right) + \sum_j \left( \frac{F_j \cdot \rho_j}{\eta_j} - F'_j \cdot \rho_j \cdot \eta'_j \right) \quad (1.3)$$

где  $\Delta M$  - момент механических потерь в ЭД, составляющий  $\Delta M = (0,01 \div 0,05) \cdot M_H$  и которым в некоторых практических случаях можно пренебречь.

## 1.2. Расчетные схемы механической части

Механическая часть ЭМС, то есть ЭП включает в себя все движущиеся и связанные между собой массы: ротор ЭД, элементы передаточного устройства, РО. Полное представление о движущихся массах и связях между ними дает кинематическая схема. Для наглядности рассмотрим механизм подъема с одноступенчатым редуктором. ЭД с моментом инерции  $J_d$ ; СМ – соединительные муфты с моментами инерции  $J_1, J_4, J_5$ ; Р – редуктор с двумя шестернями, обладающими  $J_2$  и  $J_3$ ; Б – барабан грузоподъемной лебедки с  $J_6$ ; К – канат, массой  $m_K$  и весом  $G_K$ , обладающий жесткостью  $c_6$ ; Гр – груз массой  $m_{GP}$  и весом  $G_{GP}$ ;  $F_\Pi$  - усилие натяжения каната, определяемое  $G_K + G_{GP}$ .

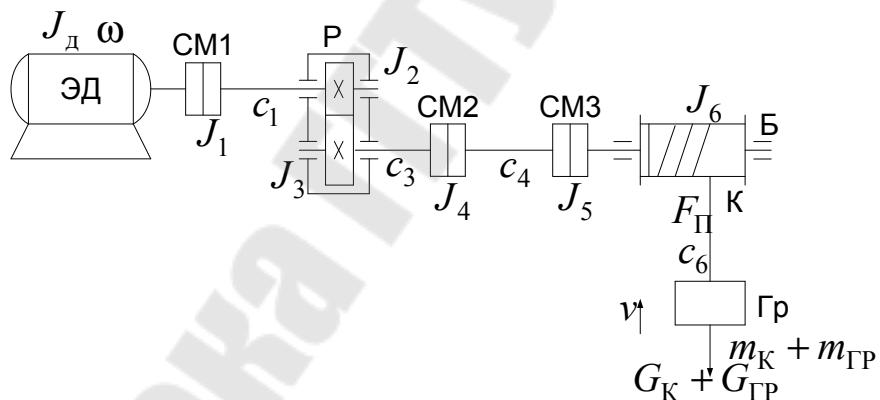


Рис. 5. Кинематическая схема.

Рассмотрим порядок составления расчетных схем. Для их составления предварительно все движущие массы, моменты, усилия приводятся к скорости двигателя, т.е. составляется приведенная схема. На ней массы представляются прямоугольниками или кругами, площадь которых пропорциональна моменту инерции. Механические связи показываются линиями, длина которых обратно пропорциональна жесткости связи.

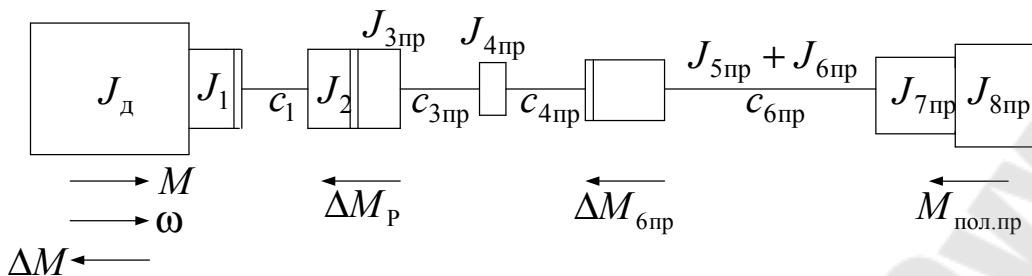


Рис. 6. Расчетная схема механической части.

Моменты инерции  $J_{7\text{пр}}$  и  $J_{8\text{пр}}$  определяются массами  $m_{\text{k}} + m_{\text{гр}}$ .

Для правильного учета всех моментов и потерь необходимо указать положительное направление скорости (подъем). После этого можно указать и направление действия моментов потерь на трение в подшипниках и барабане. Полезный статический момент  $M_{\text{пол}}$  определяется весом каната и груза.  $\Delta M_{\text{Б.пр}}$  состоит из потерь на трение в подшипниках и каната о барабан.

Однако подобной полной схемой обычно не пользуются. Для исследований и расчетов применяют обобщенные трех-, двух- или одномассовую схему. В последнем случае ЭП представляют в виде жесткого приведенного звена.

При составлении обобщенных схем за основу берут механические связи с наименьшими жесткостями, а затем суммируют моменты инерции и моменты сопротивления справа и слева.

Трехмассовая схема используется, когда необходимо достаточно точно исследовать движение механической части при математическом моделировании.

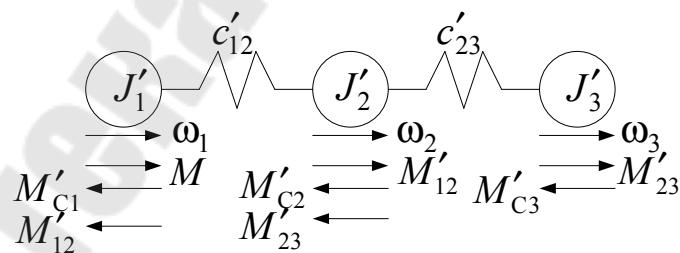


Рис. 7. Трехмассовая схема.

Для данного механизма связями, обладающими наименьшей жесткостью будут канат и длинный вал от СМ2 до СМ3. Таким образом:

$$c'_{23} = c_{6\text{пр}}, \text{ а } \frac{1}{c'_{12}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_{3\text{пр}}} + \frac{1}{c_{4\text{пр}}}.$$

Моменты инерции обобщенной схемы:

$$J'_1 = J_{\text{д}} + J_1 + J_2 + J_{3\text{пр}} + J_{4\text{пр}}; \\ J'_2 = J_{5\text{пр}} + J_{6\text{пр}}; \quad J'_3 = J_{7\text{пр}} + J_{8\text{пр}}.$$

Статические моменты:

$$M'_{C1} = \Delta M + \Delta M_p; \quad M'_{C2} = \Delta M_{B\text{пр}}; \quad M'_{C3} = M_{\text{пол.пр}}.$$

В динамических режимах, из-за наличия упругих связей, мгновенные значения скоростей отдельных масс различны ( $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3$ ).

При деформации упругой связи возникает момент упругого взаимодействия:  $M'_{12} = c'_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$  и  $M'_{23} = c'_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)$ , где  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  и  $(\varphi_2 - \varphi_3)$  - деформации связей.

Когда необходимо исследовать движения ЭД и РО ИМ, или существует связь в цепи с намного меньшей жесткостью, то применяют двухмассовую схему.

Параметры данной схемы:

$$\frac{1}{c'_{12}} = \frac{1}{c'_{12}} + \frac{1}{c'_{23}}; \quad J''_1 = J'_1 + J'_2; \quad J''_2 = J'_3;$$

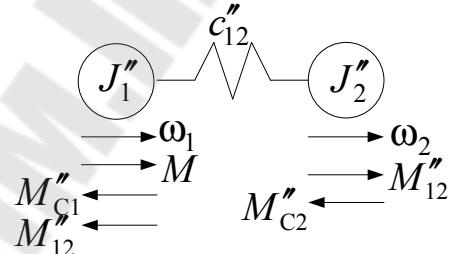


Рис. 8. Двухмассовая схема.

$$M''_{C1} = M_{C1} + M_{C2}; \quad M''_{C2} = M_{C3}; \\ M''_{12} = c''_{12} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Наименьшая жёсткость у каната.

В тех случаях, когда влияние упругих связей незначительно или нет необходимости в их учете, то механическую часть рассматривают жестким приведенным звеном, т.е. одномассовой схемой с суммарным моментом инерции:

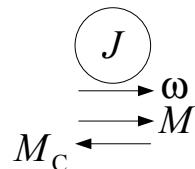


Рис. 9. Одномассовая схема.

$$J = J''_1 + J''_2 = J_{\text{д}} + \sum_k J_{k\text{пр}} + \sum_j J_{j\text{пр}},$$

и статическим моментом сопротивления:

$$M_C = M''_{C1} + M''_{C2} = \Delta M + \sum_k \Delta M_{k\text{пр}} + \sum_j \Delta M_{j\text{пр}} + M_{\text{пол.пр}}$$

Следует иметь в виду, что ряд механизмов дают разветвленные схемы. Например, лифт с противовесом.  $J_1$  – ЭД и жестко связанные с ним элементы цепи;  $J_2$  – канатоведущий шкив;  $J_3$  – кабина с грузом;  $J_4$  – противовес.

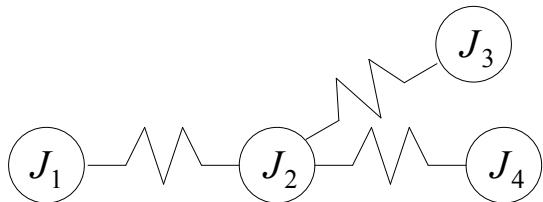


Рис. 10. Разветвленная схема.

### 1.3. Механические характеристики исполнительных механизмов

В соответствии со структурой ЭП электромагнитный момент  $M$  является выходным для электрической части и входным для механической. Все остальные силы и моменты, за исключение упругого взаимодействия, создают статическую нагрузку. В одномассовой схеме они объединены

$$M_C = \left( \Delta M + \sum_k \Delta M_{k\text{пр}} + \sum_j \Delta M_{j\text{пр}} \right) + M_{\Sigma\text{пол.пр}},$$

где в скобках представлена сумма механических потерь от всех моментов и сил.

Суммарный полезный приведенный момент определяется необходимой полезной работой, совершаемой исполнительным механизмом.

Силы и моменты полезной нагрузки могут иметь разный характер и по-разному зависеть от скорости. Поэтому вводится понятие механической характеристики ИМ, которую представляют в виде зависимости:

$$M_C = f(\alpha) \text{ или } \alpha = F(M_C).$$

По характеру взаимодействия с ЭП все силы и моменты делятся на **активные и реактивные**. Активными называются силы и моменты, создаваемые внешними, по отношению к ЭП, источниками механической энергии, и которые не зависят от движения ЭП (потенциальная энергия от веса груза, кинетическая энергия ветра и др.).

Реактивными называются силы сопротивления движению, возникающие как реакция на любой активный движущий момент (силы трения, давление при неупругой деформации, резание и т.д.). Реактивные силы и моменты действуют всегда против движения и в общем случае зависят от скорости.

Рассмотрим типовые нагрузки ЭП, которые различают по виду механической характеристики  $M_C = f(\alpha)$ .

**1. Крановая.** Она характерна для механизмов подъёма подъемно-транспортных машин (ПТМ), у которых момент сопротивления всегда направлен в одну сторону

$$M_C = G \cdot \frac{R}{i_p},$$

$R$  – радиус барабана, а  $G$  – вес груза.

При положительном направлении на подъём, механическая характеристика располагается в I и IV квадрантах плоскости  $M\omega$ . Таким образом, при подъёме статический момент противодействует, а при спуске способствует движению.

Реактивной нагрузкой создающей постоянный момент является сухое трение. И в определенных пределах рабочих скоростей  $M_{CT} = const$  и  $M_C = |M_{CT}| \cdot sign(\alpha)$ . При большой поверхности трения и значительной массе необходимо учитывать момент трения покоя (--- - реальная характеристика на рис. 12). В металорежущих станках, при постоянной подаче инструмента и постоянном радиусе обработки:  $M_C = F_z \cdot R = const$ , где  $F_z$  - сила резания.

**2. Вязкое трение.** На практике приходится сталкиваться с так называемым вязким трением, момента которого линейно зависит от скорости:

$$M_C = \beta_{В.Т.} \cdot \alpha,$$

где  $\beta_{В.Т.}$  - коэффициент вязкого трения.

Иногда при анализе механической части необходимо учитывать внутреннее вязкое трение упругой связи. Момент при этом пропорционален скорости деформации

$$M_{BH} = \beta_{12} (\alpha_1 - \alpha_2),$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  - скорости на входе и выходе упругой связи;  $\beta_{12}$  - коэффициент пропорциональности (коэффициент внутреннего трения).

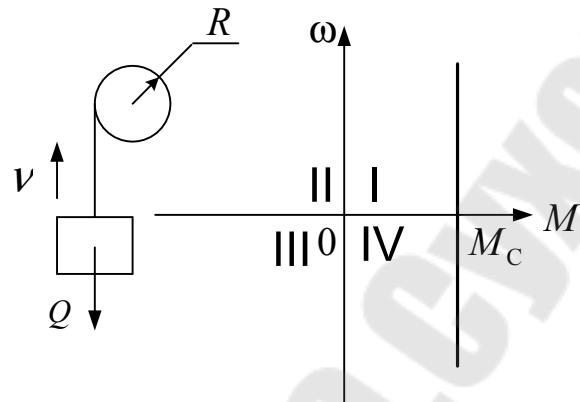


Рис. 11. Крановая характеристика.

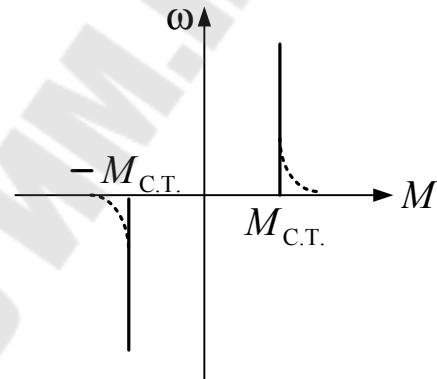


Рис. 12. Реактивная нагрузка.

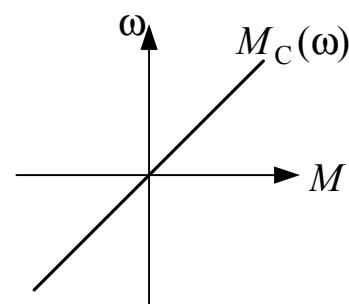


Рис. 13. Вязкое трение.

Следует различать ещё одну особенность нагрузок – влияние на механические колебания. По этому признаку все силы и моменты делятся на **консервативные** и **диссипативные**. Консервативные – силы и моменты не поглощают энергию колебаний, т.е. работа от них за период колебаний равна нулю. Они не зависят от скорости (например, сила тяжести). При действии на систему диссипативных сил происходит поглощение энергии колебаний. Их величина зависит от скорости (например, вязкое трение).

**3. Вентиляторная нагрузка.** Подобной характеристикой обладает идеальный центробежный вентилятор (без противодавления и трения)

$$M_C = \beta_{\text{мех}} \cdot \omega^2.$$

Для центробежных насосов показатель степени может принимать значение от 2 до 5.

**4. Конвейерная нагрузка.** Она характерна для механизмов с большим числом гнёзд трения и с учётом трения покоя. В зоне рабочих скоростей имеет место гиперболическая зависимость

$$M_C = \beta_{\text{мех}} \cdot \omega^{-1}.$$

Статическая нагрузка может зависеть не только от скорости, но и от других координат. Так, для механизмов с нелинейными механическими связями, момент сопротивления является периодической функцией угла поворота. Например, для кривошипно-шатунного механизма поршневого компрессора

$$M_{C2} = M_{C2\max} \cdot \sin \varphi_2,$$

где  $\varphi_2$  - угол поворота вала кривошипа.

Если скорость ЭД меняется незначительно и можно считать, что она равна какой-то средней постоянной и  $\alpha_{\text{cp}} = \text{const}$ , а

$$M_C = M_{C\max} \cdot \sin(k \cdot \alpha_{\text{cp}} \cdot t),$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности между частотой колебаний нагрузки и скоростью ЭД.

Следует помнить, что в механизмах обычно присутствует несколько составляющих, и реальные характеристики отличаются от типовых. Только в отдельных случаях присутствуют совпадения.

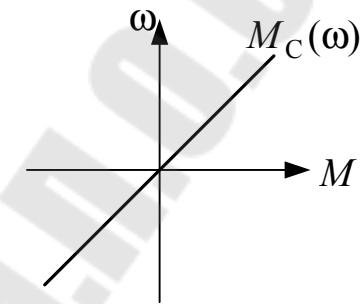


Рис. 14. Вязкое трение.

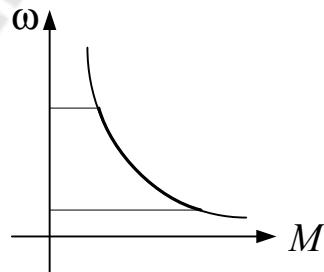


Рис. 15. Конвейерная нагрузка.

## 1.4. Уравнение движения электропривода

Механическая часть ЭП представляет собой систему твёрдых тел, на движение которых наложены ограничения, определяемые механическими связями. Описывается такая система уравнением Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left( \frac{\partial W_K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial W_K}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1.4)$$

где  $W_K$  – запас кинетической энергии в системе, выраженный через обобщённые координаты  $q_i$  и обобщённые скорости  $\dot{q}_i$ ;  $Q_i = \frac{\delta A_i}{\delta q_i}$  – обобщённые силы, определяемые суммой элементарных работ на возможных перемещениях.

Поскольку механическую систему мы привели к вращательному движению, то координаты:

$$q_i = \Phi_i, \dot{q}_i = \alpha_i \text{ и } Q_i = M_i.$$

Рассмотрим уравнение движения (1.4) в принятых нами параметрах применительно для двухмассовой схемы. Механические связи возьмём линейными, тогда  $M_C$  и  $J$  не зависят от угла поворота  $\Phi$ .

Запас кинетической энергии

$$W_K = \frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2}.$$

Элементарная работа, совершаемая при движении первой массы от всех сил и моментов

$$\delta A_1 = (M - M_{C1} - M_{12}) \cdot \delta \varphi_1.$$

Обобщённая сила, приложенная к первой массе:  $Q_1 = M - M_{C1} - M_{12}$ . Аналогично, для второй массы:  $Q_2 = M_{12} - M_{C2}$ .

Теперь с учётом частных производных  $\frac{\partial W_K}{\partial \alpha} = J \cdot \omega$ ,  $\frac{\partial W_K}{\partial \varphi} = 0$ ,

решая (1.4) для каждой массы, получим уравнение движения двухмассовой системы:

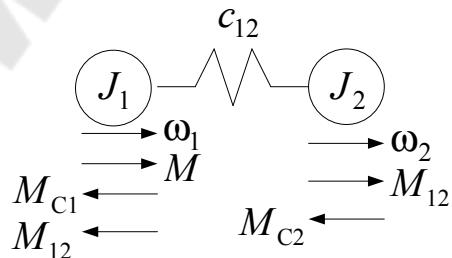


Рис. 16. Двухмассовая схема.

$$\left. \begin{aligned} M - M_{C1} - M_{12} &= J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt} \\ M_{12} - M_{C2} &= J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt} \\ \frac{dM_{12}}{dt} &= c_{12}(\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

Третье уравнение в (1.5) связывает 1 и 2-ю массы через упругое взаимодействие.

Для одномассовой системы имеющей скорость  $\alpha$  и момент инерции  $J$  получаем

$$W_K = \frac{J \cdot \omega^2}{2}, \text{ а } \frac{\partial W_K}{\partial \alpha} = J \cdot \omega \text{ и } Q_1 = M - M_C.$$

Откуда уравнение движения

$$M - M_C = J \cdot \frac{d\alpha}{dt}. \quad (1.6)$$

(1.6) является основным и имеет исключительное значение при анализе физических процессов в ЭП.

Теперь получим уравнение движения для системы с нелинейными механическими связями на примере кривошипно-шатунного механизма.

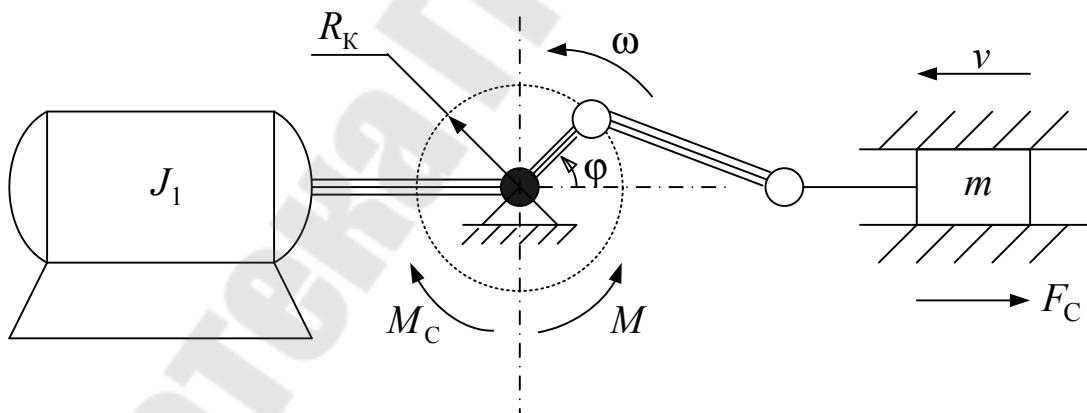


Рис. 17. Кривошипно-шатунный механизм.

Вал кривошипа приведён к скорости двигателя  $\alpha$ . На валу действуют моменты: электромагнитный  $M$ , статического сопротивления  $M_{C1}$  от сил, действующих на линейно-связанные с ЭД массы.  $F_C$  – сила сопротивления движению поступательно движущейся массе  $m$ .

В данной схеме радиус приведения линейной скорости  $v$  зависит от угла поворота кривошипа:  $\rho(\phi) = \frac{\delta v}{\delta \omega} = \frac{\delta S}{\delta \phi} = R_K \cdot \sin \phi$ .

Приведенный момент инерции также является функцией угла  $J_{\text{пр}}(\phi) = m \cdot \rho^2(\phi)$  и суммарный  $J(\phi) = J_1 + J_{\text{пр}}(\phi)$ , где  $J_1$  – приведенный момент инерции ЭД и линейно связанных с ним масс. В итоге запас кинетической энергии в системе

$$W_K = \frac{J(\phi) \cdot \omega^2}{2}$$

Суммарный статический момент на валу кривошипа:

$$M_C(\phi) = M_{C1} + F_C \cdot \rho(\phi)$$

и обобщенная сила

$$Q = M - M_C(\phi).$$

Используем уравнение Лагранжа (1.4). Частные производные

$$\frac{\partial W_K}{\partial \alpha} = J(\phi) \cdot \omega, \text{ а}$$

$$\frac{d}{dt} [J(\phi) \cdot \omega] = J(\phi) \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \omega \cdot \frac{dJ(\phi)}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = J(\phi) \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \omega^2 \cdot \frac{dJ(\phi)}{d\phi}.$$

Производная по углу

$$\frac{\partial W_K}{\partial \phi} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ(\phi)}{d\phi}.$$

В итоге для механической системы с нелинейной связью уравнение движения:

$$M - M_C = J(\phi) \cdot \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ(\phi)}{d\phi}. \quad (1.7)$$

## 1.5. Режимы работы электропривода

Анализ физических процессов, протекающих в электромеханической системе, позволяет разделить как динамические, так и статические режимы в ЭП. Для анализа режимов используем уравнение движения (1.6)

$$M - M_C = J \cdot \frac{d\alpha}{dt}.$$

Условием, определяющим **динамические** режимы в механической системе с линейными связями: выполнение неравенства  $\frac{d\alpha}{dt} \neq 0$ . Они разделяются на переходный процесс и динамический установившийся. В первом случае система стремится от одного установившегося состояния к другому. Динамический установившийся режим возникает, когда по окончанию переходного процесса один из моментов ( $M$  или  $M_C$ ) имеет периодическую составляющую. Она определяет вынужденное движение системы с периодически меняющейся скоростью.

**Статические** (или просто «установившиеся») режимы имеют место при постоянстве запаса энергии в системе и  $d\alpha / dt = 0$ . При этом уравнение (1.6) запишется  $M = M_C$ . Эти режимы разделяют в зависимости от направления потока энергии в механической части на двигательный и тормозной.

В двигательном режиме поток энергии направляется от ЭД к РО и электромагнитная мощность положительна

$$P = M \cdot \alpha = (-M) \cdot (-\alpha) > 0.$$

На плоскости механической характеристики  $M\alpha$  двигателльному режиму соответствует работа в I и III квадрантах.

В тормозном режиме поток энергии направлен от РО к ЭД, который является потребителем механической энергии. Если пренебречь механическими потерями, то  $P = (-M) \cdot \alpha = M \cdot (-\alpha) < 0$ , что соответствует работе в II и IV квадрантах.

При **нелинейных механических связях** статические режимы отсутствуют. Даже, при  $\frac{d\alpha}{dt} = 0$  поступательно движущиеся массы имеют переменные скорость и приведенный момент инерции. Момент ЭД и  $M_C$  также являются переменными.

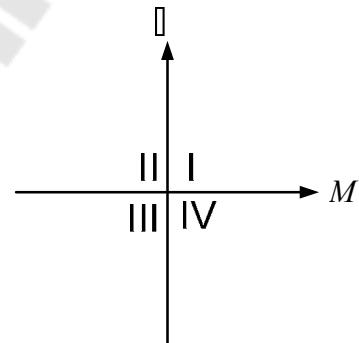


Рис. 18. Плоскость механической характеристики.

## 1.6. Структурные схемы и динамические свойства механической части электропривода

### I. Двухмассовая схема с линейными связями.

Представим уравнение движения (1.5) в операторной форме (дифференциальные уравнения записаны в приращениях к установившемуся режиму)

$$\left. \begin{array}{l} M - M_{C1} - M_{12} = J_1 \cdot p \cdot \omega_1 \\ M_{12} - M_{C2} = J_2 \cdot p \cdot \omega_2 \\ p \cdot M_{12} = c_{12} \cdot (\omega_1 - \omega_2) \end{array} \right\}$$

Из 1-го и 2-го уравнений выразим  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , а из 3-го  $M_{12}$

$$\omega_1 = \frac{1}{J_1 \cdot p} \cdot (M - M_{C1} - M_{12}); \quad \omega_2 = \frac{1}{J_2 \cdot p} \cdot (M_{12} - M_{C2});$$

$$M_{12} = \frac{c_{12}}{p} \cdot (\omega_1 - \omega_2).$$

По полученным выражениям составим структурную схему со входным сигналом в виде  $M$  и выходным -  $\alpha_2$  (скорость РО).

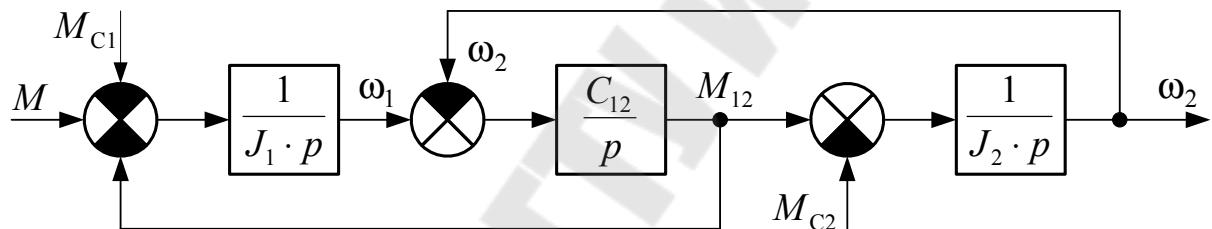


Рис. 19. Структурная схема двухмассовой системы.

В первую очередь нас интересует, как управлять ЭП для уменьшения упругих колебаний. Поэтому получим передаточные функции (ПФ) по управляющему воздействию  $M_C(p) = 0$ , приняв  $M_C(p) = 0$ . Преобразуем схему.

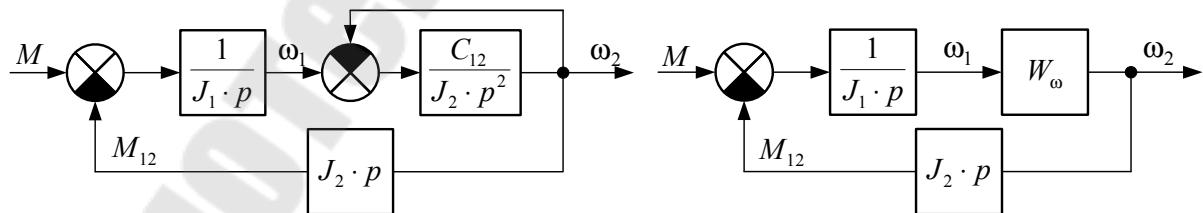


Рис. 20. Преобразованные структурные схемы двухмассовой системы.

ПФ звена  $W_\alpha$ , связывающего скорость РО  $\alpha_2(p)$  и ЭД

$$W_{\omega}(p) = \frac{\omega_2(p)}{\omega_1(p)} = \frac{\frac{c_{12}}{J_2 \cdot p^2}}{\frac{c_{12}}{J_2 \cdot p^2} + 1} = \frac{c_{12}}{J_2 \cdot p^2 + c_{12}}$$

Получим ПФ для  $\alpha_1(p)$  и  $\alpha_2(p)$  с учетом представления для замкнутой системы через функции прямого канала и обратной связи ( $W_{\text{пр}}$ ,  $W_o$ )

$$\Phi(p) = \frac{1}{W_o + 1/W_{\text{пр}}}.$$

Для скорости ЭД схему можно представить в виде, показанном на рис. 21.

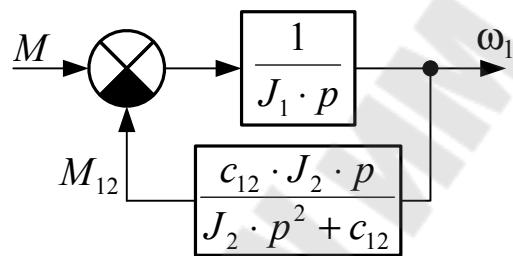


Рис. 21.

и ПФ

$$W_{\omega_1}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{1}{J_1 \cdot p + \frac{c_{12} \cdot J_2 \cdot p}{J_2 \cdot p^2 + c_{12}}} = \frac{J_2 \cdot p^2 + c_{12}}{J_1 \cdot J_2 \cdot p^3 + c_{12} \cdot (J_1 + J_2) \cdot p},$$

или с учетом, что  $J_1 + J_2 = J_\Sigma$

$$W_{\omega_1}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{\left( \frac{J_2}{c_{12}} \right) \cdot p^2 + 1}{J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{J_1 \cdot J_2}{c_{12} \cdot J_\Sigma \cdot p} \cdot p^2 + 1 \right)}.$$

ПФ для скорости второй массы  $\alpha_2(p)$  будем получать в виде  $W_{\omega_2} = W_{\omega_1} \cdot W_o$ :

$$W_{\omega_2}(p) = \frac{\omega_2(p)}{M(p)} = \frac{\frac{J_2}{c_{12}} \cdot p^2 + 1}{J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{J_1 \cdot J_2}{c_{12} \cdot J_\Sigma} \cdot p^2 + 1 \right)} \cdot \frac{1}{\frac{J_2}{c_{12}} \cdot p^2 + 1},$$

$$W_{\omega_2}(p) = \frac{\alpha_2(p)}{M(p)} = \frac{1}{J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{J_1 \cdot J_2}{c_{12} \cdot J_\Sigma} \cdot p^2 + 1 \right)}.$$

Характеристическое уравнение двухмассовой механической части  $J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{J_1 \cdot J_2}{c_{12} \cdot J_\Sigma} \cdot p^2 + 1 \right) = 0$  имеет корни

$$p_1 = 0; \quad p_{2,3} = \pm j \cdot \sqrt{\frac{c_{12} \cdot J_\Sigma}{J_1 \cdot J_2}} = \pm j \cdot \sqrt{\frac{c_{12} \cdot \gamma}{J_2}} = \pm j \cdot \Omega_{12},$$

где  $\gamma = \frac{J_\Sigma}{J_1}$  – коэффициент соотношения масс, а

$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{c_{12} \cdot \gamma}{J_2}}$  – частота собственных колебаний механической части, т.е.

резонансная частота кинематической цепи.

Теперь характеристическое уравнение:  $J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{1}{\Omega_{12}^2 \cdot p^2 + 1} \right) = 0$ , а с

учётом, что  $\frac{c_{12}}{J_2} = \frac{\Omega_{12}^2}{\gamma}$ , ПФ:

$$W_{\omega}(p) = \frac{\omega(p)}{M(p)} = \frac{\frac{\gamma}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1}{J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right)} =$$

$$= \frac{1}{J_\Sigma \cdot p} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right)} \cdot \left( \frac{\gamma}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right) \quad (1.8)$$

$$W_{\omega_2}(p) = \frac{\alpha_2(p)}{M(p)} = \frac{1}{J_\Sigma \cdot p} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right)}. \quad (1.9)$$

Таким образом, получим, что механическая часть ЭП по отношению к скорости ЭД при управляющем воздействии представляет соединение трёх звеньев: интегрирующего, идеального колебательного и форсирующего второго порядка.

По отношению к скорости РО – соединение двух звеньев: интегрирующего и идеального колебательного.

Рассмотрим динамические свойства.

**А.** Проанализируем как ведёт себя ротор ЭД и жестко связанные с ним массы по (1.8). Частота сопряжения форсирующего звена  $\Omega_\Phi = \frac{\Omega_{12}}{\sqrt{\gamma}}$ .

Построим ЛАЧХ для каждого звена отдельно:  $L_I$ ,  $L_K$  и  $L_\Phi$  (прямые линии – асимптоты звеньев), и затем суммарная  $L_{\omega_1}$ .

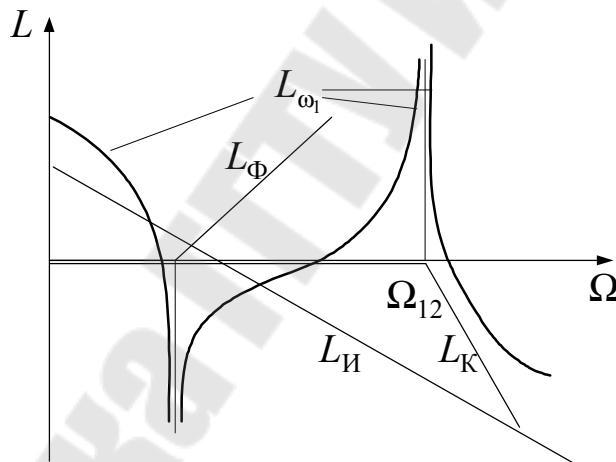


Рис. 22. Логарифмическая характеристика  $L_{\omega_1}$ .

При частоте  $\Omega_\Phi$  имеет место нуль передаточной функции, где характеристика имеет разрыв и коэффициент передачи стремится к нулю, а  $L_{\omega_1}$  стремится к  $-\infty$ .

На резонансной частоте  $\Omega_{12}$ , т.е. на частоте сопряжения колебательного звена, имеет место полюс передаточной функции, характеристика также имеет разрыв, а коэффициент передачи и  $L_{\omega_1}$  стремятся к  $+\infty$ .

В низкочастотной области характеристику определяет первое интегрирующее звено.

В целом можно отметить:

1. В низкочастотной области механическая часть ведёт себя как интегрирующее звено и при  $M = const$  скорость ЭД  $\alpha_1$  должна расти линейно с наложением колебаний, определяемых упругой связью.

2. При приближении частоты колебаний электромагнитного момента  $M$  к частоте  $\Omega_{12}$ , амплитуда колебаний скорости  $\alpha_1$  должна стремиться к бесконечности. Однако наличие форсирующего звена оказывает существенное ограничивающее влияние. Так, при  $J_1 \gg J_2$   $\gamma$  стремится к 1, и к 1 стремится произведение  $W_K \cdot W_\Phi$ . В результате резонанс для скорости  $\alpha_1$  исключается.

**Б.** Поведение второй массы проанализируем по (1.9). ЛАЧХ  $L_{\omega_2}$  образуется характеристиками двух звеньев: интегрирующего и колебательного.

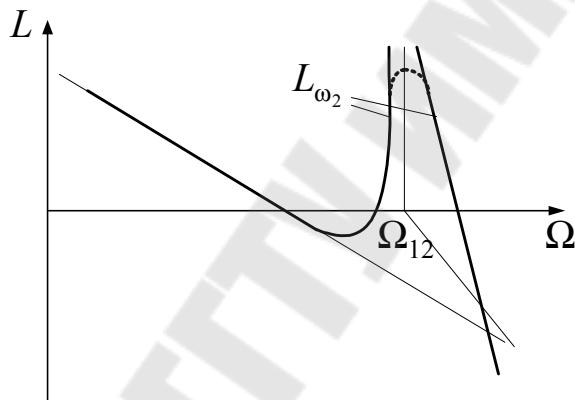


Рис. 23. Логарифмическая характеристика  $L_{\omega_2}$ .

На движение второй массы форсирующее звено не влияет. На частоте  $\Omega_{12}$  ЛАЧХ  $L_{\omega_2}$  имеет разрыв и стремиться к  $+\infty$ . Затем наклон составляет -60 дБ/дек.

Представим основные выводы:

1. Если при синтезе ЭП использовать обратную связь по скорости ЭД и  $J_2 \gg J_1$  или при частоте среза  $\Omega_C$  желаемой ЛАЧХ много меньшей резонансной частоты  $\Omega_C \ll \Omega_{12}$ , то механическую часть ЭП можно представить жестким приведенным звеном, т.е. одномассовой схемой.

2. Колебательность второй массы выше и нет факторов ограничивающих развитие колебаний. При необходимости получить требуемое качество движения РО и регулирование его координат пренебрегать влиянием упругих связей без проверки нельзя.

В реальных системах присутствуют диссипативные силы, которые оказывают демпфирующее воздействие. Их можно представить в виде внутреннего вязкого трения:

$$M_{\text{вн.}} = \beta_{12} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2),$$

при этом операторное уравнение упругого момента:

$$M_{12}(p) = \left( \frac{c_{12}}{p} + \beta_{12} \right) \cdot (\omega_1 - \omega_2),$$

а корни характеристического уравнения  $p_{2,3} = -\alpha_{\text{вн}} \pm \sqrt{\alpha_{\text{вн}}^2 - \Omega_{12}^2}$ .

В результате при любом значении  $\alpha_{\text{вн}}$  отличном от нуля процесс будет затухающим, а ЛАЧХ получат ограничения в области полюса (-). Только по внутреннему вязкому трению в упругой связи декремент затухания:  $\lambda = \frac{2\pi \cdot \alpha_{\text{вн}}}{\Omega_{12}} = 0,1 \div 0,3$ .

### II. Одномассовая схема.

Уравнение движения в операторной форме  $M - M_C = J \cdot p \cdot \alpha$ , а ПФ

$$W(p) = \frac{\alpha(p)}{M(p)} = \frac{1}{J \cdot p}.$$

Таким образом, механическая часть представляет собой интегрирующее звено и является фильтром низких частот.

## 1.7. Переходные процессы в механической части электропривода

Переходные процессы возникают как следствие управляющего воздействия или возмущения. При управляющем воздействии возможны процессы пуска, торможения, реверса или изменения скорости при регулировании. Под возмущением понимают сброс или наброс нагрузки. И при необходимости, анализируют процессы в ЭП, когда изменяется напряжение сети.

Рассмотрим поведение МЧ в виде жесткого приведенного звена в разных процессах при условии  $M = \text{const}$  и  $M_C = \text{const}$ . Уравнение движения  $M - M_C = J \cdot \frac{d\alpha}{dt}$  решим разделив переменные

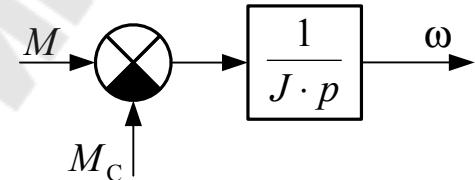


Рис. 24. Структурная схема одномассовой системы.

$$d\omega = \frac{M - M_C}{J} \cdot dt. \quad \text{Интегрируем} \quad \int_{\omega_{\text{нач}}}^{\alpha} d\omega = \int_0^t \frac{M - M_C}{J} \cdot dt. \quad \text{Откуда}$$

$$\omega - \omega_{\text{нач}} = \frac{M - M_C}{J} \cdot t. \quad \text{При постоянных моментах} \quad \frac{M - M_C}{J} = \frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon - \text{ускорение ЭП. Теперь решение}$$

$$\alpha = \alpha_{\text{нач}} + \varepsilon \cdot t, \quad (1.10)$$

$$\text{или } t = \frac{\alpha - \alpha_{\text{нач}}}{\varepsilon}.$$

Таким образом, получим, что в одномассовой схеме при постоянных моментах переходной процесс представляет равномерно ускоренное движение.

### Пуск.

В момент  $t=0$  момент ЭД скачком изменяется от 0 до  $M_1$ . Возникает динамический момент  $M_D = M_1 - M_C$  и ЭП равномерно разгоняется.

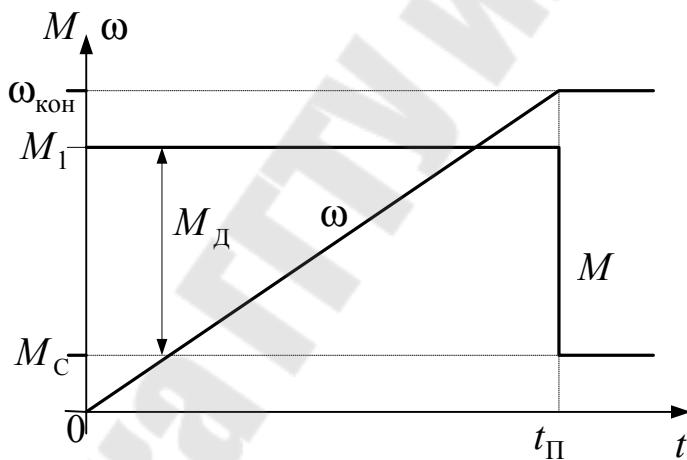


Рис. 25. Диаграмма пуска при постоянстве моментов.

При достижении заданной скорости  $\alpha_{\text{кон}}$  момент ЭД должен скачком измениться до значения  $M_C$ . Время пуска исходя из решения (1.10)

$$t_{\text{п}} = \frac{\alpha_{\text{кон}}}{\varepsilon} = \frac{J \cdot \alpha_{\text{кон}}}{M - M_C}.$$

### Торможение.

Предшествующее установившееся состояние  $M(0) = M_C$ ,  $\alpha(0) = \alpha_{\text{нач}}$ . При  $t=0$  момент ЭД меняется до значения  $M = -M_1$ . Динамический момент при торможении  $M_D = -M_1 - M_C$ , а ускорение

$\varepsilon = -\frac{(M_1 + M_C)}{J}$ . Для остановки с реактивным  $M_C$  при  $\alpha = 0$  момент ЭД

должен стать  $M = 0$ , и время торможения  $t_T = \frac{-\alpha_{\text{нач}}}{-(M_1 + M_C)} \cdot J$ .

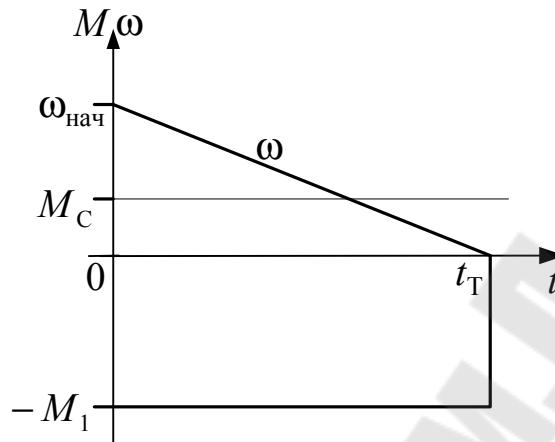


Рис. 26. Диаграммы торможения при постоянстве моментов.

### Реверс.

В зависимости от характера нагрузки возможны два варианта:

1-й:  $M_C$  - активный и независит от направления движения. Предшествующее состояние  $M(0) = M_C$  и  $\alpha(0) = \alpha_{\text{нач}}$ . При  $t = 0$   $M(0) = -M_1$ . Если при переходе скорости через значение  $\alpha = 0$  при  $t = t_T$  момент ЭД не изменяется, то ЭП начинает разгоняться в противоположном направлении.

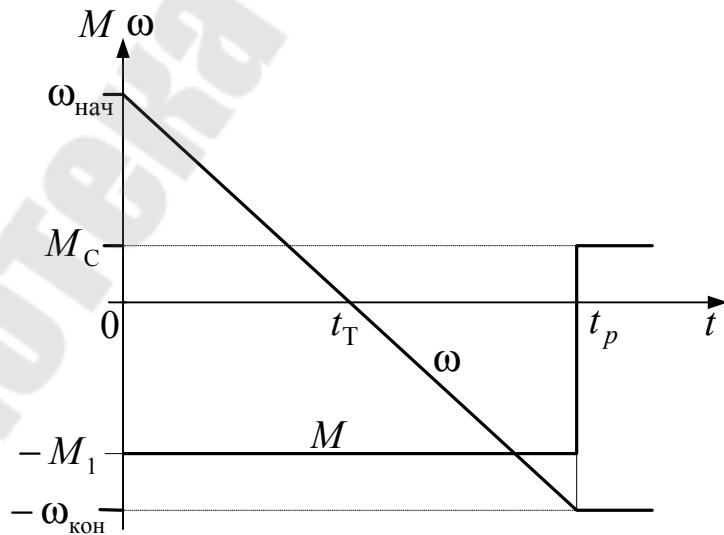


Рис. 27. Диаграммы реверса при активном моменте сопротивления.

Динамический момент и ускорение остаются неизменными  $M_{\text{д}} = -(M_1 + M_C)$ ,  $\varepsilon = \frac{-(M_1 + M_C)}{J}$ . По окончании реверса, когда  $\alpha = -\alpha_{\text{кон}}$  момент ЭД меняется до значения  $M_C$ . Длительность реверса:  $t_p = t_T + t_{\Pi} = \frac{(-\alpha_{\text{кон}}) - \alpha_{\text{нач}}}{-(M_1 + M_C)} \cdot J$ .

2-й вариант:  $M_C$  - реактивный. При переходе скорости через нулевое значение момент  $M_C$  изменяет знак. Ускорение при торможении  $\varepsilon_T = -\frac{M_1 + M_C}{J}$ , а при разгоне  $\varepsilon_{\Pi} = \frac{-M_1 + M_C}{J}$ .

Время реверсирования

$$t_p = \frac{-\alpha_{\text{нач}}}{-(M_1 + M_C)} \cdot J + \frac{-\alpha_{\text{кон}}}{-M_1 + M_C} \cdot J.$$

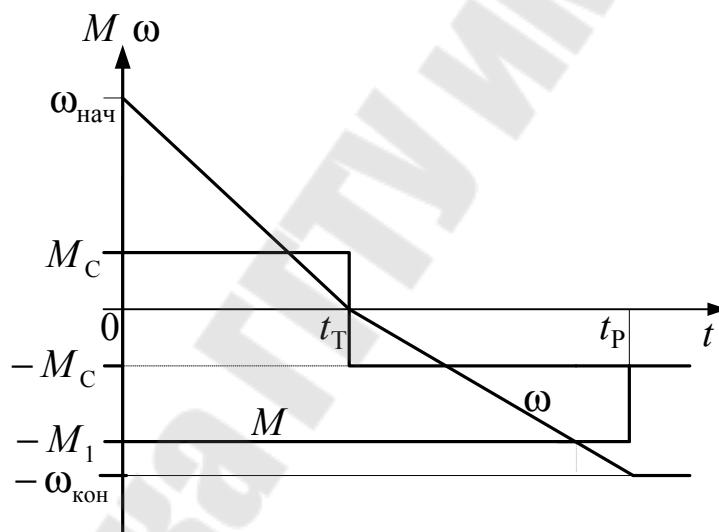


Рис. 28. Диаграммы реверса при реактивном моменте сопротивления.

### 1.8. Переходные процессы при нелинейных зависимостях $M(t)$ и $M_C(t)$

Если  $M_C = \text{const}$  а, к примеру,  $M(t) = \Delta M_{\Pi} \cdot e^{-t/T_1} + M_C$ , то ЭД развивает дополнительный динамический момент при пуске, который изменяется по экспоненциальному закону:

$$M_{\text{д}} = M(t) - M_C = \Delta M_{\Pi} \cdot e^{-t/T_1},$$

где:  $T_1$  – постоянная времени, определяющая длительность пуска.

При начальном значении ускорения  $\varepsilon_{\text{нач}} = \frac{d\alpha}{dt}(0) = \frac{\Delta M_{\Pi}}{J}$  (из уравнения движения) разделяя переменные в уравнении и решая:

$$\int_{\omega_{\text{нач}}}^{\alpha} d\alpha = \int_0^t \frac{M(t) - M_C}{J} dt = \int_0^t \frac{\Delta M_{\Pi}}{J} \cdot e^{-t/T_1} dt = \varepsilon_{\text{нач}} \int_0^t e^{-t/T_1} dt,$$

В результате

$$\omega = \omega_{\text{нач}} + \varepsilon_{\text{нач}} \cdot T_1 \left( 1 - e^{-t/T_1} \right).$$

Таким образом, получаем, что при  $\alpha_{\text{нач}} = 0$  скорость при пуске изменяется от 0 до  $\alpha_{\text{кон}} = \varepsilon_{\text{нач}} \cdot T_1$  по экспоненциальной зависимости.

Когда производится пуск ЭД с вентиляторной нагрузкой с  $M_C = M_{C0} + (M_{CH} - M_{C0}) \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_H} \right)^2$ , или при более сложных нелинейностях, аналитические решения нецелесообразны по трудоёмкости или невозможны. В этих случаях прибегают к графоаналитическим методам. Рассмотрим один из них – метод конечных приращений на примере указанного пуска. По данному методу механические характеристики разбиваются на участки  $\Delta\alpha_i$ , для которых можно принять, что  $M_{Di} = (M - M_C)_i = M_{Di\text{ср}} = const$ . Затем для каждого участка решают уравнение движения в конечных приращениях:

$$\Delta t_i = J \cdot \frac{\Delta\alpha_i}{M_{Di\text{ср}}}.$$

Построение графика  $\alpha(t)$  производится с припасовыванием отдельных решений  $\Delta t$ , то есть на плоскости  $t\alpha$  откладывают время  $\Delta t_i$  для участков  $\Delta\alpha_i$  и получают  $\alpha(t)$  в виде ломаной линии, которую затем сглаживают.

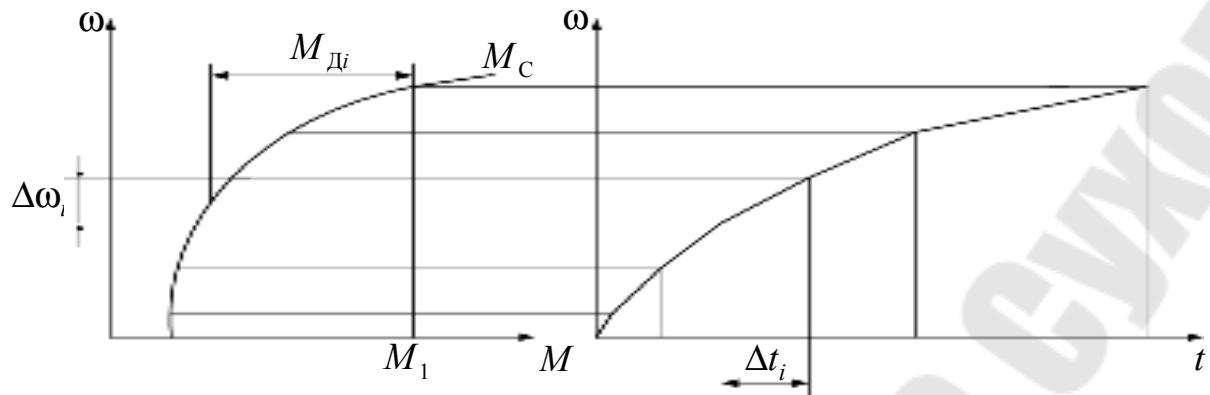


Рис. 29. Построение диаграммы пуска методом конечных приращений.

Исходя из рассмотренных примеров, отметим: изменение скорости во времени определяется зависимостями  $M(t)$ ,  $M_C(t)$  и, так как  $M_C(t)$  определяется конструкцией и технологией ИМ, то получение требуемого закона движения РО обеспечивается формированием соответствующего закона  $M(t)$ .

### 1.9. Переходные процессы в механической части с упругой связью

Рассмотрим поведение механической части на примере пуска с  $M_C = 0$  и  $M(0) = 0$ , а  $M(0) = M_1 = \text{const}$ . Уравнение движения при условии  $M_{C1} = M_{C2} = 0$  записывается:

$$\left. \begin{aligned} M - M_{12} &= J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt} \\ M_{12} &= J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt} \\ \frac{dM_{12}}{dt} &= c_{12} \cdot (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \right\}$$

Дифференциальные уравнения для скорости можно получить, решая систему, или по передаточным функциям. Воспользуемся вторым способом. Передаточная функция для первой массы:

$$W_{\omega_1}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{\frac{\gamma}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1}{J_\Sigma \cdot p \cdot \left( \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right)}.$$

Операторное уравнение

$$\left[ J_{\Sigma} \cdot p \cdot \left( \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right) \right] \cdot \omega_1(p) = \left( \frac{\gamma}{\Omega_{12}^2} \cdot p^2 + 1 \right) \cdot M(p),$$

$$\text{где } \gamma = \frac{J_{\Sigma}}{J_1}, \Omega_{12}^2 = \sqrt{\frac{c_{12} \cdot \gamma}{J_2}}$$

Дифференциальная форма

$$J_{\Sigma} \cdot \left( \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot \frac{d^3 \omega_1}{dt^3} + \frac{d\omega_1}{dt} \right) = \frac{\gamma}{\Omega_{12}^2} \cdot \frac{d^2 M}{dt^2} + M.$$

$$\text{С учётом, что } M_1 = \text{const}: \frac{1}{\Omega_{12}^2} \cdot \frac{d^3 \omega_1}{dt^3} + \frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_{\text{cp}}, \text{ где } \varepsilon_{\text{cp}} = \frac{M_1}{J_{\Sigma}}.$$

Корни характеристического уравнения:  $p_1 = 0, p_{2,3} = \pm j \cdot \Omega_{12}$ .

Нулевой корень характеризует интегрирующее поведение системы и определяет частное решение в виде:  $\omega^* = \varepsilon_{\text{cp}} \cdot t$  (для проверки подставляется в левую часть дифференциального уравнения). Мнимые корни определяют незатухающие колебания. Общее решение имеет вид:

$$\alpha_1(t) = \varepsilon_{\text{cp}} \cdot t + A \cdot \cos(\Omega_{12} \cdot t) + B \cdot \sin(\Omega_{12} \cdot t), \quad (1.11)$$

а производная решения:

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = \varepsilon_{\text{cp}} - \Omega_{12} \cdot A \cdot \sin(\Omega_{12} \cdot t) + \Omega_{12} \cdot B \cdot \cos(\Omega_{12} \cdot t). \quad (1.11a)$$

Для нахождения коэффициентов А и В воспользуемся начальными условиями:  $M(0) = M_1, \alpha_1(0) = 0, \alpha_2(0) = 0, M_{12}(0) = 0$ .

Из первого уравнения системы находим:

$$\frac{d\alpha_1}{dt}(0) = \frac{M - M_{12}}{J_1} = \frac{M_1}{J_1} \cdot \frac{J_{\Sigma}}{J_{\Sigma}} = \gamma \cdot \varepsilon_{\text{cp}}.$$

Теперь (1.11) и (1.11a) при  $t = 0$  запишутся:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= A \\ \gamma \cdot \varepsilon_{\text{cp}} &= \varepsilon_{\text{cp}} + \Omega_{12} \cdot B \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Откуда: } B = \frac{(\gamma - 1)}{\Omega_{12}} \cdot \varepsilon_{\text{cp}} = \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{\text{cp}}}{J_1 \cdot \Omega_{12}} \text{ (учитывая, что } \gamma - 1 = \frac{J_2}{J_1}).$$

В итоге решение (1.11):

$$\omega_1(t) = \varepsilon_{cp} t + \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{cp}}{J_1 \cdot \Omega_{12}} \sin(\Omega_{12} \cdot t). \quad (1.12)$$

(1.12) представляет закон движения первой массы при ступенчатом управляющем воздействии. Изменение упругого момента  $M_{12}(t)$  определим из первого уравнения исходной системы  $M_{12}(t) = M_1 - J_1 \cdot \frac{d\alpha_1}{dt}$ . С учётом, что  $M_1 = J_\Sigma \cdot \varepsilon_{cp} = (J_1 + J_2) \cdot \varepsilon_{cp}$   $M_{12}(t) = (J_1 + J_2) \cdot \varepsilon_{cp} - J_1 \cdot \varepsilon_{cp} - J_2 \cdot \varepsilon_{cp} \cdot \cos(\Omega_{12} \cdot t)$  и окончательно получаем

$$M_{12}(t) = J_2 \cdot \varepsilon_{cp} \cdot [1 - \cos(\Omega_{12} \cdot t)]. \quad (1.13)$$

Для определения закона движения  $\alpha_2(t)$  используем третье уравнение системы

$$\omega_2(t) = \omega_1(t) - \frac{1}{c_{12}} \cdot \frac{dM_{12}}{dt} = \varepsilon_{cp} \cdot t + \left( \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{cp}}{J_1 \cdot \Omega_{12}} - \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{cp}}{c_{12}} \cdot \Omega_{12} \right) \cdot \sin(\Omega_{12} \cdot t).$$

Выражение в скобках

$$\begin{aligned} \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \cdot \left( \frac{1}{J_1} - \frac{\Omega_{12}^2}{c_{12}} \right) &= \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \cdot \left( \frac{1}{J_1} - \frac{c_{12} \cdot \gamma}{J_2 \cdot c_{12}} \right) = \\ &= \left| \frac{\gamma}{J_2} = \frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2} \right| = \frac{J_2 \cdot \varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \cdot \left( \frac{J_2 - J_1 - J_2}{J_1 \cdot J_2} \right) = -\frac{\varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}}. \end{aligned}$$

Окончательно:

$$\omega_2(t) = \varepsilon_{cp} \cdot t - \frac{\varepsilon_{cp}}{\Omega_{12}} \cdot \sin(\Omega_{12} \cdot t). \quad (1.14)$$

Графики движения и  $M_{12}$  при условии  $J_1 = J_2$

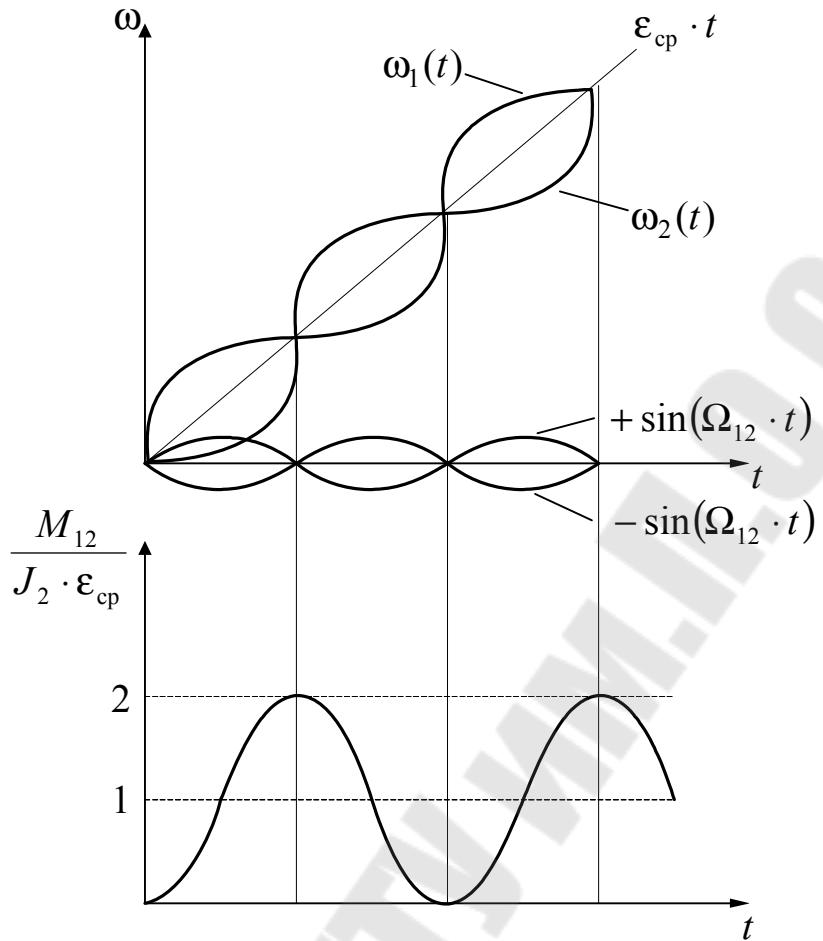


Рис. 30. Диаграммы пуска в двухмассовой системе.

Проанализируем (1.12) и (1.14). На амплитуду колебаний первой массы непосредственное влияние оказывает соотношение масс, а для второй это влияние отсутствует. Упругий момент изменяется от 0 до  $2 \cdot J_2 \cdot \varepsilon_{cp}$ . Динамический момент, передаваемый второй массе упругой связью, имеет среднее значение  $M_{D cp} = J_2 \cdot \varepsilon_{cp}$ .

Коэффициент, характеризующий динамическую перегрузку передачи  $K_D = \frac{M_{D \max}}{M_{D cp}} = 2$ .

## 2. Динамические процессы в электромеханическом преобразователе

### 2.1. Обобщенная электрическая машина

В общем случае электромеханический преобразователь (ЭМП) можно представить как многополюсник с  $n$  входными электрическими обмотками и двумя выводами для электромагнитного момента  $M$  и

скорости ротора  $\omega$ . Однако такая модель ЭД достаточно громоздкая, поэтому, когда допустимо, используют эквивалентную двухфазную модель – так называемую **обобщенную электрическую машину** (ЭМ).

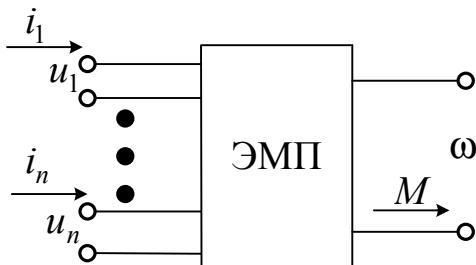


Рис. 31. Электромеханический преобразователь в виде многополюсника.

При переходе от реальной к обобщенной машине должны выполняться следующие допущения:

1. Магнитная система не насыщена.
2. Зазор принимается равномерным по всей окружности, а явнополюсность учитывается введением переменной составляющей радиальной магнитной проницаемости, или изменением индуктивностей и взаимоиндуктивностей обмоток.
3. Машина симметричная как геометрически, так и по параметрам обмоток.
4. Магнитное поле в зазоре синусоидально.
5. При питании ЭД несимметричным напряжением применяется метод симметричных составляющих.

При указанных допущениях переменные (координаты) ЭМ можно представить результирующими, суммарными временными векторами. Они определяются геометрическим суммированием векторов соответствующих переменных фазных обмоток реальной машины. Поскольку обмотки имеют строгое геометрическое положение по окружности машины, то векторы также определены в пространстве. Учет временной зависимости переменных и количество обмоток даст вращение или неподвижное положение векторов в пространстве. Таким образом, представляя переменную в виде результирующего вектора его можно разложить на проекции в любую систему координат: в 2-х или 3-хфазную, неподвижную или врачающуюся.

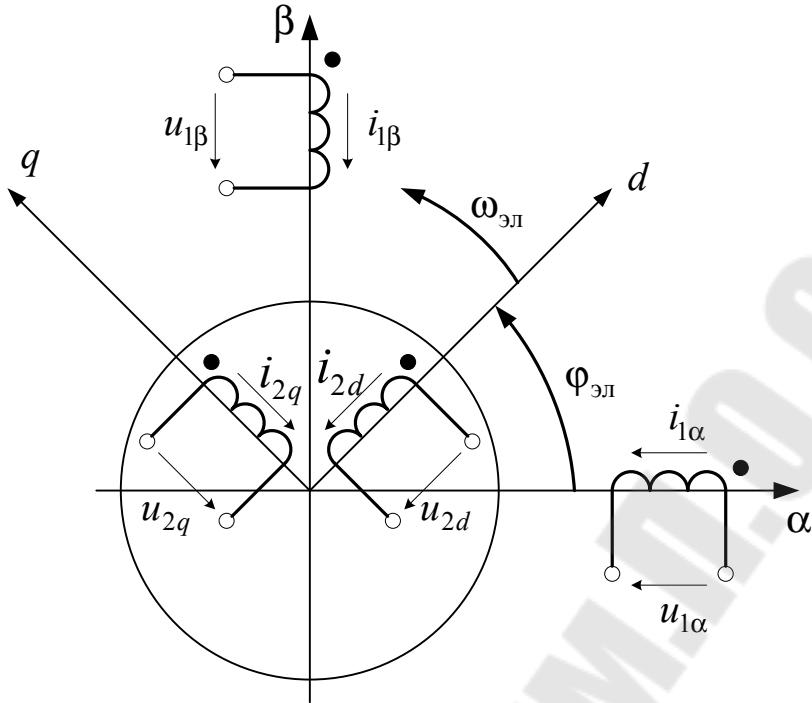


Рис. 32. Схема обобщенной ЭМ.

На исходной схеме обобщенной машины:  $\alpha$ ,  $\beta$  - оси координат связанные со статором;  $d$ ,  $q$  - оси жестко связанные с ротором. Обмотки статора и ротора, прикладываемые к ним напряжения и протекающие токи имеют соответствующие индексы осей. Электрический угол поворота ротора  $\Phi_{эл}$  и геометрический  $\Phi$  реальной машины связаны через число пар полюсов  $p_d$ , как и соответствующие скорости ротора

$$\Phi_{эл} = p_d \cdot \Phi \text{ и } \alpha_{эл} = p_d \cdot \alpha .$$

Динамические процессы в обобщенной машине через электрические и механические координаты описываются уравнениями электрического равновесия (уравнениями Кирхгофа) для каждой из обмоток и уравнением электромагнитного момента. Исходная система, описывающая обобщенную ЭМ

$$\left. \begin{array}{l} u_{1\alpha} = R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}, \\ u_{1\beta} = R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}, \\ u_{2d} = R_2 \cdot i_{2d} + \frac{d\Psi_{2d}}{dt}, \\ u_{2q} = R_2 \cdot i_{2q} + \frac{d\Psi_{2q}}{dt}, \\ M = \frac{dW_{\text{ЭМ}}}{d\phi} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} i_i \cdot \frac{d\Psi_i}{d\phi}. \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

Электромагнитный момент определен через работу, совершающую электромагнитной энергией  $W_{\text{ЭМ}}$ , при повороте ротора.

$\Psi_i$  - потокосцепление  $i$ -ой обмотки, определяемое результирующим действием токов всех обмоток. В обобщенной форме потокосцепление каждой обмотки определяется как

$$\Psi_i = \sum_{j=1\alpha}^{2q} (L_{i,j} \cdot i_j) \quad (2.2)$$

Разные индексы  $i, j$  указывают на взаимную индуктивность соответствующих обмоток, а одинаковые  $i = j$  на собственную индуктивность данной обмотки.

Для неявнополюсных машин собственные индуктивности обмоток постоянны, а взаимные индуктивности между обмотками статора или между обмотками ротора равны нулю. Взаимные индуктивности между обмотками статора и ротора при повороте ротора изменяются с периодом  $2\pi$  эл. рад.

В явнополюсных машинах равны нулю взаимные индуктивности между обмотками явнополосной части. Все же остальные изменяются при повороте ротора.

С учетом (2.2) описание обобщенной ЭМ можно представить в виде

$$\left. \begin{array}{l} u_i = R_i \cdot i_i + \frac{d}{dt} \left( \sum_{j=1\alpha}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j \right) \\ M = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} i_i \cdot \left( \sum_{j=1\alpha}^{2q} i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{d\phi} \right) \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

(2.3) описывает процессы преобразования энергии в ЭМП. Теперь для описания конкретного ЭД в (2.3) подставляют выражения для собственных и взаимных индуктивностей.

## 2.2. Электромеханическая связь в электромеханическом преобразователе

Электромеханическая связь, то есть связь между выходными механическими координатами и входными электрическими описывается уравнениями преобразования электрической энергии в электромагнитную (в (2.3) первое уравнение) и электромагнитной в механическую (в (2.3) второе уравнение с учетом уравнения движения).

Раскроем скобки в первом уравнении:

$$u_i = R_i \cdot i_i + \sum_{j=1\alpha}^{2q} L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} + \sum_{j=1\alpha}^{2q} i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{dt} \cdot \frac{d\Phi_{\text{эл}}}{d\Phi_{\text{эл}}}.$$

Поскольку  $L_{i,j}$  в явном виде зависит от угла поворота ротора  $\Phi_{\text{эл}}$ , то умножив и разделив третье слагаемое на  $d\Phi_{\text{эл}}$  и с учетом, что  $d\Phi_{\text{эл}}/dt = \omega_{\text{эл}}$  получаем

$$u_i = R_i \cdot i_i + \sum_j L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} + \omega_{\text{эл}} \cdot \sum_j i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{d\Phi_{\text{эл}}}. \quad (2.4)$$

В соответствии с (2.4) можно представить, что напряжение подведенной к  $i$ -ой обмотке уравновешивается падением напряжения  $R_i$ , ЭДС само- и взаимной индукции  $L \cdot \frac{di}{dt}$ , которые определяются изменением запаса электромагнитной энергии, и так называемой ЭДС вращения

$$e = \omega_{\text{эл}} \cdot \sum i \cdot \frac{dL}{d\phi}.$$

Последняя пропорциональна скорости ротора и связана с изменением пространственного положения обмоток. Таким образом, имеем электрическую координату  $e$ , которая определяется механической координатой  $\alpha_{\text{эл}}$ .

В итоге: токи в обмотках создают электромагнитную энергию, которая приводит к созданию момента. А он обеспечивает преобразование электрической энергии в механическую при движении ротора. В процессе движения в обмотках индуцируется ЭДС, которая влияет на величину

токов. Таким образом электромеханическая связь в ЭМП представляет не только прямое воздействие токов на момент, но и образует обратную связь – влияние скорости на величину токов.

При анализе свойств ЭД (ЭМП) используют характеристики:

**1. Электромеханическую –  $\alpha(i)$  из (2.4)**

$$\omega = \frac{1}{p_d \cdot \sum_j i_j \cdot \frac{dL_{i,j} \cdot i_j}{d\varphi_{эл}}} \left( u_i - R_i \cdot i_i - \sum_j L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} \right). \quad (2.5)$$

**2. Механическую –  $\alpha(M)$ ,** получаемая при совместном решении (2.5) и второго уравнения (2.3).

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{1}{p_d \cdot \sum_j \frac{dL_{i,j}}{d\varphi_{эл}}} \left( u_i - R_i \cdot i_i - \sum_j L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} \right) \\ M &= \frac{1}{2} \cdot \sum_i i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{d\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Рассматривая (2.6) с учетом уравнения движения становится видной взаимосвязь всех процессов в ЭП: электрических, электромагнитных, механических и тепловых ( $I^2 \cdot R$ ).

Поэтому вся система ЭП получила название **электромеханической системы.**

### 2.3. Системы координат обобщенной электрической машины

Индуктивности и потокосцепления обмоток зависят от угла поворота ротора и в уравнениях ЭМП присутствуют периодические коэффициенты в виде тригонометрических функций. Они вызывают дополнительную нелинейность математической модели ЭД. Для исключения коэффициентов используют преобразование переменных к одной системе координат, то есть переходят к модели, у которой обмотки статора и ротора не меняют взаимного расположения. Рассмотрим преобразование переменных к общей системе *uv* врачающейся с некоторой скоростью  $\alpha_k$  и повернутой относительно статора на угол  $\varphi_k = \alpha_k \cdot t$ , а относительно ротора на угол  $(\varphi_k - \varphi_{эл}) = (\alpha_k - \alpha_{эл}) \cdot t$ . Графическое представление вектора  $\overline{X_1}$  в системе координат  $\alpha \beta$ , связанной со статором и получение его составляющих в осях *uv*, представим на рис. 33.

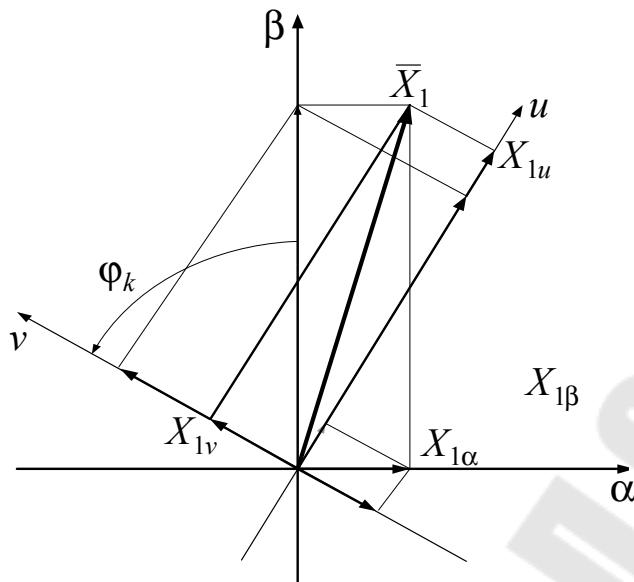


Рис. 33. Составляющие вектора  $\bar{X}_1$  на осях  $uv$ .

Просуммировав проекции по осям, получим формулы прямого преобразования

$$\left. \begin{aligned} x_{1u} &= x_{1\alpha} \cdot \cos \varphi_k + x_{1\beta} \cdot \sin \varphi_k \\ x_{1v} &= -x_{1\alpha} \cdot \sin \varphi_k + x_{1\beta} \cdot \cos \varphi_k \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

При необходимости перехода к реальным переменным обобщенной машины  $X_{1\alpha}$ ,  $X_{1\beta}$  используют формулы обратного преобразования. Поясним их получение на рис. 34.

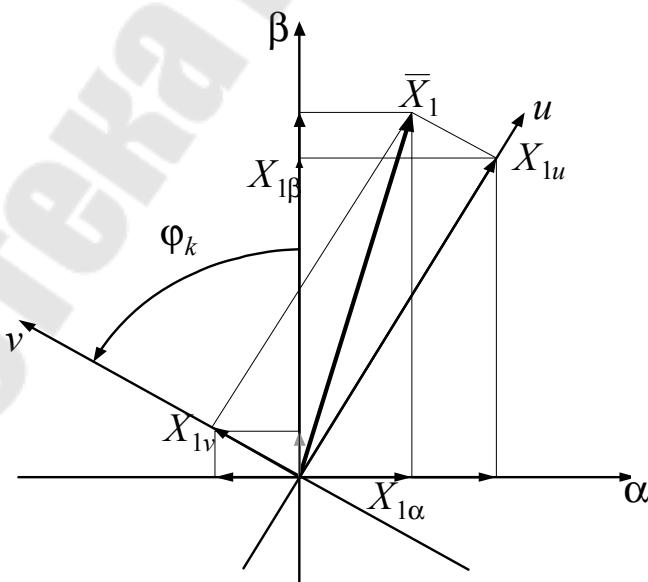


Рис. 34. Составляющие вектора  $\bar{X}_1$  на осях  $ab$ .

$$\left. \begin{aligned} x_{1\alpha} &= x_{1u} \cdot \cos \varphi_k - x_{1v} \cdot \sin \varphi_k \\ x_{1\beta} &= x_{1u} \cdot \sin \varphi_k + x_{1v} \cdot \cos \varphi_k \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Для получения преобразованных уравнений необходимо провести в них замену реальных переменных с помощью формул обратного преобразования. Для примера ограничимся уравнениями электрического уравнения статора, то есть в (2.1) подставим выражения для переменных, полученных на основе (2.7)

$$\left. \begin{aligned} u_{1u} \cdot \cos \varphi_k - u_{1v} \cdot \sin \varphi_k &= R_1 \cdot (i_{1u} \cdot \cos \varphi_k - i_{1v} \cdot \sin \varphi_k) + \\ &+ \frac{d}{dt} \cdot (\Psi_{1u} \cdot \cos \varphi_k - \Psi_{1v} \cdot \sin \varphi_k) \\ u_{1u} \cdot \sin \varphi_k + u_{1v} \cdot \cos \varphi_k &= R_1 \cdot (i_{1u} \cdot \sin \varphi_k + i_{1v} \cdot \cos \varphi_k) + \\ &+ \frac{d}{dt} \cdot (\Psi_{1u} \cdot \sin \varphi_k + \Psi_{1v} \cdot \cos \varphi_k) \end{aligned} \right\}$$

Помножив первое уравнение на  $\cos \varphi_k$ , а второе на  $\sin \varphi_k$  и сложив с учетом, что  $\cos^2 \varphi_k + \sin^2 \varphi_k = 1$ , получим уравнение для оси  $u$ . Затем первое помножив на  $-\sin \varphi_k$ , а второе на  $\cos \varphi_k$  и так же сложив получим уравнение для оси  $v$ . Аналогично поступая для роторных цепей получаем уравнение электромеханической характеристики ОМ в осях  $uv$ :

$$\left. \begin{aligned} u_{1u} &= R_1 \cdot i_{1u} + \frac{d\Psi_{1u}}{dt} - \omega_k \cdot \Psi_{1v} \\ u_{1v} &= R_1 \cdot i_{1v} + \frac{d\Psi_{1v}}{dt} + \omega_k \cdot \Psi_{1u} \\ u_{2u} &= R_2 \cdot i_{2u} + \frac{d\Psi_{2u}}{dt} - (\omega_k - \omega_{\text{эл}}) \cdot \Psi_{2v} \\ u_{2v} &= R_2 \cdot i_{2v} + \frac{d\Psi_{2v}}{dt} + (\omega_k - \omega_{\text{эл}}) \cdot \Psi_{2u} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Как видно из (2.9) после преобразования в уравнениях электрического равновесия появляется дополнительное слагаемое - фиктивная ЭДС, определяемая разностью скоростей координатных осей.

В теории для представления моделей разных типов ЭД используют следующие системы координат:

1.  $\alpha\beta$  – связанная со статором и  $\alpha_k = 0$ . Переменные ротора, преобразованные к этим осям имеют частоту тока статора.
2.  $dq$  – связанная с ротором –  $\alpha_k = \alpha_{\text{эл}}$ . Переменные статора после преобразования имеют частоту тока ротора.

3.  $XY$  – система координат вращающаяся со скоростью поля (с синхронной скоростью) –  $\alpha_k = \alpha_{0\text{ЭЛ}}$ . И поскольку в этой системе магнитное поле неподвижно относительно обмоток, то переменные приводятся к постоянному току.

## 2.4. Ограничения на процессы преобразования энергии в ЭМП

1. При работе ЭМ в ней происходят потери энергии, которые выделяются в виде тепла в отдельных частях машины. Переменные потери происходят в меди обмоток и пропорциональны квадрату тока  $I^2 \cdot R$ . С увеличением отдаваемой энергии увеличивается и количество потребляемой энергии из сети. Таким образом, возрастают переменные потери и количество тепла, выделяемого в ЭД за единицу времени. Это приводит к росту его температуры, но она не должна превысить допустимую. Данное значение определяется наименее термостойким элементом, которым является изоляция. В итоге получаем ограничение: **величина нагрузки ЭД по условиям нагрева не должна превысить номинальное значение при его работе в номинальном, то есть в расчетном режиме.**
2. Обычно ЭМ обладают значительной тепловой инерционностью, поэтому возможны кратковременные перегрузки (при пуске, торможении и в других случаях). Допустимое значение характеризуется **перегрузочной способностью** ЭД, которая представляется кратностью максимально допустимого момента или тока

$$\lambda = \frac{M_{\text{доп}}}{M_{\text{Н}}}, \lambda_I = \frac{I_{\text{доп}}}{I_{\text{Н}}}.$$

Для ДПТ перегрузочная способность определяется условиями коммутации тока на коллекторе. Для общепромышленных ЭД среднее значение  $\lambda_I = 2,5 \div 3$ , а для отдельных типов высокомоментных ЭД –  $\lambda_I = 8 \div 10$ . Данное ограничение объясняется действием реакции якоря, искажающей ось магнитного потока. Как следствие возникает разность ЭДС между соседними коллекторными пластинами, проходящими под щетками. При значительных токах разность ЭДС достигает величины, способной создать дугу, что является условием возникновения «кругового огня» и разрушение коллектора.

Машины переменного тока – бесколлекторные и допускают большие кратности токов. Для них перегрузочная способность определяется

развиваемым максимальным моментом. В частности для АД, учитывая допустимое снижение напряжения в сети до  $0,9 \cdot U_H$

$$\lambda = 0,8 \cdot \frac{M_K}{M_H},$$

где:  $M_K$  – критический момент.

Таким образом, невыполнение данного ограничения вызовет разрушение ДПТ, а для ЭД переменного тока приведет к выходу из нормального режима.

В результате: **кратковременное увеличение нагрузки должно быть ограничено перегрузочной способностью.**

3. У ДПТ компенсацию реакции якоря осуществляют дополнительные полюса и компенсационная обмотка. Однако из-за наличия электромагнитной инерционности обмоток и вихревых токов в полюсах происходит отставание воздействия на реакцию якоря. Поэтому накладывается ограничение на **скорость изменения тока якоря**  $\left( \frac{di_{\text{я}}}{dt} \right)$ . В зависимости от мощности двигателя допустимые значения производной:

- для ЭД малой и средней мощности  $\frac{di_{\text{я}}}{dt} \leq (30 \div 50) \cdot \frac{I_H}{c}$ ,
- для ЭД большой мощности  $\frac{di_{\text{я}}}{dt} \leq (20 \div 30) \cdot \frac{I_H}{c}$ .

### **3. Электромеханические свойства электродвигателей**

Под электромеханическими понимаются пускорегулировочные свойства ЭД. Они определяются допустимыми способами: пуска, получения статических режимов, электрического торможения и возможностью регулировать электрические и механические координаты во всех режимах.

#### **3.1. Естественные и искусственные характеристики. Виды изменения переменных**

Под естественными понимаются характеристики (зависимости между переменными), которыми обладают ЭД, работающие в нормальной схеме включения при отсутствии добавочных сопротивлений в цепях и при питании электроэнергией с номинальными параметрами ( $U_H, f_H$ ). Если не

соблюдается любое из условий, то взаимосвязь между переменными изменяется, т.е ЭД получает новую искусственную характеристику.

В ТЭП различают три вида изменения переменных:

1. Саморегулирование - изменение переменных ЭД по его характеристикам с изменением нагрузки. Например, с увеличением нагрузки от значения  $M_{C1}$  до  $M_{C2}$  скорость уменьшается от  $\omega_{C1}$  до  $\omega_{C2}$ .
2. Регулирование - получение новых искусственных характеристик по требованию технологического процесса или конструкции РМ. Например, при работе ЭД на естественной характеристике ( $M_e$ ) в точке с координатами  $M_{C1}$ ,  $\omega_{C1}$  с вентиляторной нагрузкой, имеющей представленную на рисунке характеристику  $M_C(\alpha)$ , необходимо уменьшить скорость вентилятора до значения  $\omega_{C2}$ . Это потребует изменить характеристику двигателя (получить искусственную –  $M_i$ ).
3. Автоматическое регулирование ЭП реализуется, когда регулирование ЭД, т.е. процесс получения его искусственных характеристик за счет действия обратных связей ставится в зависимость от изменения каких-либо переменных.

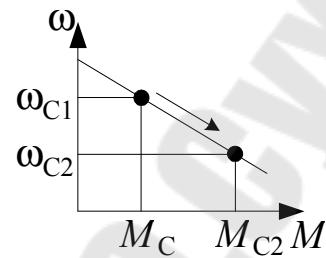


Рис. 35. Саморегулирование.

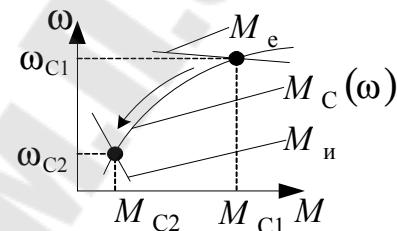


Рис. 36. Регулирование.

### 3.2. Обобщенная модель машины постоянного тока независимого возбуждения

В настоящее время ДПТ НВ представляют основной тип ЭД, применяемый в АЭП. В них обмотка якоря (ОЯ) и обмотка возбуждения (ОВ) обычно подключаются к независимым источникам. При одинаковых номинальных напряжениях они могут включаться параллельно, когда мощность источника много превышает мощность ЭД, для исключения влияния процессов в якорной цепи на цепь возбуждения. Для создания вращающегося момента, т.е. для процесса преобразования энергии, необходимо, чтобы, по крайней мере, в одной обмотке протекал переменный ток. В ДПТ с помощью щеточно-коллекторного узла переменный ток протекает в обмотке якоря. Этот узел играет роль механического преобразователя частоты. Коммутация тока производится с угловой частотой  $\omega_2$  численно равной угловой скорости ротора  $\omega_{эл}$ . В

пределах допущений для обобщенной ЭМ, анализ электромеханических свойств ДПТ справедлив и для вентильного двигателя (система ЭП на основе СД питающейся от источника постоянного тока через АИН, при коммутации вентилем по сигналам датчика положения ротора).

Схема включения обобщенной ЭМ для модели ДПТ НВ представлена на рис. 37.

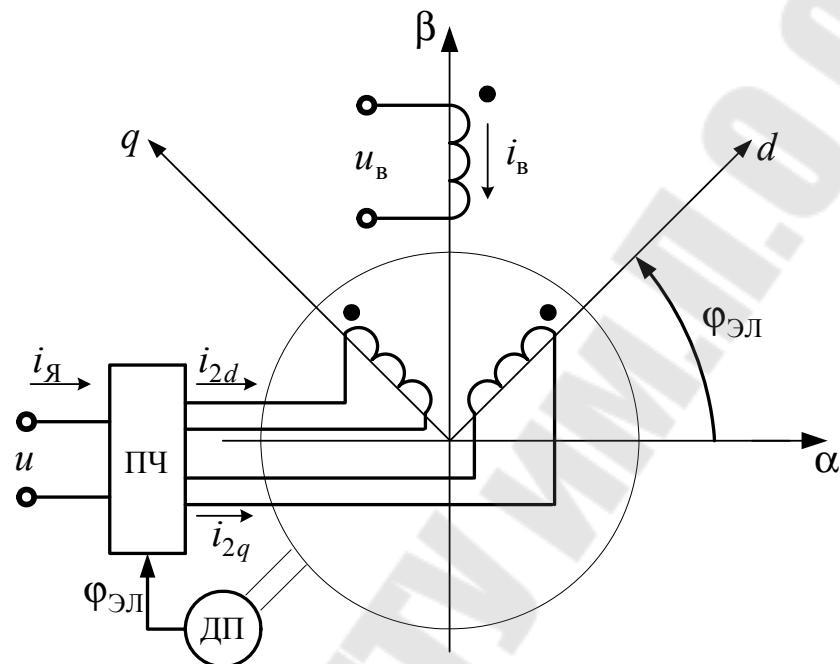


Рис. 37. Схема включения модели обобщенной ЭМ для модели ДПТ НВ.

Обмотка статора включена на напряжение возбуждения:  $u_{1\beta} = u_B$ ,  $i_{1\beta} = i_B$ . НС этой обмотки неподвижна относительно статора. НС от токов ротора при его вращении со скоростью  $\omega_{эл}$  также неподвижна относительно статора. Поэтому она должна вращаться относительно ротора со скоростью  $\omega_{эл}$ , но в противоположном направлении. При этом фазные токи изменяются по законам:

$$i_{2d} = i_y \cdot \cos(\omega_{эл} \cdot t)$$

$$i_{2q} = i_y \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \omega_{эл} \cdot t\right) = -i_y \cdot \sin(\omega_{эл} \cdot t)$$

Если преобразовать токи к системе координат  $\alpha \beta$  ( $\alpha_k = 0$ )

$$\left. \begin{aligned} i_{2d} &= i_y \cdot \cos^2(\omega_{эл} \cdot t) + i_y \cdot \sin^2(\omega_{эл} \cdot t) = i_y \\ i_{2q} &= i_y \cos(\omega_{эл} \cdot t) \cdot \sin(\omega_{эл} \cdot t) - i_y \cdot \sin(\omega_{эл} \cdot t) \cdot \cos(\omega_{эл} \cdot t) = 0 \end{aligned} \right\}$$

Таким образом, переменные токи обмоток ротора эквивалентны постоянному току якоря  $i_{\text{Я}}$ , протекающему по одной обмотке, расположенной по оси  $\alpha$ . НС от этого тока неподвижна в пространстве и направлена по оси  $\alpha$  - поперечная реакция якоря. Для ее компенсации применяют дополнительные полюса (ДП) и компенсационную обмотку (КО). При этом схема модели ДПТ НВ без учета вихревых токов в полюсах будет иметь вид, показанный на рис. 38.

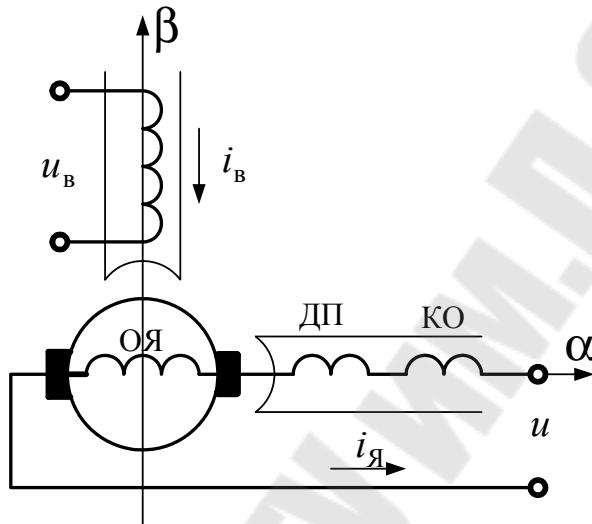


Рис. 38. Схема модели ДПТ НВ.

Уравнение механической характеристики после преобразования в координатной системе  $\alpha\beta$ :

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt} \\ u_{1\beta} &= R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt} \\ u_{2\alpha} &= R_1 \cdot i_{2\alpha} + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \cdot \Psi_{2\beta} \\ u_{2\beta} &= R_1 \cdot i_{2\beta} + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \omega_{\text{эл}} \cdot \Psi_{2\alpha} \\ M &= p_d \cdot L_{12} \cdot (i_{2\alpha} \cdot i_{1\beta} - i_{2\beta} \cdot i_{1\alpha}) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

В соответствии со схемой модели:  $u_{1\alpha} = u_{2\beta} = 0$ ,  $i_{1\alpha} = i_{2\beta} = 0$ ;  
 $u_{1\beta} = u_B$ ,  $i_{1\beta} = i_B$ ;  $u_{2\alpha} = u$ ,  $i_{2\alpha} = i_{\text{Я}}$ ;  $R_{1\beta} = R_B$ ,

$$R_{2\alpha} = R_{ОЯ} + R_{ДП} + R_{КО} + R_{ЩК} = R_{Яд}, \quad L_{1\beta} = L_{в} = const,$$

$$L_{2\alpha} = L_{ОЯ} + L_{ДП} + L_{КО} = L_{Яд} = const.$$

$R_{Я}$ ,  $L_{Я}$  - сопротивление и индуктивность якорной цепи ЭД;  $R_{ЩК}$  – сопротивление щеточного контакта, учитывающееся в статических режимах.

Потокосцепление обмоток:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1\beta} &= L_{1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{12} \cdot i_{2\beta} = L_{1\beta} \cdot i_{1\beta} = L_{в} \cdot i_{в} \\ \Psi_{2\alpha} &= L_{12} \cdot i_{1\alpha} + L_{2\alpha} \cdot i_{2\alpha} = L_{2\alpha} \cdot i_{2\alpha} = L_{Яд} \cdot i_{Я} \\ \Psi_{2\beta} &= L_{12} \cdot i_{1\beta} + L_{2\beta} \cdot i_{2\beta} = L_{12} \cdot i_{в} \end{aligned} \right\}$$

Теперь уравнение механической характеристики:

$$\left. \begin{aligned} u_{в} &= R_{в} \cdot i_{в} + L_{в} \cdot \frac{di_{в}}{dt} \\ u &= R_{Яд} \cdot i_{Я} + L_{Яд} \cdot \frac{di_{Я}}{dt} + \omega_{ЭЛ} \cdot L_{12} \cdot i_{в} \\ M &= p_{д} \cdot L_{12} \cdot i_{Я} \cdot i_{в} \end{aligned} \right\}$$

Если машина работает на линейном участке кривой намагничивания  $L_{12} = const$ , то 3-е слагаемое второго уравнения представляет собой ЭДС вращения  $e = \alpha_{ЭЛ} \cdot L_{12} \cdot i_{в}$ , или суммируя по окружности во всех проводниках:  $e = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{p_{д}}{a} \cdot N \cdot \Phi \cdot \omega$ , где  $p_{д}$  - число пар полюсов;  $N$  - число проводников в якоре;  $a$  – число пар параллельных ветвей;  $\Phi$  – магнитный поток одного полюса.

Обозначая конструктивную постоянную машины как  $k = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{p_{д}}{a} \cdot N$ , получаем

$$e = k \cdot \Phi \cdot \alpha, \quad (3.2)$$

$$M = k \cdot \Phi \cdot i_{Я} \quad (3.3)$$

Окончательно описание электромеханических процессов в ДПТ НВ

$$\left. \begin{aligned} u_B &= R_B \cdot i_B + L_B \cdot \frac{di_B}{dt} \\ u &= R_{Яд} \cdot i_Я + L_{Яд} \cdot \frac{di_Я}{dt} + \omega \cdot k \cdot \Phi \\ M &= k \cdot \Phi \cdot i_Я \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

### 3.3. Основные характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения

На схемах включения ДПТ показывать обмотки ДП и КО не будем. Используем изображения, показанные на рис. 39.

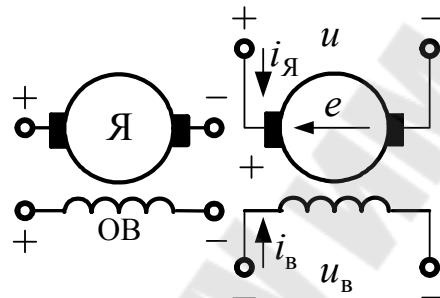


Рис. 39. Схема включения ДПТ НВ.

Систему (3.4) можно также получить по эквивалентной схеме с помощью основных законов электротехники.

В описании процессов присутствует нелинейности в виде произведений:  $\Phi \cdot \alpha$  и  $\Phi \cdot i_Я$ . Они проявляются в динамических режимах с  $\Phi = \text{var}$ . Для основной массы режимов с  $\Phi = \text{const}$  можно обозначить произведение  $k \cdot \Phi$  через коэффициент  $c = k \cdot \Phi = \text{const}$ . Из (3.4) получаем выражения для электромеханической и механической характеристик

$$\omega = \frac{u}{k \cdot \Phi} - \frac{R_{Яд}}{k \cdot \Phi} \cdot i_Я - \frac{L_{Яд}}{k \cdot \Phi} \cdot \frac{di_Я}{dt}, \quad (3.5)$$

$$\omega = \frac{u}{k \cdot \Phi} - \frac{R_{Яд}}{(k \cdot \Phi)^2} \cdot M - \frac{L_{Яд}}{(k \cdot \Phi)^2} \cdot \frac{dM}{dt}. \quad (3.6)$$

Для статических режимов ( $d/dt = 0$ )

$$M = k \cdot \Phi \cdot I_Я = c \cdot I_Я, \quad (3.7)$$

$$\omega = \frac{U}{k \cdot \Phi} - \frac{R_{\text{яд}}}{k \cdot \Phi} \cdot I_{\text{я}} = \frac{U}{c} - \frac{R_{\text{яд}}}{c} \cdot I_{\text{я}}, \quad (3.8)$$

$$\omega = \frac{U}{k \cdot \Phi} - \frac{R_{\text{яд}}}{(k \cdot \Phi)^2} \cdot M = \frac{U}{c} - \frac{R_{\text{яд}}}{c^2} \cdot M. \quad (3.9)$$

Следует различать статические и динамические характеристики. Под статической понимают геометрическое место точек (ГМТ) средних значений переменных, причем каждая из них соответствует статическому режиму ( $M = M_C$ ). Динамическая характеристика (фазовая траектория) – ГМТ мгновенных значений переменных для конкретного ЭД и конкретного динамического режима. Таким образом, в (3.4)-(3.7) переменные  $u$ ,  $i_{\text{я}}$ ,  $\Phi$ ,  $\alpha$  – мгновенные значения, а в (3.7)-(3.9) – средние значения. (3.7)-(3.9) представляют зависимости  $M(I_{\text{я}})$ ,  $\alpha(I_{\text{я}})$ ,  $\alpha(M)$  при неизменных значениях  $U$  и  $\Phi$ . Если не учитывать магнитный поток реакции якоря, то статические характеристики представляют прямые линии, которые можно построить по 2-м из следующих точек

1. Идеальный холостой ход:  $M = 0$ ,  $I_{\text{я}} = 0$ ,  $\omega_0 = \frac{U}{k \cdot \Phi}$ .
2. Номинальный режим:  $I_{\text{я}} = I_H$ ,  $M_H = k \cdot \Phi_H \cdot I_H$ ,  $\alpha = \alpha_H$ .
3. Короткое замыкание:  $\alpha = 0$ ,  $I_{K3} = \frac{U}{R_{\text{яд}}}$ ,  $M_{K3} = c \cdot I_{K3}$ .

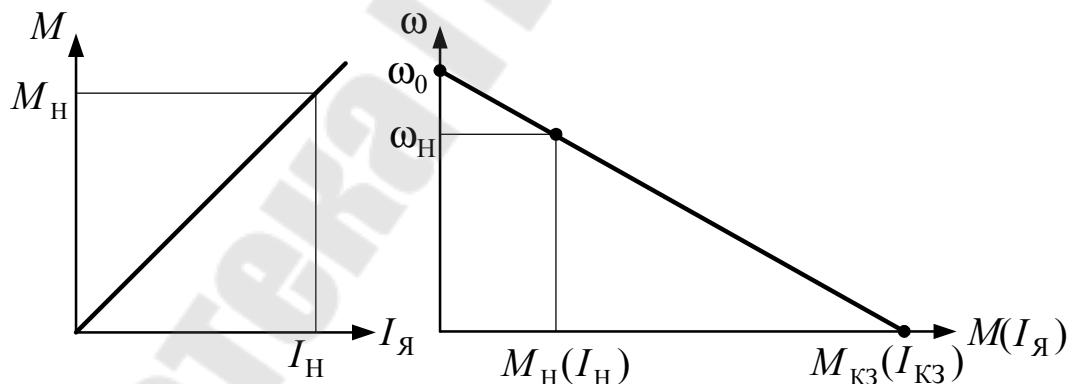


Рис. 40. Статические характеристики ДПТ НВ.

Для оценки электромеханических свойств и вида характеристик используют следующие показатели:

1. Статизм характеристики – относительное изменение скорости при изменении нагрузки в пределах  $M_C = 0..M_H$ :

$$s_x = \frac{\alpha_0 - \alpha_H}{\omega_0} \text{ или } s_{x\%} = \frac{\alpha_0 - \alpha_H}{\omega_0} \cdot 100\%,$$

где  $\alpha_H$  - скорость соответствующая номинальной нагрузке ( $M_C = M_H$ ).

2. Погрешность получения (регулирования) скорости – отношение максимального отклонения скорости к среднему значению

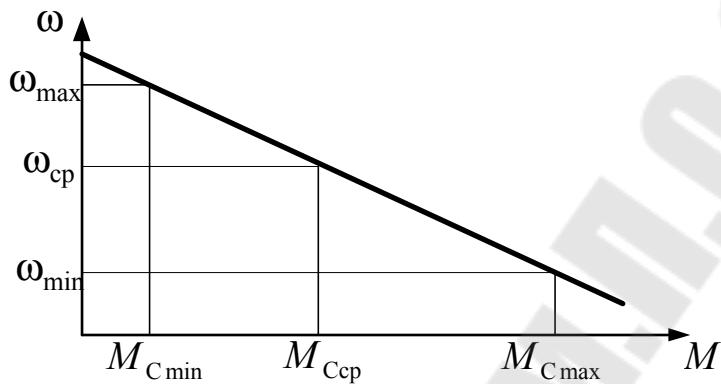


Рис. 41. К определению погрешности регулирования.

$$\Delta\omega\% = \frac{\Delta\alpha_{\max}}{\omega_{\text{cp}}} \cdot 100\% = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{2 \cdot \omega_{\text{cp}}} \cdot 100\%.$$

3. Модуль жесткости механической характеристики – отклонение момента при изменении скорости

$$\beta = \left| \frac{dM}{d\omega} \right|,$$

или при линейной характеристике

$$\beta = \left| \frac{M_1 - M_2}{\omega_1 - \omega_2} \right|.$$

Для ДПТ НВ

$$\beta = \frac{(k \cdot \Phi)^2}{R_{\text{яд}}}. \quad (3.10)$$

Первые два показателя (относительные величины) служат для оценки различных типов и серий ЭД и указываются в заданиях на проект ЭП. Третий – расчетный, он характеризует конкретный типоразмер

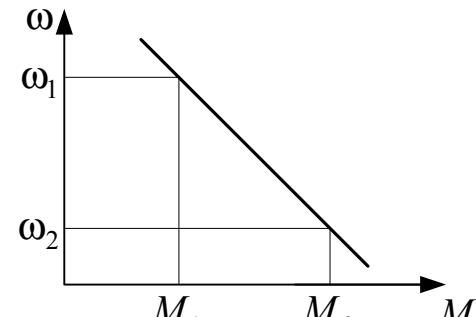


Рис. 42. К определению модуля жесткости.

двигателя. Учитывая (3.9) и что  $\frac{M_{\text{кз}}}{\omega_0} = \beta$ , механическую характеристику можно описать следующими выражениями

$$\omega = \omega_0 - \frac{M}{\beta}, M = \beta \cdot (\alpha_0 - \alpha),$$

$$M = M_{\text{кз}} - \beta \cdot \alpha.$$

В зависимости от значений статизма различают 4 вида характеристик ЭД (см. рис. 43):

- а) абсолютно жесткая –  $s_x = 0, \beta = \infty$ ;
- б) жесткая –  $s_x \leq 5\%$ ;
- в) мягкая – обычно  $s_x = (5...15)\%$ ;
- г) абсолютно мягкая –  $s_x = \infty, \beta = 0$ .

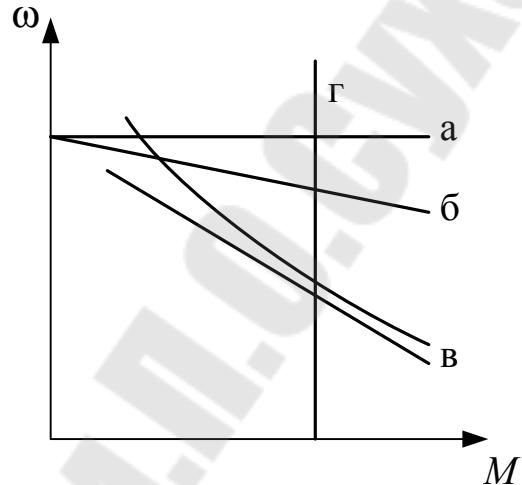


Рис. 43. Виды характеристик.

### 3.4. Естественные и искусственные характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения

В соответствии с (3.7)-(3.9) характеристики представляют прямые линии. Но при отсутствии компенсации реакции якоря они нелинейные (штриховые линии на рис. 44).

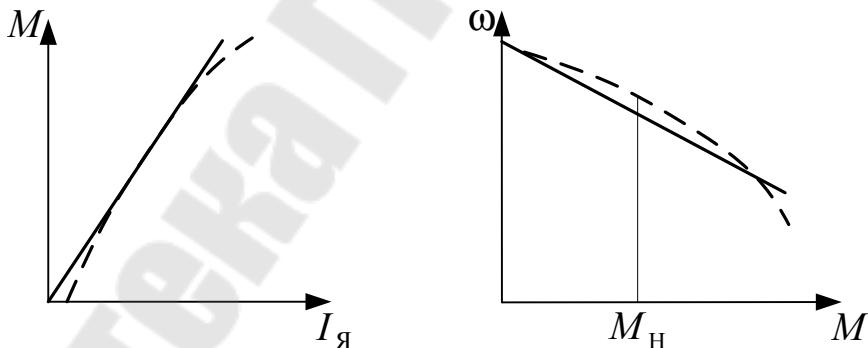


Рис. 44. Характеристики ДПТ НВ.

Из-за влияния реакции якоря в механической характеристике может присутствовать участок с положительной жесткостью  $\left( \frac{\Delta M}{\Delta \omega} > 0 \right)$ , при больших нагрузках сказывается уменьшение момента, и в механической характеристике – увеличение коэффициента  $\frac{R_{\text{яд}}}{(k \cdot \Phi)^2}$ .

Если анализировать (3.7)-(3.9), то можно сделать вывод о получении искусственных характеристик:

- изменением напряжения на якорной цепи;
- изменением магнитного потока;
- введением добавочного сопротивления в цепь якоря (реостатное регулирование).

### 1. Регулирование изменением напряжения на якорной цепи.

Получение искусственных характеристик достигается уменьшением напряжения. При этом остаются неизменным отклонение скорости от

$$\text{идеального холостого хода } \Delta\omega = \frac{R_{\text{яд}}}{c^2} \cdot M \text{ и модуль жесткости } \beta = \frac{c^2}{R_{\text{яд}}}.$$

Скорость идеального холостого хода  $\omega_0 = \frac{U}{c}$  пропорциональна напряжению. В результате искусственные характеристики располагаются параллельно естественной.

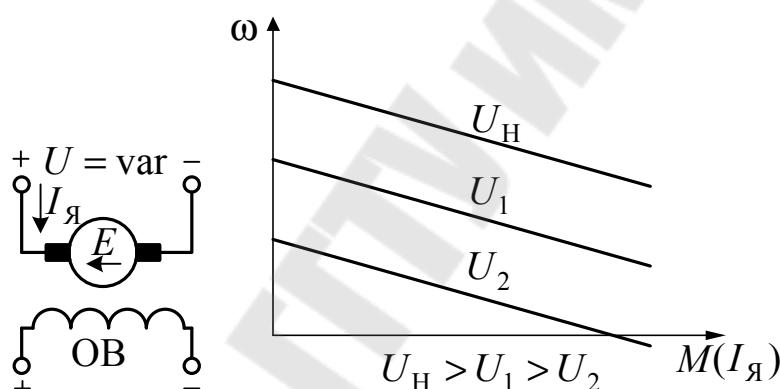


Рис. 45. Регулирование изменением напряжения на якорной цепи.

Применяется данный способ при питании от управляемых преобразователей (УП) постоянного тока и, как правило, в замкнутых САУ.

### 2. Реостатное регулирование.

При введении добавочного сопротивления  $R_{\text{доб}}$  в цепь якоря наклон характеристик увеличивается, т.е. характеристики смягчаются:

$$\alpha_0 = \text{const}, \text{ а отклонение скорости } \Delta\omega = \frac{R_{\text{я}}}{c^2} \cdot M \text{ увеличивается (здесь } R_{\text{я}} = R_{\text{доб}} + R_{\text{яд}} \text{ полное сопротивление якорной цепи). Уменьшается}$$

модуль жесткости  $\beta = \frac{c^2}{R_{\text{я}}}$ , статизм характеристик  $s_x = \frac{\Delta\omega_H}{\omega_0} = \frac{\omega_0 - \omega_H}{\omega_0}$  увеличивается.

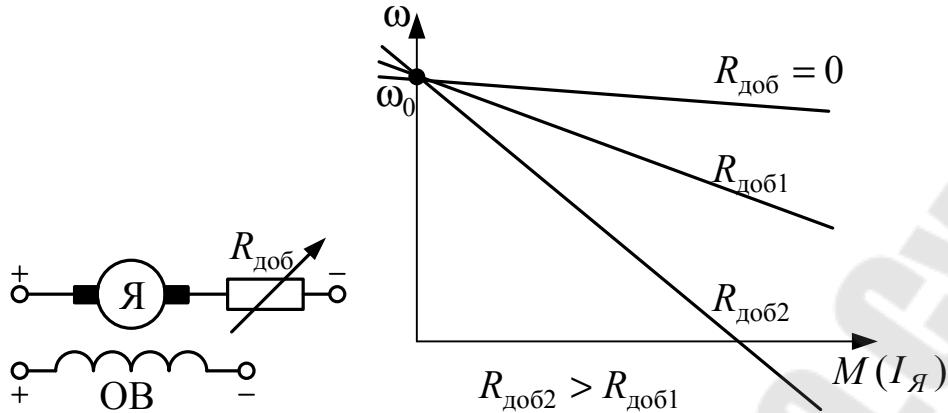


Рис. 46. Реостатное регулирование.

Рассмотрим энергетическую сторону. Уравнение электрического равновесия для якорной цепи:  $U = k \cdot \Phi \cdot \alpha + I_я \cdot (R_{яд} + R_{добр})$  умножим на ток якоря  $I_я$ . В результате получим:  $U \cdot I_я = k \cdot \Phi \cdot I_я \cdot \omega + I_я^2 \cdot R_я$  или  $P_1 = M \cdot \alpha + \Delta p_v$ , где  $\Delta p_v$  - переменные потери в цепи якоря.

Если при регулировании  $M_C = const$ , то  $I_я = const$  и потребляемая мощность  $P_1 = U \cdot I_я = const$ , а диаграмма регулирования  $P(\alpha)$  выглядит как показано на рис. 47.

Таким образом, переменные потери в меди  $\Delta p_v = I_я^2 \cdot R_я$  резко возрастают при расширении диапазона регулирования скорости.

На практике данный способ применяется в рабочих машинах, допускающих мягкие характеристики (ПТМ) и для реостатного пуска при питании от сети постоянного тока.

### 3. Регулирование изменением магнитного потока.

Представим кривую намагничивания в виде зависимости  $\Phi(I_B)$ , показанном на рис. 48.

Номинальное значение магнитного потока  $\Phi_H$  незначительно отличается от значения  $\Phi_{нас}$  при насыщении магнитной системы, поэтому регулирование производится уменьшением тока возбуждения и потока. При этом скорость холостого хода

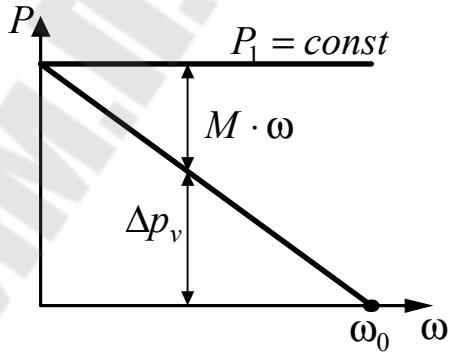


Рис. 47. Диаграмма регулирования.

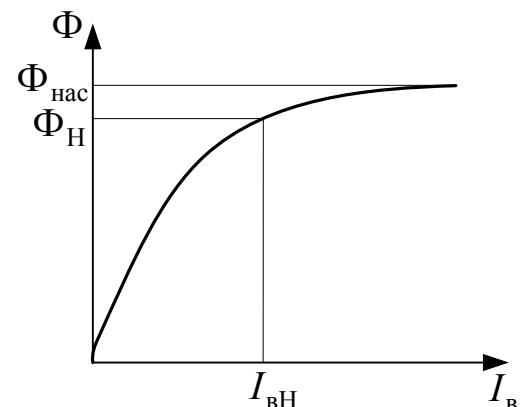


Рис. 48. Кривая намагничивания.

$\omega_0 = \frac{U}{k \cdot \Phi}$  возрастает, а модуль жесткости уменьшается и характеристики смягчаются.

Статизм характеристик изменяется в меньшей мере, чем при реостатном регулировании. Для построения искусственных характеристики

можно воспользоваться точкой короткого замыкания:  $I_{K3} = \frac{U}{R_{Яд}} = const$ , а

$M_{K3} = k \cdot \Phi \cdot I_{K3}$  уменьшается пропорционально потоку.

Характеристики:

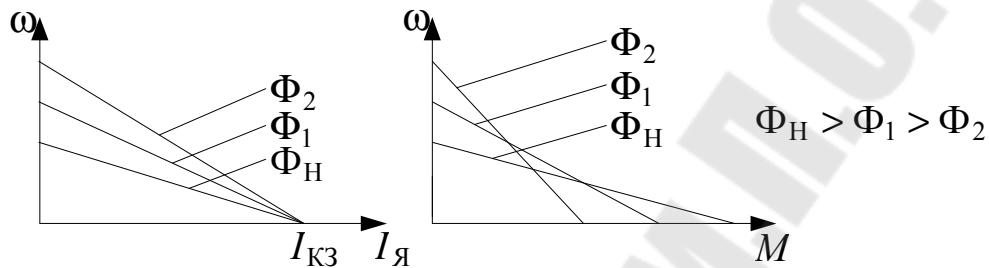


Рис. 49. Характеристики при регулировании магнитным потоком.

С уменьшением магнитного потока основных полюсов усиливается действие реакции якоря. Поэтому кратковременно допустимый ток  $I_{доп}$  и перегрузочная способность  $\lambda_I = \frac{I_{доп}}{I_H}$  уменьшаются. Если не учитывать

незначительное изменение постоянных потерь мощности в ЭД, то его нагрев во всем диапазоне регулирования будет определяться допустимыми переменными потерями  $\Delta p_{vH} = I_H^2 \cdot R_{Яд}$ , тогда длительно допустимый по условиям нагрева момент  $M_{дл.доп} = k \cdot \Phi \cdot I_H$  с уменьшением потока уменьшается. Скорость увеличивается, а допустимая мощность  $P_{дл.доп} = M_{дл.доп} \cdot \alpha = const$ .

Данный способ применяется как в разомкнутых, так и в замкнутых ЭП для получения  $\alpha > \alpha_H$ , или для регулирования при постоянстве мощности.

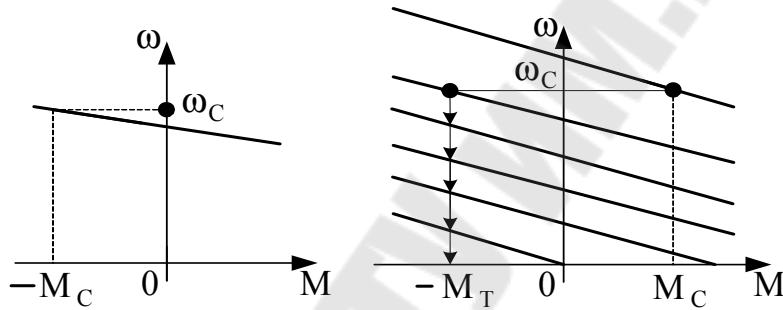
### 3.5. Пуск и торможение двигателя постоянного тока независимого возбуждения

При питании ЭД от сети с  $U_C = const$  применяется ступенчатый реостатный пуск. Когда якорная цепь подключена к управляемому преобразователю (УП), то система управления обеспечивает пуск при плавном увеличении напряжения.

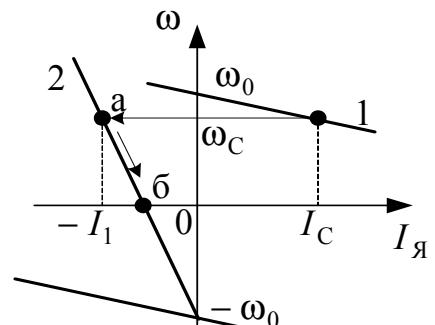
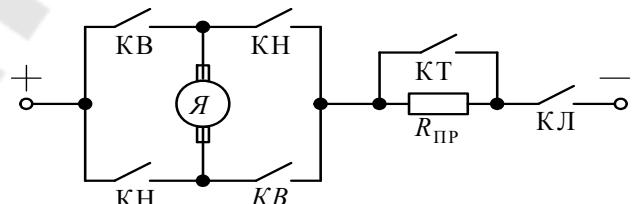
Для уменьшения времени торможения, а в ПТМ для получения низких скоростей или удержания груза применяют электрическое торможение электроприводов.

1. Рекуперативное торможение (генераторное) с обратным преобразованием энергии может происходить при питании ЭД от сети с активным  $M_C$  на валу, или при питании от реверсивного УП во время уменьшения скорости. Возникает торможение, когда  $\alpha > \alpha_0$  или  $\frac{E}{k\Phi} > \frac{U}{k\Phi}$ . При этом  $I_J = \frac{U - E}{R_J} < 0$  и  $M < 0$  становится тормозным.

Электрическая мощность  $P_1 = U \cdot I_J < 0$ . ЭД преобразует механическую энергию в электрическую, которую отдает в сеть. Характеристики с участками торможения во втором квадранте при активном  $M_C$  и при питании от УП :

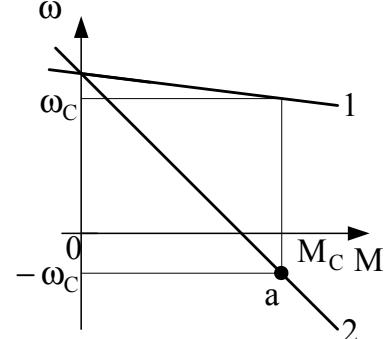


2. Торможение противовключением имеет место, когда ЭДС двигателя включена согласно с напряжением сети. Для ограничения тока в цепь якоря вводится значительное сопротивление (ступень  $R_{пр}$  на схеме). После коммутации контактов (КВ – разомкнулись, КН – замкнулись) двигатель переходит с характеристики 1 на характеристику 2 во второй квадрант с участком торможения – аб. Для ограничения тока при противовключении контактор КТ размыкает контакты вводя  $R_{пр}$ .



Режим противовключения используется и при тормозном спуске тяжелого груза (четвертый квадрант: точка **a** на характеристике 2):

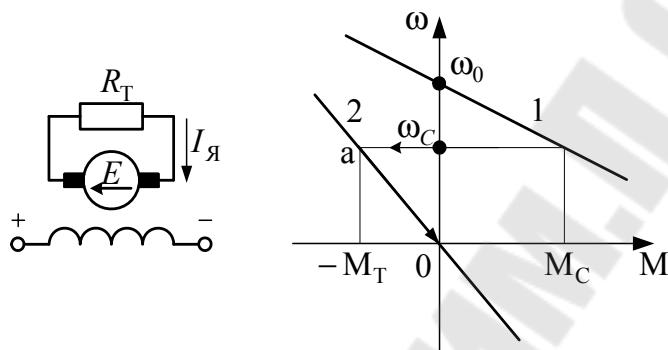
Сопротивление ступени противовключения:



$$R_{\text{пр}} = \frac{-U - c\alpha_C}{-I_C} - R_{\text{яд}} \text{ или } R_{\text{пр}} = \frac{U - c(-\alpha_C)}{I_C} - R_{\text{яд}}$$

Электромагнитная мощность  $P = (-M) \cdot \alpha = M \cdot (-\alpha) < 0$ , а потребляемая:  $-P_1 = (-U) \cdot (-I_{\text{я}}) = (U) \cdot (I_{\text{я}}) > 0$ . Таким образом, ЭД потребляет как механическую, так и электрическую энергию со стороны сети и суммарная рассеивается в цепи якоря.

3. Динамическое торможение соответствует режиму автономного генератора с независимым возбуждением:



Уравнение электрического равновесия:  $0 = c \cdot \alpha + I_{\text{я}} \cdot (R_{\text{яд}} + R_T)$ .

Механическая характеристика записывается:  $\omega = -\frac{R_{\text{яд}} + R_T}{c^2} M$ .

Электромагнитная мощность:  $P = (-M) \cdot \alpha = M \cdot (-\alpha) < 0$ . ЭД потребляет механическую энергию, которая после преобразования в электрическую расходуется в якорной цепи.

### 3.6. Структурные схемы двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Динамические свойства ДПТ НВ описываются системой (3.4).

Если представить переменные в приращениях к статическому режиму, то в операторной форме

$$\left. \begin{aligned} u_B &= R_B(T_B p + 1)i_B \\ \Phi &= k_B i_B \\ u - e &= R_{\text{яд}}(T_{\text{яд}} p + 1)i_{\text{я}} \\ M &= \mathcal{L}\{\kappa \Phi i_{\text{я}}\} \\ e &= \mathcal{L}\{\kappa \Phi \omega\} \end{aligned} \right\},$$

где:  $i$ ,  $u$ ,  $\Phi$ ,  $M$  – являются функциями оператора  $p$ ;

$\mathcal{L}\{\}$  – изображение по Лапласу произведения переменных;

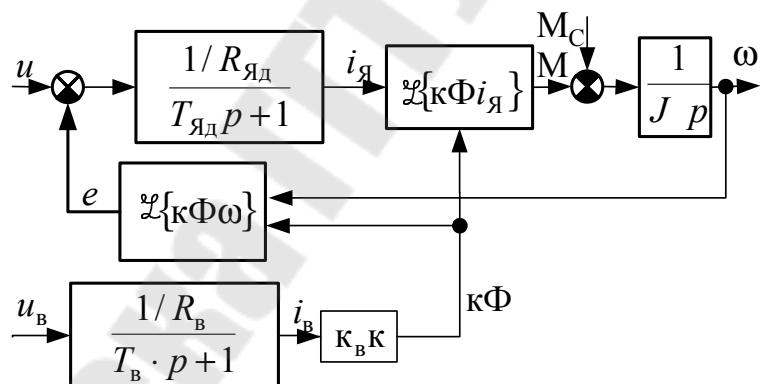
$T_B = \frac{L_B}{R_B}$  и  $T_{Яд} = \frac{L_{Яд}}{R_{Яд}}$  – электромагнитные постоянные времени цепей возбуждения и якоря;

$\kappa_B = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I_B}$  – коэффициент пропорциональности, определяемый по кривой намагничивания вблизи рабочей точки статического режима.

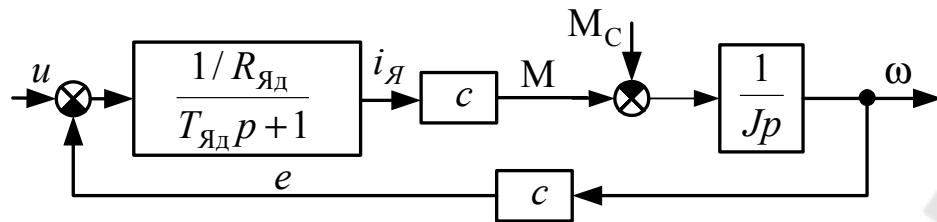
Представим описание в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} i_B &= \frac{1/R_B}{T_B p + 1} u_B \\ \Phi &= \kappa_B i_B \\ i_{Я} &= \frac{1/R_{Яд}}{T_{Яд} p + 1} [u - \\ &\quad - \mathcal{L}\{\kappa\Phi\omega\}] \\ M &= \mathcal{L}\{\kappa\Phi i_{Я}\} \end{aligned} \right\}$$

Теперь полная структурная схема (с учетом механической части):



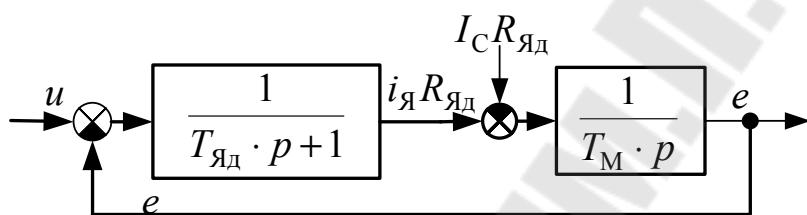
Как видно из схемы ДПТ НВ обладает двумя независимыми каналами управления. В динамических режимах каждый канал позволяет регулировать момент и скорость. Как ЭМП (с выходом в виде М) ДПТ НВ по каналам представляется апериодическими звеньями. Для режимов с  $c=\kappa\Phi = const$  структурная схема:



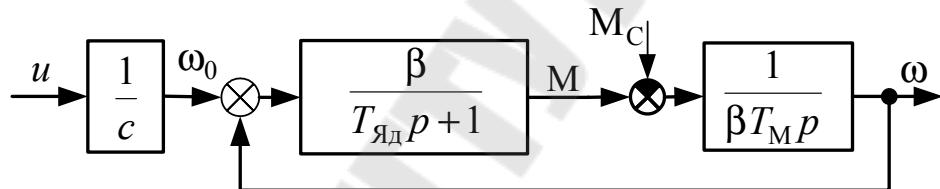
Введем понятие “электромеханической” постоянной времени:

$$T_M = \frac{J}{\beta}, \text{ или для ДПТ НВ } T_M = \frac{J \cdot R_{\text{яд}}}{c^2} \text{ Представляя ток нагрузки}$$

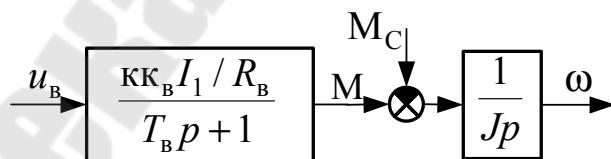
$$I_C = \frac{M_C}{c}, \text{ структурная схема:}$$



или

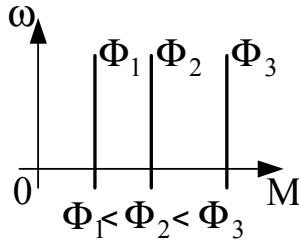


При питании якорной цепи ЭД от источника тока, обеспечивающего определенное значение тока якоря  $I_{\text{я}} = I_1 = \text{const}$  учитывая, что  $\kappa_B = \Phi I_B$ , управление производится только по цепи возбуждения:



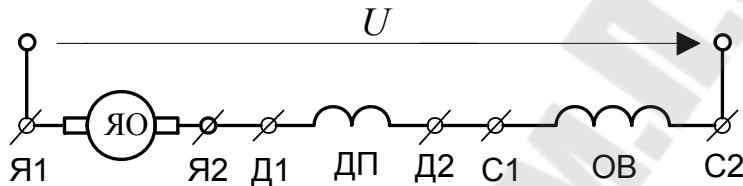
$$\text{ПФ по управлению со стороны цепи возбуждения: } M = \frac{1/R_B}{T_B p + 1} \kappa_B I_1 u_B.$$

В результате момент ЭД не зависит от скорости и механические характеристики абсолютно мягкие:

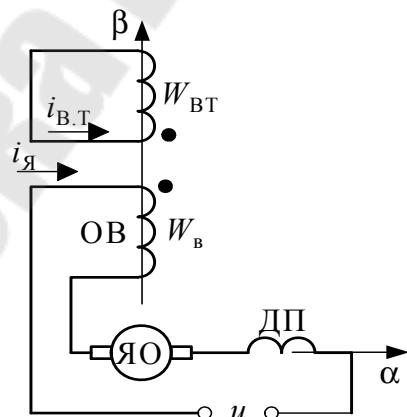


### 3.7. Описание электромеханических процессов в двигателе постоянного тока последовательного возбуждения

Нормальная схема включения:



Математическую модель для данного ЭД можно получить, как и для ДПТ НВ. Однако включение ОВ последовательно с ЯО и то, что ток якоря является током возбуждения, приведет к следующему: в динамических режимах быстрое изменение тока якоря вызывает соответствующее изменение магнитного потока. При этом в полюсах и станине наводятся вихревые токи. Пренебрегая их влиянием на динамику можно получить существенную погрешность. Поэтому в математической модели влияние вихревых токов учитывают дополнительной фиктивной короткозамкнутой обмоткой(ОВТ). Схема модели в осях αβ:



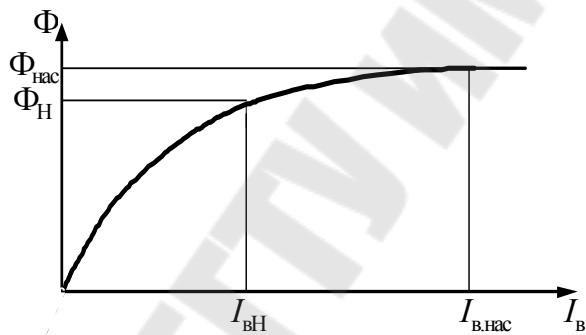
Описание электромеханических процессов можно представить уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= R_{\text{BT}} i_{\text{BT}} + W_{\text{BT}} \frac{d\Phi}{dt} \\ u &= R_{\text{яд}} i_{\text{яд}} + L_{\text{яд}} \frac{di_{\text{яд}}}{dt} + \kappa \Phi \omega + W_{\text{в}} \frac{d\Phi}{dt} \\ M &= \kappa \Phi i_{\text{яд}} \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

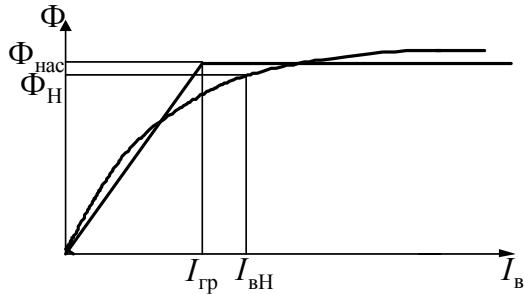
где:  $W$ -число витков соответствующих обмоток;  
 $R_{\text{яд.}} = R_{\text{яо}} + R_{\text{дп}} + R_{\text{ов}} + R_{\text{щк}}$ ;  $L_{\text{яд}} = L_{\text{дп}} + L_{\text{яо}} + L_{\text{ов}}$  - индуктивность рассеяния.

Индуктивность, связанная с главным потоком определяется последними слагаемыми в уравнениях электрического равновесия. ДПТ ПВ из-за ряда своих свойств широко применяют в подъемно-транспортных машинах.

Рассмотрим характеристику намагничивания в виде  $\Phi(I_{\text{в}})$ :



Ток, приводящий к насыщению магнитной системы, составляет  $I_{\text{в.нас}} = (1.6 \div 1.8)I_{\text{вн}}$  и сама характеристика не линейна. Для анализа режимов, при которых  $I_{\text{в}} \leq (1.2 \div 1.25)I_{\text{вн}}$ , кривую намагничивания обычно аппроксимируют двумя отрезками прямых:



### 3.8. Статические характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Учитывая зависимость  $\Phi = f(I_{\text{я}})$  и соответственно  $\Phi = f(M)$  при  $\frac{d}{dt} = 0$  из (3.11) получим электромеханическую и механическую

$$\text{характеристики: } \omega = \frac{U}{k\Phi(I_{\text{я}})} - \frac{R_{\text{яд}}}{k\Phi(I_{\text{я}})} \cdot I_{\text{я}}, \quad \omega = \frac{U}{k\Phi(M)} - \frac{R_{\text{яд}}}{k\Phi(M)} \cdot M.$$

Рассмотрим характеристики, получаемые при аппроксимации кривой намагничивания двумя отрезками по участкам.

1.  $I_{\text{я}} \leq I_{\text{гр}}$  - магнитная система не насыщена:

$$\Phi = k_B \cdot I_{\text{я}} (k_B = \text{const}).$$

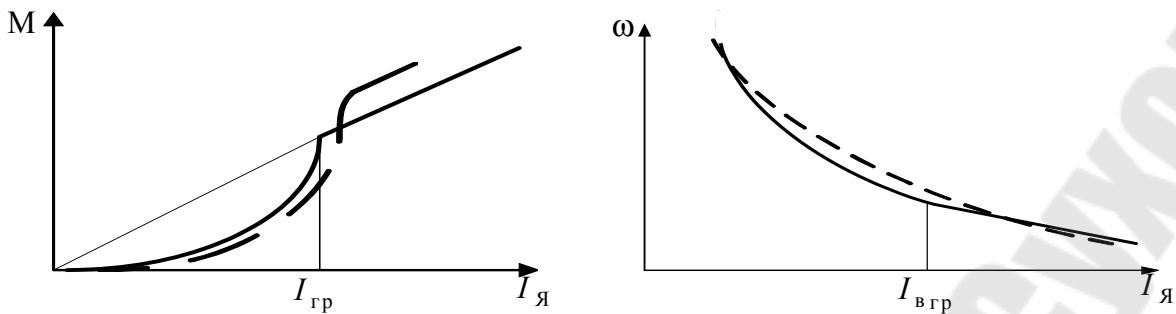
Представляя  $I_{\text{я}} = \frac{\Phi}{k_B}$  и тогда:  $M = k k_B I_{\text{я}}^2 = \frac{k}{k_B} \Phi^2$ , или:  $\Phi = \sqrt{\frac{k_B}{k} \cdot M}$

$$\text{В результате: } \omega = \frac{U}{k k_B I_{\text{я}}} - \frac{R_{\text{яд}}}{k k_B} \text{ и } \omega = \frac{U}{\sqrt{k k_B M}} - \frac{R_{\text{яд}}}{k k_B}.$$

Таким образом, при  $I_{\text{в}} \leq I_{\text{гр}}$  характеристики имеют гиперболический характер, а зависимость  $M = k k_B I_{\text{я}}^2$  - параболический.

2.  $I_{\text{в}} \geq I_{\text{гр}}$  и  $k\Phi = k\Phi_{\text{нас}} = c = \text{const}$ . Статические характеристики становятся линейными:  $\omega = \frac{U}{c} - \frac{R_{\text{яд}}}{c} \cdot I_{\text{я}}$  и  $\omega = \frac{U}{c} - \frac{R_{\text{яд}}}{c^2} \cdot M$ .

Однако, учитывая, вид действительной кривой намагничивания, реальная характеристика (штриховая линия) отличается от полученной:

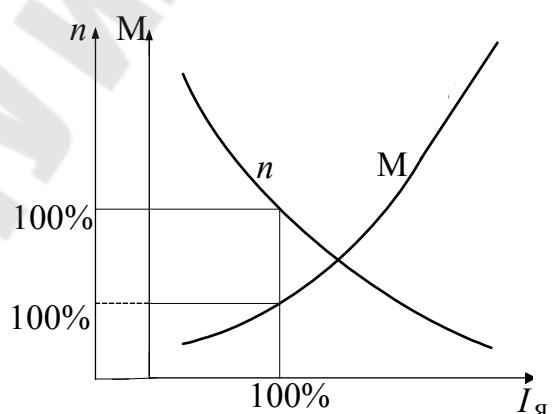


Рассматривая характеристики можно отметить основные свойства:

1. Отсутствует идеальный холостой ход и недопустим режим с  $M_C=0$ , т.к. несмотря на наличие остаточного потока, скорость может превысить допустимое значение по условиям механической прочности.
2. При больших токах ДПТ ПВ развивает большой момент, чем ДПТ НВ и имеет большую перегрузочную способность по моменту при равных  $\lambda_I$ .

Для серийных ДПТ ПВ в справочной и технической документации приводятся естественные универсальные характеристики в относительных величинах, например зависимости  $M(Iя)$  и  $n(Iя)$ :

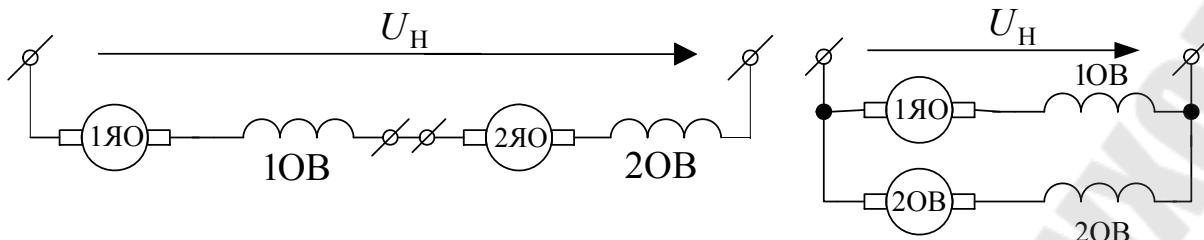
За базовые значения (100%) принимаются номинальные величины. Имея подобные характеристики можно построить зависимость  $k\Phi = f(Iя)$  в абсолютных величинах и на ее основании рассчитать электромеханическую и механическую характеристики.



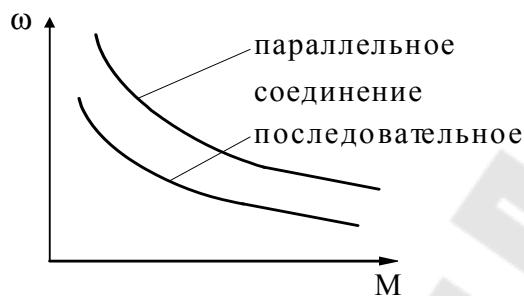
### 3.9. Искусственные характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Как и ДПТ НВ, данный ЭД допускает аналогичные способы регулирования:

1. Регулирование изменением напряжения. Наиболее часто данный способ встречается в виде схем переключения нескольких ЭД с последовательного соединения на параллельное:

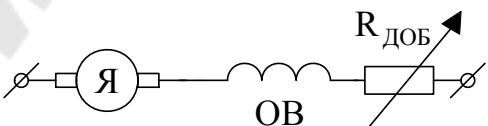


Характеристики:

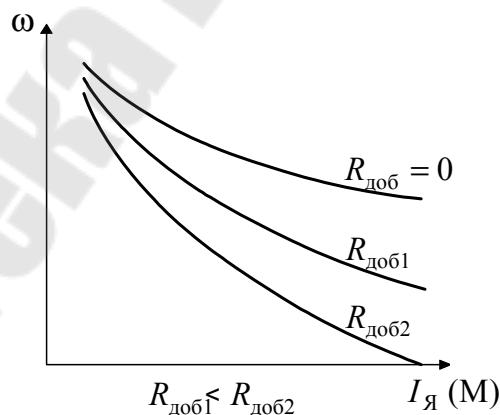


Скорость при одинаковых значениях тока и момента отличаются примерно в 2 раза.

**2. Регулирование введением добавочного сопротивления в цепь якоря** (реостатное регулирование). Введение добавочного сопротивления приводит к увеличению угловых коэффициентов искусственных характеристик по отношению к естественной:  $\frac{R_{\text{я}}}{k\Phi}$  или  $\frac{R_{\text{я}}}{(k\Phi)^2}$ , где  $R_{\text{я}} = R_{\text{яд}} + R_{\text{доб}}$ .



Вид характеристик:

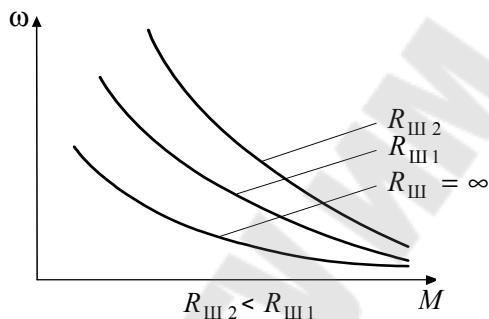


Значения скорости на искусственной электромеханической характеристике  $\alpha_{ii}$  при токе якоря  $I_{\text{я}} = I_i$  можно определить зная скорость на естественной характеристике  $\alpha_{Ei}$  при том же значении тока из условия, что  $(k\Phi)_{ii} = (k\Phi)_{Ei}$ :

$$\omega_{Ui} = \omega_{Ei} \cdot \frac{U - I_i(R_{яд} + R_{добр})}{U - I_i R_{яд}}.$$

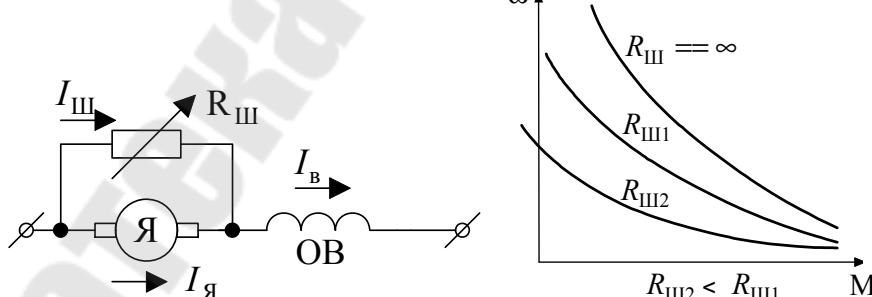
Особенности способа и энергетические показатели аналогичны реостатному регулированию ДПТ НВ.

**3. Регулирование изменением магнитного потока.** В зоне основных нагрузок магнитная система не насыщена и можно не только уменьшать, но и увеличивать поток. Уменьшение потока достигается шунтированием обмотки возбуждения. При этом  $I_b = I_{я} - I_{ш}$ , и искусственные характеристики располагаются выше естественной.



Диапазон регулирования скорости  $D_\omega = \frac{\alpha_{\max}}{\omega_E} \leq 1.25 \div 1.5$ .

Для увеличения магнитного потока шунтируется обмотка якоря. Схема и вид характеристик :



Ток возбуждения, состоит из 2-х составляющих  $I_b = I_{я} - I_{ш}$ . И до насыщения магнитной системы возможно увеличение потока. Диапазон регулирования с уменьшением нагрузки возрастает и появляется возможность получить скорость холостого хода.

С точки зрения энергетики регулирование изменением магнитного потока соизмеримо с реостатным регулированием.

### 3.10. Торможение двигателя постоянного тока последовательного возбуждения

Как и для ДПТ НВ данный двигатель допускает 3 способа электрического торможения.

1. Рекуперативное торможение. В нормальной схеме включения невозможно. В подъёмно-транспортных машинах реализуется при параллельном включении ОВ и якорной обмотки или при шунтировании якоря. Для обеспечения рекуперации энергии необходимо, чтобы скорость якоря превысила скорость идеального холостого хода. При этом

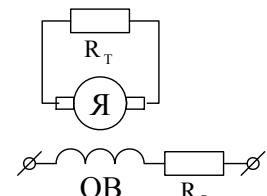
$$I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}} = \frac{\kappa\Phi\alpha_0 - \kappa\Phi\alpha}{R_{\text{я}}} < 0 - \text{двигатель переходит в тормозной режим.}$$

2. Торможение противовключением реализуется аналогично, как и для ДПТ НВ, но при противовключении изменение полярности напряжения производится только для обмотки якоря или обмотки возбуждения.

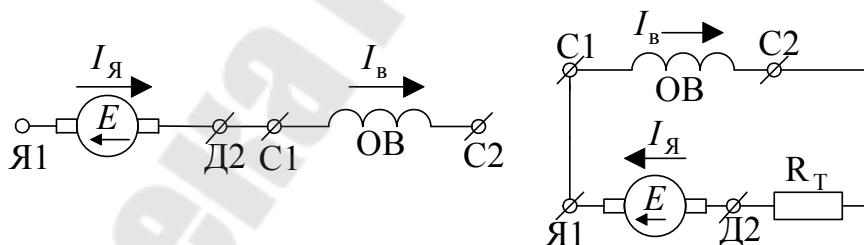
3. Динамическое торможение для ДПТ ПВ может быть реализовано 2-я способами.

А. С независимым возбуждением при включении ОВ в сеть, но с регулировочным сопротивлением большой мощности.

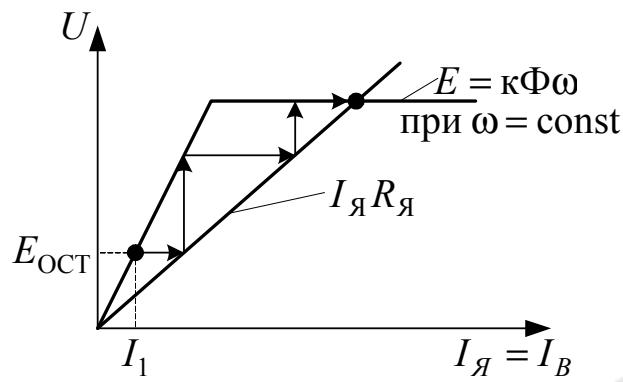
Характеристики ЭД линейны и аналогичны характеристикам ДПТ НВ при динамическом торможении.



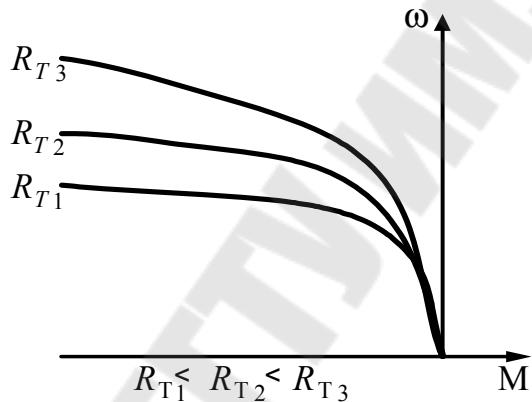
Б. Торможение с самовозбуждением. Схемы включения в двигательном и тормозном режимах:



При переключении ЭД на схему торможения необходимо в ОВ сохранить направление тока  $I_b$ . В противном случае произойдет размагничивание машины и ЭДС станет равной нулю. Вторым условием возникновения самовозбуждения является наличие общего решения двух характеристик: вольтамперной характеристики якорной цепи  $\Delta U = I_{\text{я}}(R_{\text{яд}} + R_{\text{T}})$  и зависимости  $E = \kappa\Phi\alpha$ , которую можно считать кривой намагничивания при данной скорости  $\alpha$ . Графически покажем их с учетом аппроксимации кривой намагничивания двумя отрезками.

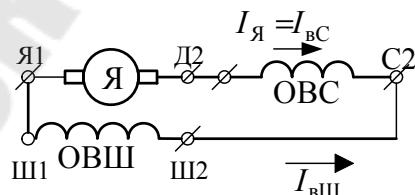


Под действием остаточной ЭДС  $E_{\text{ост}}$  начинает протекать ток якоря –  $I_1$ , который создает новое значение потока, приводящего к увеличению ЭДС и т.д. Наименьшая скорость, при которой возможно самовозбуждение называется граничной скоростью и при ней характеристики совпадают. Механические характеристики:

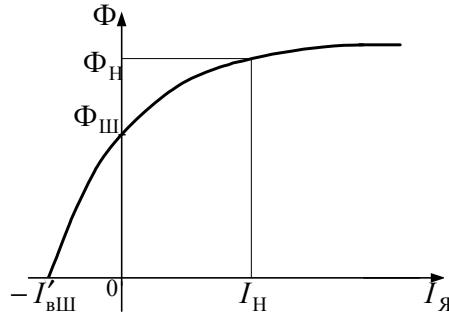


### 3.11. Особенности двигателя смешанного возбуждения

Нормальная схема включения:



Магнитный поток основных полюсов создается совместным действием намагничивающих сил (НС) двух обмоток возбуждения: параллельной (ОВШ) и последовательной (ОВС). Поэтому вид характеристик зависит от соотношения НС. Если представить их сумму как  $F_\Sigma = F_{\text{Ш}} + F_{\text{С}}$ , и привести параметры независимой обмотки к числу витков последовательной, то кривую намагничивания можно представить в виде зависимости  $\Phi(I_{\text{я}})$ , имеющую вид:



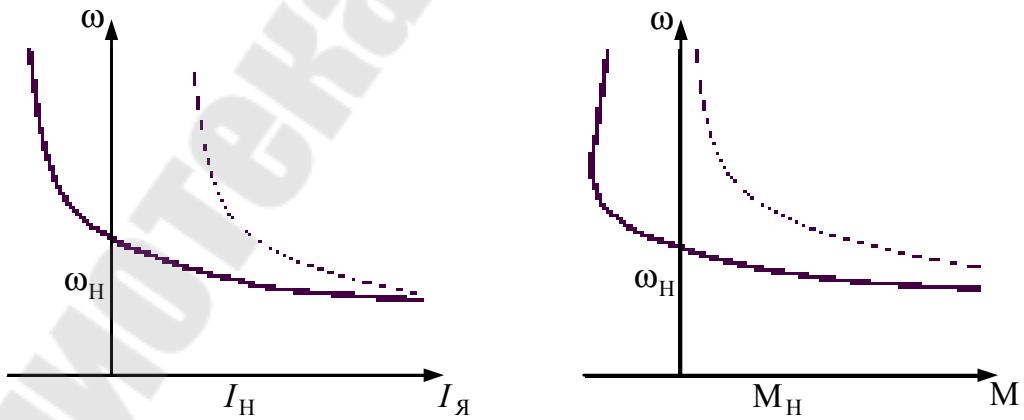
При токе якоря  $I_я = 0$  действует ОВШ и поток равен  $\Phi_{ш}$ . С изменением полярности тока якоря (рекуперативный режим) Н.С. обмоток направлены встречно и с увеличением тока суммарный поток уменьшается. При  $|I_я| = I'_вШ$  поток становится равным нулю. Скорость идеального холостого хода:  $\omega_0 = \frac{U}{k\Phi_{ш}}$  причем,  $\Phi_{ш} = (0.7 \div 0.85)\Phi_H$ . С

увеличением нагрузки от нуля (при положительном  $I_я$ ) поток увеличивается, а скорость резко уменьшается. Когда наступает насыщение, механическая характеристика линейна и достаточно жесткая. В зависимости от соотношения Н.С. обмоток возбуждения  $\alpha_0 = (1.3 \div 1.6)\alpha_H$ .

Исходя из вида кривой намагничивания характеристики данного ЭД можно представить как характеристики ДПТ ПВ

$$\omega = \frac{U}{k\Phi(I_я)} - \frac{R_{яд}}{k\Phi(I_я)} \cdot I_я \text{ и } \omega = \frac{U}{k\Phi(M)} - \frac{R_{яд}}{(k\Phi(M))^2} \cdot M,$$

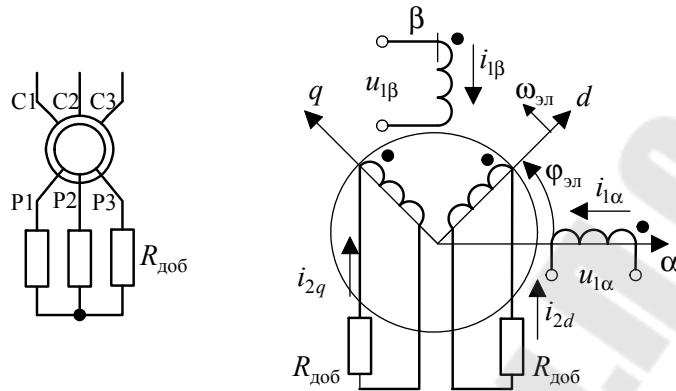
но смещёнными вдоль оси абсцисс влево:



Однако в рекуперативном режиме с увеличением тока уменьшаются поток и тормозной момент. Поэтому механическая характеристика при увеличении скорости начинает приближаться к оси ординат справа.

### 3.12. Математическое описание электромеханических процессов в асинхронном электродвигателе

Для общего случая будем рассматривать двигатель с фазным ротором (АД ФР). Схемы включения АД и исходной модели:



Представим математическое описание в координатной системе XY, вращающейся с синхронной скоростью  $\alpha_k = \alpha_{0\text{эл}}$ . Она численно равна круговой частоте сети  $\alpha_C = 2\pi f_1$ , где  $f_1$  - частота тока статора.

В комплексной форме уравнения преобразования энергии:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= R_1 \bar{i}_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_{0\text{эл}} \bar{\Psi}_1 \\ 0 &= R'_{2\Sigma} \bar{i}'_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}) \bar{\Psi}_2 \\ M &= p_d L_{12} \text{Im} [\bar{i}_1 \cdot \bar{i}'_2^*] \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

где:  $R'_{2\Sigma} = R'_2 + R'_{\text{доб}}$  - суммарное сопротивление цепи фазы ротора, приведенное к обмотке статора;  $\bar{\Psi}_1, \bar{\Psi}_2$  - векторы потокосцепления статора и ротора;  $\alpha_{\text{эл}}$  - скорость ротора в эл.рад/с.

Машина неявнополюсная. Потокосцепление обмоток:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Psi}_1 &= L_1 \bar{i}_1 + L_{12} \bar{i}'_2 \\ \bar{\Psi}_2 &= L_2 \bar{i}'_2 + L_{12} \bar{i}_1 \end{aligned} \right\}$$

Откуда выразим токи:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{i}_1 = \frac{\Psi_1}{L_1} - \frac{L_{12}}{L_1} \cdot \bar{i}'_2 \\ \bar{i}'_2 = \frac{\Psi_2}{L_2} - \frac{L_{12}}{L_2} \cdot \bar{i}_1 \end{array} \right\} \text{или} \quad \left. \begin{array}{l} \bar{i}_1 = \frac{\Psi_1 L_2 - \Psi_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \\ \bar{i}'_2 = \frac{\Psi_2 L_1 - \Psi_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \end{array} \right\}$$

Подставляя зависимости  $i(\psi)$  в (3.12) получим уравнение механической характеристики в потокосцеплениях, которое широко используются в моделях частотного ЭП:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u}_1 = \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \bar{\Psi}_1 - \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \bar{\Psi}_2 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_{0\text{эл}} \bar{\Psi}_1 \\ 0 = \frac{R'_{2\Sigma} L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \bar{\Psi}_2 - \frac{R'_{2\Sigma} L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \bar{\Psi}_1 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}) \bar{\Psi}_2 \\ M = p_d \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \text{Im}(\bar{\Psi}_1 \cdot \bar{\Psi}_2^*) \end{array} \right\} \quad (3.13)$$

Аналогично можно получить описание АД с переменными в других координатных системах.

### 3.13. Описание статических режимов асинхронного двигателя

Для описания используем действующие значения токов и напряжений. Учтем, что  $\bar{I}_\mu = \bar{I}_1 + \bar{I}'_2$ , а  $\bar{\Psi}_\mu = \bar{I}_\mu L_{12}$  - рабочее потокосцепление. Представим индуктивности рассеяния  $L_{1\sigma} = L_1 - L_{12}$  и  $L_{2\sigma} = L_2 - L_{12}$ , а индуктивные сопротивления:  $X_1 = \alpha_{0\text{эл}} \cdot L_{1\sigma}$ ,  $X'_2 = \alpha_{0\text{эл}} \cdot L'_{2\sigma}$  и  $X_\mu = \alpha_{0\text{эл}} \cdot L_{12}$ . При равенстве нулю  $\frac{d\psi}{dt} = 0$  уравнения электрического равновесия после преобразования (3.12) записываются:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{U}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + jX_\mu \bar{I}_\mu \\ 0 = R'_{2\Sigma} \bar{I}'_2 + jX'_2 s \bar{I}'_2 + jX'_2 s \bar{I}_\mu \end{array} \right\}$$

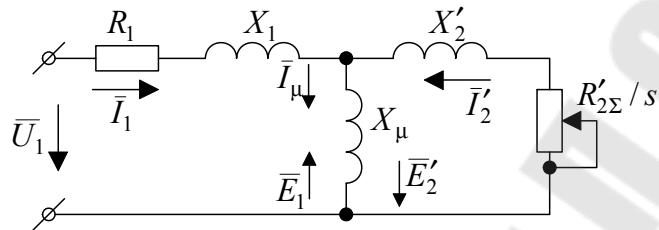
где  $s = \frac{\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}}{\omega_{0\text{эл}}} = \frac{\alpha_0 - \alpha}{\omega_0}$  - скольжение, или относительная разность

скоростей, которая определяет частоту тока ротора  $f_2 = f_1 \cdot s$ .

Слагаемое  $jX_\mu \bar{I}_\mu = \bar{E}_1 = -\bar{E}'_2$  представляет собой ЭДС, наводимую в обмотках (для ротора при  $s=1$ ). Теперь уравнения:

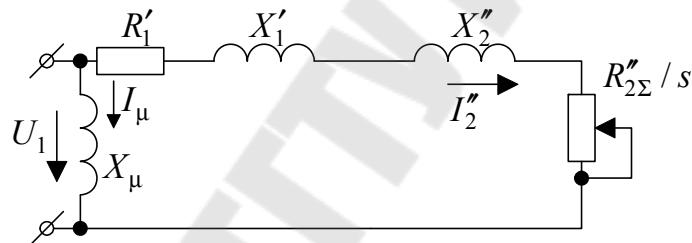
$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_1 &= R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + \bar{E}_1 \\ \bar{E}'_2 &= \frac{R'_{2\Sigma}}{s} \bar{I}'_2 + jX'_2 \bar{I}'_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Система (3.14) справедлива как для 2-х фазной модели, так и для 3-х фазного АД, поскольку их переменные пропорциональны и представлены в векторной форме. Можно так же видеть, что (3.14) соответствует Т-образной схеме замещения, одной фазы:



Погрешность этой схемы определяется не учетом потерь в стали. При необходимости учета вводится контур вихревых токов.

Для практических расчетов более удобна Г-образная схема замещения с вынесенным на зажимы статора контуром намагничивания:



Для АД с мощностями  $P_H \geq 10 \text{ кВт}$  не учет вынесения контура намагничивания вызывает погрешность не более 5%.

### 3.14. Статические характеристики асинхронного двигателя

Электромагнитная мощность, передаваемая магнитным полем в ротор:  $P_{12} = M(\alpha_0 - \alpha) = M\alpha_0 s$ . В соответствии со схемой замещения она расходуется на потери в роторной цепи:  $\Delta p_2 = P_{12} = m_1(I'_2)^2 R'_{2\Sigma}$ , где  $m_1$  - число фаз статора. Теперь

$$M = \frac{m_1(I'_2)^2}{\omega_0} \cdot \frac{R'_{2\Sigma}}{s}.$$

По схеме

$$I'_2 = I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + R'_{2\Sigma}/s)^2 + (X_1 + X'_{2\Sigma})^2}}. \quad (3.15)$$

В результате

$$M = \frac{m_1 U^2 R'_{2\Sigma}}{\omega_0 [ (R_1 + R'_{2\Sigma}/s)^2 + (X_1 + X'_{2\Sigma})^2 ]}, \quad (3.16)$$

где  $\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p_d}$  - синхронная скорость.

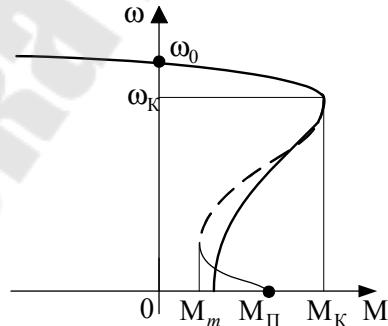
(3.15) представляет собой электромеханическую, а (3.16) - механическую характеристики. При графическом представлении по оси ординат указывая не скольжение, а скорость  $\alpha = \alpha_0 \cdot (1 - s)$ .

Механическая характеристика имеет экстремумы, ограничивающие устойчивый участок работы. Координаты критической точки:

$$M_K = \pm \frac{m_1 U^2}{2\omega_0 [ (R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_{2\Sigma})^2}) ]}, \quad (3.17)$$

$$s_K = \pm \frac{R'_{2\Sigma}}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_{2\Sigma})^2}}, \quad (3.18)$$

и  $\alpha_K = \alpha_0 \cdot (1 - s_K)$ . Знаки "±" относятся соответственно к двигателльному и тормозному режимам. Естественная механическая характеристика:



(3.16) достаточно точно аппроксимирует устойчивый участок характеристики. Физические процессы в роторе при больших скольжениях могут приводить к появлению провала в механической характеристике и реальная (---) будет отличаться.

Если разделить (3.16) на (3.17) то получаем выражение механической характеристики в виде формулы Клосса:

$$M = \frac{2M_K \cdot (1 + qs_K)}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s} + 2qs_K}, \quad (3.19)$$

где  $q = \frac{R_1}{R'_{2\Sigma}}$ .

Если допустимо принять  $q=0$ , то получим упрощенную формулу Клосса

$$M = \frac{2M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}.$$

Основные точки характеристики:

**1.** Идеальный холостой ход при синхронной скорости ротора:

$$M=0, s=0, \omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p_d}, n_0 = \frac{60f_1}{p_d}.$$

**2.** Номинальный режим:

$M = M_H, \alpha_H, s_H = (3 \div 15)\%$  в зависимости от исполнения ротора.

**3.** Критическая точка:

$$M = M_K, s = s_K, \alpha_K = \alpha_0(1 - s_K),$$

кратность критического момента

$$\lambda_K = \frac{M_K}{M_H} = 1.5 \div 2.5.$$

**4.** Режим короткого замыкания (пуск):

$$\alpha = 0, s = 1, M = M_\Pi,$$

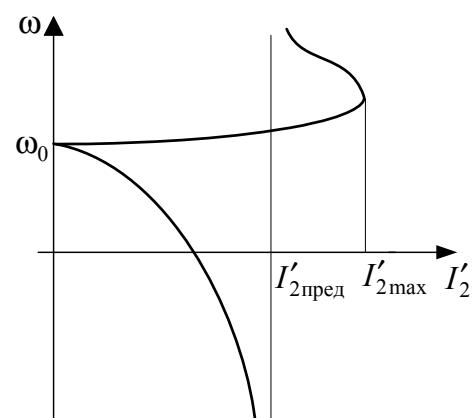
кратность пускового момента

$$\lambda_\Pi = \frac{M_\Pi}{M_H} = 1 \div 2.$$

У некоторых АД присутствует провал характеристики (- - -) с кратностью минимального момента

$$\lambda_m = \frac{M_m}{M_H} = 0.7 \div 1.$$

Электромеханическая характеристика, описываемая (3.15), так же нелинейна и



имеет экстремумы. При синхронной скорости ( $s = 0$ ) ток ротора  $I'_2 = 0$ .  
Максимальное значение тока:

$$I'_{2\max} = \frac{U_1}{(X_1 + X'_2)}$$

при  $s = -\frac{R'_{2\Sigma}}{R_1}$  в генераторном режиме.

Когда скольжение стремится к  $\pm \infty$  имеем:

$$I'_{2\text{пред}} = \frac{U_1}{\sqrt{R^2_1 + (X_1 + X'_2)^2}}.$$

### **3.15. Искусственные характеристики асинхронного двигателя**

С учетом зависимости  $\alpha_0$  от параметров АД механическая характеристика (3.16) запишется:

$$M = \frac{p_d m_1 U^2_1 \frac{R'_{2\Sigma}}{s}}{2\pi f_1 \left[ (R_1 + \frac{R'_{2\Sigma}}{s})^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]},$$

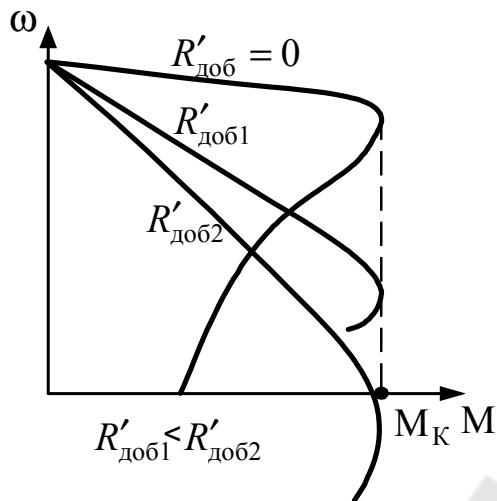
где  $m_1$  - число фаз обмотки статора.

Из анализа выражения видно, что искусственные зависимости  $\omega(M)$  можно получить изменением:

- активных и индуктивных сопротивлений цепей АД;
- числа пар полюсов;
- напряжения на обмотке статора;
- частоты тока статора.

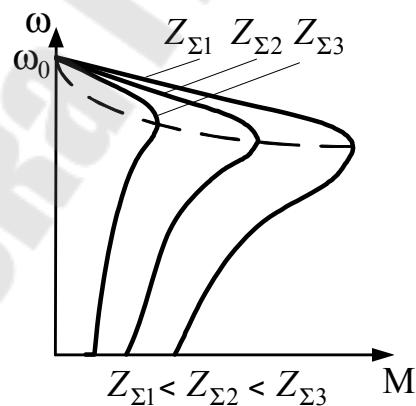
Для получения искусственных характеристик и их сравнения воспользуемся так же выражениями (3.16), (3.17), (3.18).

1. Регулирование при введении добавочного сопротивления в цепь ротора (реостатное регулирование) ( $R'_{2\Sigma} = \text{var}$ ). Синхронная скорость и критический момент не изменяются, а критическое скольжение  $s_K = \pm A \cdot R'_{2\Sigma}$  пропорциональное полному сопротивлению цепи ротора увеличивается. Критическая скорость  $\alpha_K = \alpha_0(1 - s_K)$  уменьшается и характеристики приобретают вид:



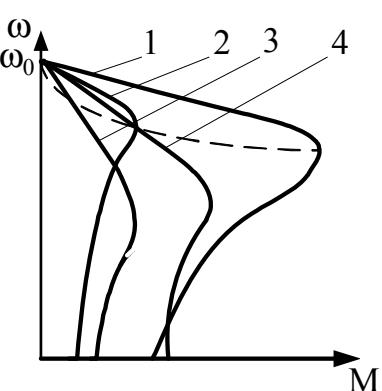
Полная электромагнитная мощность  $P = M\alpha_0$ . Потери в цепи ротора  $\Delta p_2 = m_1 I_2'^2 (R_2' + R'_\text{доб})$  при  $M_C = \text{const}$  с увеличением  $R'_\text{доб}$  возрастают. Ток ротора не изменяется, а рост потерь энергии происходит за счет сопротивления вне ЭД. Таким образом, если с изменением скорости условия охлаждения не изменяются, то длительно допустимый по нагреву момент не изменяется и равен  $M_H$ . К особенностям данного способа следует отнести возможность увеличения пускового момента с одновременным ограничением пускового тока.

**2. Регулирование при изменении сопротивлений  $R_{1\Sigma}, X_{1\Sigma}, X'_{2\Sigma}$ .** Синхронная скорость  $\alpha_0 = \text{const}$ , а критические значения скольжения и момента уменьшаются:



Введение добавочных сопротивлений в цепь статора применяется для ограничения пусковых токов ЭД средней и большой мощности. В многодвигательных ЭП с АД КЗ применяется подрегулирование скорости за счет введения сопротивления в цепь выпрямленного тока статора.

**3** Для АДФР в отдельных случаях применяют одновременное введение



индуктивного и активного сопротивлений в цепь ротора. Характеристики: 1 – естественная; 2 - введение только  $X_{\text{доб}}$ ; 3 - последовательное включение  $X_{\text{доб}}$  и  $R_{\text{доб}}$ ; 4 - параллельное включение сопротивлений.

При параллельном включении, за счет перераспределения тока ротора между сопротивлениями с изменением  $f_2$  момент при пуске изменяется незначительно.

4. Регулирование изменением числа пар полюсов. Данный способ позволяет изменять синхронную скорость, но регулирование производится ступенчато. В общепромышленных сериях АД (4А, АИР и д.р.) обмотка статора имеет дополнительные выводы и при их переключении соотношение  $p_{d2} : p_{d1} = 2$ . Характеристики: 1 - характеристика при  $p_{d1}$ ; 2 - характеристика при  $p_{d2}$  и схеме переключения с постоянством момента (например, Y/YY), 3 - характеристика при  $p_{d2}$  и схеме переключения с постоянством мощности (например, Δ/YY), 4 - характеристика при  $p_{d2}$  для ЭД, предназначенного для центробежных машин.

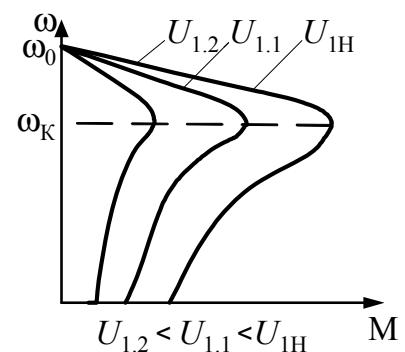
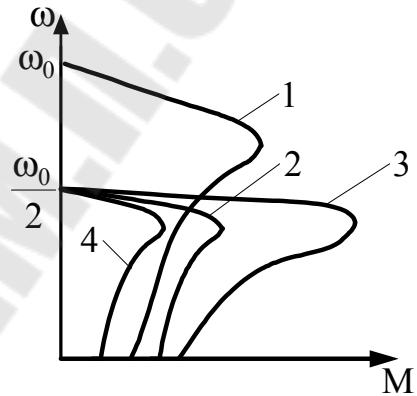
При наличии 2-х обмоток выпускают 3-х и 4-х скоростные ЭД. Для подъемно-транспортных машин выпускают 2-х скоростные двигатели с двумя обмотками при соотношениях числа пар полюсов  $p_{d2} : p_{d1} = 4 \div 8$ .

5. Регулирование изменением напряжения на обмотке статора  $U_1$  и частоты тока статора  $f_1$ . При работе на устойчивой части механической характеристики магнитная система не насыщена. Если пренебречь падением напряжения на обмотке статора, то можно записать:

$$U_1 = E_1 = 4.44 k_{\text{обм}} W_1 f_1 \Phi. \quad (3.20)$$

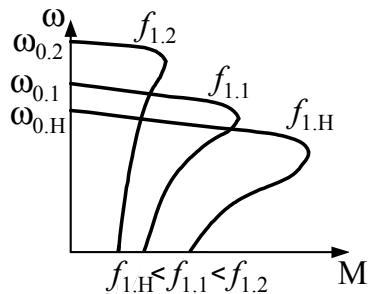
Таким образом, чтобы не произошло насыщение необходимо напряжение уменьшать, а частоту увеличивать. В противном случае, с наступлением насыщения резко увеличивается ток намагничивания, который в номинальном режиме уже составляет  $I_\mu = (0.25 \div 0.35) \cdot I_H$ .

При уменьшении  $U_1$  скольжение  $s_K = \text{const}$ , а критический момент уменьшается пропорционально квадрату напряжения. Диапазон регулирования ограничен  $a_K$ . Для расширения диапазона применяют АД КЗ с



повышенным скольжением или АДФР с введенным добавочным сопротивлением.

При увеличении частоты  $f_1$  синхронная скорость возрастает, а критический момент и перегрузочная способность уменьшаются. Диапазон регулирования обычно ограничен механической прочностью. Характеристики:



Для расширения диапазона и более полного использования ЭД одновременно с частотой уменьшают и напряжение. Если производить регулирование, обеспечивающее  $\Phi = const$ , то по (3.20) закон частотного регулирования (взаимосвязь  $U_1$  и  $f_1$ ):  $U_1/f_1 = const$ . Для сохранения же перегрузочной способности по (3.17) необходим закон  $U_1^2/f_1 = const$ . В общем случае, для сохранения примерно постоянными перегрузочной способности и КПД закон частотного регулирования определяется на основе механической характеристики исполнительного механизма по формуле М.П. Костенко:

$$\frac{U_{1.1}}{U_{1H}} = \frac{f_{1.1}}{f_{1H}} \cdot \sqrt{\frac{M_{C1}}{M_{CH}}},$$

где  $M_{CH}$  - значение статического момента при работе АД на естественной характеристике, а  $M_{C1}$  - значение при работе на характеристике, определяемой частотой  $f_{1.1}$  и напряжением  $U_{1.1}$ . Для использования формулы отношения статических моментов заменяют отношением скоростей в соответствии с характеристикой  $\alpha(M_C)$ . Затем, принимая, что скорость пропорциональна частоте, подставляют соотношение частот.

### **3.16. Динамические свойства асинхронного двигателя**

Для сокращения записи обозначим:

$$A_1 = \frac{L_1}{L_1 L'_2 - L^2_{12}}, \quad A_2 = \frac{L'_2}{L_1 L'_2 - L^2_{12}}, \quad A_{12} = \frac{L_{12}}{L_1 L'_2 - L^2_{12}}.$$

Теперь уравнение механической характеристики в потокосцеплениях (3.13):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{1X}}{dt} &= u_{1X} - R_1 A_2 \Psi_{1X} + R_1 A_{12} \Psi_{2X} + \omega_{0\text{эл}} \Psi_{1Y} \\ \frac{d\Psi_{2Y}}{dt} &= u_{1Y} - R_1 A_2 \Psi_{1Y} + R_1 A_{12} \Psi_{2Y} - \omega_{0\text{эл}} \Psi_{1X} \\ \frac{d\Psi_{2X}}{dt} &= -R'_2 A_1 \Psi_{2X} + R'_2 A_{12} \Psi_{1X} + (\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}) \Psi_{2Y} \\ \frac{d\Psi_{2Y}}{dt} &= -R'_2 A_1 \Psi_{2Y} + R'_2 A_{12} \Psi_{1Y} - (\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}) \Psi_{2X} \\ M &= p_{\Delta} A_{12} (\Psi_{2X} \Psi_{1Y} - \Psi_{2Y} \Psi_{1X}) \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

При построении полной структурной схемы по (3.21) требуются узлы произведения переменных, что определяет нелинейность модели. Для получения аналитических оценок динамических свойств можно использовать разложение в ряд Тейлора в режиме малых отклонений. В полном виде (3.21) применяется для моделирования с использованием численных методов.

При аналитических исследованиях обычно ограничиваются режимом на устойчивой части механической характеристики при  $|s| < s_K$ . В этом случае колебания скорости незначительны и изменение токов не вызывает существенных отклонений потокосцепления. В результате можно считать, что  $\frac{d\Psi}{dt} = 0$ . При этом уравнение электрического равновесия для статора:

$$\bar{\Psi}_1 = \frac{\bar{u}_1 - R_1 \bar{i}_1}{j\omega_{0\text{эл}}} = -j \frac{\bar{u}_1 - R_1 \bar{i}_1}{\omega_{0\text{эл}}}.$$

Пренебрегая падением напряжения:  $\Delta U_1 = R_1 i_1 = 0$ , получаем  $\bar{\Psi}_1 = -j \frac{\bar{u}_1}{2\pi f_1}$ . Т.о., при частотном регулировании и работе АД на устойчивой части характеристики, потокосцепление статора зависит в первую очередь от  $f_1$  и  $\bar{u}_1$ . Введем понятие абсолютного скольжения:

$$s_a = \frac{\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}}{\omega_{0\text{эл}H}} = \frac{\alpha_0 - \alpha}{\omega_{0H}},$$

где индекс “н” обозначает синхронную скорость при номинальной частоте ( $f_{1H}$ ).

Используя выражения электромагнитной постоянной времени АД:

$$T_\Theta = \frac{L_{1\sigma} + L'_{2\sigma}}{R'_2} = \frac{1}{\omega_{0\text{эл}H} \cdot s_K},$$

после преобразований (3.21) для закона  $\Psi_1 = \text{const}$  получаем:

$$M = \frac{2M_K}{(T_\Theta p + 1)(T_\Theta p + 1) \cdot \frac{s_K}{s_a} + \frac{s_a}{s_K}}. \quad (3.22)$$

Для переменных 3-х фазного АД (с учетом  $R_1 = 0$ ):  $M_K = \frac{3(U_1/\omega_0)^2}{2(X_{1H} + X'_{2H})}$ .

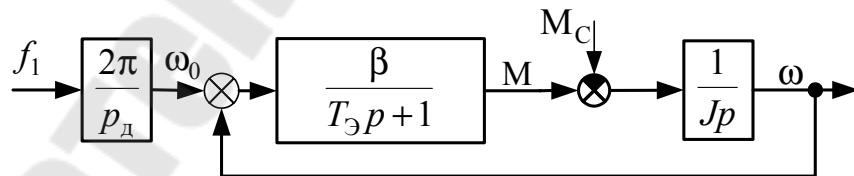
В статическом режиме (3.22) представляет формулу Клосса. Если раскрыть скобки в (3.22) и разложить в ряд Тейлора при  $s_a \ll s_K$ , то уравнение динамической механической характеристики:

$$(T_\Theta p + 1) \cdot M = \beta \cdot (\alpha_0 - \alpha),$$

где для линеаризованной характеристики модуль жесткости:

$$\beta = \frac{2M_K}{\omega_{0H} \cdot s_K}.$$

Структурная схема АД для участка характеристики при  $s_a < s_K$ :



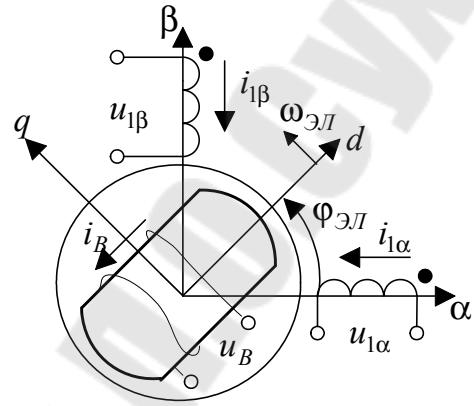
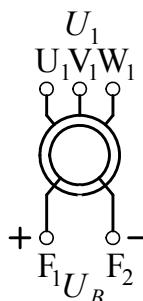
Таким образом, по окончанию процессов связанных с включением (т.е. после выхода на устойчивую часть характеристики) и при питании от источника напряжения, АД представляется апериодическим звеном 1-й степени в контуре регулирования момента при условии, что  $\Psi_1 = \text{const}$ , аналогично ДПТ НВ при  $\Phi = \text{const}$ .

### 3.17. Электромеханические свойства синхронного двигателя

Рассмотрим в общем случае явнополюсную машину с ОВ на роторе. Схемы включения ЭД и его двухфазной модели:

Через контактные кольца постоянный ток подводится в обмотку возбуждения, расположенную по оси d. Обмотки статора питаются синусоидальным напряжением:

$$\left. \begin{array}{l} u_{1\alpha} = U_{1m} \cdot \sin \alpha_0 \omega_{0\text{эл}} t \\ u_{1\beta} = -U_{1m} \cdot \cos \omega_{0\text{эл}} t \end{array} \right\}$$



где  $U_{1m}$  - амплитудное значение фазного напряжения на обмотке статора.

Уравнения электрического равновесия:

$$\left. \begin{array}{l} u_{1\alpha} = R_1 i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} \\ u_{1\beta} = R_1 i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} \\ u_\epsilon = R_1 i_\epsilon + \frac{d\psi_\epsilon}{dt} \end{array} \right\}$$

Якорь СД вращается синхронно с полем статора, но в двигательном режиме отстает на т.н. **“угол вылета ротора”**:

$$\theta_{\text{эл}} = \Phi_{0\text{эл}} + \Phi_{\text{эл}} = \alpha_0 \omega_{0\text{эл}} t - \alpha_{\text{эл}} t.$$

Для анализа переменные СД приводятся к координатной системе  $dq$ , которая вращается с синхронной скоростью  $\alpha_{0\text{эл}}$ . После преобразования:

$$\left. \begin{aligned} U_{1m} \sin \theta_{\text{эл}} &= R_1 i_{1d} + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} - \omega_{\text{эл}} \Psi_{1q} \\ -U_{1m} \cos \theta_{\text{эл}} &= R_1 i_{1q} + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \Psi_{1d} \\ u_B &= R_B i_B + \frac{d\Psi_B}{dt} \\ M &= p_d (\Psi_{1d} i_{1q} - \Psi_{1q} i_{1d}) \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

Потокосцепление статорных обмоток:  $\Psi_{1d} = L_{1d} \cdot i_{1d} - L_{12} \cdot i_B$ ,  
 $\Psi_{1q} = L_{1q} \cdot i_{1q}$ .

Для описания статического режима принимаем:  $\frac{d\Psi}{dt} = 0$ ,  $\alpha_{0\text{эл}} = \alpha_{\text{эл}}$ ,

$i_B = I_B = \text{const}$ . Поскольку  $L_{1d}$  и  $L_{1q}$  полные индуктивности, то обычно  $X_1 \gg R_1$  и активным сопротивлением можно пренебречь. Амплитуда ЭДС, наводимая в обмотке статора  $E_m = \alpha_{0\text{эл}} I_e L_{12}$ . Теперь уравнения запишутся:

$$\left. \begin{aligned} U_{1m} \sin \theta_{\text{эл}} &= -\alpha_{0\text{эл}} I_{1q} L_{1q} = -I_{1q} X_{1q} \\ -U_{1m} \cos \theta_{\text{эл}} &= \omega_{0\text{эл}} I_{1d} L_{1d} - \omega_{0\text{эл}} I_e L_{12} = I_{1d} X_{1d} - E_m \\ M &= p_d (L_{1d} I_{1d} I_{1q} - L_{1q} I_{1q} I_{1d} - L_{12} I_e I_{1q}) \end{aligned} \right\}$$

где  $I_{1q}$  и  $I_{1d}$  - действующие значения токов статора. Выражая их из первых уравнений и подставляя в третье:

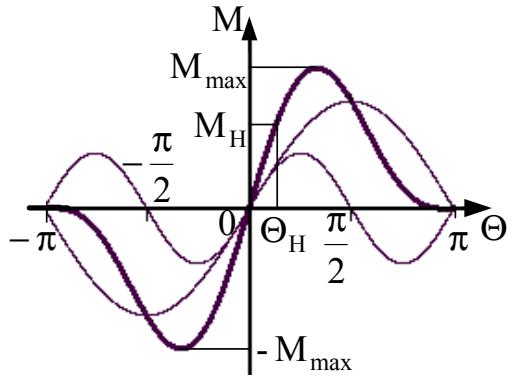
$$M = p_d \left[ \frac{E_m U_{1m}}{\omega_0 X_{1d}} \sin \theta_{\text{эл}} + \frac{U_{1m}^2}{2\omega_0} \left( \frac{1}{X_{1q}} - \frac{1}{X_{1d}} \right) \sin 2\theta_{\text{эл}} \right].$$

Переходя к переменным трехфазного СД:

$$M = \frac{3EU_1}{\omega_0 X_{1d}} \sin \theta_{\text{эл}} + \frac{3U_1^2}{2\omega_0} \left( \frac{1}{X_{1q}} - \frac{1}{X_{1d}} \right) \sin 2\theta_{\text{эл}}, \quad (3.24)$$

где  $X_{1d}, X_{1q}$ -индуктивные сопротивления статора по продольной и поперечной осям.

(3.24) представляет собой зависимость  $M(\theta_{\text{эл}})$  и называется угловой характеристикой. Электромагнитный момент состоит из 2-х составляющих: первая - определяется взаимодействием врачающегося поля статора с полем ротора, вторая – представляет реактивный момент, обусловленный явнополюсным исполнением ротора. Примерный вид угловой характеристики:

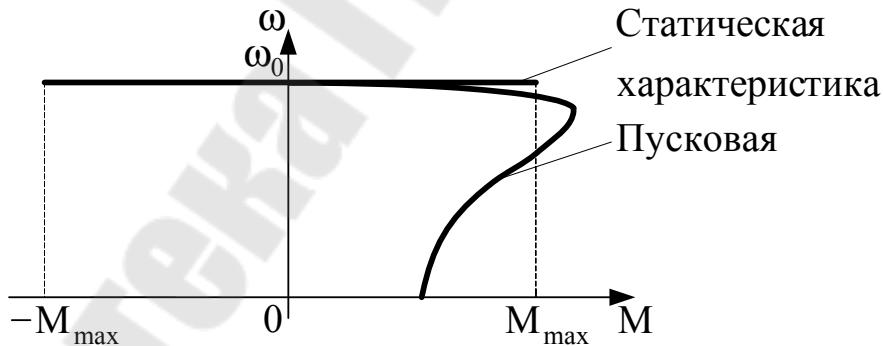


В номинальном режиме  $\theta_{\text{элН}} = 20 \div 30^\circ$ , а перегрузочная способность  $\lambda = M_{\text{max}}/M_H = 2 \div 3$  и она в меньшей степени зависит от напряжения, чем у АД.

Для неявнополюсного СД:  $X_{Ia} = X_{Iq}$  и

$$M = \frac{3EU_1}{\omega_0 X_1} \cdot \sin\theta_{\text{эл}}.$$

При работе СД в статическом режиме на устойчивом участке угловой характеристики среднее значение скорости  $\dot{\alpha}_{\text{ср}} = \dot{\alpha}_0$  и механическая характеристика в пределах  $-M_{\text{max}} < M < M_{\text{max}}$  абсолютно жесткая. Для пуска ЭД используется обмотка типа “беличья клетка”. В результате при скорости отличной от синхронной СД обладает характеристикой подобной АД. Механические характеристики:



### 3.18. Динамические свойства синхронного двигателя

Между постоянным магнитом, которым является возбужденный ротор, и вращающимся полем статора возникают силы электромагнитного взаимодействия. При малом значении угла  $\theta_{\text{эл}}$  и его увеличении, силы возрастают по закону, близкому к линейному. Они подобны упругой связи. Рабочий участок угловой характеристики с достаточной для практики точностью можно заменить линейной зависимостью:

$$M = c_{\text{ЭМ}} \cdot \theta_{\text{эл}},$$

где  $c_{\text{ЭМ}} = M_H / \theta_H$  - коэффициент жесткости упругой электромагнитной связи.

Дифференцируя, получаем приближенное уравнение динамической характеристики:

$$\frac{dM}{dt} = c_{\text{ЭМ}} \cdot (\omega_0 - \omega).$$

Наличие пусковой или аналогичной по конструкции демпферной обмотки (при отсутствии первой) приводит к проявлению в динамических режимах асинхронной составляющей момента. Пренебрегая влиянием на эту составляющую электромагнитной инерционности, результирующий момент СД в динамических режимах можно представить:

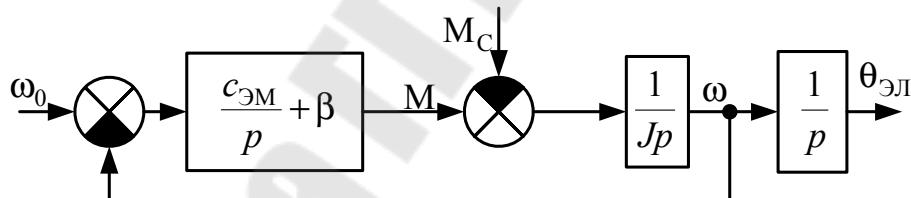
$$M = c_{\text{ЭМ}} \theta + \beta(\alpha_0 - \alpha),$$

или в операторной форме:

$$M = \left( \frac{c_{\text{ЭМ}}}{p} + \beta \right) \cdot (\omega_0 - \omega), \quad (3.25)$$

где  $\beta$  - модуль жесткости асинхронной характеристики СД.

В соответствии с (3.25) структурная схема:



СД можно управлять по каналам частоты  $f_1$ , напряжения  $U_1$  и возбуждения  $i_B$ . В статическом режиме изменение  $f_1$  позволяет регулировать скорость, а  $I_e$  - перегрузочную способность.

## 4. Энергетика электропривода

### 4.1. Потери энергии в статических режимах

При работе в ЭД происходят потери энергии, которые вызывают нагрев его частей. Полные потери мощности разделяют на постоянные  $\Delta p_c$  и переменные  $\Delta p_v$ :

$$\Delta p_{\Sigma} = \Delta p_c + \Delta p_v.$$

К постоянным относят потери в стали  $\Delta p_{\text{ст}}$  и механические  $\Delta p_{\text{мех}}$ :

$$\Delta p_c = \Delta p_{ct} + \Delta p_{mech}.$$

В ДПТ НВ и СД к ним добавляют и потери в ОВ:

$$\Delta p_c = \Delta p_{ct} + \Delta p_{mech} + I^2 B R_B.$$

Переменные потери определяются током, зависящим от нагрузки, а они рассчитываются:

$$\Delta p_v = \begin{cases} I^2 я R_{яд} - ДПТ \\ 3I^2 1 R_1 - СД \\ 3I^2 1 R_1 + 3I'^2 2 R'_2 - АД \end{cases}$$

При работе АД на участке  $|s| < s_k$  можно считать  $\phi_2 = 0$ , а  $I_\mu = \text{const.}$

Учитывая что  $I^2 1 = I^2 \mu + I'^2 2$ , то потери от тока намагничивания, относят к постоянным. Таким образом, для АД:

$$\Delta p_c = \Delta p_{ct} + \Delta p_{mech} + I^2 \mu R_1, \Delta p_v = 3I'^2 2 \left(1 + \frac{R_1}{R'_2}\right) R'_{2\Sigma}. \quad (4.1)$$

Когда ЭД работают в номинальных режимах и на естественной характеристике переменные потери  $\Delta p_{vH}$  можно определить по паспортным и каталожным данным. Если обозначить отношения токов:

$$\beta = \begin{cases} I_я/I_H - ДПТ \\ I_1/I_{1H} - СД \\ I'_2/I'_{2H} - АД \end{cases},$$

то кратность переменных потерь в текущем режиме по отношению к номинальным:  $\Delta p_v = \beta^2 \Delta p_{vH}$ . Представляя отношение постоянных потерь

к переменным в номинальном режиме через  $\alpha = \frac{\Delta p_c}{\Delta p_{vH}}$ , получим

выражение для полных потерь:

$$\Delta p_\Sigma = (\alpha + \beta^2) \cdot \Delta p_{vH}, \quad (4.2)$$

причем  $\alpha = 0.5 \div 2$ .

Для АД и ДПТ НВ переменные потери можно представить через электромагнитный момент и скольжение  $s$  или статизм характеристики  $s_x$ . Так, для ДПТ потребляемая мощность  $P_1 = U \cdot I_я = \alpha_0 \cdot M$ , а электромагнитная  $P_{ЭM} = \alpha M$ , то теперь

$$\Delta p_v = P_1 - P_{\text{ЭМ}} = M \cdot (\alpha_0 - \alpha) = \alpha_0 M s_x = P_1 s_x. \quad (4.3)$$

Для АД в соответствии со схемой замещения и (4.1)

$$\Delta p_v = \alpha_0 M s (1 + R_1 / R'_2). \quad (4.4)$$

При выборе регулируемого варианта ЭП так же анализируют потери, потому что на экономичность системы оказывают влияние не только капитальные затраты и эксплуатационные расходы, но и стоимость потребляемой энергии. Поэтому представляя с энергетической точки зрения регулирование ЭД (ЭП) как изменение мощности механической энергии можно выделить несколько подходов:

**А.** Производить отбор электрической энергии у ЭД, которую затем расходовать на тепло либо отдавать на вал или в сеть. Первый вариант представляет реостатное регулирование и принцип наложения характеристик. При втором варианте применяют т.н. каскадные схемы включения АД, в которых энергию скольжения из фазного ротора возвращают в сеть или преобразовывают в механическую и отдают на вал. Второй вариант более экономичен.

**Б.** К ЭД подводится электрическая энергия с мощностью, которая требуется для ИМ и для покрытия потерь в самом двигателе. Данный подход реализуется в системах УП-Д.

При расчетах потерь мощности в регулируемых ЭП следует учитывать механическую характеристику нагрузки  $M_C(\alpha)$ .

## 4.2. Потери энергии в переходных процессах

Потребляемая электрическая энергия из сети в течении переходного процесса расходуется на накопление электромагнитной и кинетической энергий в самой системе ЭП на работу, совершающую при преодолении статического момента, и на потери.

Суммарные потери энергии за время переходного процесса  $t_{\text{пп}}$  определяются интегральным выражением:

$$\Delta A_{\text{пп}} = \int_0^{t_{\text{пп}}} [\Delta p_c(t) + \Delta p_v(t)] dt = \Delta A_{\text{ппс}} + \Delta A_{\text{ппv}}.$$

В нерегулируемых ЭП в переходных процессах токи превышают номинальные значения, поэтому обычно доля постоянных потерь мощности незначительна. Для цепей якоря ДПТ НВ и ротора АД на основании (4.3):

$$\Delta A_{\text{пп}} = \int_0^{t_{\text{пп}}} \omega_0 M s dt = \int_0^{t_{\text{пп}}} (\omega_0 - \omega) M dt. \quad (4.5)$$

Рассмотрим прямой пуск, который представляет включение на напряжении сети, т.е. ступенчатое изменение  $\alpha_0$ . При  $M_C=0$  используем уравнение движения  $M = J \frac{d\alpha}{dt}$  в подынтегральном выражении (4.5):

$$\Delta A_{\text{пп}} = \int_0^{t_{\text{пп}}} J \left( \omega_0 \frac{d\omega}{dt} - \omega \frac{d\omega}{dt} \right) dt = \int_{\omega_{\text{нач}}}^{\omega_{\text{кон}}} J \omega_0 d\omega - \int_{\omega_{\text{нач}}}^{\omega_{\text{кон}}} J \omega d\omega.$$

Таким образом, потери энергии не зависят от длительности процесса, а определяются разностью количеств движения при скоростях  $\alpha_0$  и текущей  $\alpha$ . После интегрирования получим:

$$\Delta A_{\text{пп}} = J \omega_0 (\omega_{\text{кон}} - \omega_{\text{нач}}) - J \frac{\omega_{\text{кон}}^2 - \omega_{\text{нач}}^2}{2} = \frac{J \omega_0^2}{2} (s_{\text{нач}}^2 - s_{\text{кон}}^2). \quad (4.6)$$

В итоге при прямом пуске (для ДПТ с пусковым сопротивлением) когда,  $s_{\text{нач}} = 1$  и  $s_{\text{кон}} = 0$  и потери энергии:

$$\Delta A_{\text{пуск}} = \frac{J \omega_0^2}{2}.$$

Они равны накапливаемой кинетической энергии и не зависят от наличия сопротивлений в цепях ЭД.

При реверсе  $s_{\text{нач}} = 2$  и  $\Delta A_{\text{рев}} = 4 \frac{J \omega_0^2}{2}$ , причем на торможение приходится:  $\Delta A_T = 3 \frac{\alpha_0}{2}$ .

При наличии нагрузки уравнение движения  $M = M_C + J \cdot \frac{d\alpha}{dt}$  и на основании (4.5) потери энергии (4.6):

$$\Delta A_{\text{пп}} = \frac{J \omega_0^2}{2} (s_{\text{нач}}^2 - s_{\text{кон}}^2) + \int_0^{t_{\text{пп}}} M_C (\omega_0 - \omega) dt = \Delta A_{\text{ппх}} + \Delta A_{\text{ппм}}. \quad (4.7)$$

Второе слагаемое в (4.7) зависит от механической характеристики нагрузки.

Если для АД необходимо учесть потери в обмотке статора, то:

$$\Delta A_{\text{пп}} = (\Delta A_{\text{ппх}} + \Delta A_{\text{ппм}}) \cdot (1 + R_1/R'_{2\Sigma})$$

и только в ЭД:

$$\Delta A_{\text{пп}} = (\Delta A_{\text{ппх}} + \Delta A_{\text{ппм}}) \cdot (1 + R_1/R'_{2\Sigma} - R_{\text{доб}}/R'_{2\Sigma}).$$

В системе УП-Д при пуске или регулировании скорости закон  $\alpha_0(t)$  задается системой управления, причем значение  $\alpha_0$  изменяется плавно, а не ступенчато. Поэтому для определения потерь энергии в (4.5) надо ввести  $\alpha_0(t)$  и  $M(t)$ . Но обычно для регулируемых ЭП производят расчет переходных процессов с получением зависимостей  $\alpha(t), i(t)$  и  $M(t)$ . И по ним непосредственно можно производить расчет. Для рассмотрения влияния зависимости  $\alpha_0(t)$  возьмем частный случай многоступенчатого пуска. Представим (4.6) в виде суммы потерь энергии на каждой из  $k$ -ступеней:

$$\Delta A_{\text{пп}} = \sum_1^k J\omega_{0i}(\omega_{\text{кон},i} - \omega_{\text{нач},i}) - J \frac{\omega_{\text{кон},i}^2 - \omega_{\text{нач},i}^2}{2}. \quad (4.8)$$

Представим изменение скорости на  $i$ -й ступени пуска через значение  $\alpha_0$ , соответствующее окончанию процесса:  $\Delta\omega_i = (\omega_{\text{кон},i} - \omega_{\text{нач},i}) \cdot \frac{\alpha_0}{k}$ , а  $\omega_{0i} = \frac{\alpha_0}{k} i$  - скорость идеального холостого хода на  $i$ -ой ступени.

Начальное значение скорости на каждой ступени  $\omega_{\text{нач},i} = \frac{\alpha_0}{k}(i-1)$ , разность квадратов:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{кон},i}^2 - \omega_{\text{нач},i}^2 &= (\omega_{\text{кон},i} - \omega_{\text{нач},i})(\omega_{\text{кон},i} + \omega_{\text{нач},i}) = \\ &= \frac{\omega_0}{k} \left[ \frac{\omega_0}{k} + 2 \frac{\omega_0}{k}(i-1) \right] = \frac{\omega_0}{k} \cdot \left( \frac{\omega_0}{k} + 2 \frac{\omega_0}{k} i - 2 \frac{\omega_0}{k} \right) = \frac{\omega_0^2}{k^2} (2i-1) \end{aligned}$$

Теперь (4.8) примет вид

$$\Delta A_{\text{ппк}} = \sum_1^k \left[ \frac{J\omega_0^2}{k^2} i - \frac{J\omega_0^2}{2k^2} \cdot (2i-1) \right] = \frac{J\omega_0^2}{2k^2} \sum_1^k (2i-2i+1) = \frac{J\omega_0^2}{2} \cdot \frac{1}{k}.$$

Таким образом, при пуске в  $k$  ступеней изменения  $\alpha_0$  потери энергии меньше в  $k$  раз, чем при одноступенчатом пуске.

### 4.3. Нагрев и охлаждение электродвигателей

Процесс преобразования энергии в ЭД происходит с ее потерей, что вызывает нагрев машины. Материалы, применяемые в электрических машинах, имеют определенную термическую стойкость. Поэтому температура частей ЭД не должна превышать допустимое значение, определяемое наименее термостойким элементом - изоляцией. В зависимости от входящих компонентов изоляция разделяется на классы по допустимой температуре  $t_{\text{доп}}$ . Однако рабочая температура  $t_{\text{раб}}$  из-за погрешностей при расчетах и измерениях принята меньшей. Основу изоляции, применяемую в ЭД, составляют слюда, асбест, стекловолокно. Остальные компоненты приведены в таблице:

Класс изоляции	Связующие материалы	$t_{\text{доп.}}, ^\circ\text{C}$	$t_{\text{раб}}, ^\circ\text{C}$
B	органические	130°	120°
F	синтетические	155°	140°
H	кремнийорганические	180°	165°(серия "Д"-160°)

Нагрев ЭД определяется также и температурой окружающей среды, для которой за стандартное значение принята  $t_0 = 40^\circ\text{C}$ . И при анализе тепловых процессов оперируют понятием “превышение температуры” -  $\tau = t - t_0$ . Допустимое значение превышения температуры для изоляции определяется  $\tau_{\text{доп}} = t_{\text{раб}} - 40^\circ$ .

Тепловые процессы по-разному протекают в различных частях ЭД. Подробный анализ процессов проводится во время опытно-конструкторских работ. В инженерной практике достаточно оценить режим работы ЭД с целью проверки на превышение допустимого значения температуры. Поэтому используется упрощенный анализ на основе следующих допущений:

1. ЭД представляется однородным твердым телом с бесконечно большой теплопроводностью.
2. Теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности  $t - t_0$  в первой степени при  $t_0 = \text{const.}$

Исходя из допущений уравнение теплового баланса:

$$Cd\tau + A \cdot \tau \cdot dt = \Delta p dt,$$

где:  $C$  - теплоемкость, т.е. количество тепла, необходимая для нагрева ЭД на  $1^\circ\text{C}$ ,  $\frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}$ ;  $A$  - теплоотдача - количество тепла выделяемого в

окружающую среду за единицу времени при разности температур в  $1^{\circ}\text{C}$ ,  $\frac{\Delta\text{Дж}}{\text{с} \cdot ^0\text{C}}$ ,  $\Delta p$  - потери мощности в ЭД.

Разделив переменные, получим уравнение нагрева:

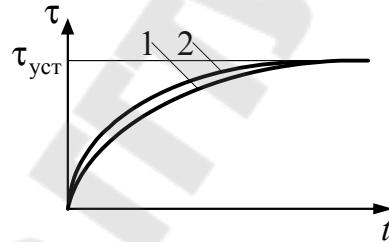
$$\frac{C}{A} \cdot \frac{d\tau}{dt} + \tau = \frac{\Delta p}{A} \text{ или } T_{\text{H}} \cdot \frac{d\tau}{dt} + \tau = \tau_{\text{уст}}, \quad (4.9)$$

где:  $T_{\text{H}} = \frac{C}{A}$  - постоянная времени нагрева ЭД, которая в зависимости от типоразмера ЭД может иметь значение от десятка минут до нескольких часов;  $\tau_{\text{уст}} = \frac{\Delta p}{A}$  - установившееся значение превышения температуры.

Решение (4.9) даёт экспоненциальный закон изменения температуры во времени:

$$\tau = \tau_{\text{уст}} - (\tau_y - \tau_{\text{нач}}) \cdot e^{-\frac{t}{T_{\text{H}}}}. \quad (4.10)$$

Графически, при пуске с холодного состояния, решение (4.10) представляется кривой 1:



Обмотки нагреваются более интенсивно в начале пуска - кривая 2. Экспоненциальный характер изменения температуры сохраняется при охлаждении и при колебаниях нагрузки (колебаниях потерь мощности).

При анализе тепловых процессов необходимо учитывать, что с изменением скорости изменяется теплоотдача. Это учитывается коэффициентом ухудшения условий охлаждения:

$$\beta_i = \frac{A_i}{A}, \quad (4.11)$$

где:  $A$  - теплоотдача при номинальной скорости  $\alpha_{\text{H}}$ , а  $A_i$  - при текущей  $\alpha_i$ .

При неподвижном роторе коэффициент  $\beta_0$  принимает значения:

- $\beta_0 = 1$  - для ЭД закрытого исполнения с независимой вентиляцией;
- $\beta_0 = 0.95 \div 0.98$  - закрытого исполнения без принудительного охлаждения;

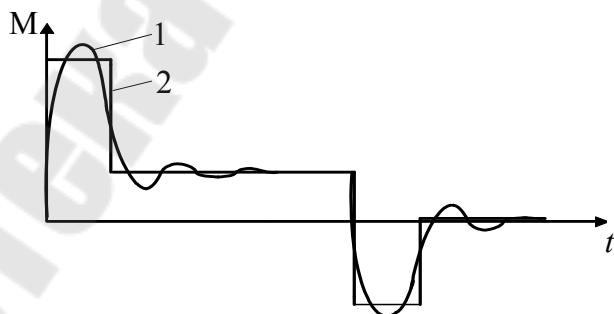
- $\beta_0 = 0.45 \div 0.55$  - закрытого исполнения с самовентиляцией;
- $\beta_0 = 0.25 \div 0.35$  - защищенного с самовентиляцией.

Для последних 3-х исполнений из-за уменьшения теплоотдачи при остановке  $T_{\text{охл}} > T_{\text{н}}$ .

На практике наиболее часто сталкиваются с изменением теплоотдачи при пуске и торможении. Принимая, что скорость изменяется линейно:  $\beta_p = \beta_t = (1 + \beta_0) / 2$ .

#### **4.4. Нагрузочные диаграммы**

В соответствии с уравнением движения  $M(t) = M_C(t) + J \frac{d\alpha}{dt}$  или  $M(t) = M_C(t) + M_D(t)$ . И нагрузочной диаграммой называют временную зависимость  $M(t)$ . В статических режимах она совпадает с зависимостью  $M_C(t)$ , которая представляет собой нагрузочную диаграмму ИМ или диаграмму нагрузки. В динамических режимах они отличаются на зависимость динамического момента  $M_D(t)$ . При необходимости нагрузочные диаграммы представляются зависимостями  $P(t), i(t), \Delta p(t)$ . Поскольку тепловые процессы обладают значительной инерционностью, то нагрузочные диаграммы переходных процессов усредняют с учетом равенства недостающих и добавляемых площадей. Так, к примеру, если цикл работы состоит из участков пуска, установившегося движения, торможения и остановки с действительной диаграммой по кривой - 1, то для анализа тепловых процессов используют усредненную (ступенчатую) - 2:



#### **4.5. Общий порядок выбора электродвигателей**

1. На основании технико-экономического анализа нескольких вариантов систем электроприводов выбирают одну, наиболее полно обеспечивающую технические требования с учетом лучших экономических показателей, т.е. проводится выбор ЭД по роду тока на основании электромеханических (пускорегулировочных) свойств.

2. По параметрам технологического процесса строят диаграмму нагрузки.

3. По средней мощности или по среднему моменту, которые определяются по диаграмме нагрузки, предварительно выбирают типоразмер ЭД с учетом обеспечения рабочих скоростей.

4. Для предварительно выбранного ЭД строят упрощенную нагрузочную диаграмму, допуская, что в переходных процессах скорость изменяется линейно, а момент или ток неизменны и  $\varepsilon=const$ .

5. По упрощенной диаграмме проводят проверку ЭД по нагреву и перегрузочной способности.

6. Если он не проходит проверку или запас оказывается значительным (в зависимости от номенклатуры серии ЭД отличие на 20%-30% от  $P_H$  или  $M_H$  и более), то выбирают больший или меньший ближайший типоразмер и п.п. 4 и 5 повторяют.

7. Если ЭД проходит проверку, то производят синтез и анализ ЭП.

8. При анализе рассчитываются переходные процессы. Используя результаты расчетов, строят уточненную нагрузочную диаграмму с учетом реальных изменений переменных.

9. По диаграмме проводят окончательно проверку по нагреву и др. показателям. Если ЭД не проходит проверку, то выбирают следующий двигатель и возвращаются к п. 4.

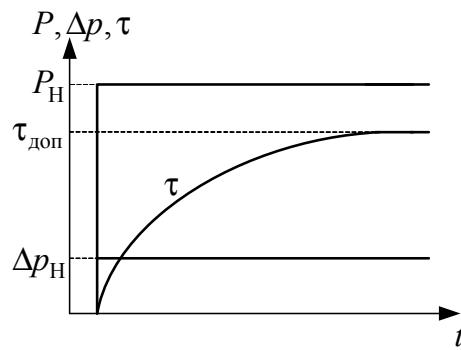
Такой подход к выбору ЭД называется методом последовательных приближений. На практике иногда пользуются более простыми, но менее точными т.н. инженерными методами. Они основаны на различного рода удельных показателях.

#### **4.6. Номинальные режимы электродвигателей**

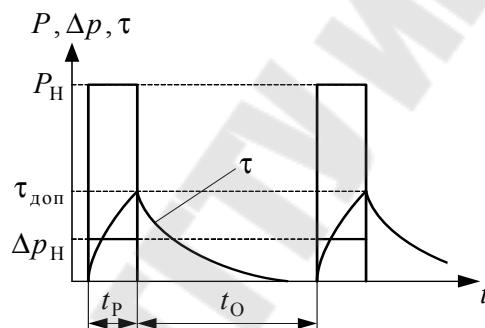
В рабочих машинах режимы ЭД различны по изменению нагрузки, скорости, длительности и по другим факторам. С учетом всего разнообразия для серийных ЭД разработано 8 номинальных режимов. В справочниках и каталогах приводятся данные двигателей с указанием нормированных значений параметров режима. Поэтому, при выборе конкретного типоразмера переменные, определяемые по нагрузочным диаграммам реального режима, приводят к нормированным параметрам одного из номинальных.

К основным номинальным режимам относятся:

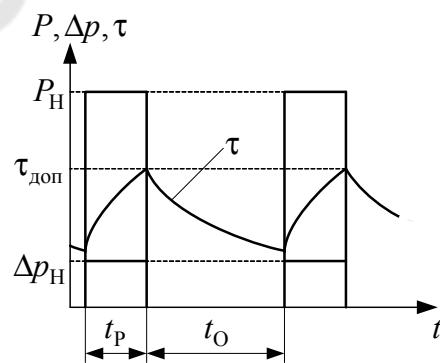
**S1. Продолжительный номинальный режим работы.** Это режим при неизменной номинальной нагрузке такой длительности, что превышение температуры всех частей электрической машины достигают установленных значений. Диаграммы изменения переменных для режима S1:



**S2. Кратковременный номинальный режим работы.** В данном режиме периоды неизменной номинальной нагрузки чередуются с периодами отключения. При этом периоды нагрузки не настолько длительны, чтобы превышения температуры частей электрической машины могли достигнуть установившихся значений, а периоды отключения настолько длительны, что все части машины охлаждаются до температуры окружающей среды. Нормированные значения времени работы  $t_p = 15, 30, 60, 90$  мин. Диаграммы:



**S3. Повторно-кратковременный номинальный режим.** Режим, при котором периоды неизменной номинальной нагрузки чередуются с периодами отключения. Причем, как рабочие периоды, так и периоды отключения не настолько длительны, что превышения температур частей электрической машины могли достигнуть установившихся значений. Диаграммы:



Режим характеризуется коэффициентом продолжительности включения:

$$\text{ПВ} = \frac{t_p}{t_p + t_0} \cdot 100\% = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} \cdot 100\%,$$

и длительностью цикла  $t_{\text{ц}} \leq 10$  мин. Нормированные значения ПВн=15,25,40 и 60%. Если для реального режима  $t_{\text{ц}} > 10$  мин, то его надо приводить к какому-либо продолжительному. Когда ПВ<15%, то его часто приводят к S2.

Режимы S1-S3 являются основными и чаще всего реальные приводят к ним. Остальные S4-S8 являются вспомогательными и служат для расширения номенклатуры:

S4. Повторно-кратковременный номинальный режим с частыми пусками.

S5 Повторно-кратковременный номинальный режим с частыми пусками и электрическим торможением.

S6 Перемежающийся номинальный режим (в отличие от S3 вместо периодов отключения присутствуют периоды холостого хода и он характеризуется коэффициентом продолжительности нагрузки – ПН).

S7 Перемежающийся номинальный режим с частыми реверсами.

S8 Перемежающийся номинальный режим с двумя и более скоростями.

#### **4.7. Методы выбора электродвигателей по мощности**

В соответствии с уравнением теплового баланса потери мощности однозначно определяют превышение температуры ЭД. Для основной массы режимов электроприводов рабочих машин среднее значение температуры двигателя незначительно отличается от максимального значения, т.к. обычно длительность участков с различной нагрузкой  $t_p < T_h$ . Поэтому при выборе и проверке ЭД достаточно определить среднее значение  $\tau_{cp}$ , которое не должно превысить допустимое  $\tau_{\text{доп}}$ . Используя линейную модель нагрева:

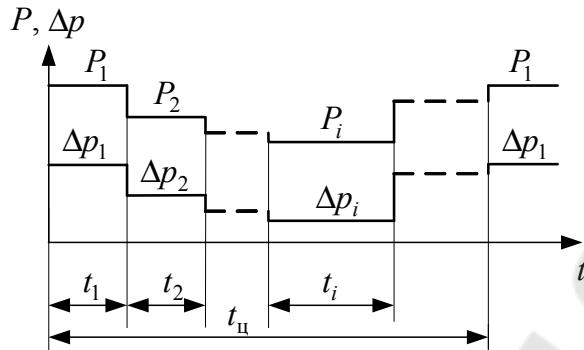
$$\tau_{cp} = \frac{\Delta p_{cp}}{A} \leq \tau_{\text{доп}} = \frac{\Delta p_h}{A},$$

где  $\Delta p_{cp}$  - средние потери в реальном режиме, а  $\Delta p_h$  - потери в номинальном режиме для выбранного ЭД.

Таким образом, для правильного выбора необходимо выполнение условия:

$$\Delta p_{cp} \leq \Delta p_H.$$

Имея нагрузочную диаграмму в виде зависимости  $P(t)$



можно рассчитать потери мощности на каждом участке  $\Delta p_i$  для предварительно выбранного ЭД и определить:

$$\Delta p_{cp} = \frac{\sum_i \Delta p_i \cdot t_i}{t_{ц}}. \quad (4.12)$$

Для правильного выбора:

$$\Delta p_{cp} \leq \Delta p_H = P_H \cdot \left( \frac{1}{\eta_H} - 1 \right). \quad (4.13)$$

Данный метод называют методом средних потерь. Порядок его применения:

**1.** По нагрузочной диаграмме исполнительного механизма определяется средняя мощность или средний момент:

$$P_{C,cp} = \frac{\sum_i P_{Ci} \cdot t_i}{t_{ц}} \text{ или } M_{C,cp} = \frac{\sum_i M_{Ci} \cdot t_i}{t_{ц}},$$

где  $P_{Ci}, M_{Ci}$  - статическая нагрузка на  $i$ -м участке диаграммы.

**2.** Предварительно выбирают ЭД из условия

$$P_H \geq k_{3Д} \cdot P_{C,cp}, \text{ или } \frac{P_H}{\omega_H} \geq k_{3Д} \cdot M_{C,cp},$$

где  $k_{3Д} = 1.1 \dots 1.3$  коэффициент запаса, учитывающий динамические потери.

**3.** Строится упрощенная диаграмма ЭД  $P(t)$  или  $M(t)$  принимая, что в переходных процессах скорость меняется линейно, а динамический момент на этих участках:  $M_{Д_i} = const$ , или  $P_{Д_i} = P_{ci} + M_{Д_i} \cdot \frac{\alpha_{\text{нач}} + \alpha_{\text{кон}}}{2}$ .

**4.** По зависимости  $\tau(P_2)$  или другим методом находят потери мощности на каждом участке  $\Delta p_i$ . Зависимость  $\tau(P_2)$  в каталогах иногда приводится в виде значений КПД при различной загрузке ЭД.

**5.** По (4.12) определяют средние потери и сравнивают с номинальными. Если (4.13) выполняется с большим запасом, то ЭД недоиспользуется. При невыполнении он будет работать с перегревом. В обоих случаях выбирают другой типоразмер и расчет повторяют.

Рассмотрим другие методы.

**Метод эквивалентного тока.** Его применяют, когда постоянные потери неизменны:  $\Delta p_c = const$ , а полные потери определить трудно. Средние потери за время цикла работы можно представить:

$$\Delta p_{cp} = \Delta p_c + I_e^2 \cdot R,$$

где  $I_e$  - эквивалентный по условиям нагрева ток.

В соответствии с (4.12) запишем:

$$\Delta p_{cp} = \frac{\sum_i \Delta p_i \cdot t_i}{t_{\text{ц}}} = \frac{\sum_i (\Delta p_c + I_i^2 \cdot R) t_i}{t_{\text{ц}}}.$$

Если постоянные потери  $\Delta p_c = const$ , то

$$\Delta p_c + I_e^2 \cdot R = \frac{\sum_i \Delta p_c t_i}{t_{\text{ц}}} + R \frac{\sum_i I_i^2 t_i}{t_{\text{ц}}}.$$

Таким образом:

$$I_e = \sqrt{\frac{\sum_i I_i^2 \cdot t_i}{t_{\text{ц}}}}, \quad (4.14)$$

или при учете зависимости  $i(t)$  в переходных процессах:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{t_{\text{ц}}} \cdot \int_0^{t_{\text{ц}}} i^2(t) dt}.$$

ЭД выбран правильно если  $I_e \leq I_H$ .

**Метод эквивалентного момента.** При постоянном магнитном потоке ( $\Phi=const$ ) момент ЭД пропорционален потоку:  $M=cI$ . И при сохранении ограничения для предыдущего метода ограничения ( $\Delta p_c = const$ ), на основании (4.14) можно записать:

$$M_e = \sqrt{\frac{\sum_i M^2_i \cdot t_i}{t_{\text{ц}}}}. \quad (4.15)$$

Когда  $M_e : M_h$ , то ЭД выбран правильно.

**Метод эквивалентной мощности.** Если ЭД обладает жесткой механической характеристикой и допустимо считать скорость неизменной  $\alpha = const$ , то при сохранении условий для предыдущих методов мощность пропорциональна моменту, а эквивалентная за цикл определяется как:

$$P_e = \sqrt{\frac{\sum_i P^2_i \cdot t_i}{t_{\text{ц}}}}. \quad (4.16)$$

Для правильного выбора необходимо выполнение условия  $P_e \leq P_h$ . У АД ток статора не пропорционален току ротора, поэтому использование данного метода требует учета изменения  $\cos\varphi$  и  $\tau$ .

#### 4.8. Учет ухудшения условий охлаждения

При работе ЭД с переменной скоростью ухудшаются условия охлаждения, уменьшается теплоотдача, а постоянная времени нагрева увеличивается. В результате увеличивается среднее значение превышения температуры  $\tau_{cp}$  за цикл. В соответствии с линейной моделью в установившемся тепловом режиме:

$$\sum_i \Delta p_i t_i = \left( \sum_i A t_i \right) \tau'_{cp},$$

где  $\tau'_{cp}$  - среднее превышение температуры за цикл с учетом ухудшения условий охлаждения. Т.о. количество тепла выделяемого в ЭД равно количеству тепла, отдаваемому в окружающую среду.

В соответствии с определением:  $A_i = \beta_i \cdot A$ , можно представить что:

$$\tau'_{\text{cp}} = \frac{\sum_i \Delta p_i \cdot t_i}{\sum_i \beta_i \cdot t_i}.$$

И для правильного выбора необходимо  $\tau'_{\text{cp}} \leq \tau_{\text{доп}}$ .

Теперь, учитывая ухудшение условий охлаждения, длительность цикла рассчитывается:

$$t_{\text{ц}} = \sum_i \beta_i \cdot t_i, \quad (4.17)$$

где в общем случае

$$\beta_i = \beta_0 + (1 - \beta_0) \cdot \frac{\alpha_i}{\omega_H}. \quad (4.18)$$

При пуске до скорости  $\alpha_i$  и торможении с нее  $\beta_{Pi} = \beta_{Ti} = (\beta_i + \beta_0)/2$ .

Таким образом, если в цикле работы имеются участки со скоростью отличной от номинальной, то для (4.14)-(4.16) знаменатель определяется по (4.17).

#### **4.9. Выбор электродвигателя для продолжительного режима**

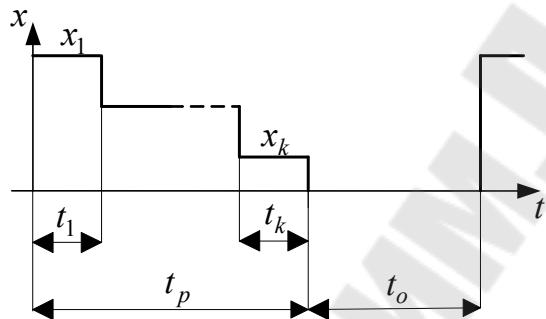
К продолжительным относят режимы, для которых время работы  $t_p > 3T_n$  и при меньших значениях  $t_p$ , но с  $t_{\text{ц}} > 10$  мин, или с ПВ > 60%. На практике может возникнуть и такая ситуация, когда имеются номинальные данные ЭД только для режима S1. Во всех указанных случаях реальные режимы приводятся к продолжительному.

Если в процессе работы нагрузка ЭД не изменяется (компрессоры, насосы, вентиляторы без регулирования производительности) то мощность ЭД определяется мощностью, требуемой исполнительному механизму:  $P_H \geq P_C$ , или  $M_H \geq M_C$  при рабочей скорости отличной от номинального значения.

При переменной нагрузке ЭД обязательно проверяется по перегрузочной способности. А по нагреву выбирается и проверяется рассмотренными методами с учетом накладываемых на них ограничений. При выборе типоразмера определяются и с конструктивным исполнением. Поэтому проверку проводят с учетом ухудшения условий охлаждения по (4.17).

#### 4.10. Выбор электродвигателя для кратковременного режима

Когда нагрузка переменная, то обязательна проверка ЭД по перегрузочной способности. При непрямоугольной нагрузочной диаграмме её разбивают на участки с усреднением переменной. Затем многоучастковую диаграмму приводят к одноучастковой, определяя эквивалентную величину за время работы (если рассматривается диаграмма уже для выбранного ЭД, то при приведении обязательно учитывается ухудшение охлаждения). Например, получена диаграмма  $x(t)$  в виде:



$x$  -переменная, используемая в диаграмме  $(i, M, P)$ ,  $k$ -число рабочих участков.

Тогда эквивалентная величина для данного режима за время работы:

$$X_{\text{э.р}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot t_i}{\sum_{i=1}^k \beta_i \cdot t_i}}$$

Знаменатель представляет время работы с учетом ухудшения условий охлаждения:  $t'_{\text{p}} = \sum_{i=1}^k \beta_i \cdot t_i$ .

Когда для реального режима выбирается ЭД с номинальным режимом S1, то его можно перегрузить, но за время работы его температура не должна превысить допустимое значение. В соответствии с решением уравнения теплового баланса

$$\tau_{\text{доп}} \geq \tau_{\text{уст}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t'_{\text{p}}}{T_{\text{H}}}}\right),$$

и так как  $\tau_{\text{доп}} = \frac{\Delta p_{\text{H}}}{A}$  а  $\tau_{\text{уст}} = \frac{\Delta p_{\text{э.р}}}{A}$ , то ЭД выбирают и проверяют по условию:

$$\Delta p_{\text{э.п.}} \leq \frac{\Delta p_H}{\left(1 - e^{-\frac{t'_p}{T_H}}\right)},$$

где  $\Delta p_{\text{э.п.}}$  - средние потери мощности, рассчитанные за время работы для реальной нагрузки валу ЭД.

Если для ЭД с режимом S2 время работы  $t_p \ll T_H$  и нормированное значение  $t_{\text{рн}} \ll T_H$ , то в первом приближении можно считать, что температура изменяется линейно и не превысит допустимое значение при

$$\Delta p_{\text{э.п.}} \frac{t'_p}{T_H} \leq \Delta p_H \cdot \frac{t_{\text{рн}}}{T_H} \text{ или } \Delta p_{\text{э.п.}} \leq \Delta p_H \cdot \frac{t_{\text{рн}}}{t_p}.$$

Для методов эквивалентных величин

$$X_{\text{э.п.}} \leq X_H \cdot \sqrt{\frac{t_{\text{рн}}}{t'_p}}.$$

Когда время работы соизмеримо с постоянной времени нагрева, то пренебрегать экспоненциальной зависимостью нельзя и условия правильного выбора записутся:

$$\Delta p_{\text{э.п.}} \leq \frac{\Delta p_H \cdot (1 - e^{-\frac{t_{\text{рн}}}{T_H}})}{(1 - e^{-\frac{t'_p}{T_H}})}, \quad X_{\text{э.п.}} \leq X_H \cdot \sqrt{\frac{(1 - e^{-\frac{t_{\text{рн}}}{T_H}})}{(1 - e^{-\frac{t'_p}{T_H}})}}.$$

#### 4.11. Выбор электродвигателя для повторно-кратковременного режима

Выбор и проверка ЭД с номинальным режимом S1 проводится, как и для продолжительного режима с переменной нагрузкой.

Для ЭД с номинальным режимом S3, как и в кратковременном режиме, диаграмма приводится к одноучастковой. Средние потери и эквивалентная величина не должны вызывать недопустимый нагрев. Принимая, что при  $t_u < 10$  мин время работы много меньше постоянной времени нагрева, условие правильного выбора может быть записано:

$$\Delta p_{\text{э.п}} \leq \frac{\Delta p_{\text{H}} \cdot \text{ПВ}_{\text{H}}}{\text{ПВ}}, \text{ или } X_{\text{э.п}} \leq X_{\text{H}} \cdot \sqrt{\frac{\text{ПВ}_{\text{H}}}{\text{ПВ}}},$$

где  $\text{ПВ}_{\text{H}}$ -нормированное значение продолжительности включения,  $\text{ПВ} = \frac{t_p}{t'_p + t_0} \cdot 100\%$  - действительное значение для рассматриваемого режима.

## **5. Разомкнутая электромеханическая система**

### **5.1. Уравнения и структурные схемы**

Электромеханическая система (ЭМС), включающая электромеханический преобразователь и механическую часть, применяется в виде разомкнутого ЭП или объекта регулирования в АЭП.

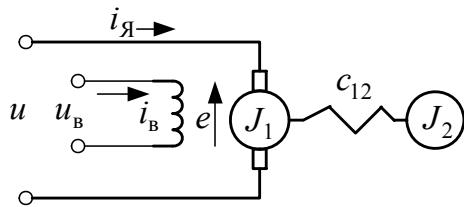
Математическое описание ЭМС включает уравнение движения ЭП и уравнение механической характеристики электромеханического преобразователя. Если в качестве базовой принять двухмассовую механическую часть, то уравнение движения:

$$\left. \begin{array}{l} M - M_{12} - M_{C1} = J_1 p \alpha_1 \\ M_{12} - M_{C2} = J_2 p \omega_2 \\ p M_{12} = c_{12} (\omega_1 - \omega_2) \end{array} \right\}$$

где:  $M_{12} = c_{12} (\phi_1 - \phi_2)$  - момент упругого взаимодействия, определяемый жесткостью связи между 1-й и 2-й массами.

Рассмотрим представление системы с различными типами электродвигателей.

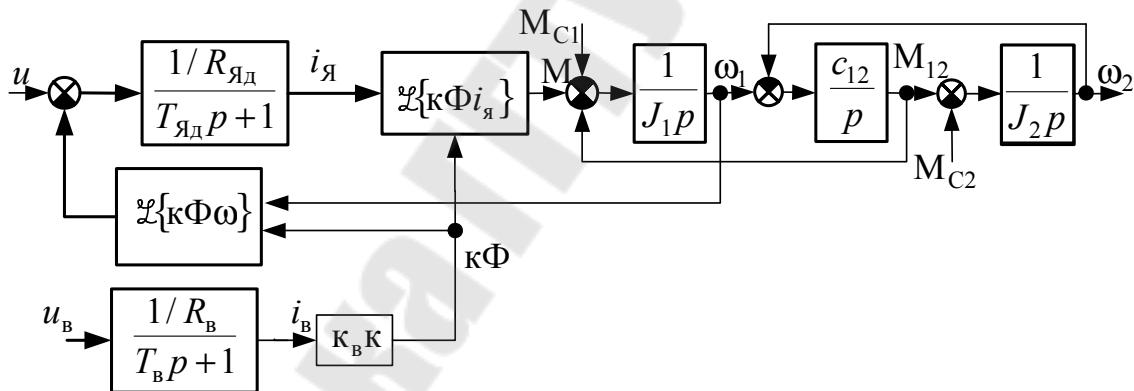
ЭМС с ДПТ НВ. Упрощенная схема:



$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \frac{K_B / R_B}{T_B p + 1} u_B \\ i_{\text{я}} &= \frac{1 / R_{\text{яд}}}{T_{\text{яд}} p + 1} (u - e) \\ M - M_{12} - M_{C1} &= J_1 p \omega_1 \\ M_{12} - M_{C2} &= J_2 p \omega_2 \\ p M_{12} &= c_{12} (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

где:  $K_B = \Delta\Phi/\Delta I_B = \text{var- коэффициент, определяемый по кривой намагничивания; } e = \mathcal{L}\{\kappa\Phi\alpha\}; M = \mathcal{L}\{\kappa\Phi i_{\text{я}}\}; \mathcal{L}\{\cdot\}-\text{изображение по Лапласу произведения переменных.}$

Полная структурная схема ЭМС:



При  $\Phi=\text{var}$  система (5.1) нелинейна и при анализе динамики необходимо использовать ВТ или линеаризовать в окрестностях рабочей точки.

При  $\Phi=const$  первое уравнение исключается и (5.1) становится линейной, а произведение  $\kappa\Phi$  выступает как постоянный коэффициент.

Для ЭМС с АД часто представляют механическую характеристику в координатной системе  $XY$ . При этом математическое описание в дифференциальной форме:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= R_1 \bar{i}_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_{0\text{эл}} \bar{\Psi}_1 \\ 0 &= R'_2 \bar{i}'_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_{0\text{эл}} - \omega_{1\text{эл}}) \bar{\Psi}_2 \\ p_d L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}'_2^*) - M_{C1} - M_{12} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt} \\ M_{12} - M_{C2} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \\ \frac{dM_{12}}{dt} &= c_{12} (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

где потокосцепления обмоток  $\bar{\Psi}_1 = L_1 \bar{i}_1 + L_{12} \bar{i}'_2$ ;  $\bar{\Psi}_2 = L_{12} \bar{i}_1 + L'_2 \bar{i}'_2$ .

Из-за наличия произведения переменных (5.2) также нелинейна, но может использоваться для анализа динамики в “большом”. Если рассматриваются процессы на рабочем участке механической характеристики, то достаточно использовать ее линеаризованное представление:  $M(T_3 p + 1) = \beta(\alpha_0 - \alpha_1)$ .

ЭМС с СД при представлении уравнений механической характеристики в координатной системе  $dq$ , связанной с явнополюсным ротором, имеющим обмотку возбуждения, описывается следующими уравнениями

$$\left. \begin{aligned} u_{1d} &= R_1 i_{1d} + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} - \omega_{1\text{эл}} \Psi_{1q} \\ u_{1q} &= R_1 i_{1q} + \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + \omega_{1\text{эл}} \Psi_{1d} \\ u_e &= R_e i_e + \frac{d\Psi_{2d}}{dt} \\ p_d (\Psi_{1d} i_{1q} - \Psi_{1q} i_{1d}) + \beta(\omega_0 - \omega_1) - & \\ - M_{12} - M_{C1} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt} \\ M_{12} - M_{C2} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \\ \frac{dM_{12}}{dt} &= c_{12} (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned} \right\}$$

Потокосцепление обмоток:  $\Psi_{1d} = L_{1d} i_{1d} - L_{12d} i_e$ ;  $\Psi_{1q} = L_{1q} i_{1q}$ ;  $\Psi_e = L_e i_e + L_{12d} i_{1d}$ .  $\beta(\alpha_0 - \alpha_1)$  - асинхронная составляющая момента, обусловленная действием пусковой или демпферной обмотки.

Вычислительная техника позволяет при анализе динамики использовать и более сложные описания. Например, необходимо учесть реальные формы токов и напряжений при питании АД от вентильного преобразователя. В этом случае используют модель ЭМС в фазных координатах АВС.

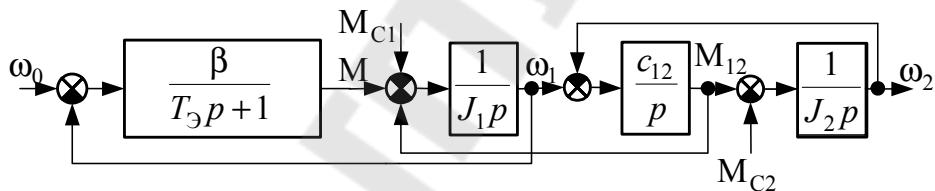
## 5.2. Обобщенная электромеханическая система с линеаризованной характеристикой

Для ДПТ НВ и АД при линеаризации механических характеристик на рабочих участках они описываются однотипным выражением  $M(T_{\mathcal{E}} p + 1) = \beta(\alpha_0 - \alpha_1)$ . Отличие заключается в определении  $T_{\mathcal{E}}$  и  $\beta$ .

Теперь математическое описание ЭМС с линейной или линеаризованной характеристикой

$$\left. \begin{array}{l} M(T_{\mathcal{E}} p + 1) = \beta(\alpha_0 - \alpha_1) \\ M - M_{12} - M_{C1} = J_1 p \omega_1 \\ M_{12} - M_{C2} = J_2 p \omega_2 \\ p M_{12} = c_{12} (\omega_1 - \omega_2) \end{array} \right\} \quad (5.3)$$

Структурная схема ЭМС:



(5.3) наиболее полно отвечает ДПТ НВ с компенсационной обмоткой. Для АД она может использоваться только на рабочем участке механической характеристики. Для ДПТ ПВ (5.3) можно применять при анализе свойств в окрестностях рабочей точки статического равновесия и с увеличением насыщения область соответствия объекту расширяется. Для СД первое уравнение в (5.3) должно записываться с учетом суммы 2-х составляющих момента. При линейной аппроксимации угловой характеристики в виде

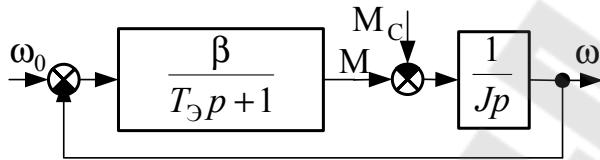
$$M = c_{\mathcal{E}M} \theta.$$

Уравнение механической характеристики:

$$M = \left( \frac{c_{\mathcal{E}M}}{p} + \beta \right) \cdot (\omega_0 - \omega_1).$$

В большинстве практических случаев влияние упругих колебаний на движение первой массы незначительно, т.е. для двигателя можно считать  $c_{12} = \infty$ , а механическую часть представить одномассовой схемой. При этом описание и структурная схема:

$$\left. \begin{aligned} M(T_{\mathcal{E}}p + 1) &= \beta(\alpha_0 - \alpha) \\ M - M_C &= Jp\omega \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$



(5.4) позволяет проводить анализ динамики большинства разомкнутых ЭП.

### 5.3. Динамические свойства электромеханической системы с линеаризованной характеристикой

На основании (5.4) передаточные функции для ЭМС:

- по управляемому воздействию

$$W(p) = \frac{\alpha(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_M T_{\mathcal{E}} p^2 + T_M p + 1}; \quad (5.5)$$

- по возмущению

$$W'(p) = \frac{\alpha(p)}{M_C(p)} = -\frac{T_{\mathcal{E}}p + 1}{\beta} \cdot \frac{1}{T_M T_{\mathcal{E}} p^2 + T_M p + 1}, \quad (5.6)$$

где:  $T_M = J / \beta$  - электромеханическая постоянная времени.

Характеристическое уравнение  $T_M T_{\mathcal{E}} p^2 + T_M p + 1 = 0$  имеет корни

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{\mathcal{E}}} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_{\mathcal{E}}^2} - \frac{1}{T_M T_{\mathcal{E}}}} = \frac{1}{T_M} \left( -\frac{m}{2} \pm \sqrt{\frac{m^2}{4} - m} \right),$$

где  $m = T_M / T_{\mathcal{E}}$  - коэффициент соотношения постоянных времени.

Рассмотрим влияние  $m$  на динамические свойства.

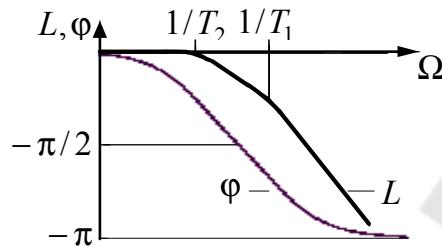
1.  $m \geq 4$  ( $T_M \geq 4T_{\mathcal{E}}$ ). Корни  $p_1 = -\alpha_1$ ,  $p_2 = -\alpha_2$ . (5.5)  
преобразовывается к виду

$$W(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

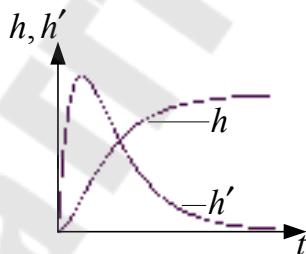
где:  $T_1 = 1/\alpha_1$ ,  $T_2 = 1/\alpha_2$ .

Таким образом, при  $T_M > 4T_\Theta$  ЭМС можно представить двумя последовательно соединенными апериодическими звеньями.

Логарифмические частотные характеристики:



Переходная характеристика  $h(t)$  для ЭМС соответствует изменению скорости при ступенчатом воздействии управления  $\alpha_0(t)$ , т.е. для ДПТ это подача напряжения  $U$  на якорь, а для АД – изменение частоты тока статора  $f_1$ . Весовая характеристика  $h'(t)$  по уравнению движения при  $M_C=0$ :  $d\alpha/dt = M/J$  характеризует изменение момента  $M(t)$ . Вид характеристик:



С увеличением  $U$  или  $f_1$  в скачке максимумы весовой характеристики и момента возрастают, что требует ограничения задания.

2.  $m=4$  ( $T_M = 4T_\Theta$ ). Корни характеристического уравнения:

$p_{1,2} = -\alpha = -\frac{1}{2T_\Theta}$ . При этом (5.5) запишется в виде

$$W(p) = \frac{1}{(2T_\Theta p + 1)^2},$$

и ЭМС обладает свойствами аналогичными, как и в предыдущем случае.

3.  $m<4$  ( $T_M < 4T_\Theta$ ). Корни характеристического уравнения:

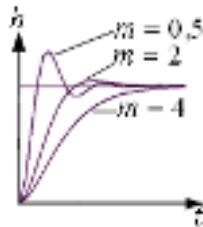
$p_{1,2} = -\alpha \pm j\Omega_p$ . При этом передаточную функцию (5.5) можно представить

$$W(p) = \frac{1}{T_M T_\Theta p^2 + T_M p + 1} = \frac{1}{T_1^2 p^2 + 2\xi T_1 p + 1},$$

где  $T_1 = \sqrt{T_M T_\Theta}$ ;  $\xi = \frac{T_M}{2T_1} = \frac{\sqrt{m}}{2} < 1$  - коэффициент затухания.

С уменьшением  $m$  увеличивается колебательность и при  $m < 2$  ( $\xi < 0,71$ ) в частотной характеристике появляется резонансный пик.

Вид переходных характеристик при различных значениях  $m$ :



При сравнении передаточных функций по управляемому воздействию (5.5) и по возмущению (5.6) можно отметить, что электромагнитная инерционность ( $T_\Theta$ ) при скачке МС вызовет более значительную амплитуду колебаний скорости в области резонанса из-за форсирующего звена.

Анализируя вышеприведенное можно отметить:

1. Для разомкнутых ЭП с  $m > 4$  при анализе динамики можно не учитывать электромагнитную инерционность, т.е. принять  $T_\Theta = 0$ .

2. Для основной массы промышленных ЭП  $m \geq 0,5$ . В этой границе, даже если ЭМС колебательное звено, то резонансное усиление невелико ( $\xi \geq 0,4$ ), и в упрощенных расчетах колебательное звено заменяют двумя апериодическими

$$W(p) = \frac{1}{(\sqrt{T_M T_\Theta} p + 1)^2}.$$

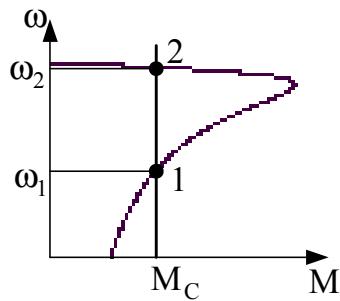
При этом погрешность в сторону уменьшения амплитуды колебаний не более 3дБ.

#### **5.4. Устойчивость статического режима**

В статическом режиме уравнение движения записывается

$$M = M_C.$$

Рассмотрим возможные статические режимы ЭП с АД. В качестве нагрузки возьмем сухое трение  $M_C = \text{const}$  (станки, подъемно-транспортные машины). Характеристики:



При таком расположении характеристик условие статического режима выполняется в только в одной точке.

В точке 1 незначительное отклонение скорости от значения  $\omega_1$  приводит к росту отклонения: при уменьшении  $\omega$  возникает динамический момент  $M_D = M - M_C < 0$ , что вызывает торможение. При увеличении скорости  $M_D > 0$  приводит к ускорению.

В точке 2 отклонение скорости от значения  $\omega_2$  вызывает динамический момент, направленный на уменьшения отклонения, что и соответствует статическому режиму.

Таким образом, при  $M_C = \text{const}$  условие статической устойчивости:

$$\beta = \frac{\Delta M}{\Delta \alpha} < 0.$$

В общем случае  $M_C = f(\alpha)$  и тогда условие статического режима:

$$\beta - \beta_{\text{МЕХ}} < 0.$$

Представленный анализ не учитывает электромагнитную инерционность. В целом, проверку на статическую устойчивость необходимо проводить с учетом динамической устойчивости в рабочей точке (например, по корням характеристического уравнения или частотными методами).

## 6. Электромеханические переходные процессы

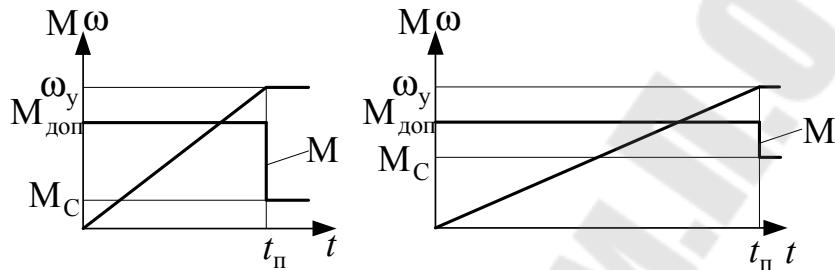
### 6.1. Виды процессов и методы их анализа

В электромеханической системе электромагнитный момент ЭД зависит от механической координаты – скорости ротора из-за электромеханической связи (внутренней обратной связи по скорости в ЭМП). В результате, изменение какой-либо переменной в любой части ЭП приводит к изменению всех его координат. Таким образом, необходимо взаимосвязано рассматривать все процессы в ЭП.

Одной из задач ЭП является обеспечение требуемого закона движения рабочего органа в статических и динамических режимах.

Переход из одного установившегося состояния в другое может происходить по разным траекториям изменения переменных, т.е. процессы могут отличаться количеством потребляемой энергии и ее потерями, длительностью и т.д. При синтезе ЭП необходимо выбрать наиболее оптимальную траекторию. С этой точки зрения в промышленных установках чаще всего используются следующие виды процессов:

1. Оптимальный по быстродействию с ограничение момента. Применяется для механизмов подач металлорежущих станков. Временные диаграммы момента и скорости при пуске:

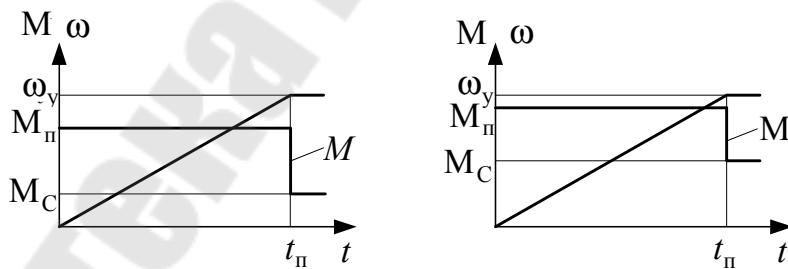


Длительность процесса определяется значениями допустимого момента ЭД  $M_{\text{доп}}$  и нагрузкой  $M_C$ .

2. Оптимальный по быстродействию с ограничением ускорения. Используется в главных приводах средних и тяжелых станков, в подъемно-транспортных машинах. Из уравнения движения:

$$\left( \frac{d\alpha}{dt} \right)_{\text{доп}} = \frac{M_{\text{п}} - M_C}{J} = \text{const}, \text{ и } M_{\text{п}} = f(M_C, J).$$

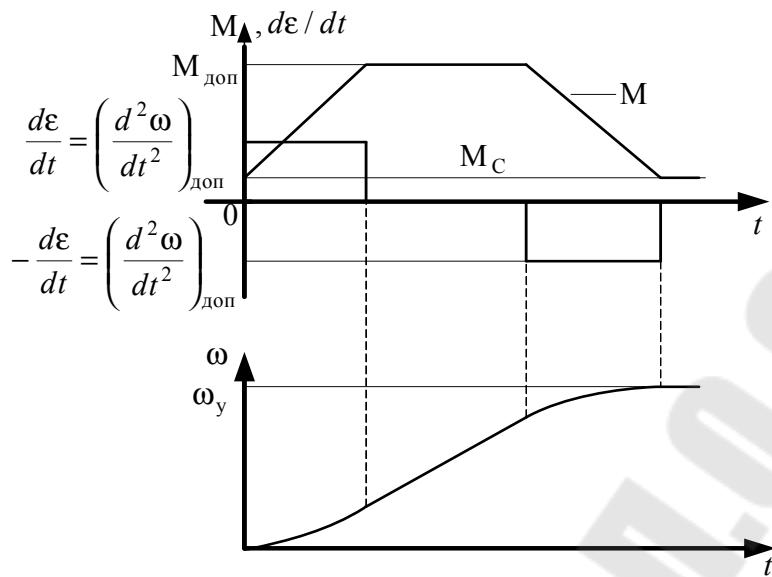
Временные диаграммы:



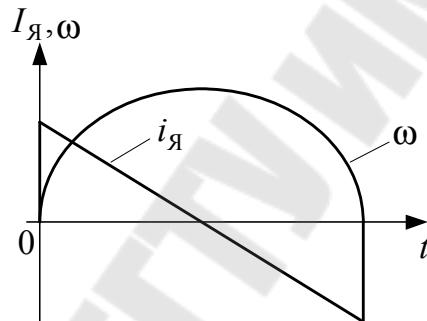
3. Оптимальный по быстродействию с ограничение момента или ускорения и рывка. Требуется такая диаграмма для скоростных лифтов, для механизмов с упругими связями с целью уменьшения динамической нагрузки. По уравнению движения:

$$\frac{d}{dt} \left( J \frac{d\alpha}{dt} \right)_{\text{доп}} = \frac{d}{dt} (M_{\text{доп}} - M_C).$$

Диаграммы для процесса пуска при  $M_C = \text{const}$ :



4. Оптимальный по быстродействию и минимуму потерь энергии.  
Для ДПТ НВ при  $\Phi=const$  диаграммы:



Данный режим желателен для ЭП с частыми пусками и торможениями, т.е. когда производительность ограничивается потерями энергии в переходных процессах.

Электромеханические системы в общем случае являются нелинейными, что может быть вызвано нелинейностью характеристик или произведением переменных. Вычислительная техника позволяет анализировать процессы с учетом всех особенностей, но на практике иногда требуются аналитические и графоаналитические методы. Для решения нелинейных уравнений используют следующие методы:

1. Кусочно-линейной аппроксимации.
2. Фазовой плоскости.
3. Гармонической линеаризации.
4. Конечных приращений.
5. Разложение в ряд Тейлора.

Методы 2 и 4 применяются для существенно нелинейных систем: 2-й – графоаналитический, а 4-й – численный. 3-й удобен для анализа колебательных процессов. 1-й применяется, когда нелинейные характеристики можно аппроксимировать небольшим числом отрезков

прямых. 5-й применяется при наличии произведения переменных и допускает анализ динамики только в малом. После линеаризации системы для аналитического решения применяют классический или операторный методы.

## 6.2. Переходные процессы при линейной механической характеристике ЭП

Для анализа используем одномассовую схему механической части. Исходная система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T_{\mathcal{E}} \frac{dM}{dt} + M &= \beta(\omega_0 - \omega) \\ M - M_C &= J \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

Рассмотрим процессы при ступенчатом управляющем воздействии или возмущении:

$$\omega_0(+0) = \text{const}; \quad M_C(+0) = \text{const}.$$

Из 2-ого уравнения выразим  $M$  и подставим в 1-ое:

$$\begin{aligned} M &= J \frac{d\alpha}{dt} + M_C, \\ JT_{\mathcal{E}} \frac{d^2\omega}{dt^2} + J \frac{d\omega}{dt} + M_C &= \beta\omega_0 - \beta\omega. \end{aligned}$$

Разделив на  $\beta$ , получим дифференциальное уравнение для скорости:

$$T_M T_{\mathcal{E}} \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_M \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_y, \quad (6.2)$$

где  $T_M = \frac{J}{\beta}$  - электромеханическая постоянная времени;  $\omega_y = \omega_0 - \frac{M_C}{\beta}$  -

установившееся значение скорости.

Из 1-ого уравнения (6.1) выделяем  $\omega$

$$\omega = \omega_0 - \frac{T_{\mathcal{E}}}{\beta} \frac{dM}{dt} - \frac{M}{\beta}$$

и подставляем во второе. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение для электромагнитного момента ЭД:

$$T_M T_\Theta \frac{d^2 M}{dt^2} + \frac{dM}{dt} + M = M_C. \quad (6.3)$$

Аналитически решение для (6.2) и (6.3) ищутся в виде суммы частных решений, определяемых правой частью и свободных решений однородных уравнений, т.е. левой частью. Для определения вида свободного решения используется характеристическое уравнение системы  $T_M T_\Theta p^2 + T_M p + 1 = 0$ . Влияние соотношения постоянных времени на динамические свойства проанализировано в главе 5. Получим аналитические решения при разных соотношениях.

**A.  $m < 4$ .** Корни характеристического уравнения:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\Omega_p.$$

Полное решение для (6.2) представляется в виде:

$$\omega(t) = \omega_y + (A \cos \Omega_p t + B \sin \Omega_p t) e^{-\alpha t}. \quad (6.4)$$

С целью получения второго уравнения для нахождения коэффициентов  $A$  и  $B$  продифференцируем (6.4):

$$\omega'(t) = -\alpha(A \cos \Omega_p t + B \sin \Omega_p t) e^{-\alpha t} + \Omega_p(-A \sin \Omega_p t + B \cos \Omega_p t) e^{-\alpha t}. \quad (6.4a)$$

Начальные условия:  $\alpha(0) = \alpha_{\text{нач}}$ ,  $M(0) = M_{\text{нач}}$ . Начальные значения производных определяются по уравнениям (6.1)

$$\frac{dM}{dt}(0) = \frac{\beta \Delta \alpha_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_\Theta}, \quad \frac{d\alpha}{dt}(0) = \frac{M_{\text{нач}} - M_C}{J}, \quad \Delta \omega_{\text{нач}} = \omega_0(0) - \omega(0).$$

Теперь (6.4) и (6.4а) записываются при  $t=0$ :

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\text{нач}} &= \omega_y + A \\ \frac{M_{\text{нач}} - M_C}{J} &= -\alpha A + \Omega_p B \end{aligned} \right\}$$

Откуда

$$A = (\omega_{\text{нач}} - \omega_y), \quad \text{а} \quad B = \frac{(M_{\text{нач}} - M_C) + \alpha J(\alpha_{\text{нач}} - \alpha_y)}{\Omega_p J}.$$

Теперь аналитическое решение для скорости запишется:

$$\omega(t) = \omega_y + \left[ (\omega_{\text{нач}} - \omega_y) \cos \Omega_p t + \frac{(M_{\text{нач}} - M_C) + \alpha J(\omega_{\text{нач}} - \omega_y)}{\Omega_p J} \sin \Omega_p t \right] e^{-\alpha t}. \quad (6.5)$$

Для (6.3) решение имеет вид

$$M(t) = M_C + (C \cdot \cos \Omega_p t + D \sin \Omega_p t) e^{-\alpha t},$$

а производная:

$$M'(t) = [-\alpha(C \cdot \cos \Omega_p t + D \sin \Omega_p t) + \Omega_p(-C \sin \Omega_p t + D \cos \Omega_p t)] e^{-\alpha t}.$$

При  $t = 0$  записываем:

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{нач}} &= M_C + C \\ \frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_\Theta} &= -\alpha C + \Omega_p D \end{aligned} \right\}$$

$$\text{и } C = M_{\text{нач}} - M_C, \quad D = \frac{(\beta \Delta \alpha_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}) + \alpha T_\Theta (M_{\text{нач}} - M_C)}{\Omega_p T_\Theta}.$$

Аналитическое решение для момента принимает вид:

$$M(t) = M_C + \left[ \begin{aligned} &(M_{\text{нач}} - M_C) \cos \Omega_p t + \\ &+ \frac{(\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}) + \alpha T_\Theta (M_{\text{нач}} - M_C)}{\Omega_p T_\Theta} \sin \Omega_p t \end{aligned} \right] e^{-\alpha t}. \quad (6.6)$$

**В.**  $m > 4$ . Корни характеристического уравнения:

$$p_1 = -\alpha_1, \quad p_2 = -\alpha_2.$$

При этом полное решение для (6.2)

$$\omega(t) = \omega_y + A_1 e^{-\alpha_1 t} + B_1 e^{-\alpha_2 t}$$

и производная

$$\omega'(t) = -\alpha_1 A_1 e^{-\alpha_1 t} - \alpha_2 B_1 e^{-\alpha_2 t}.$$

Аналогично, как в предыдущем случае, и при тех же начальных условиях получаем коэффициенты:

$$A_1 = (\omega_{\text{нач}} - \omega_y) - \frac{(M_{\text{нач}} - M_C) + \alpha_1 J(\alpha_{\text{нач}} - \alpha_y)}{J(\alpha_1 - \alpha_2)},$$

$$B_1 = \frac{(M_{\text{нач}} - M_C) + \alpha_1 J(\alpha_{\text{нач}} - \alpha_y)}{J(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

И окончательно:

$$\omega(t) = \omega_y + (\omega_{\text{нач}} - \omega_y)e^{-\alpha_1 t} - \\ - \left[ \frac{(\mathbf{M}_{\text{нач}} - \mathbf{M}_C) + \alpha_1 J(\omega_{\text{нач}} - \omega_y)}{J(\alpha_1 - \alpha_2)} \right] (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}). \quad (6.7)$$

Представляя полное решение (6.3) в виде:

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}_C + C_1 e^{-\alpha_1 t} + D_1 e^{-\alpha_2 t},$$

И как в предыдущих случаях, определяя коэффициенты  $C_1$  и  $D_1$ , окончательно получаем:

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}_C + (\mathbf{M}_{\text{нач}} - \mathbf{M}_C)e^{-\alpha_1 t} - \\ - \left[ \frac{(\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}) + \alpha_1 T_{\Theta}(\mathbf{M}_{\text{нач}} - \mathbf{M}_C)}{T_{\Theta}(\alpha_1 - \alpha_2)} \right] (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}). \quad (6.8)$$

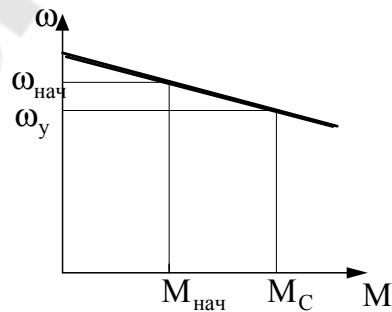
При необходимости, аналогично, можно найти аналитические решения для соотношения  $m=4$ .

(6.5) – (6.8) позволяют производить анализ переходных процессов в конкретных условиях.

В случае замкнутой системы вместо (6.1) записывается ее полное описание, из которого получают соответствующее характеристическое уравнение. С помощью исходной системы уравнений, начальных условий и по статистическим характеристикам замкнутой системы определяют коэффициенты и установившиеся значения (т.е. вынужденные решения). Рассмотрим отдельные примеры.

### 6.3. Наброс нагрузки

Возьмем случай, когда  $m < 4$ . Начальные и установившиеся значения получим на основании статических характеристик:



До наброса нагрузки двигатель работал с моментом  $M_{\text{нач}} = M_{\text{Снач}}$  при  $\omega_{\text{нач}}$ . При  $t=0$  нагрузка скачком изменилась до значения  $M_C$ . Упростим

теперь (6.5) вынеся за скобки  $(\alpha_{\text{нач}} - \alpha_y)$  и учитывая, что  $T_M = \frac{J}{\beta}$  и

$\frac{M_{\text{нач}} - M_C}{\omega_{\text{нач}} - \omega_y} = -\beta$ , получаем коэффициент при синусоидальной

составляющей:

$$\frac{M_{\text{нач}} - M_C}{\Omega_p J(\omega_{\text{нач}} - \omega_y)} + \frac{\alpha}{\Omega_p} = -\frac{1}{\Omega_p T_M} + \frac{\alpha}{\Omega_p} = -\frac{1 - \alpha T_M}{\Omega_p T_M}.$$

В результате:

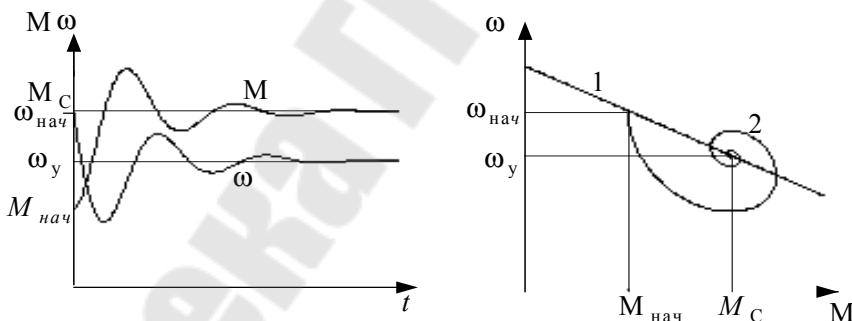
$$\omega(t) = \omega_y + (\omega_{\text{нач}} - \omega_y) \left[ \cos \Omega_p t - \frac{1 - \alpha T_M}{\Omega_p T_M} \sin \Omega_p t \right] e^{-\alpha t}.$$

(6.6) упростим, вынося за скобки  $(M_{\text{нач}} - M_C)$  и учитывая, что:

$\beta \Delta \alpha_{\text{нач}} = \beta(\alpha_0 - \alpha_{\text{нач}}) = M_{\text{нач}}$ , получим:

$$M(t) = M_C + (M_{\text{нач}} - M_C) \left[ \cos \Omega_p t + \frac{\alpha}{\Omega_p} \sin \Omega_p t \right] e^{-\alpha t}.$$

Временные диаграммы  $\omega(t)$ ,  $M(t)$  переходного процесса и статическая(1) и динамическая (фазовая траектория-2) механические характеристики:



При набросе нагрузки начинает уменьшаться скорость с инерционностью определяемой отдачей кинетической энергии, которая учитывается с помощью электромеханической постоянной времени. С уменьшением скорости ротора начинает уменьшаться ЭДС и с запаздыванием, определяемым электромагнитной инерционностью возрастают ток и момент. При увеличении жесткости механической характеристики уменьшается электромеханическая постоянная времени и увеличивается коэффициент при синусоидальной составляющей в (6.5). В результате скорость изменяется более интенсивно и амплитуда колебаний увеличивается.

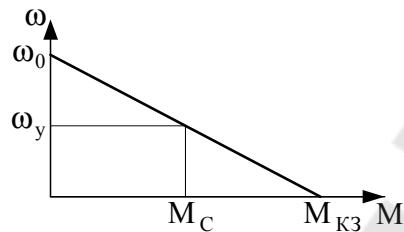
## 6.4. Скачок задания

Здесь можно рассмотреть 2 случая:

**A.** При питании от управляемого преобразователя в разомкнутом ЭП с ограничением задания из расчета не превышения током и моментом допустимых значений и с  $T_{\Theta} \neq 0$ .

**B.** Прямое включение в сеть с введением пускового сопротивления (реостатный пуск). При этом  $m > 4$  и можно принять  $T_{\Theta} = 0$ .

**Прямой пуск при  $T_{\Theta} \neq 0$ .** Механическая характеристика:



Если пуск производится при реактивном моменте  $M_C \neq 0$  с начальными значениями  $\omega=0$  и  $M=0$ , то тех пор пока  $M \leq M_C$  ротор остается неподвижным и протекает только электромагнитный процесс. С момента, когда  $M > M_C$  ротор начинает разворачиваться и начинается электромеханический процесс, т.е. пуск протекает в два этапа:

1 Этап:  $M \leq M_C$ . (6.1) записывается следующим образом:

$$T_{\Theta} \frac{dM}{dt} + M = \beta \omega_0 = M_{K3}.$$

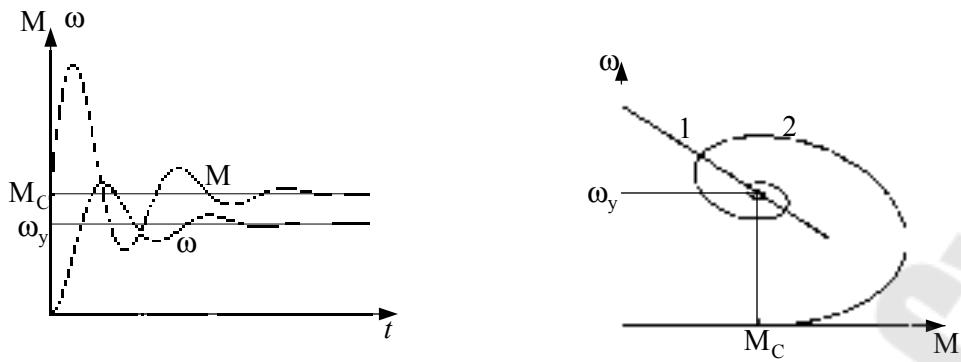
Решение уравнения  $M = M_{K3}(1 - e^{-t/T_{\Theta}})$ , а длительность электромагнитного процесса  $t_1 = T_{\Theta} \ln\left(\frac{M_{K3}}{M_{K3} - M_C}\right)$ .

2 Этап. Начало электромеханического процесса ( $t=0$ ) переносим в момент времени  $t_1$ . Начальные условия:  $\alpha_{\text{нач}} = 0$ ,  $M_{\text{нач}} = M_C$ .

Запишем теперь (6.5) и (6.6) для данного случая с учетом, что  $\beta \Delta \alpha_{\text{нач}} = \alpha_0 - \alpha_{\text{нач}} = M_{K3}$ :

$$\begin{cases} \omega(t) = \omega_y - \omega_y e^{-\alpha t} \left( \cos \Omega_p t + \frac{\alpha}{\Omega_p} \sin \Omega_p t \right) \\ M(t) = M_C + \frac{M_{K3} - M_C}{\Omega_p T_{\Theta}} \cdot \sin \Omega_p t \cdot e^{-\alpha t} \end{cases}$$

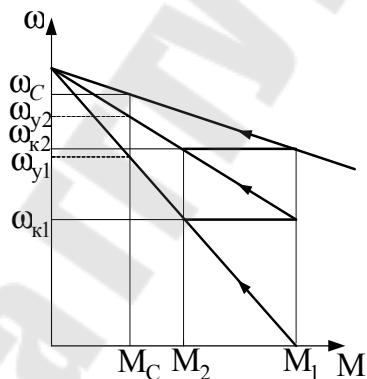
Диаграммы переходного процесса  $\alpha(t)$ ,  $M(t)$ , статическая (1) и динамическая (фазовая траектория -2) механические характеристики:



Увеличение электромагнитного момента  $M$  вызывает рост скорости, но это происходит с запаздыванием из-за механической инерционности.

**Реостатный пуск.** При введении пускового сопротивления  $R_{\text{п}}$  в цепь якоря ДПТ или ротора АД электромагнитная постоянная времени  $T_{\mathcal{E}} \frac{L_{\text{яд}}}{R_{\text{яд}} + R_{\text{п}}}$  уменьшается. Практически для всех ступеней  $m > 4$  и можно принять  $T_{\mathcal{E}} = 0$ . Рассмотрим процесс на примере пуска в две ступени.

Механические характеристики:



При включении в сеть или при шунтировании очередной пусковой ступени, когда  $T_{\mathcal{E}}=0$  момент скачком возрастает до значения  $M_1$ , а (6.1) будет записываться:

$$\left. \begin{aligned} M &= \beta(\omega_0 - \omega) \\ M - M_C &= J \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\}$$

Разгон на пусковых характеристиках должен происходить до установившихся скоростей  $\alpha_{y_i}$  ( $i$ -номер ступени пуска), однако при скоростях  $\alpha_{k_i}$ , когда ( $M=M_2$ ) происходит: шунтирование очередной ступени, переход двигателя на следующую характеристику и начало нового этапа пуска. Аналитические решения для каждой ступени записываются:

$$\omega(t) = \omega_{yi} - (\omega_{\text{начи}} - \omega_{yi}) e^{-\frac{t}{T_{Mi}}},$$

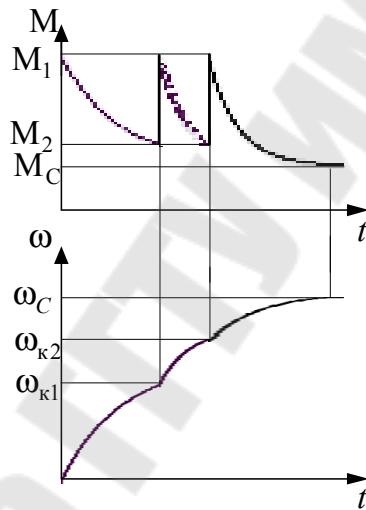
$$M(t) = M_C - (M_1 - M_C) e^{-\frac{t}{T_{Mi}}},$$

где  $T_{Mi} = \frac{J}{\beta_i}$ .

С уменьшением пускового сопротивления модуль жесткости  $\beta_i$  возрастет, а  $T_{Mi}$  убывает. Время разгона на  $i$ -ой ступени:

$$t_i = T_{Mi} \cdot \ln \frac{\alpha_{yi} - \alpha_{\text{начи}}}{\omega_{yi} - \omega_{ki}} = T_{Mi} \cdot \ln \frac{M_1 - M_C}{M_1 - M_2}.$$

Временные диаграммы:



## 6.5. Переходные процессы, при управляемом воздействии, изменяющемся во времени: $\omega_0=f(t)$

В замкнутых системах ЭП задающее воздействие  $\omega_0$  вырабатывается системой регулирования как функция времени, что позволяет формировать наиболее близкие к оптимальным траекториям переходные процессы. Характерные законы изменения сигнала задания:

- линейный  $\alpha_0(t) = \alpha_{0\text{ нач}} + \varepsilon_0 t,$
- экспоненциальный  $\omega_0(t) = \omega_{0y} (1 - e^{-t/T_\pi})$

где  $\varepsilon_0 = d\alpha_0 / dt$  - заданное ускорение, а  $T_\pi$  – постоянная времени, определяющая темп изменения сигнала задания.

При линейном законе дифференциальные уравнения (6.2) и (6.3), описывающие динамику ЭМС, принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} T_M T_{\mathcal{E}} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_M \frac{d\omega}{dt} + \omega &= (\omega_{0\text{нач}} - \Delta\omega_C) + \varepsilon_0 t \\ T_M T_{\mathcal{E}} \frac{d^2 M}{dt^2} + T_M \frac{dM}{dt} + M &= M_C + \varepsilon_0 J \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

где:  $\Delta\omega_C = \frac{M_C}{\beta} = (\omega_0 - \omega_C)$  и при  $M_C = \text{const}$  также и  $\Delta\alpha_C = \text{const}$ .

Частное решение для первого уравнения (6.9) ищется в виде:  $\alpha^* = a + bt$ . Принимая для облегчения анализа  $T_{\mathcal{E}} = 0$ , подставляем частное решение в левую часть

$$b \cdot T_M + a + bt = (\alpha_{0\text{нач}} - \Delta\alpha_C) + \varepsilon_0 t$$

Слагаемому  $bt$  в левой части соответствует слагаемое  $\varepsilon_0 t$  в правой, т.е.  $b = \varepsilon_0$ . Теперь находим:

$$a = \alpha_{0\text{нач}} - \Delta\alpha - \varepsilon_0 T_M,$$

а полное решение:  $\omega(t) = \omega^* + A e^{-t/T_M}$ .

Определяя  $A$  по начальным условиям при  $t=0$ , получим:

$$\omega(t) = \varepsilon_0 t + \omega_{\text{нач}} e^{-t/T_M} + (\omega_{0\text{нач}} - \Delta\omega_C - \varepsilon_0 T_M) \left( 1 - e^{-t/T_M} \right). \quad (6.10)$$

Частное решение для 2-ого уравнения системы:

$$M^* = M_C + \varepsilon_0 J,$$

полное решение:  $M(t) = M^* + B e^{-t/T_M}$ .

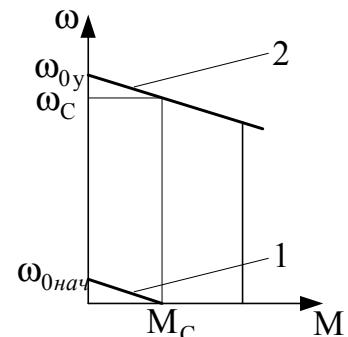
После определения  $B$  закон изменения момента:

$$M(t) = (M_C + \varepsilon_0 J) + (M_{\text{нач}} - M_C - \varepsilon_0 J) e^{-t/T_M}. \quad (6.11)$$

Рассмотрим на примере пуска при постоянной нагрузке  $M_C = \text{const}$ .

На 1-ом этапе пуска, когда момент двигателя  $M < M_C$ , ротор неподвижен и момент двигателя изменился по закону:  $M(t) = \beta \alpha_0(t) = \beta \varepsilon_0 t$ .

Когда момент ЭД начинает превышать нагрузку, т.е.  $M > M_C$  начинается 2-ой этап. Начальные условия для 2-ого этапа в соответствии со статической характеристикой 1.



$$\alpha_{\text{нач}} = 0; \quad \alpha_{0\text{ нач}} - \Delta\alpha_C = 0;$$

$$M_{\text{нac}} = M_C.$$

С их учетом (6.10) и (6.11) записываются:

$$\omega(t) = \varepsilon_0 t - \varepsilon_0 T_M (1 - e^{-t/T_M})$$

$$M(t) = M_C + \varepsilon_0 J (1 - e^{-t/T_M})$$

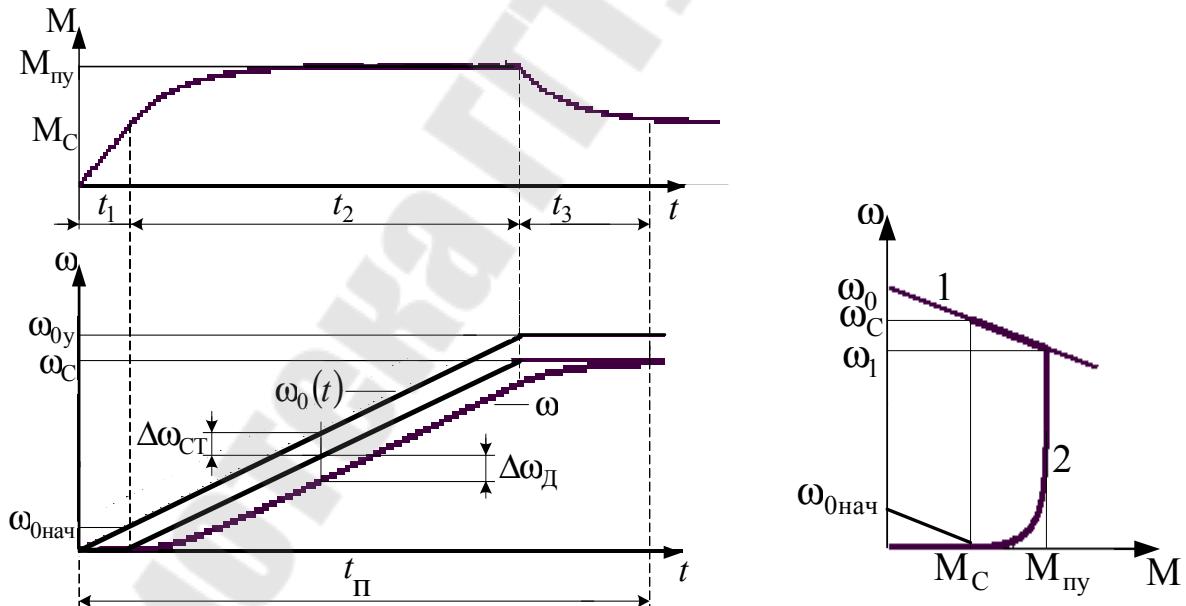
2-ой этап закончится тогда, когда управляющее воздействие достигнет установившегося значения  $\alpha_{0y}$  (статическая характеристика 2).

На 3-ем этапе разгон по статической характеристике 2 при постоянных воздействиях и изменение скорости и момента происходит по экспоненте:

$$\omega(t) = \omega_C + (\omega_1 - \omega_C) e^{-t/T_M}$$

$$M(t) = M_C + (M_{\text{п}у} - M_C) e^{-t/T_M}$$

Диаграммы процесса пуска  $M(t)$  и  $\alpha(t)$  с линейно возрастающим задающем воздействии при времени пуска  $t_{\Pi} > 4T_M$ , статическая(1) и динамическая(2) механические характеристики:



При линейном изменении управления воздействия в динамическом установленвшемся режиме закон движения воспроизводится с ошибкой, состоящей из статистической ошибки:  $\Delta\alpha_{\text{ст}} = M_C / \beta$  и динамической ошибки:  $\Delta\alpha_D = \varepsilon_0 T_M$ .

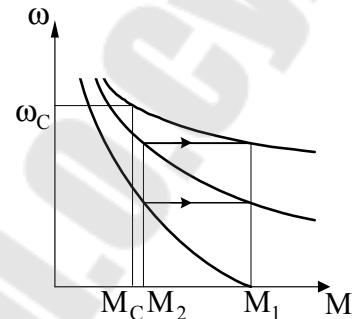
## 6.6. Переходные процессы при нелинейных механических характеристиках

Для практической оценки используют в основном 3 подхода: грубая оценка, аппроксимация и графоаналитические методы.

Грубая оценка: Погрешности данного подхода определяются допущением, что динамический момент во время процесса остается неизменным. Например, реостатный пуск ДПТ ПВ, обладающего нелинейными характеристиками:

Принимая, что динамический момент определяется средним пусковым моментом:

$$M_{\text{п.ср}} = 0,5(M_1 + M_2)$$



уравнение движения решается в приращениях для получения времени пуска:

$$t_{\text{п}} = J \frac{\Delta \alpha}{M_D} = J \frac{\alpha_C}{M_{\text{п.ср}} - M_C}.$$

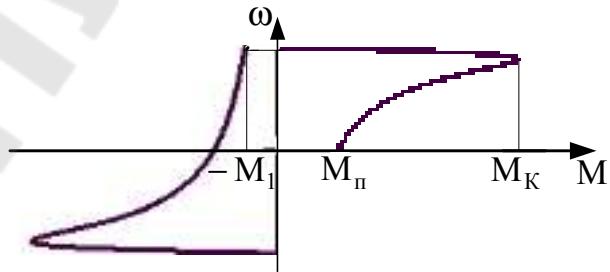
При прямом пуске АД принимают  $M_{\text{п.ср}} = 0,45(M_{\text{п}} + M_K)$ .

Для торможения противовключения средний тормозной момент:

$$M_{\text{т.ср}} = 0,5(M_1 + M_{\text{п}})$$

и время торможения

$$t_{\text{т}} = J \frac{\Delta \alpha}{M_{\text{т.ср}}}.$$



Аппроксимация. Нелинейные характеристики в этом случае аппроксимируются отрезками прямых и расчет ведется поэтапно по участкам аппроксимации. На каждом участке определяются:

- начальные и установившиеся значения переменных;
- модуль жесткости механической характеристики;
- постоянные времени;
- вид дифференциальных уравнений и корни характеристического уравнения;
- аналитические решения дифференциальных уравнений.

Диаграммы переходного процесса получают припасовыванием результатов расчета на отдельных участках.

Графоаналитические методы. Они применяются, когда аппроксимация требует большого числа отрезков. Как правило, они сводятся к приближенному решению уравнения движения. Один из методов рассмотрен в 1-й главе.

## 6.7. Особенности анализа переходных процессов в системах ЭП с СД и АД

Описание системы с СД при его работе на устойчивой части угловой характеристики:

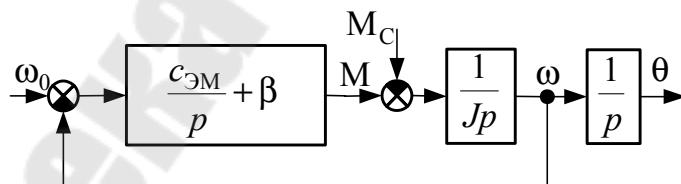
$$\left. \begin{aligned} M &= \left( \frac{c_{\text{ЭМ}}}{P} + \beta \right) (\omega_0 - \omega) \\ M - M_C &= Jp\omega \end{aligned} \right\}$$

где:  $c_{\text{ЭМ}}$  – коэффициент жесткости электромагнитной связи между полем статора и ротором, представляющим постоянный магнит;  $\beta$  – модуль жесткости асинхронной характеристики, определяемой пусковой или демпферной обмоткой.

При отсутствии последней обмотки СД представляет собой консервативное колебательное звено. Поэтому обычно интересует, как ведет себя двигатель при действии возмущения. За выходную координату принимают угол вылета ротора  $\theta$ , а уравнение движения при этом второго порядка:

$$M - M_C = Jp^2\theta.$$

Структурная схема:



Для систем с СД и АД, при учете электромагнитной инерционности или анализе динамики в большом, применяют переход к обобщенной электрической машине. Расчеты производят на вычислительной технике. При нарушении допущений для обобщенной машины используют более сложные модели в фазных координатах ABC.

## 7. Регулирование координат ЭП

### 7.1. Общие понятия

Под регулированием координат понимают:

- поддержание переменной на заданном уровне;
- ограничение переменной допустимым значением;
- воспроизведение переменной заданного закона изменения;
- слежение переменной с требуемой точностью за заданным значением, изменяющимся по произвольному закону.

Способы регулирования подразделяются на параметрические и автоматические. Под параметрическими понимаются способы регулирование, применяемые в разомкнутых системах ЭП, с изменением параметров цепей двигателей или подводимой электрической энергии. Автоматическое - реализуется в замкнутых системах (с обратными связями), когда регулирование переменной ставится в зависимость от изменения какой-либо координаты.

Различают два принципа автоматического регулирования: по отклонению регулируемой координаты от заданного значения (с помощью отрицательной ОС) и по возмущению, которое предполагает компенсацию влияния возмущения.

## 7.2. Показатели регулирования

Для количественной оценки способов регулирования используют следующие показатели: точность, диапазон, плавность, динамические показатели качества, экономичность. Применимость способов определяется требуемым законом регулирования (постоянство момента или мощности).

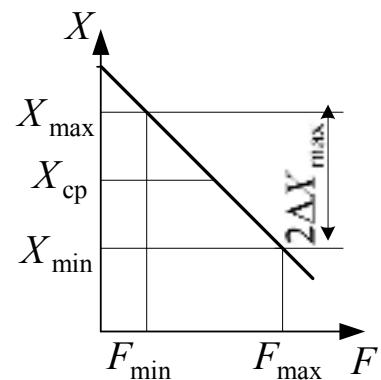
Точность регулирования характеризует возможное отклонение регулируемой координаты от заданного значения под действием различных возмущений. При известном пределе изменения возмущений под заданным значением может пониматься среднее значение. Оценивается точность погрешностью регулирования или ошибкой, которая определяется отношением:

$$\Delta X \% = \frac{\Delta X_{\max}}{X_{\text{ср}}} \cdot 100\% = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}} \cdot 100\%.$$

При регулировании скорости для оценки точности может использоваться статистическая характеристика:

$$s_x = \frac{\alpha_0 - \alpha_H}{\omega_0}$$

где:  $\alpha_H$  – скорость, соответствующая номинальному моменту двигателя при его работе на рассматриваемой характеристике.



Диапазон регулирования характеризует пределы регулирования координаты для конкретного уровня возмущения или пределы регулирования средних значений:  
 $D = X_{\text{ср. max}} / X_{\text{ср. min}}$ .

Практически все способы позволяют изменять регулируемые координаты до 0. Однако с расширением диапазона уменьшается точность, поэтому величина диапазона ограничена допустимой ошибкой.

Плавность регулирования характеризует число устойчивых значений координаты в заданном диапазоне регулирования. Оценивается коэффициентом плавности

$$K_{\text{пл}} = \frac{X_i}{X_i - X_{i-1}},$$

где  $i$  – номер ступени регулирования.

Динамические показатели - быстродействие, перерегулирование, колебательность. Колебательность может оцениваться частотным показателем, логарифмическим декрементом затухания или числом колебаний регулируемой координаты за время регулирования.

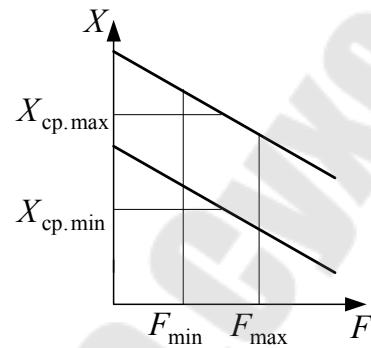
Экономичность. Применение более совершенного ЭП требует увеличения капитальных затрат и эксплуатационных расходов. Они должны окупаться за счет увеличения производительности, качества технологического процесса, за счет повышения надежности рабочей машины или уменьшения энергопотребления. Выбор наиболее экономичного варианта производится на основе технико-экономического анализа нескольких вариантов регулируемых ЭП.

### 7.3. Система управляемый преобразователь - двигатель (обобщенная система УП-Д)

Для получения более высоких показателей и реализации автоматического регулирования ЭП питание ЭД производят от отдельного управляемого преобразователя (УП). Регулирование координат при этом производится за счет изменения параметров электрической энергии на выходе УП. В большинстве случаев преобразователь представляется апериодическим звеном со своей постоянной времени  $T_{\Pi}$  и коэффициентом передачи

$$\kappa_{\Pi} = \Delta \omega_0 / \Delta U_y \text{ или } \kappa_{\Pi} = \frac{\Delta E_{\Pi}}{\Delta U_y},$$

а для преобразователей частоты



$$\kappa_f = \frac{\Delta f_1}{\Delta U_{yf}},$$

где:  $\omega_0$  – скорость идеального холостого хода (или синхронная скорость для ЭД переменного тока);  $E_\Pi$  – ЭДС преобразователя;  $f_1$  – выходная частота преобразователя;  $U_y$  – управляющее напряжение на входе преобразователя.

При этом обобщенная система описывается следующими уравнениями:

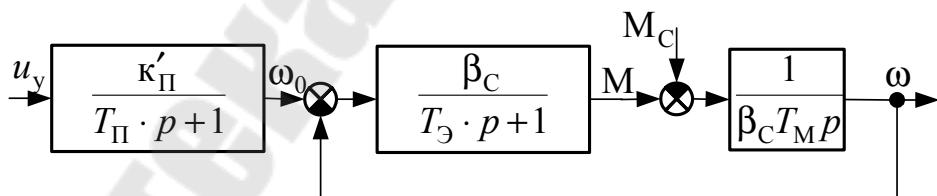
$$\left. \begin{array}{l} \kappa'_\Pi u_y = (T_\Pi p + 1)\omega_0 \\ M(T_\varTheta p + 1) = \beta_C(\omega_0 - \omega_1) \\ M - M_{12} - M_{C1} = J_1 p \omega_1 \\ M_{12} - M_{C1} = J_2 p \omega_2 \\ p M_{12} = c_{12}(\omega_1 - \omega_2) \end{array} \right\}$$

где:  $T_\varTheta$  и  $\beta_C$  – электромагнитная постоянная времени и модуль жесткости механической характеристики системы ЭП с учетом внутренних параметров преобразователя.

При одномассовой схеме механической части:

$$\left. \begin{array}{l} \kappa'_\Pi u_y = (Tp_\Pi + 1)\omega_0 \\ M(T_\varTheta p + 1) = \beta_C(\omega_0 - \omega) \\ M - M_C = Jp\omega \end{array} \right\} \quad (7.1)$$

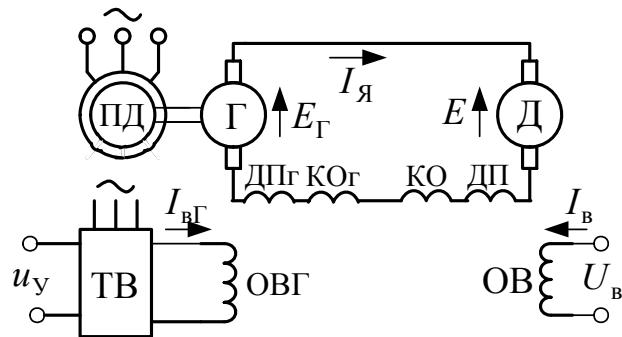
Структурная схема:



Применение УП представляет дополнение обобщенной ЭМС динамическим звеном. Уменьшается модуль жесткости механической характеристики системы ЭП по сравнению с характеристикой самого двигателя из-за внутреннего сопротивления преобразователя.

#### 7.4. Система генератор-двигатель (Г-Д)

Упрощенная схема:



Рабочий двигатель Д питается от электромашинного агрегата, состоящего из приводного двигателя ПД и генератора постоянного тока Г. Основное управление скоростью Д производится изменением ЭДС генератора  $E_G$  при воздействии на его цепь возбуждения. В качестве возбудителя может использоваться генератор постоянного тока или тиристорный ТВ. Если в качестве ПД используется АД, то за счет конечной жесткости его механической характеристики, происходит дополнительное уменьшение  $\beta_c$ . Синхронный двигатель большее влияния оказывает на динамические режимы из-за своей колебательности.

При линейном опорном напряжении регулировочная характеристика ТВ косинусоидальна, но она линеаризуется без большой погрешности. В целом он описывается:

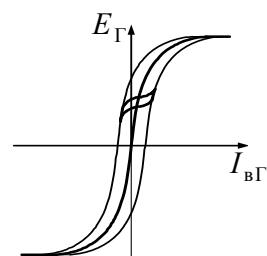
$$\kappa_{TB} u_y = (T_{TB} p + 1) e_{TB},$$

где:  $\kappa_{TB} = \Delta E_{TB} / \Delta U_y$  коэффициент передачи,  $T_{TB}$  – электромагнитная постоянная времени ТВ, определяемая суммой времени запаздывания между коммутацией тиристоров и постоянной времени фильтра на входе СИФУ.

Регулировочная характеристика Г представляет собой кривую намагничивания. Она нелинейна и при разных направлениях изменения его скорости неоднозначна: В динамических режимах возможна работа на частных петлях гистерезиса. Для упрощения анализа берут линейный участок средней кривой намагничивания и генератор описывается:

$$\begin{aligned}\kappa_G e_{TB} &= R_{BG} (T_{BG} p + 1) e_G \quad \text{или} \\ \kappa_G \dot{e}_{TB} &= R_{BG} (T_{BG} p + 1) \omega_0\end{aligned}$$

где:  $\kappa_G = \Delta E_G / \Delta I_{BG}$  – коэффициент передачи генератора, а



$$\kappa'_{\Gamma} = \frac{\kappa_{\Gamma}}{(\kappa\Phi)};$$

$$R_{\text{ВГ}} = R_{\text{ОВГ}} + R_{\text{TB}} \text{ - сопротивление цепи возбуждения } \Gamma; T_{\text{ВГ}} = \frac{L_{\text{ОВГ}} + L_{\text{TB}}}{R_{\text{ВГ}}}$$

- электромагнитная постоянная времени цепи возбуждения.

Уравнение электрического равновесия для якорной цепи:

$$e_{\Gamma} - e = R_{\text{Я}}(T_{\text{Я}}p + 1)i_{\text{Я}},$$

или с учетом, что  $M = \kappa\Phi i_{\text{Я}}$ , механическая характеристика:

$$M(T_{\text{Я}}p + 1) = \beta_C(\omega_0 - \omega),$$

где  $R_{\text{Я}} = R_{\text{Яд}} + R_{\text{ЯГ}}$ ,  $L_{\text{Я}} = L_{\text{Яд}} + L_{\text{ЯГ}}$ ,  $T_{\text{Я}} = L_{\text{Я}} / R_{\text{Я}}$  - суммарные параметры якорной цепи.

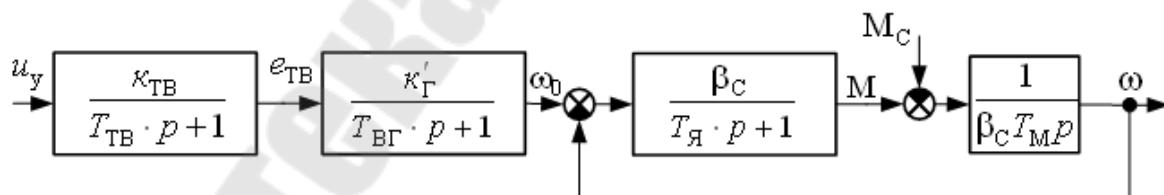
Жесткость механической характеристики системы Г-Д:

$$\beta_C = \frac{(\kappa\Phi)^2}{R_{\text{Я}}} \approx 0,5\beta_{\text{д}}.$$

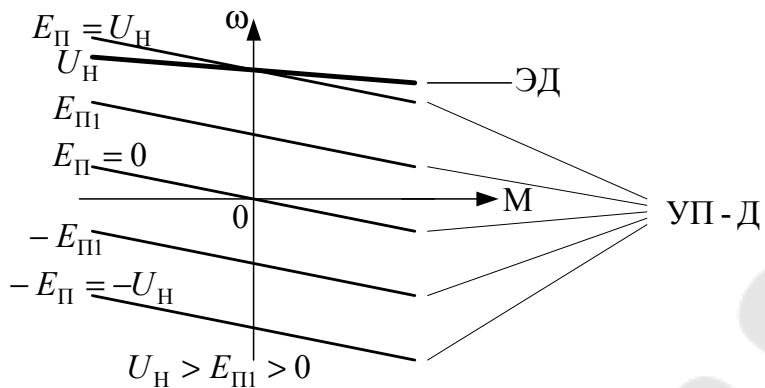
Общее описание системы:

$$\left. \begin{array}{l} u_y \kappa_{\text{TB}} = (T_{\text{TB}}p + 1)e_{\text{TB}}; \\ \kappa'_{\Gamma} e_{\text{TB}} = R_{\text{ВГ}}(T_{\text{ВГ}}p + 1)\omega_0; \\ M(T_{\text{Я}}p + 1) = \beta_C(\omega_0 - \omega); \\ M - M_C = Jp\omega. \end{array} \right\}$$

Структурная схема:



Статистические характеристики ЭД и системы Г-Д ( $U_{\text{Н}}$  - номинальное напряжение рабочего ЭД):



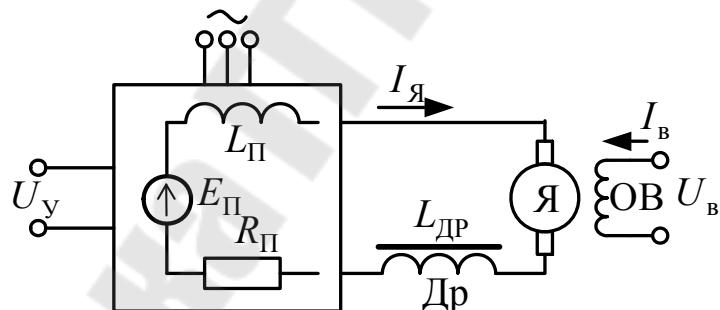
При воздействии на цепь возбуждения двигателя скорость регулируется вверх от естественной характеристики.

Основные особенности:

- три ступени преобразования электрической энергии и в результате низкий КПД  $\gamma_{\text{ГД}} = \gamma_{\text{ПД}} \cdot \gamma_{\text{Г}} \cdot \gamma_{\text{д}}$ ;
- высокие капитальные затраты;
- высокое качество энергопотребления и потребляемый ток пропорционален мощности на валу рабочего двигателя.

### 7.5. Система тиристорный преобразователь – двигатель (ТП-Д)

Упрощенная схема (ДР-сглаживающий дроссель):



Процессы в якорной цепи определяются средними значениями тока и напряжения за период коммутации тиристоров, т.е. преобразователь можно представить в виде источника напряжения ИН с внутренними параметрами  $R_{\Pi}$ ,  $L_{\Pi}$  и ЭДС  $E_{\Pi}$ . Регулировочная характеристика при линейном опорном напряжении линеаризуется без большой погрешности. Внешняя характеристика преобразователя линейна только в режиме непрерывного тока и тогда преобразователь представляется апериодическим звеном:

$$u_y k_{\Pi} = (T_{\Pi} p + 1) e_{\Pi} \quad \text{или} \quad u_y k'_{\Pi} = (T_{\Pi} p + 1) \omega_0,$$

где:  $k_{\Pi} = \frac{\Delta E_{\Pi}}{\Delta U_y}$ ,  $k'_{\Pi} = \frac{k_{\Pi}}{k\Phi}$  - коэффициенты передачи ТП.

В режиме малых нагрузок для нереверсивного преобразователя или реверсивного с раздельным управлением присутствует режим прерывистого тока. При этом внешние характеристики резко смягчаются и уменьшается модуль жесткости механической характеристики системы  $\beta_C$ . Для реверсивных преобразователей с совместным управлением зона прерывистого тока может отсутствовать, но имеется нелинейность из-за несогласования углов регулирования комплектами вентилей ( $\alpha_1 + \alpha_2 \neq \pi$ ) и из-за падений напряжения от уравнительного тока.

При анализе основных физических свойств системы в дальнейшем будем рассматривать только режим непрерывного тока.

Описание системы ТП – Д при постоянном магнитном потоке ЭД:

$$\left. \begin{array}{l} k'_{\Pi} u_y = (T_{\Pi} p + 1) \omega_0 \\ M(T_{\text{я}} p + 1) = \beta_C (\omega_0 - \omega) \\ M - M_C = J p \omega \end{array} \right\} \quad (7.2)$$

где:  $T_{\text{я}} = \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} = \frac{L_{\Pi} + L_{\text{дп}} + L_{\text{яд}}}{R_{\Pi} + R_{\text{дп}} + R_{\text{яд}}}$  - электромагнитная постоянная якорной цепи;  $\beta_C = \frac{(k\Phi)^2}{R_{\text{я}}}$ ;  $R_{\Pi}$ ,  $L_{\Pi}$  - внутренние параметры ТП, определяемые

процессом коммутации и наличием трансформатора или реактора в цепи переменного тока.

Представляя уравнение движения через токи, и преобразуя его следующим образом:

$$[ i_{\text{я}} - I_C = \frac{J}{k\Phi} p \omega \times \frac{k\Phi}{k\Phi} ] \times R_{\text{я}}, \text{ или } i R_{\text{я}} - I_C R_{\text{я}} = T_M p e$$

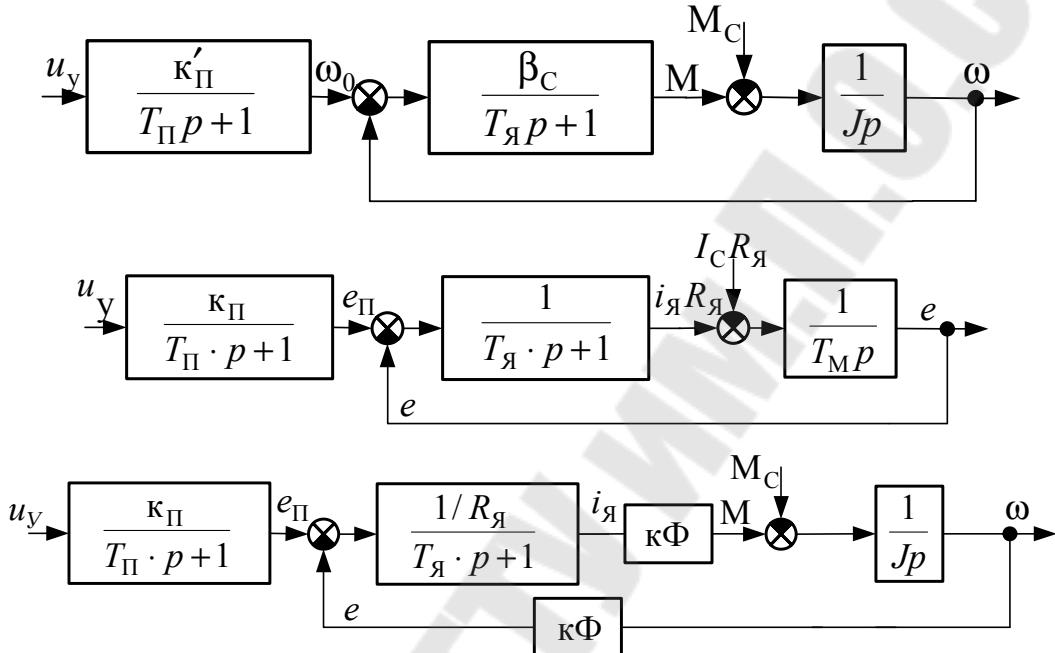
получим описание системы:

$$\left. \begin{array}{l} k_{\Pi} u_y = (T_{\Pi} p + 1) \\ e_{\Pi} - e = (T_{\text{я}} p + 1) R_{\text{я}} i_{\text{я}} \\ i_{\text{я}} R_{\text{я}} - I_C R_{\text{я}} = T_M p e \end{array} \right\} \quad (7.3)$$

или полное с учетом, что  $c = k\Phi$ :

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_{\Pi} u_y = (T_{\Pi} p + 1) e_{\Pi} \\ e_{\Pi} - e = R_{\text{я}} (T_{\text{я}} p + 1) i_{\text{я}} \\ M - M_C = J p \omega \\ M = c i_{\text{я}}, e = c \omega \end{array} \right\} \quad (7.4)$$

Структурные схемы соответствующие (7.2), (7.3) и (7.4):



В режиме непрерывного тока механические характеристики системы аналогичны характеристикам системы Г – Д.

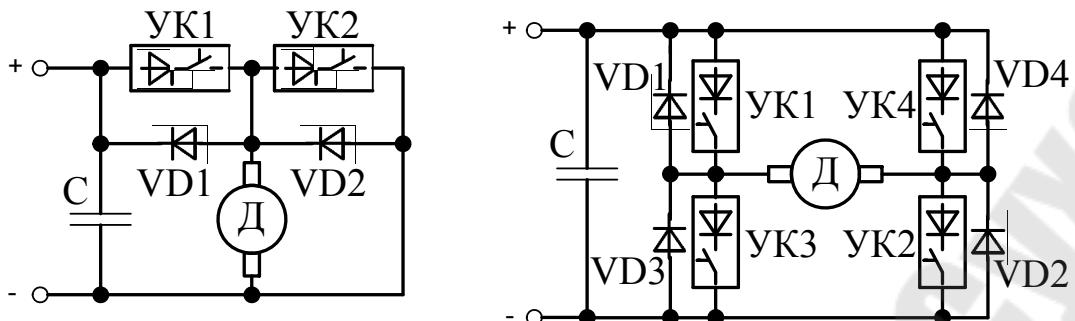
Особенности системы:

- высокие энергетические показатели;
- быстродействие может ограничиваться только допустимыми значениями  $\left( \frac{di_{\text{я}}}{dt} \right)$  для двигателя;
- низкие капитальные затраты, по сравнению с затратами для других систем.

## 7.6. Система широтно-импульсный преобразователь – двигатель (ШИП-Д)

Применяется с двигателями малой мощности и в транспортных установках при питании от сети или от аккумуляторных батарей с управляемыми ключами на транзисторах или тиристорах.

Упрощенные схемы якорных цепей нереверсивного и реверсивного приводов с отсутствием режима прерывистого тока:

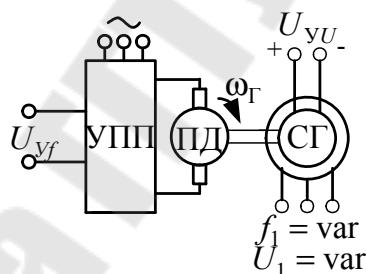


УК – управляемые полупроводниковые ключи, ВД – обратные диоды.

При частоте коммутирующих ключей  $f_K \geq 2,5$  кГц преобразователь представляется безинерционным звеном, и его внутренние параметры определяются наличием питающего трансформатора. При линейном опорном напряжении регулировочная характеристика линейна и сам преобразователь в этом случае описывается:  $K_{\Pi} U_Y = e_{\Pi}$ .

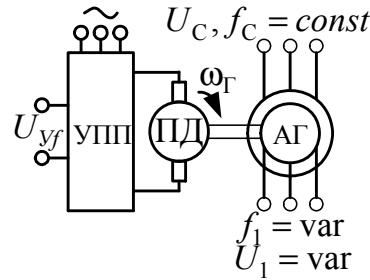
## 7.7. Система преобразователь частоты – асинхронный двигатель (ПЧ–АД)

Как и в приводах постоянного тока, управляемый преобразователь может быть выполнен в виде электромашинного агрегата. Схема с синхронным генератором (СГ):



Вспомогательный ЭП постоянного тока, состоящий из управляемого преобразователя постоянного тока УПП и ПД, обеспечивает регулирование скорости СГ  $\omega_g$  и соответственно выходной частоты  $f_1$ . Канал возбуждения СГ служит для управления выходным напряжением  $U_1$ .

Необходимость регулировки напряжения одновременно с частотой определяется общим каналом управления скоростью и магнитным потоком АД по цепи статора. Схема с асинхронным генератором (АГ):

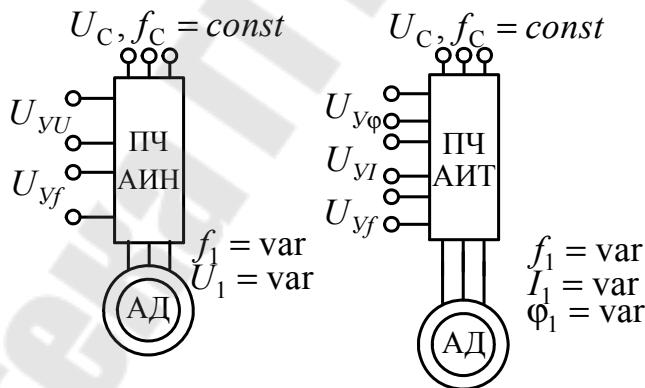


В отличии от предыдущей схемы выходное напряжение  $U_1$  является функцией как напряжения сети  $U_c$ , так и скорости генератора  $\omega_g$ . Поэтому для получения требуемого закона частотного регулирования иногда необходим регулятор напряжения переменного тока для питания обмотки статора АГ.

Общие особенности систем с электромашинным преобразователем:

- большое число ступеней преобразования энергии и в результате низкий КПД;
- гладкая форма кривой напряжения на выходе преобразователя при любых частотах;
- относительно низкое быстродействие по каналу управления частотой.

Улучшение энергетических показателей и регулировочных свойств обеспечивают статистические преобразователи частоты. В зависимости от назначения они выполняются в виде источника напряжения с АИН или источника тока с АИТ. Функциональные схемы:



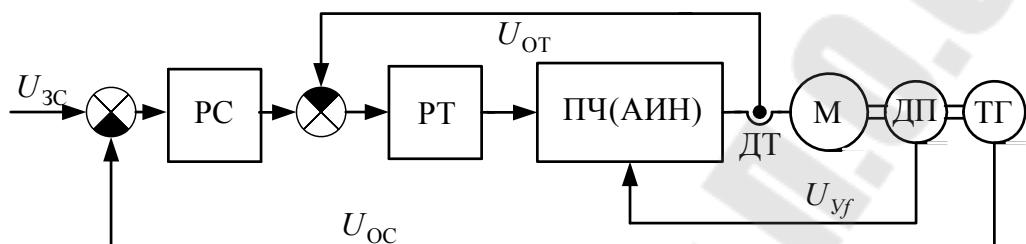
В системе с АИТ при частотно-токовом регулировании требуется дополнительный канал управления фазой тока статора, поскольку она существенно меняется с изменением нагрузки. Для формирования законов частотного управления, т.е. изменения  $U_1$  или  $I_1$  и  $\phi_1$ , используются нелинейные звенья, так называемые функциональные преобразователи (ФП). Их регулировочную характеристику получают по уравнениям электрического равновесия для статистического режима двигателя.

По каналу управления частотой в зависимости от значения выходной частоты преобразователь может представляться пропорциональным, апериодическим или звеном с чистым запаздыванием.

По каналу управления напряжением или током он представляется апериодическим звеном при амплитудном регулировании. При широтно-импульсном регулировании напряжения преобразователь – пропорциональное звено.

## 7.8. ЭП с вентильным двигателем (бесколлекторным двигателем)

Функциональная схема:

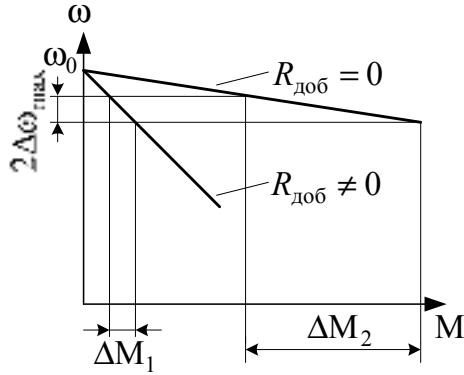


В качестве ЭД (М) применяется синхронная машина с возбуждением от постоянных магнитов. Магнитный поток остается неизменным и момент пропорционален току статора:  $M = c_M I_1$ . Коммутация фазных токов производится преобразователем частоты с управлением ключами инвертора от датчика положения ротора ДП, встроенного в двигатель. В результате система становится аналогом привода постоянного тока, но с обязательным автоматическим управлением. Встроенный тахогенератор ТГ служит датчиком обратной связи по скорости. При синтезе САУ двигатель описывается в координатной системе ХУ. Технические показатели привода не уступают тиристорным приводам постоянного тока.

## 8. Регулирование момента и тока

### 8.1. Реостатное регулирование момента и тока

Анализируя выражение механической характеристики  $M = \beta(\alpha_0 - \alpha)$ , можно отметить, что при постоянном отклонении скорости  $\Delta\alpha = const$  с увеличением жесткости механической характеристики отклонение момента от заданного значения будет увеличиваться. Таким образом, электромеханическая связь выступает в роли возмущения при регулировании момента и тока. Для ее ослабления и для получения более мягкой характеристики, можно вводить добавочное сопротивление  $R_{\text{доб}}$  в цепь якоря или ротора, что поясняется с помощью статических характеристик:



При заданном отклонении скорости относительная погрешность:

$$\frac{\Delta M_{\max}}{M_{cp}} = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{M_{\max} - M_{\min}} = \frac{\beta \cdot \Delta \alpha_{\max}}{M_{cp}} = \frac{\Delta \alpha_{\max}}{\omega_0 - \omega_{cp}}.$$

Таким образом, относительная ошибка не зависит от жесткости и от сопротивления. С уменьшением же жесткости абсолютная ошибка уменьшается.

На практике при широком изменении скорости (пуск, торможение, реверс) со ступенчатым или плавном регулировании сопротивления отклонение момента или тока поддерживается в заданных пределах. Например, от  $M_1(I_1)$  до значений  $M_2(I_2)$ . Учитывая, что модуль жесткости механической характеристики обратно пропорционален суммарному сопротивлению цепи якоря или ротора, можно записать:

$$\beta_I = \beta_E \frac{R_{\Sigma E}}{R_{\Sigma I}},$$

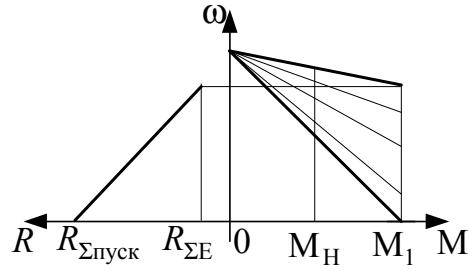
где:  $\beta_E, \beta_I$  - модули жесткости соответственно естественной и искусственной характеристик, полученных при сопротивлениях  $R_{\Sigma E}, R_{\Sigma I}$ .

Используя представление характеристики в виде:  $M = \beta(\alpha_0 - \alpha)$ , можно представить выражение для искусственной характеристики:  $M = \beta_E \frac{R_{\Sigma E}}{R_{\Sigma I}} (\omega_0 - \omega)$ . Теперь, для получения постоянного момента,

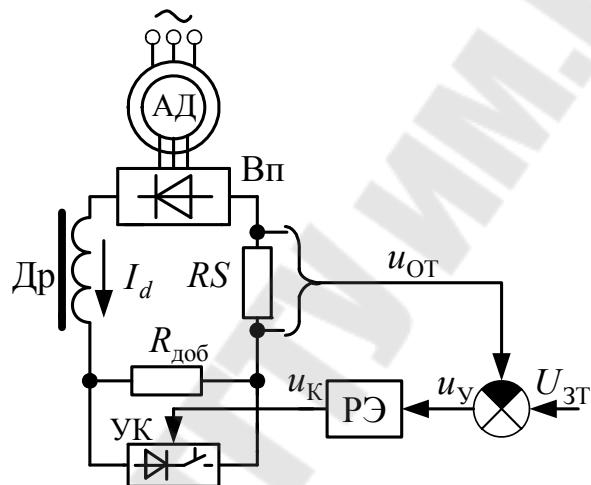
например, на уровне  $M = M_1 = const$ , зависимость сопротивления от скорости будет иметь вид:

$$R_{\Sigma I} = \frac{\beta_E R_{\Sigma E}}{M_1} (\omega_0 - \omega).$$

Для процесса пуска это можно пояснить с помощью характеристик:

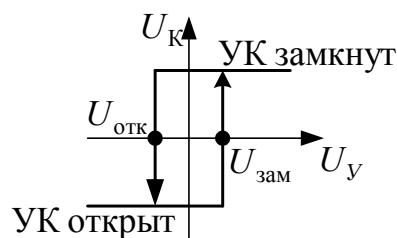


При ступенчатом реостатном регулировании абсолютная погрешность зависит от количества ступеней добавочного сопротивления  $R_{\text{доб}}$ . И при их большом числе целесообразно использовать плавное изменение сопротивления. К примеру, одна из схем реализации с импульсным управлением сопротивлением в цепи выпрямленного тока ротора:



На схеме: Вп – неуправляемый выпрямитель; Др – сглаживающий дроссель; RS – датчик обратной связи по току (шунт); РЭ – релейный элемент;  $U_{3T}$  – сигнал задания тока;  $u_{\text{от}}$  – сигнал отрицательной обратной связи по току;  $u_y$  – управляющее напряжение (сигнал ошибки регулирования);  $u_k$  – сигнал управления ключом УК.

Напряжение  $u_k$  формирует РЭ, вместо которого может применяться ШИМ. Характеристика РЭ:

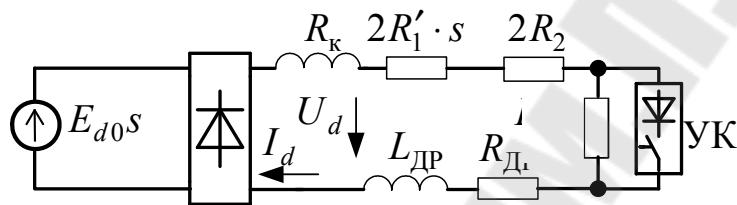


При  $u_{\text{от}} = 0$   $u_y = U_{3T}$  и УК замкнут. Происходит возрастание тока ротора и сигнала обратной связи. Управляющее напряжение уменьшается и, когда оно достигает значения  $u_y = U_{\text{отк}} = U_{3T} - I_{\text{нач.о}} \kappa_{\text{от}}$ , УК

размыкается  $I_{\text{нач.о}}$  - значение выпрямленного тока при котором УК открывается;  $\kappa_{\text{от}} = \frac{\Delta U_{\text{от}}}{\Delta I_d}$  - коэффициент обратной связи по току. С введением  $R_{\text{доб}}$  уменьшаются ток ротора и сигнал обратной связи  $u_{\text{от}}$ . При достижении значения  $u_y = U_{\text{зам}} = U_{\text{3T}} - I_{\text{нач.з}} \kappa_{\text{от}}$  ключ замкнется. Переключениям соответствуют значения выпрямленного тока ротора:

$$I_{\text{нач.з}} = \frac{U_{\text{3T}} - U_{\text{зам}}}{\kappa_{\text{от}}} \text{ и } I_{\text{нач.о}} = \frac{U_{\text{3T}} - U_{\text{отк}}}{\kappa_{\text{от}}}.$$

Схема замещения цепи выпрямленного тока:



$R_k = \frac{6}{2\pi} (X'_1 + X_2)$  - коммутационное сопротивление при мостовой схеме выпрямления;  $X'_1, R'_1$  - параметры обмотки статора, приведенные к обмотке ротора.

Эквивалентное сопротивление цепи выпрямленного тока ротора:

$$R_\Theta = 2R_2 + 2R'_1 s + R_k.$$

Полное сопротивление при замкнутом УК

$$R_{\text{зам}} = R_\Theta + R_{\text{ДР}}$$

и открытом

$$R_{\text{отк}} = R_\Theta + R_{\text{ДР}} + R_{\text{доб}}.$$

Электромагнитные постоянные времени:

$$T_{\text{зам}} = \frac{L_{\text{ДР}}}{R_{\text{зам}}}, \quad T_{\text{отк}} = \frac{L_{\text{ДР}}}{R_{\text{отк}}}.$$

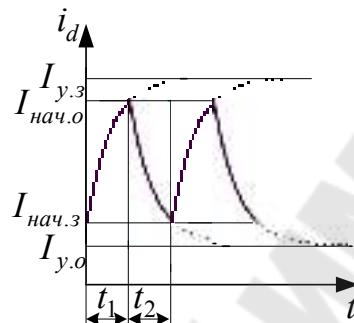
Установившиеся значения выпрямленного тока:

$$I_{y.o} = \frac{E_{d0}s}{R_{отк}} \text{ и } I_{y.3} = \frac{E_{d0}s}{R_{зам}}.$$

Электромагнитные процессы в цепи ротора описываются дифференциальным уравнением:  $T \frac{di_d}{dt} + i_d = I_y$ . Решая его, получим законы изменения тока:

$$i_{d3}(t) = I_{y.3} + (I_{нач.3} - I_{y.3})e^{-t/T_{зам}}, \quad i_{do}(t) = I_{y.o} + (I_{нач.о} - I_{y.o})e^{-t/T_{отк}}.$$

Временные диаграммы выпрямленного тока:



$t_1$  – длительность замкнутого состояния УК,  $t_2$  – длительность открытого состояния.

Решая полученные уравнения с учетом, что:

$$i_{d3}(t_1) = I_{нач.о}, \text{ а } i_{do}(t_2) = I_{нач.3},$$

получим период коммутации УК:

$$T_K = T_{зам} \ln \frac{I_{y.3} - I_{нач.3}}{I_{y.3} - I_{нач.о}} + T_{отк} \ln \frac{I_{y.о} - I_{нач.о}}{I_{y.о} - I_{нач.3}}.$$

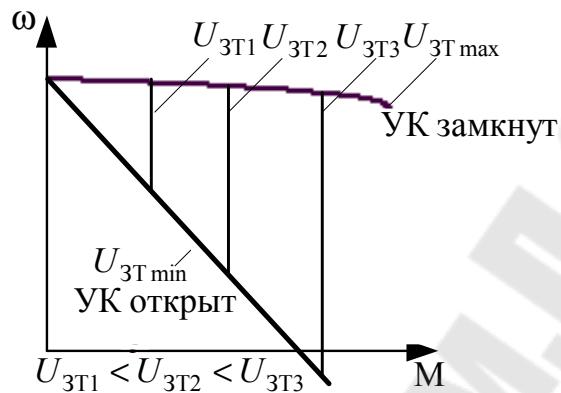
При малой ширине характеристики РЭ пульсациями тока можно пренебречь и оперировать средним значением  $I_{dep}$ . Выпрямленное напряжение по схеме замещения:  $U_d = E_{d0}s - I_{dep}R_k$ . Активные потери мощности в цепи ротора:

$$\Delta p_2 = U_d I_{dep} - 2R'_1 s I_{dep}^2 = E_{d0}s I_{dep} - (2R'_1 s + R_k) I_{dep}^2.$$

С другой стороны  $\Delta p_2 = M\alpha_0 s$ . Откуда:

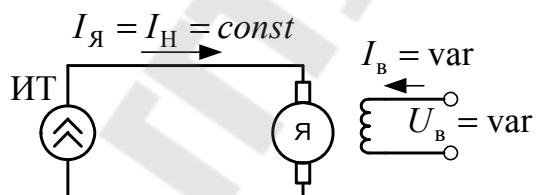
$$M = \frac{1}{\omega_0} \left[ E_{d0} I_{dcp}^2 - \left( 2R'_1 + 6 \frac{X'_1 + X_2}{2\pi} \right) I_{dcp}^2 \right].$$

Таким образом, электромагнитный момент  $M$  не зависит от скольжения или скорости. При  $U_{3T} = const$  получаем, что  $I_{dcp} = const$  и  $M = const$ . Механические характеристики:



## 8.2. Система источник тока – двигатель (ИТ-Д)

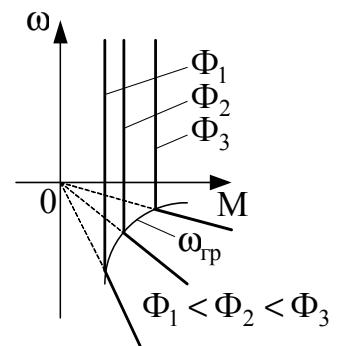
В разомкнутых ЭП постоянного тока получить регулирование момента и тока без значительных потерь можно питая якорь ДПТ НВ от источника тока:



Электромагнитный момент ЭД:  $M = k\Phi I_y$  при  $I_y = I_H = const$  можно представить как:  $M = k_M \Phi$ , где  $k_M = kI_H$ . Таким образом, изменяя магнитный поток по величине и знаку, можно соответствующим образом регулировать момент.

Электромеханическая связь в ЭД отсутствует, а любое изменение его ЭДС должно компенсироваться изменением ЭДС источника тока. Характеристики системы:

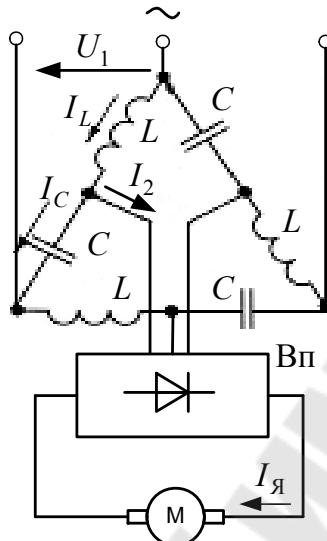
При нереверсивном ИТ область регулирования лежит в двигательном режиме и в ограниченной зоне торможения противовключением. Зона располагается между осью абсцисс и характеристиками динамического торможения ЭД при соответствующем магнитном потоке (ЭДС ИТ равна нулю). Эта зона ограничивается скоростью:



$$\omega_{\text{рп}} = -\frac{R_{\text{яд}} + R_{\text{ИТ}}}{k\Phi} I_H = -\frac{R_{\text{яд}} + R_{\text{ИТ}}}{M} I_H^2,$$

где:  $R_{\text{ИТ}}$  - внутреннее сопротивление источника.

В качестве ИТ может использоваться индуктивно-емкостной преобразователь. Схема:



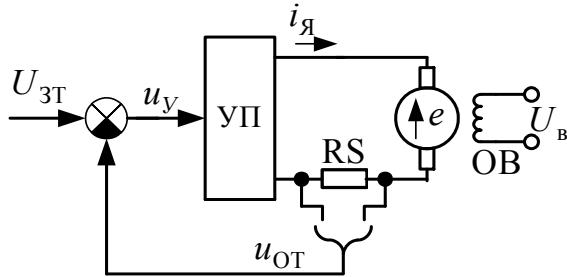
Выбирая значения индуктивности и емкости из расчета  $x_C = x_L = x$ , ток нагрузки одной фазы:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_L - \bar{I}_C = \frac{\bar{U}_L}{jx_L} - \frac{\bar{U}_C}{-jx_C} = \frac{(\bar{U}_L + \bar{U}_C)}{jx} = \frac{\bar{U}_1}{jx}$$

определяется только реактивным сопротивлением.

### **8.3. Автоматическое регулирование момента и тока в системе УП-Д**

Для стабилизации указанных переменных вводят отрицательную обратную связь по току и при постоянстве потока ( $\Phi=\text{const}$ ) она равнозначна отрицательной обратной связи (ОС) по моменту. Упрощенная схема:



Сигнал ОС по току:  $u_{\text{OT}} = \kappa_{\text{OT}} \cdot i_{\text{я}}$ . Уравнения, описывающие систему ЭП:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{\Pi}(U_{3T} - \kappa_{\text{OT}} i_{\text{я}}) &= (T_{\Pi} p + 1)e_{\Pi} \\ e_{\Pi} - c\omega &= R_{\text{я}}(T_{\text{я}} p + 1)i_{\text{я}} \\ M &= ci_{\text{я}} \\ c &= \kappa\Phi \end{aligned} \right\}$$

Для получения выражения механической характеристики, 2-е уравнение подставляется в 1-е:

$$\kappa_{\Pi}U_{3T} - \kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}}i_{\text{я}} = (T_{\Pi} p + 1)c\alpha + R_{\text{я}}(T_{\Pi} p + 1)(T_{\text{я}} p + 1)i_{\text{я}},$$

затем из 3 уравнения подставляется ток:

$$\kappa_{\Pi}U_{3T} - \kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}} \frac{M}{c} = (T_{\Pi} p + 1)c\omega + R_{\text{я}}(T_{\Pi} p + 1)(T_{\text{я}} p + 1) \frac{M}{c}.$$

Теперь динамическая механическая характеристика:

$$M = \frac{\kappa_{\Pi}c}{\kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}} + R_{\text{я}}(T_{\Pi} p + 1)(T_{\text{я}} p + 1)} U_{3T} - \frac{c^2(T_{\Pi} p + 1)}{\kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}} + R_{\text{я}}(T_{\Pi} p + 1)(T_{\text{я}} p + 1)} \omega$$

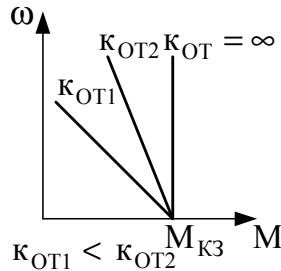
Для статического режима:

$$M = \frac{\kappa_{\Pi}c}{\kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}} + R_{\text{я}}} U_{3T} - \frac{c^2}{\kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}} + R_{\text{я}}} \omega.$$

С учетом, что  $M = M_{K3} - \beta\alpha$ , модуль жесткости характеристики замкнутой системы  $\beta_{3AM} = \frac{c^2}{\kappa_{\Pi}\kappa_{\text{OT}} + R_{\text{я}}}$  и он меньше чем для

разомкнутой -  $\beta_C = \frac{c^2}{R_J}$ . Это позволяет увеличить точность регулирования.

Механические характеристики при  $M_{K3} = const$ :



Поскольку коэффициент передачи ОС величина конечная, то полностью исключить ошибку не удается. Поэтому для компенсации возмущения применяется положительная ОС по скорости с коэффициентом передачи  $k_{PC}$ . Сигнал ОС по скорости:  $u_{PC} = k_{PC}\alpha$ .

Уравнения, описывающие систему:

$$\left. \begin{aligned} k_{\Pi}U_{3T} - k_{\Pi}k_{OT}i_J + k_{\Pi}k_{PC}\alpha &= (T_{\Pi}p + 1)e_{\Pi} \\ e_{\Pi} - c\omega &= R_J(T_Jp + 1)i_J \\ M &= ci_J \end{aligned} \right\}$$

После решения получаем:

$$M = \frac{k_{\Pi}c}{k_{\Pi}k_{OT} + R_J(T_{\Pi}p + 1)(T_Jp + 1)} U_{3T} - \frac{c^2(T_{\Pi}p + 1) - ck_{\Pi}k_{PC}}{k_{\Pi}k_{OT} + R_J(T_{\Pi}p + 1)(T_Jp + 1)} \omega.$$

Статистическая характеристика:

$$M = \frac{k_{\Pi}c}{k_{\Pi}k_{OT} + R_J} U_{3T} - \frac{c^2 - ck_{\Pi}k_{PC}}{k_{\Pi}k_{OT} + R_J} \omega.$$

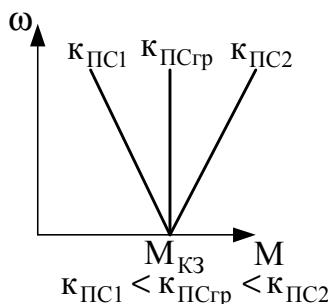
Модуль жесткости системы ЭП:

$$\beta_{3AM,PC} = \frac{c^2 - ck_{\Pi}k_{PC}}{k_{\Pi}k_{OT} + R_J} = \beta_{3AM} - \frac{ck_{\Pi}k_{PC}}{k_{\Pi}k_{OT} + R_J}.$$

Использование положительной ОС по скорости, т.е. применение компенсации возмущения, позволяет исключить ошибку регулирования за счет получения абсолютно мягкой характеристики ( $\beta_{3AM,PC}=0$ ) при "граничном" значении коэффициента передачи когда:

$$c^2 - c \kappa_{\Pi} \kappa_{\Pi C_{\text{grp}}} = 0, \text{ а } \kappa_{\Pi C_{\text{grp}}} = \frac{c}{\kappa_{\Pi}}.$$

Однако ухудшаются динамические показатели системы, и она может оказаться на границе статической устойчивости. Механические характеристики при  $M_{K3}=const$  и  $\kappa_{\text{от}}=const$ :

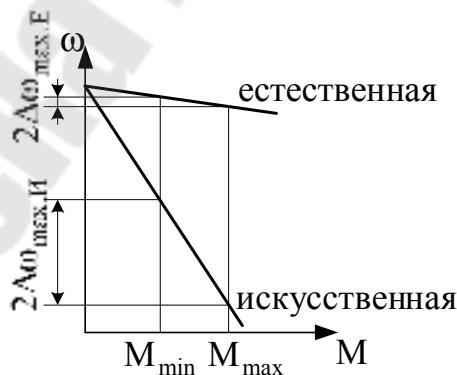


Рассмотренная в первом варианте система может быть представлена как система автоматического регулирования с пропорциональным регулятором тока (момента), входящим в УП. Использование ПИ-регулятора позволит также получить систему с абсолютно мягкой характеристикой без значительного ухудшения динамических показателей.

## 9. Регулирование скорости

### 9.1. Реостатное регулирование

Введение добавочного сопротивления в цепь якоря ДПТ или ротора АД позволяет регулировать не только ток и момент, но и скорость. Характеристики:



С введением добавочного сопротивления  $R_{\text{доб}}$  увеличиваются абсолютная и относительная погрешности.

Когда в процессе работы  $M_C=const$  (подъемно-транспортные механизмы), то регулировать скорость можно до нуля. При требовании точного позиционирования необходимо перед остановкой снижать скорость до определенного значения. И если нагрузка изменяется, то при

ступенчатом регулировании заданная точность не всегда может быть достигнута. Особенности способа:

- простота реализации и низкие капитальные затраты;
- малая точность и большие потери энергии;
- зависимость диапазона регулирования от нагрузки.

Применимость способа определяется также допустимой нагрузкой по нагреву при работе на искусственной характеристике. Если по конструкции двигателя коэффициент ухудшения условий охлаждения близок к 1, то допустимая нагрузка определяется номинальным током в силовой цепи во всем диапазоне регулирования. К примеру, для ДПТ получаем:

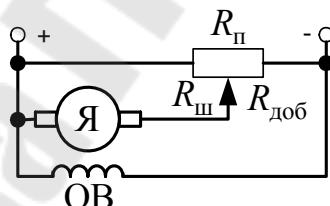
$$M_{\text{дл.доп.}} = k\Phi_H I_H = M_H = \text{const.}$$

Поэтому наиболее полное использование двигателя с реостатным регулированием происходит при постоянстве момента, т.е. для механизмов с  $M_C = \text{const}$

Реостатное регулирование обычно применяется в диапазоне  $D_a \leq 2 \div 5$ , а при точном позиционировании перед остановкой кратковременно:  $D_a \leq 10$ .

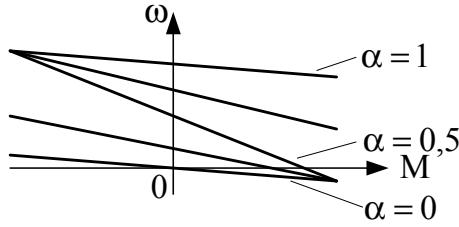
## 9.2. Регулирование ДПТ с шунтированием якоря

Для двигателей малой мощности иногда применяют следующую схему:

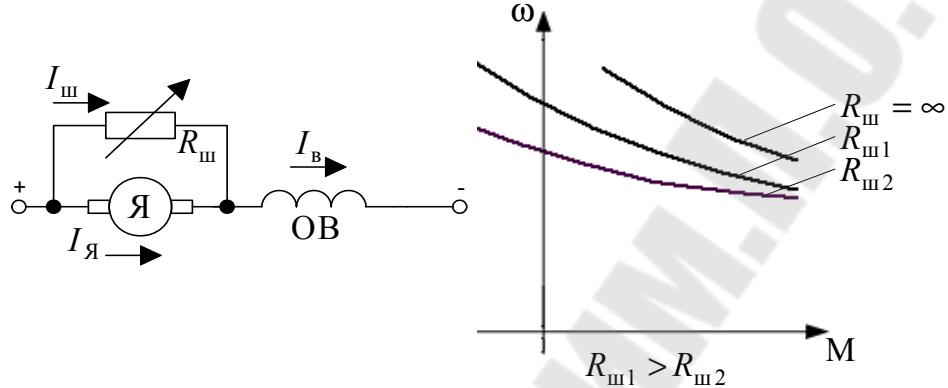


При изменении положения движка потенциометра  $R_\pi$  одновременно изменяется напряжение на якоре и вводимое в цепь якоря добавочное сопротивление. Обозначим отношение сопротивлений как:  $\alpha = \frac{R_\pi}{R_\pi} = 1 \dots 0$ .

Тогда характеристики при различных коэффициентах:



При использовании в механизмах подъема ДПТ ПВ при спуске груза может применяться также шунтирование обмотки якоря для получения рекуперативного торможения. Схема реализации и характеристики:

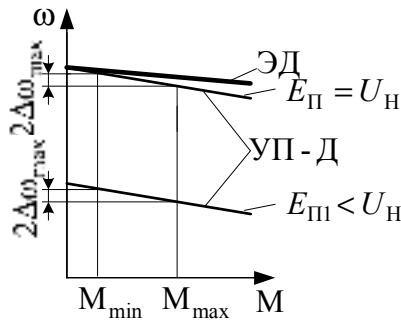


### 9.3. Регулирование скорости в системе УП-Д

Для ДПТ основным способом регулирования скорости в разомкнутой системе УП-Д является изменение напряжения на якоре за счет ЭДС преобразователя:

$$\omega = \frac{E_\Pi}{c} - \frac{R_J}{c^2} M .$$

Модуль жесткости механических характеристик системы  
 $\beta_C = \frac{c^2}{R_{Jд} + R_\Pi}$  имеет меньшее значение, чем модуль жесткости  
характеристики самого двигателя. Характеристики:



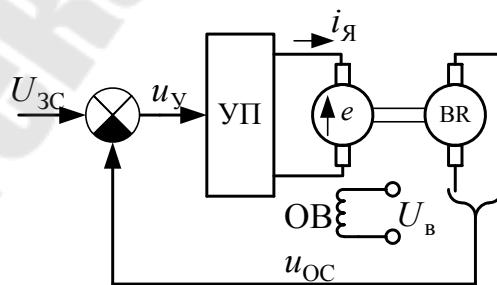
При регулировании абсолютная погрешность  $\Delta\alpha_{\max} = \text{const}$ , но относительная погрешность  $\frac{\Delta\alpha_{\max}}{\omega_{cp}}$  и статизм характеристик увеличиваются. Поэтому, обычно,  $D_\omega \leq 10$ .

Особенности способа:

- сложность УП и относительно высокие затраты;
- меньшая зависимость погрешности от диапазона, чем при реостатном регулировании;
- меньшая зависимость  $D\omega$  от нагрузки;
- малые потери энергии;
- при номинальном магнитном потоке и при коэффициенте ухудшения условий охлаждения, близким к 1, допустимая нагрузка по нагреву также определяется номинальным моментом во всем диапазоне регулирования.

#### 9.4. Автоматическое регулирование скорости ДПТ в системе УП-Д

Для повышения статической точности и расширения диапазона регулирования систему замыкают отрицательной ОС по скорости. Упрощенная схема:



Сигнал ОС по скорости:

$$u_{OC} = k_{OC} \cdot \omega, \quad \text{где} \quad k_{OC} = \frac{\Delta U_{OC}}{\Delta \alpha}.$$

Уравнения, описывающие систему:

$$\left. \begin{array}{l} (U_{3C} - \kappa_{OC}\omega) \cdot \kappa_{\Pi} = (T_{\Pi}p + 1)e_{\Pi} \\ e_{\Pi} = c\omega + R_{\text{я}}(T_{\text{я}}p + 1)i_{\text{я}} \\ i_{\text{я}} = \frac{M}{c} \end{array} \right\}$$

Решим относительно скорости, подставляя 2-е уравнение в 1-е:

$$\kappa_{\Pi}U_{3C} - \kappa_{\Pi}\kappa_{OC}\omega = c(T_{\Pi}p + 1)\omega + R_{\text{я}}(T_{\Pi}p + 1)(T_{\text{я}}p + 1)i_{\text{я}}.$$

Используем 3-е:

$$\kappa_{\Pi}U_{3C} - \kappa_{\Pi}\kappa_{OC}\omega = c(T_{\Pi}p + 1)\omega + \frac{R_{\text{я}}}{c}(T_{\Pi}p + 1)(T_{\text{я}}p + 1)M.$$

Окончательно получаем:

$$\omega = \frac{\kappa_{\Pi}}{c(T_{\Pi}p + 1) + \kappa_{\Pi}\kappa_{OC}}U_{3C} - \frac{R_{\text{я}}(T_{\Pi}p + 1)(T_{\text{я}}p + 1)}{c[(T_{\Pi}p + 1)c + \kappa_{\Pi}\kappa_{OC}]} \cdot M,$$

и статическая характеристика

$$\omega = \frac{\kappa_{\Pi}}{c + \kappa_{\Pi}\kappa_{OC}}U_{3C} - \frac{R_{\text{я}}}{c^2 + c\kappa_{\Pi}\kappa_{OC}} \cdot M.$$

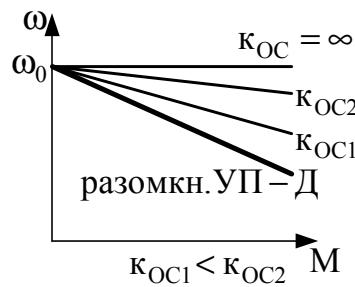
Модуль жесткости характеристики замкнутой системы:

$$\beta_{3AM} = \frac{c^2 + c\kappa_{\Pi}\kappa_{OC}}{R_{\text{я}}} = \beta_C \left( 1 + \frac{\kappa_{\Pi}\kappa_{OC}}{c} \right) > \beta_C = \frac{c^2}{R_{\text{я}}}.$$

При одинаковых значениях скорости идеального холостого хода для разомкнутой и замкнутой систем: ( $\alpha_{0,PAZ} = \alpha_{0,3AM}$ ) соотношение значений статизма характеристик:

$$s_{x,3AM} = \frac{s_{x,PAZ}}{\left( 1 + \frac{\kappa_{\Pi}\kappa_{OC}}{c} \right)}.$$

Механические характеристики при  $\alpha_{0,PAZ} = \alpha_{0,3AM}$ :



Рассмотренную систему можно представить как систему автоматического регулирования с пропорциональным регулятором скорости, входящим в УП. Использование ПИ-регулятора позволит также получить астатическую систему с абсолютно жесткой характеристикой.

### 9.5. Регулирование скорости ДПТ изменением магнитного потока

Данный способ применяется в разомкнутых ЭП при  $U = U_H$ . Электромеханическая и механическая характеристики описываются следующими уравнениями:

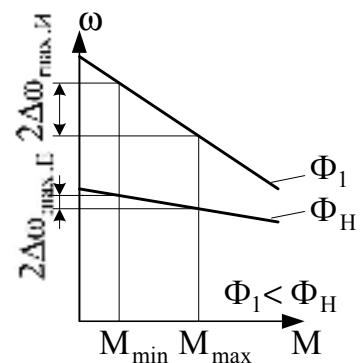
$$\omega = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R_{я}}{k\Phi} I_{я}, \quad \omega = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R_{я}}{(k\Phi)^2} M.$$

При  $\Phi = \Phi_H$  магнитная система практически находится в насыщении и для сохранения допустимого теплового режима регулирование осуществляется за счет уменьшения тока возбуждения. Характеристики:

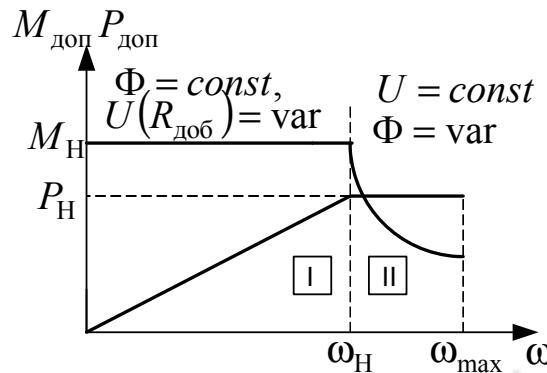
Несмотря на уменьшения жесткости характеристик, точность остается достаточно высокой. Увеличение скорости ограничивается механической прочностью и ухудшением условий коммутации тока якоря на коллекторе из-за уменьшения магнитного потока. Для ЭД нормального исполнения диапазон регулирования  $D_\omega$ : 1,25...2,5.

С уменьшением магнитного потока постоянные потери мощности практически не изменяются, а допустимая нагрузка по нагреву определяется переменными потерями:  $\Delta p_v = I_H^2 R_{яд} = const$ . При этом  $M_{дл.доп} = k\Phi I_H$  уменьшается и при увеличении скорости можно считать, что  $P_{дл.доп} = M_{дл.доп} \cdot \alpha = const$ .

С учетом особенностей ранее рассмотренных способов можно построить диаграмму регулирования, состоящую из 2х зон. В I-ой зоне



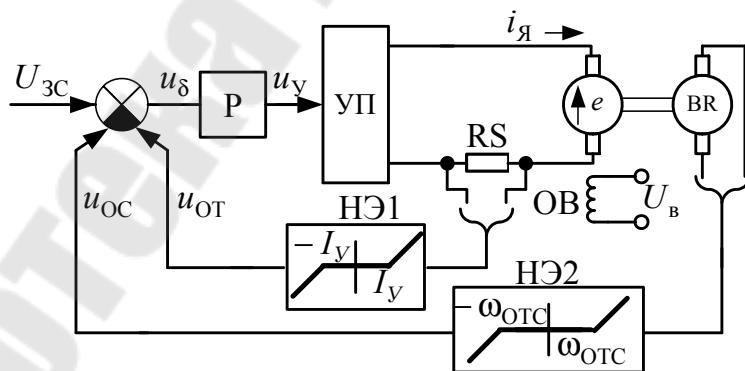
регулирование производится при постоянстве момента ( $M = const$ ), а во II-ой – при постоянстве мощности ( $P = const$ ). Вид диаграммы:



В замкнутых ЭП переход во вторую зону по требованию технологического процесса может происходить при скорости  $\omega < \omega_H$ .

### 9.6. Система, работающая в режиме пуска, торможения и реверса

Для ряда рабочих машин предъявляются требования, противоречивые с точки зрения ЭП, т.е. высокая точность регулирования скорости в широком диапазоне, высокое быстродействие и хорошее качество переходных процессов, что не всегда может быть достигнуто в системах подчиненного регулирования. Для обеспечения требований, переходят к системам с перестраиваемой структурой регулирования в зависимости от режима или от значения переменных. Один из видов реализации – система с задержанными ОС или так называемая система с обратными связями с отсечками. Упрощенная схема:



НЭ1 и НЭ2 – нелинейные элементы, выполняющие функции узлов отсечек. Они выключают или включают обратные связи при пороговых значениях переменных:  $I_y$  – токе установки,  $\omega_{OTC}$  – скорости отсечки.

Уравнения описывающие обратные связи:

$$u_{\text{OT}} = \begin{cases} 0 & \text{при } i_{\text{я}} \leq I_y (\kappa_{\text{OT}} = 0) \\ \kappa_{\text{OT}}(i_{\text{я}} - I_y) & \text{при } i_{\text{я}} > I_y \end{cases},$$

$$u_{\text{OC}} = \begin{cases} 0 & \text{при } \omega \leq \omega_{\text{OTC}} (\kappa_{\text{OC}} = 0), \\ \kappa_{\text{OC}}(\omega - \omega_{\text{OTC}}) & \text{при } \omega > \omega_{\text{OTC}} (\kappa_{\text{OC}} \neq 0) \end{cases}.$$

P – пропорциональный регулятор с коэффициентом усиления

$$\kappa_p = \Delta U_y / \Delta U_\delta,$$

где  $u_\delta$  – сигнал ошибки системы.

При этом коэффициент передачи прямого канала воздействия

$$\kappa_o = \kappa_p \kappa_\pi.$$

Уравнения, описывающие систему ЭП без учета инерционности преобразователя и при включенных ОС:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_o [U_{3C} - \kappa_{\text{OT}}(i_{\text{я}} - I_y) - \kappa_{\text{OC}}(\omega - \omega_{\text{OTC}})] &= e_\pi \\ e_\pi &= c\omega + R_{\text{я}} \left( T_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + i_{\text{я}} \right) \\ i_{\text{я}} &= I_C + \frac{J}{c} \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

Решим (9.2) относительно скорости. Обозначим произведения:

$\kappa_T = \kappa_o \kappa_{\text{OT}}$  и  $\kappa_C = \kappa_o \kappa_{\text{OC}}$ . Теперь:

$$\kappa_o U_{3C} + \kappa_T I_y + \kappa_C \omega_{\text{OTC}} - \kappa_T i_{\text{я}} - \kappa_C \omega = c\omega + R_{\text{я}} \left( T_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + i_{\text{я}} \right).$$

Подставляем 3-е уравнение:

$$\begin{aligned} \kappa_o U_{3C} + \kappa_T I_y + \kappa_C \omega_{\text{OTC}} - \kappa_T I_C - \frac{\kappa_T J}{c} \frac{d\omega}{dt} - \kappa_C \omega &= \\ = c\omega + \frac{T_{\text{я}} R_{\text{я}} J}{c} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + R_{\text{я}} I_C + \frac{R_{\text{я}} J}{c} \frac{d\omega}{dt} &. \end{aligned}$$

Сгруппируем слагаемые с учетом, что  $T_M = \frac{JR_{\text{я}}}{c^2}$  и  $I_C = \text{const.}$ :

$$c \left[ T_M T_{\text{я}} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_M \left( 1 + \frac{\kappa_T}{R_{\text{я}}} \right) \frac{d\omega}{dt} + \left( 1 + \frac{\kappa_C}{c} \right) \omega \right] = (\kappa_O U_{3C} + \kappa_T I_y + \kappa_C \omega_{OTC}) - (R_{\text{я}} + \kappa_T) I_C.$$

Дифференциальное уравнение для скорости:

$$\frac{T_M T_{\text{я}}}{\left( 1 + \frac{\kappa_C}{c} \right)} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + \left( 1 + \frac{\kappa_T}{c} \right) \frac{T_M}{\left( 1 + \frac{\kappa_C}{c} \right)} \frac{d\omega}{dt} + \omega = \left( \frac{\kappa_O U_{3C} + \kappa_T I_y + \kappa_C \omega_{OTC}}{c + \kappa_C} \right) - \frac{(R_{\text{я}} + \kappa_T) I_C}{c + \kappa_C} \quad (9.3)$$

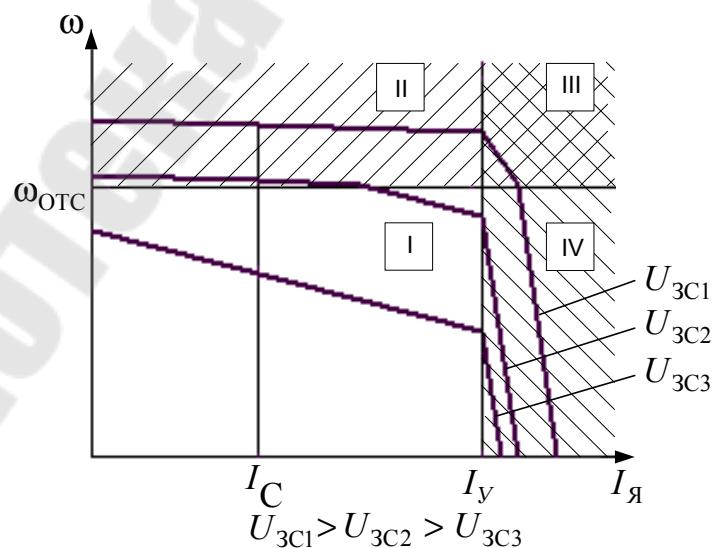
Динамическая электромеханическая характеристика системы в операторной форме:

$$\omega = \frac{(\kappa_O U_{3C} + \kappa_T I_y + \kappa_C \omega_{OTC}) - [\kappa_T + R_{\text{я}}(T_{\text{я}} p + 1)] I_C}{c [ T_M T_{\text{я}} p^2 + T_M \left( 1 + \frac{\kappa_T}{R_{\text{я}}} \right) p + \left( 1 + \frac{\kappa_C}{c} \right) ]} \quad (9.4)$$

Статическая электромеханическая характеристика:

$$\omega = \frac{\kappa_O U_{3C} + \kappa_T I_y + \kappa_C \omega_{OTC}}{c + \kappa_C} - \frac{\kappa_T + R_{\text{я}}}{c + \kappa_C} I_{\text{я}} \quad (9.5)$$

Вид статических характеристик при различных значениях сигнала задания  $U_{3C}$ :



Рассмотрим по областям:

I -  $\alpha \leq \alpha_{OTC}$  и  $I_y \leq I_{y_0}$ .  $k_{OC} = 0$  и  $k_{OT} = 0$ , при этом обратные связи отключены и система разомкнута.

II -  $\alpha > \alpha_{OTC}$ ,  $I_y \leq I_{y_0}$  - включена только обратная связь по скорости:  $k_{OC} \neq 0$ .

III -  $\alpha > \alpha_{OTC}$ ,  $I_y > I_{y_0}$  - включены обе обратные связи:  $k_{OC} \neq 0$ ,  $k_{OT} \neq 0$ .

IV -  $\alpha \leq \alpha_{OTC}$ ,  $I_y > I_{y_0}$  - включена только обратная связь по току  $k_{OT} \neq 0$ .

Построение статической характеристики при определенном сигнале задания производится по (9.5) с учетом значений  $k_T$  и  $k_C$  в зависимости от зоны, в которой располагается участок характеристики.

## **9.7. Анализ динамики систем с переменной структурой**

Анализ динамики подобных систем производится по участком аппроксимации при контроле за значениями переменных с присоединением результатов. Рассмотрим на примере процесса пуска системы, приведенной в разделе 9.6. при максимальном значении сигнала задания  $U_{3C} = U_{3C1}$ . Процесс пуска будет иметь ряд этапов, определяемых нагрузкой и пороговыми значениями НЭ.

**Этап 1.**  $i_y \leq I_C$ . Якорь неподвижен и протекает только электромагнитный переходной процесс. Система описывается уравнениями:

$$\left. \begin{array}{l} k_O U_{3C} = e_\pi \\ e_\pi = R_y (T_y \frac{di_y}{dt} + 1) \end{array} \right\}$$

Начальное значение  $i_y(0) = 0$ . Этап закончится по выполнению условия  $i_y = I_C$ .

**Этап 2.**  $I_C < i_y \leq I_y$ ,  $\alpha < \alpha_{OTC}$ . На данном этапе обратные связи отключены, и  $k_{OT} = 0$ ,  $k_{OC} = 0$ . Система разомкнута и (9.2) преобразуется к виду:

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_O U_{3C} = e_\Pi \\ e_\Pi = c\omega + R_J \left( T_J \frac{di_J}{dt} + 1 \right) \\ i = I_C + \frac{J}{c} \frac{d\omega}{dt} \end{array} \right\} \quad (9.6)$$

Решая (9.6) относительно скорости и тока, получают дифференциальные уравнения и их аналитические решения. Начальные условия  $i_J(0) = I_C$  и  $\alpha(0) = 0$ . Начальные значения производных  $\frac{di_J}{dt}(0)$ ,  $\frac{d\alpha}{dt}(0)$  получают по (9.6).

Процесс на данном этапе закончится, когда ток якоря станет равным  $i_J = I_y$ , а скорость достигнет значения  $\alpha_{k2}$ .

**Этап 3.**  $i_J > I_y$ ,  $\alpha \leq \alpha_{OTC}$ . Действует только обратная связь по току:  $\kappa_{OT} \neq 0$ ,  $\kappa_{OC} = 0$ . Уравнения, описывающие систему:

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_O [U_{3C} - \kappa_{OT} (i_J - I_y)] = e_\Pi \\ e_\Pi = c\omega + R_J \left( T_J \frac{di_J}{dt} + i_J \right) \\ i_J = I_C + \frac{J}{c} \frac{d\omega}{dt} \end{array} \right\} \quad (9.7)$$

Из (9.7) получают дифференциальные уравнения и аналитические решения для данного этапа. Начальные условия:  $i_J(0) = I_y$  и  $\alpha(0) = \alpha_{k2}$ . Начальные значения производных, как и на предыдущем этапе, получают с помощью исходных уравнений – (9.7).

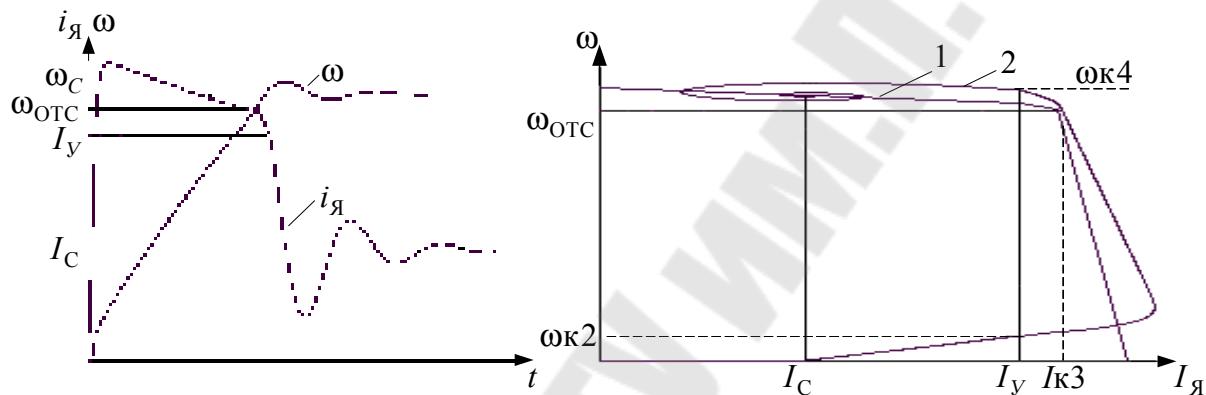
Этап заканчивается по достижению скорости значения  $\alpha = \alpha_{OTC}$ . Конечное значение тока при этом  $I_J = I_{k3}$ .

**Этап 4.**  $i_J > I_y$ ,  $\alpha > \alpha_{OTC}$ . Действуют обе обратные связи, и система описывается (9.2). Также находятся дифференциальные уравнения и их решения. Начальные условия  $i_J(0) = I_{k3}$ ,  $\alpha(0) = \alpha_{OTC}$ . Окончание процесса на этапе, когда ток достигает значения  $i_J = I_y$ . Скорость при этом  $\alpha = \alpha_{k4}$ .

**Этап 5.**  $i_J \leq I_y$ ,  $\alpha > \alpha_{OTC}$ . Обратная связь по току отключена и  $\kappa_{OT} = 0$ ,  $\kappa_{OC} \neq 0$ . Уравнения, описывающие систему:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_O [U_{3C} - \kappa_{OC} (\omega - \omega_{OTC})] &= e_{\Pi} \\ e_{\Pi} &= c\omega + R_J \left( T_J \frac{di_J}{dt} + i_J \right) \\ i_J &= I_C + \frac{J}{c} \frac{d\omega}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (9.8)$$

Начальные значения для получения аналитических решений  $i_J(0) = I_y$ ,  $\alpha(0) = \alpha_{k4}$ . Диаграммы переходного процесса пуска  $i_J(t)$ ,  $\alpha(t)$  и механические характеристики (1 – статическая, 2 – динамическая):



При уменьшении сигнала задания статическая характеристика может проходить через II, I и IV области, а количество этапов быть как меньшим, так и большим в зависимости от соотношения параметров системы.

## 9.8. Параметрические способы регулирования скорости АД

Подобные способы реализуются за счет изменения любого из параметров, входящих в выражение механической характеристики. Кроме них возможны и другие, использующие особенности конструкции АДФР, а также принцип наложения характеристик.

С точки зрения энергетики все способы регулирования делятся на 3 группы.

В первую группу входят способы, при которых скорость и скольжение изменяются в широких пределах, а потери энергии пропорциональные скольжению выделяются в виде теплоты в элементах роторной цепи.

Во вторую группу входят способы, при которых скорость изменяется в широких пределах, но абсолютное скольжение не превышает критическое значение для естественной характеристики ( $s_a < s_K$ ).

К третьей группе относятся способы, при которых скорость и скольжение изменяются в широких пределах, но потери незначительно превышают потери 2-ой группы.

В первую группу входят: реостатное регулирование, регулирование изменением напряжения на статоре, принцип наложения характеристик как в одно- так и в многодвигательных ЭП.

Вторую группу составляют частотное регулирование и регулирование изменением числа пар полюсов.

Способы третьей группы используют особенности конструкции АДФР: за счет введения добавочной ЭДС в цепь ротора избыточная мощность, пропорциональная скольжению, преобразуется и передается в сеть или на вал (каскадные схемы включения АД).

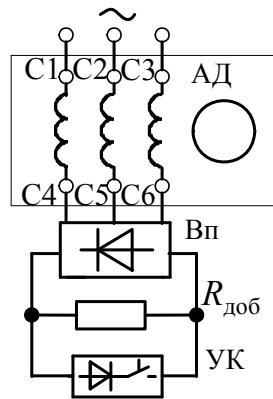
На практике наиболее распространены: реостатное регулирование, изменение числа пар полюсов, частотное регулирование и изменение напряжения. Достаточно часто для расширения диапазона применяют комбинацию из двух способов (частотное регулирования с изменением числа пар полюсов, изменение напряжения при введенном добавочном сопротивлении в цепь ротора).

### **9.9. Особенности реализации способов регулирования скорости АД**

Для разомкнутых ЭП применяют реостатное регулирование, изменение числа пар полюсов, частотное регулирование, изменение напряжения на обмотке статора.

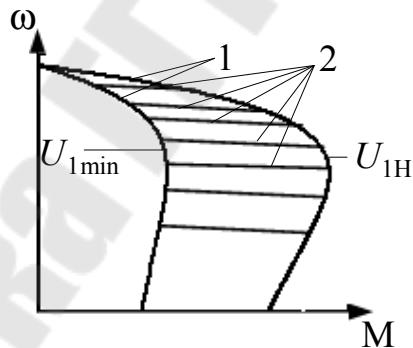
Автоматическое реостатное регулирование может быть реализовано с плавным изменением сопротивления при импульсном управлении в цепи выпрямленного тока статора или ротора.

Первый вариант используется для подрегулировки скорости на несколько процентов (например, в групповом ЭП конвейеров с целью выравнивания нагрузки приводных станций). Применение в системе управления ОС по току с отсечкой позволяет обеспечить плавный пуск конвейера. Упрощенная схема силовой части ЭП:



При широком диапазоне регулирования и жестких характеристиках применяется автоматическое реостатное регулирование с управлением сопротивлением в цепи выпрямленного тока ротора. При отсутствии тахогенератора используется отрицательная обратная связь по ЭДС ротора. Регулирование момента и ускорения в переходных процессах реализуется с помощью отрицательной обратной связи по току ротора.

Регулирование изменением напряжения на обмотке статора  $U_1$  в разомкнутом ЭП производится до критической скорости  $\alpha_K = \alpha_0(1 - s_K)$ . Использование отрицательной ОС по скорости позволяет расширить диапазон, но допустимая нагрузка резко уменьшается. Статические характеристики при крайних значениях сигнала задания скорости АД (1) и замкнутой системы ЭП с отрицательной ОС (2):



Со снижением напряжения уменьшается магнитный поток и для получения требуемого момента ток ротора возрастает. Поэтому снижение скорости ниже критического значения допустимо лишь кратковременно. Такие системы достаточно эффективны для машин центробежного типа, у которых  $M_C$  пропорционален квадрату скорости.

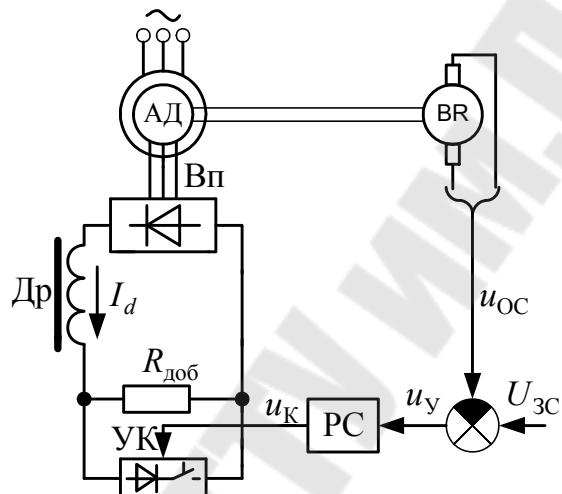
Добавляя САУ отрицательной обратной связью по току с отсечкой можно обеспечить при пуске и торможении ограничение токов, потерь, ускорения или рывка, что необходимо в подъемно-транспортных машинах.

Для получения низких скоростей при позиционировании, когда диапазон достигает  $D_\alpha : 100$ , можно использовать НПЧ, которые

осуществляют частотное регулирование при малых частотах. Расширение диапазона производят за счет двухскоростных ЭД.

## 9.10. Автоматическое реостатное регулирование скорости АД

При широком диапазоне регулирования применяется управление сопротивлением в цепи выпрямленного тока ротора. Для получения жестких характеристик используют отрицательную ОС по скорости или, при отсутствии ТГ, отрицательную ОС по ЭДС ротора. Регулирование момента и ускорения при пуске и торможении обеспечивается отрицательной ОС по току ротора. Схема:



На схеме:  $\text{Др}$  – сглаживающий дроссель,  $\text{УК}$  – управляемый ключ,  $\text{РС}$  – регулятор скорости.

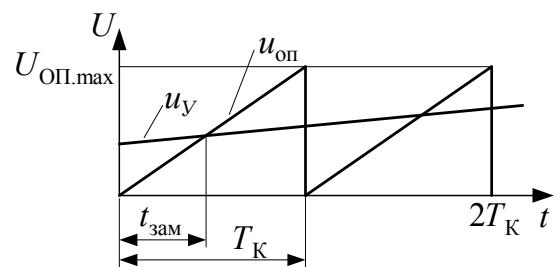
Если пренебречь сопротивлением дросселя, то эквивалентное сопротивление вводимое в цепь ротора  $R_{\exists}$  для схемы замещения АД составляет половину сопротивления цепи постоянного тока. В качестве РС используется ШИМ, который совместно с УК составляет широтно-импульсный преобразователь (ШИП) сопротивления.

Работа ключа характеризуется скважностью замкнутого состояния:

$$\gamma = \frac{t_{\text{зам}}}{T_K} = 0 \dots 1,$$

где:  $T_K$  - период коммутации УК,  $t_{\text{зам}}$  – время замкнутого состояния ключа.

Используя в качестве модулирующего, опорного, сигнала в ШИМ линейное напряжение можно записать:



$$t_{\text{зам}} = \frac{T_K u_y}{U_{\text{ОП max}}}, \text{ а}$$

$$\gamma = \frac{u_y}{U_{\text{ОП max}}} = \frac{1}{U_{\text{ОП max}}} (U_{3C} - \kappa_{OC} \omega).$$

Теперь вводимое в цепь ротора сопротивление:

$$R_{\mathcal{E}} = 0.5(1 - \gamma)R_{\text{доб}} = 0.5 \left( 1 - \frac{U_{3C}}{U_{\text{ОП max}}} + \frac{\kappa_{OC}}{U_{\text{ОП max}}} \omega \right) R_{\text{доб}} \quad (9.9)$$

Приняв, что АД работает на линейном участке искусственных механических характеристик с модулем жесткости  $\beta_I = \frac{2M_K}{\omega_0 s_{KI}}$ :

$$\omega = \omega_0 - \frac{M}{\beta} = \omega_0 - \frac{M\alpha_0}{2M_K} s_{KI} \quad (9.10)$$

Зависимость критического скольжения искусственных характеристик  $s_{KI}$  от сопротивления роторной цепи:

$$\frac{s_{KI}}{R_{\mathcal{E}} + R_2} = \frac{s_{KE}}{R_2} \text{ или } s_{KI} = s_{KE} \left( 1 + \frac{R_{\mathcal{E}}}{R_2} \right), \quad (9.11)$$

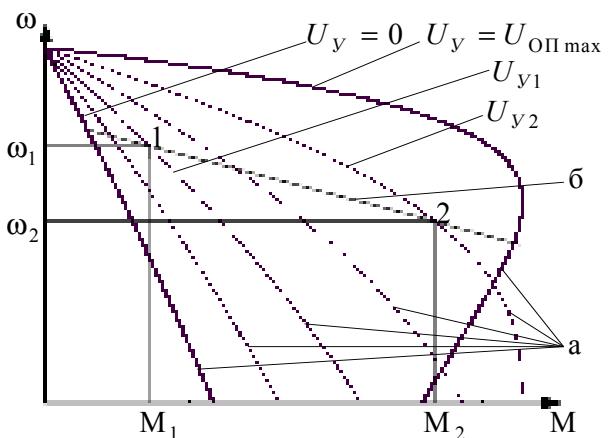
где:  $s_{KE}$  - критическое скольжение естественной характеристики.

Теперь решая совместно (9.9), (9.10) и (9.11) можно получить уравнение механической характеристики. Однако использовать его для определения  $\kappa_{OC}$  весьма затруднительно, так как в него входит нелинейность типа  $M \times \alpha$ . Поэтому определение коэффициентов передачи обратной связи и промежуточного усилителя на входе ШИМ обычно проводят графическим методом:

1. Строятся характеристики АД в разомкнутой системе при разных значениях  $U_y$  (на графике это характеристики - а).

2. По требуемой точности регулирования или статизму строят характеристику замкнутого ЭП (б).

3. Исходя из данных, полученных для двух точек пересечения характеристик АД и



системы, например точек 1 и 2, на основании (9.10) составляют систему уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} U_{y1} = U_{3Cl} - k_{OC}\alpha_1 \quad \text{при } \gamma_1 \\ U_{y2} = U_{3Cl} - k_{OC}\omega_2 \quad \text{при } \gamma_2 \end{array} \right\},$$

по которой и определяют  $U_{3C}$  и  $k_{OC}$ .

Для исключения тахогенератора можно сформировать сигнал обратной связи по ЭДС ротора (положительная связь по току ротора и отрицательная по напряжению).

## 9.11. Законы частотного регулирования

1. Закон М.П.Костенко. Он получен без учета падения напряжения на обмотке статоре и возможного насыщения магнитной цепи:

$$\frac{U_1}{U_{1H}} = \frac{f_1}{f_{1H}} \sqrt{\frac{M}{M_H}}$$

или в относительных единицах

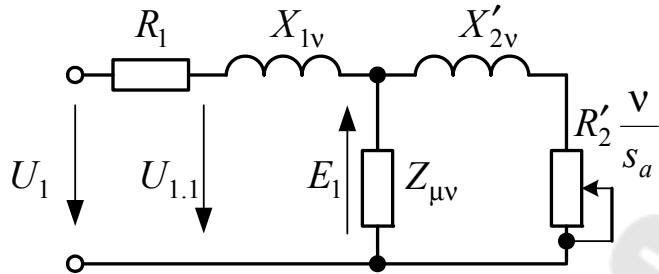
$$\gamma = v \sqrt{\mu}.$$

Условие работы в подобном режиме М.П. Костенко формулирует следующим образом: если сконструирован двигатель для номинальных значений напряжения  $U_{1H}$  и частоты  $f_{1H}$  с номинальным моментом  $M_H$ , а затем при каком-то текущем моменте  $M$  изменить напряжение и частоту при выполнении указанного условия, то он будет работать с примерно постоянными коэффициентом мощности ( $\cos\phi$ ), перегрузочной способности ( $\lambda$ ) и скольжении ( $s_a$ ), а его КПД будет зависеть от частоты ( $v$ ) и практически не будет зависеть от момента, если насыщение магнитной цепи невелико. Диапазон регулирования скорости при таком законе ограничен с одной стороны увеличением соотношения  $\gamma/v$ , что приводит к насыщению магнитной системы, с другой стороны, - значением статического момента.

2. Номинальный закон. Этот закон предусматривает пропорциональное изменение напряжения и частоты:  $\frac{U_1}{f_1} = const$ . При

уменьшении  $v$  от 1 до 0.5 критический момент изменяется незначительно, а при дальнейшем уменьшении характеристики резко ухудшаются. Это происходит из-за уменьшения магнитного потока, вследствие падения напряжения на обмотке статора. Для исключения данного недостатка используют  $IR$  – или  $IZ$  – компенсацию (последующие законы).

3. Закон постоянства полного потока  $\Psi_1 = const$ . При этом законе компенсируется падение напряжения на активном сопротивлении статора (метод  $IR$ -компенсации). Схема замещения фазы двигателя:



В соответствии со схемой закон можно записать:

$$\frac{U_{1.1}}{f_1} = const.$$

Недостатком этого способа является уменьшение рабочего потока в воздушном зазоре при увеличении нагрузки за счет увеличения падения напряжения на индуктивном сопротивлении  $X_1$ , которое учитывает поток рассеяния обмотки статора.

4 Закон постоянства рабочего потока:  $\Psi_\mu = const$  (метод  $IZ$ -компенсации). Если представить  $\bar{E}_1 = \bar{U}_1 - \bar{I}_1 Z_1$ , то получим, что

$$\frac{E_1}{f_1} = const.$$

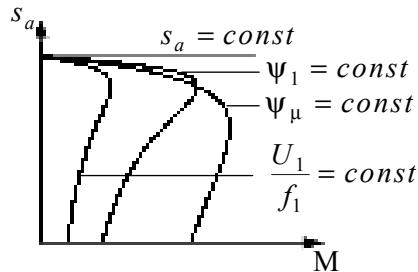
Имея сигнал ОС по ЭДС статора можно реализовать частотный ЭП без функциональных преобразователей.

Недостатком способа является увеличение напряжения на статоре с ростом нагрузки.

5. Закон постоянства абсолютного скольжения:  $s_a = const$ . Если регулировать напряжение  $U_1$ , что бы при любой частоте  $f_1$  абсолютное скольжение оставалось неизменным, то режим работы АД близок к режиму при законе М.П. Костенко. Причем, проще измерять абсолютное скольжение, чем момент. Абсолютное скольжение определяется как  $s_a = \frac{\alpha_{0И} - \alpha_I}{\omega_{0H}} = v - \frac{\alpha_I}{\omega_{0H}}$ , т.е. требуются сигналы управления частотой и ОС по скорости. Если учесть, что частота тока ротора  $f_2 = \frac{p_d}{2\pi}(\omega_{0И} - \omega_I)$ , то закон можно сформулировать и так:

$$f_2 = \text{const}.$$

Характеристики при разных законах для одинаковой частоты  $f_1 < f_{1H}$ :



6. Управление частотой при номинальном напряжении  $U_{1H}$ . Он применяется для расширения диапазона регулирования скорости вверх от естественной характеристики. Критический момент уменьшается обратно пропорционально квадрату частоты. Для улучшения характеристик может использоваться закон  $\gamma = \sqrt{v}$ , т.е.  $\frac{U_1^2}{f_1} = \text{const}$ . Допустимый по нагреву момент уменьшается, но и будет уменьшаться допустимая мощность из-за падения напряжения на обмотке статора. Если это компенсировать, то можно получить регулирование при постоянстве мощности, аналогично 2-ой зоне для ЭП постоянного тока. Но требуется завышение мощности преобразователя, поскольку его выходное напряжение должно быть больше номинального значения.

## 9.12. Особенности построения частотных ЭП

Они вызваны, во-первых, отсутствием отдельного канала управления магнитным потоком и, во-вторых, трудностью или невозможностью измерять отдельные координаты АД. Поэтому для управления потоком и моментом используют положительные ОС для компенсации различных возмущений и косвенные методы измерения. Возможны следующие ситуации:

А. К переходным процессам пуска, торможения и реверса не предъявляются высокие требования к динамическим показателям. В этом случае канал регулирования потоком реализуется по отклонению в 2х вариантах:

1. Непосредственно измеряют магнитный поток в воздушном зазоре АД с помощью датчика Холла.
2. Используют косвенное измерение потока с решением векторного уравнения электрического равновесия для статора в осях  $XY$ :

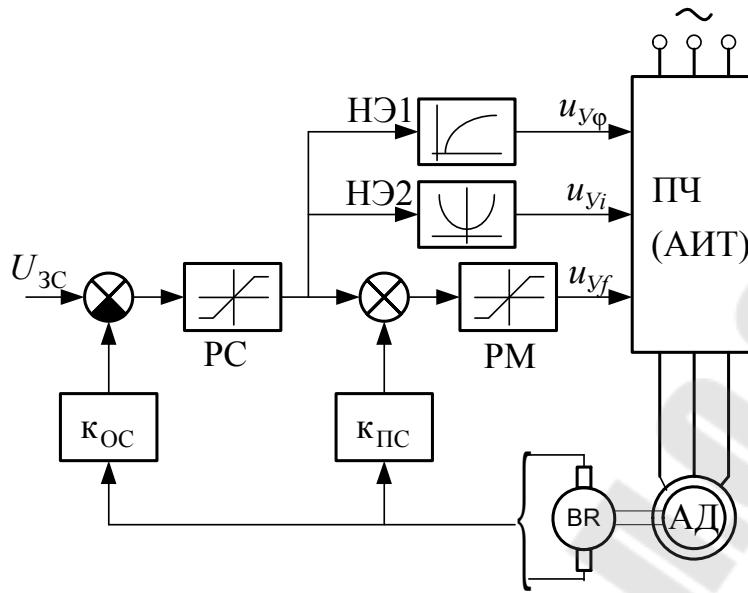
$$\bar{u}_1 = R_1 \bar{i}_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_{0\text{ЭЛ}} \bar{\Psi}_1.$$

С учетом, что  $\bar{\Psi}_1 = (L_1 - L_{12})\bar{i}_1 + L_{12}\bar{i}_\mu$  имеем:

$$\bar{u}_1 = \bar{i}_1 [R_1 + j\omega_{0\text{ЭЛ}} (L_1 - L_{12})] + (L_1 - L_{12}) \frac{d\bar{i}_1}{dt} + L_{12} \frac{d\bar{i}_\mu}{dt} + j\omega_{0\text{ЭЛ}} L_{12} \bar{i}_\mu \quad (9.12)$$

Приведенное уравнение электрического равновесия для статора (9.12) показывает взаимосвязь между током намагничивания  $\bar{i}_\mu$  или рабочим потоком и напряжением и током статора. Решение данного уравнения в динамике затруднено из-за несимметрии напряжения и токов по фазам и произведениями переменных. Поэтому приближенно считают, что при работе системы автоматического регулирования, поток и ток намагничивания неизменны, а производная по току намагничивания равна 0 ( $\Phi, \bar{i}_\mu = \text{const}, \frac{d\bar{i}_\mu}{dt} = 0$ ). Теперь, измеряя напряжение и токи 2-х фаз вычислительное устройство (наблюдатель) рассчитывает амплитуду и фазу  $\bar{i}_\mu$  (или рабочего потока) для формирования сигнала ОС по потоку в канал управления моментом, в котором формируются управляющие воздействия для напряжения или тока статора.

**Б.** К ЭП предъявляются жесткие требования по переходным процессам. Для их выполнения контур регулирования скорости должен содержать подчиненный контур регулирования момента. В простейшем варианте может быть использована компенсационная система с положительной ОС по скорости при частотно-токовом регулировании АД. Упрощенная схема:



$K_{PS}$ ,  $K_{OC}$  – коэффициенты передачи соответственно положительной и отрицательной связей по скорости;  $u_{y\phi}$ ,  $u_{yi}$  – напряжения управления фазой и током для поддержания  $\bar{\Psi}_2 = const$ ;  $u_{yf}$  – напряжение управления частотой; РМ – регулятор момента; НЭ1 – нелинейный элемент, который реализует зависимость фазы тока от абсолютной скольжения:

$$\varphi_1(s_a) = \arctg \frac{i_{1Y}}{i_{1X}} = \arctg \frac{L_2 \alpha_{0\text{эл.н.}} \cdot s_a}{R'_2};$$

НЭ2 – реализует зависимость амплитуды тока статора от абсолютного скольжения:

$$I_{1m}(s_a) = \frac{\Psi_2}{L_{12}} \sqrt{1 + \left( \frac{L_2 \omega_{0\text{эл.н.}} \cdot s_a}{R'_2} \right)^2}.$$

И когда  $\bar{\Psi}_2 = const$ , то вектор тока  $\bar{i}_1 = I_{1m} \cdot e^{j(\alpha_{0\text{эл.н.}} \varphi_1)}$ .

При таком управлении магнитный поток в зазоре постоянный ( $\Phi_\mu = const$ ) и можно воспользоваться линеаризованной механической характеристикой:

$$M(T_\Theta p + 1) = \beta_C (\alpha_0 - \alpha).$$

При питании от источника напряжения, электромагнитная постоянная АД находится, как  $T_\Theta = \frac{L_{1\sigma} + L'_{2\sigma}}{R'_2}$  и может принимать

значение 6...60 мс, а при питании от источника тока определяется:

$$T_{\Theta} = \frac{L_{12} + L'_{2\sigma}}{R_2} \text{ и будет на порядок больше.}$$

Канал управления частоты в контуре регулирования момента описывается уравнением:

$$\alpha_0 = \kappa_{PM} \kappa'_{yf} (u_{3M} + \kappa_{PC} \alpha),$$

где:  $\kappa_{PM}$  - коэффициент усиления регулятора момента.

Теперь линеаризованная механическая характеристика может быть представлена, как:

$$M(T_{\Theta} p + 1) = \beta_C \kappa_{PM} \kappa'_{yf} u_{3M} - (1 - \kappa_{PM} \kappa'_{yf} \kappa_{PC}) \beta_C \omega.$$

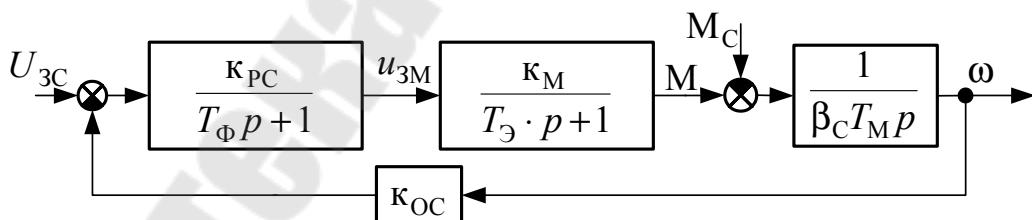
Для получения абсолютно мягких характеристик необходимо, чтобы ОС по скорости имела критическое значение  $\kappa_{KM} \kappa_{PC,kp} = 1/\kappa'_{yf}$ . В этом случае момент двигателя будет определяться, как:

$$M = \frac{\kappa_{PM} \kappa'_{yf}}{(T_{\Theta} p + 1)} u_{3M} = \frac{\kappa_M}{(T_{\Theta} p + 1)} u_{3M},$$

а коэффициент передачи контура момента в контуре регулирования скорости:

$$\kappa_M = \beta_C \kappa_{PM} \kappa'_{yf}.$$

Теперь структурная схема контура регулирования скорости будет выглядеть следующим образом:



В ПФ регулятора скорости учтена малая постоянная времени фильтра  $T_{\Phi}$  цепи отрицательной ОС по скорости.

В соответствии со схемой операторное уравнение механической характеристики запишется:

$$M(T_{\Theta} p + 1)(T_{\Phi} p + 1) = \kappa_{PC} \kappa_M U_{3C} - \kappa_{PC} \kappa_M \kappa_{OC} \omega.$$

Уравнение статической характеристики:

$$\omega = \frac{U_{3C}}{K_{OC}} - \frac{M}{K_{PC} K_M K_{OC}}.$$

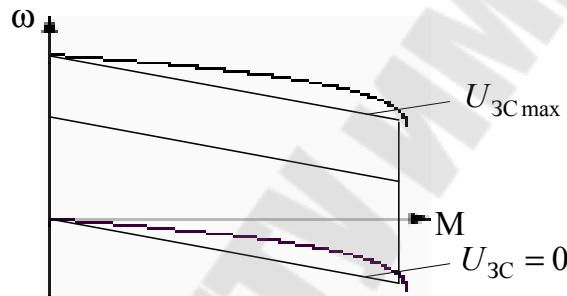
Модуль жесткости механической характеристики замкнутой системы

$$\beta_{ZAM} = K_{PC} K_M K_{OC}.$$

Значение модуля жесткости должно быть ограничено из-за динамических показателей. Если отнести  $T_\vartheta$  и  $T_\Phi$  к малой постоянной времени  $T_\mu$  и оптимизировать контур на оптимум по модулю, то регулятор скорости будет иметь коэффициент усиления:

$$K_{PC} = \frac{\beta_C T_\mu}{2T_\mu K_M K_{OC}},$$

а механические характеристики:



Для ЭП малой и средней мощности  $T_\mu$  принимает достаточно малое значение и в результате характеристики получаются мягкими. Поэтому для повышения точности используют настройку на симметричный оптимум.

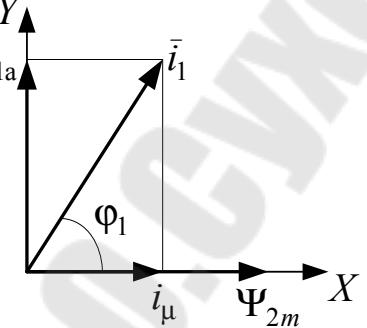
Компенсация возмущения не дает достаточно высокую точность из-за изменения параметров двигателя при колебаниях нагрузки или напряжения сети. Поэтому при жестких требованиях используют как компенсацию возмущения, так и регулирование по отклонению.

### **9.13. Частотное регулирование скорости АД с векторным принципом управления**

Математический аппарат координатных и фазных преобразований, используемый для обобщенной машины, позволяет анализировать процессы в АД. Кроме того, его применяют для построения алгоритмов функционирования систем частотного регулирования скорости ЭП. В частности, он является основой для построения систем использующих принцип ориентации по магнитному полю.

Предположим, что при создании САР допускается измерять текущее значение вектора  $\bar{\Psi}_2$  (его модуля, фазы и скорости). Координатную

систему  $XY$ , вращающуюся со скоростью  $\alpha_k = \alpha_{0\text{эл}}$ , можно совместить с направлением вектора  $\bar{\Psi}_2 = \Psi_{2m} \cdot e^{j\alpha_{0\text{эл}}t}$  таким образом, что бы  $\Psi_{2X} = \Psi_{2m}$  и  $\Psi_{2Y} = 0$ . При этом вектор тока статора  $\bar{i}_1$  будет ориентирован относительно вектора потокосцепления углом сдвига фазы  $\Phi_1$ , т.е.:  $\bar{i}_1 = I_{1m} \cdot e^{j(\alpha_{0\text{эл}}t + \Phi_1)}$ . Его проекция на ось  $X$  дает мгновенное значение тока намагничивания  $i_{1X} = i_\mu$ , а на ось  $Y$  – активную составляющую тока статора  $i_{1Y} = i_{1a}$ :



Основой для вычисления текущих значений переменных служат уравнения механической характеристики в осях  $XY$  с учетом ориентации по полю:

$$\left. \begin{array}{l} u_{1X} = R_1 i_{1X} + p\Psi_{1X} - \omega_{0\text{эл}} \Psi_{1Y} \\ u_{1Y} = R_1 i_{1Y} + p\Psi_{1Y} + \omega_{0\text{эл}} \Psi_{1X} \\ 0 = R'_2 i'_{2X} + p\Psi_{2m} \\ 0 = R'_2 i'_{2Y} + (\omega_{0\text{эл}} - \omega_{\text{эл}}) \Psi_{2m} \\ M = p_d \frac{L_{12}}{L_2} \Psi_{2m} i_{1Y} \end{array} \right\} \quad (9.13)$$

Учитывая выражения для потокосцепления, представляя электромагнитные постоянные времени

$$T_1 = \frac{L_1}{R_1}, \quad T_{1\sigma} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_2 R_1}, \quad T_2 = \frac{L_2}{R'_2}$$

и модуль жесткости  $\beta = p_d^2 \frac{\Psi_{2m}}{R'_2}$ , (9.13) преобразуются к виду:

$$\left. \begin{array}{l} u_{1X} = R_1 [(T_1 p + 1) i_{1X} - T_{1\sigma} \alpha_{0\text{эл}} i_{1Y}] \\ u_{1Y} = R_1 [(T_{1\sigma} p + 1) i_{1Y} + T_1 \omega_{0\text{эл}} i_{1X}] \\ i_{1X} = (T_2 p + 1) \Psi_{2m} / L_{12} \\ M = \beta (\omega_0 - \omega) \end{array} \right\} \quad (9.14)$$

По представленным выражениям видно, что для регулирования потокосцепления ротора необходимо изменять  $i_{1X}$ , а для момента -  $i_{1Y}$ .

Однако при этом проявляется электромагнитная инерционность, характеризуемая большими постоянными времени  $T_1$ ,  $T_2$ .

Используя ориентацию осей координат по векторам  $\bar{\Psi}_1$  или  $\bar{\Psi}_\mu$ , можно получить соответствующие выражения.

При обеспечении САР условия  $\Psi_{2m} = \Psi_{2m} = const$  (9.14) записывается, как:

$$\left. \begin{aligned} u_{1X} &= R_1(i_{1X} - T_{1\sigma}\omega_{0\text{ЭЛ}}i_{1Y}) \\ u_{1Y} &= R_1[(T_{1\sigma}p + 1)i_{1Y} + T_1\omega_{0\text{ЭЛ}}i_{1X}] \\ M &= p_d \frac{L_{12}\Psi_{2m}}{L_2} i_{1Y} \end{aligned} \right\}$$

и при этом электромагнитная инерционность характеризуется только малой постоянной  $T_{1\sigma}$ , которая проявляется только при питании АД от источника напряжения. Когда в ПЧ используется АИТ, то двигатель представляется безинерционным звеном.

Таким образом, если оперировать в цепях управления не реальными переменными, а преобразованными к координатной системе  $XY$  ориентированной полю, то можно управлять магнитным потоком и электромагнитным моментом с помощью соответствующих проекций векторов тока или напряжения. Причем используются сигналы постоянного тока, а не переменного, что позволяет строить и синтезировать САР аналогично системам управления ДПТ.

Для реализации подобных систем с управлением по отклонению необходимо измерение токов статора и магнитного потока в воздушном зазоре (с помощью датчика Холла), преобразование 3-х фазных переменных в 2-х фазные, ориентированные по полю. После их обработки регуляторами, с полученными управляющими воздействиями провести обратные преобразования.

## 9.14. Каскадные схемы регулирования скорости асинхронных электроприводов

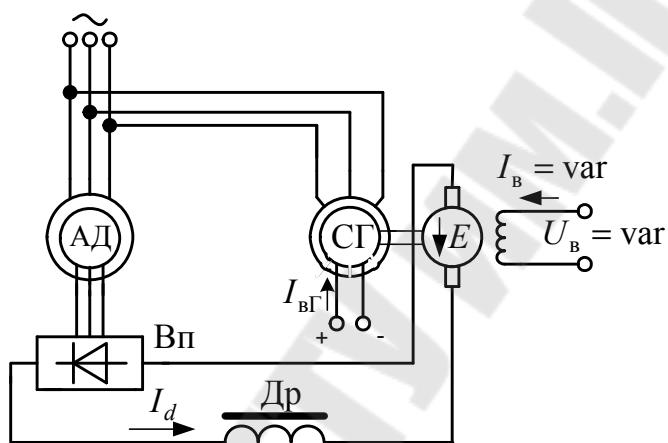
Основным недостатком параметрических способов регулирования скорости при  $\alpha_0 = const$  является увеличение потерь мощности пропорционально скольжению  $\Delta p_2 = M\alpha_0 s$  с расширением диапазона регулирования. Для АДФР исключить этот недостаток можно введя в цепь ротора реверсивный источник с регулируемой ЭДС, с помощью которого энергию скольжения преобразовывать в электрическую и отдавать ее в

сеть (электрический каскад), или в полезную механическую энергию с передачей на вал (электромеханический каскад).

При увеличении добавочной ЭДС, включенной встречно с ЭДС ротора, уменьшаются ток ротора и электромагнитный момент. Ротор начинает замедляться, а скольжение и ЭДС  $E_{d0}s$  возрастают. При этом восстанавливаются ток и момент. В результате установившийся режим будет достигнут при меньшей скорости. При использовании статистического преобразователя, для получения добавочной ЭДС каскад называют вентильным. При использовании электромашинного преобразователя – машинно-вентильным.

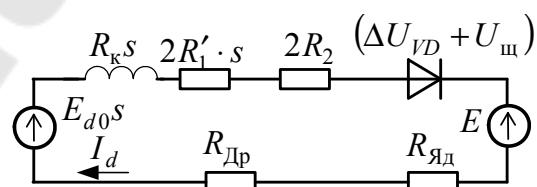
### Электрический машинно-вентильный каскад.

Упрощенная схема:



Для рекуперации энергии скольжения используется электромашинный агрегат, состоящий из ДПТ НВ и синхронного генератора СГ. Через ВП энергия подводится к якорю ДПТ, который создает врачающий момент заставляя работать синхронную машину в режиме генератора. Токи возбуждения  $I_v$  и  $I_{vG}$  регулируются вручную или автоматически. ЭДС ДПТ, включенную через Вп встречно с ЭДС ротора, за счет тока возбуждения можно изменять от 0 до  $E_H$ .

Схема замещения цепи выпрямленного тока ротора:



На схеме:  $E_{d0}$  – выпрямленная ЭДС ротора при  $s=1$ ;  $E = k\Phi\alpha_d$  - ЭДС вращения ДПТ;  $\alpha_{0G} = \alpha_d$  – синхронная скорость СГ, определяемая частотой сети;  $R_k = \frac{X'_1 + X_2}{2\pi} m$  - коммутационное сопротивление Вп;

$R_2, X_2, R'_1, X'_1$  - параметры фазных обмоток соответственно ротора и приведенные статора;  $(\Delta U_{VD} + U_{ш})$  - падения напряжения на вентилях и щеточных контактов машин.

Суммарная противо-ЭДС, включенная в цепь  $E_\Sigma = E + (\Delta U_{VD} + U_{ш})$ . Эквивалентное сопротивление цепи  $R_\Theta = (R_k + 2R'_1)s + 2R_2 + R_{ДР}$ . Выпрямленный ток ротора  $I_d = \frac{E_{d0}s - E_\Sigma}{R_\Theta(s)}$  на холостом ходу при  $E_\Sigma \neq 0$  можно получить равным 0

при скольжении  $s_0$ , если выполняется равенство  $E_{d0}s_0 = E_\Sigma$ . Откуда:  $s_0 = \frac{\kappa\Phi\alpha_d + (\Delta U_{VD} + U_{ш})}{R_\Theta(s)}$ , а скорость идеального холостого хода на

искусственной характеристике  $\alpha_{0И} = \alpha_0(1 - s_0)$ , или:

$$\omega_{0И} = \omega_0(1 - s_0) = \omega_0 \left[ 1 - \frac{\kappa\Phi\omega_d + (\Delta U_{VD} + U_{ш})}{R_\Theta(s)} \right]$$

Таким образом, управляя током возбуждения и магнитным потоком ДПТ можно получать искусственные характеристики АД с изменением скорости идеального холостого хода. Полное выражение механической характеристики можно получить на основании мощность отдаваемой в роторную цепь (мощность скольжения  $P_S$ ):

$$P_S = E_{d0}sI_d - R_k s I_d^2.$$

При скольжении  $s_0$  выпрямленный ток  $I_{d0} = \frac{E_{d0}(s_0 - s)}{R_\Theta(s)}$ . Теперь

передаваемая мощность определяется:

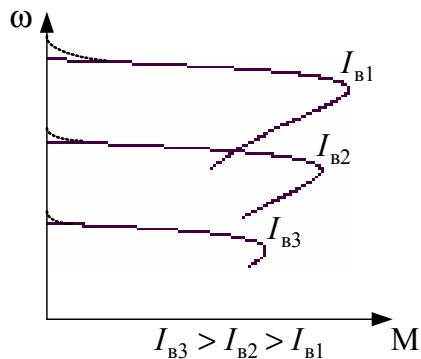
$$P = E_{d0}^2 \left[ \frac{s(s_0 - s)}{R_\Theta} - \frac{R_k s (s_0 - s)^2}{R_\Theta^2} \right] = E_{d0}^2 \frac{R_{\Theta 0}}{R_\Theta(s)} (s_0 - s) s,$$

где:  $R_{\Theta 0}$  - эквивалентное сопротивление цепи при  $s_0$ .

С другой стороны  $P_S = M\alpha_0 s$ . В результате:

$$M = \frac{E_{d0}^2}{\omega_0} \cdot \frac{R_\Theta(s_0)}{R_\Theta^2(s)} (s - s_0).$$

Характеристики при различных значениях тока возбуждения ДПТ:

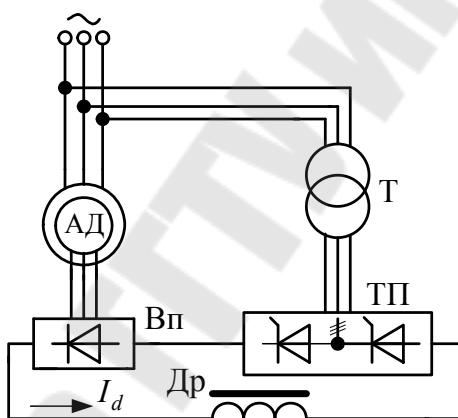


Учитывая режим прерывистого тока, реальные характеристики в зоне малых нагрузок более мягкие (----).

Недостатки данной схемы заключаются в 2-х ступенях преобразования энергии. Но использование СГ позволяет улучшить работу сети. Целесообразно применять данный каскад при средних и больших мощностях.

### **Асинхронно-вентильный каскад (АВК).**

Упрощенная схема:



На схеме: ТП – тиристорный преобразователь, работающий в режиме инвертора; Т – трансформатор для согласования ЭДС ротора и напряжения сети.

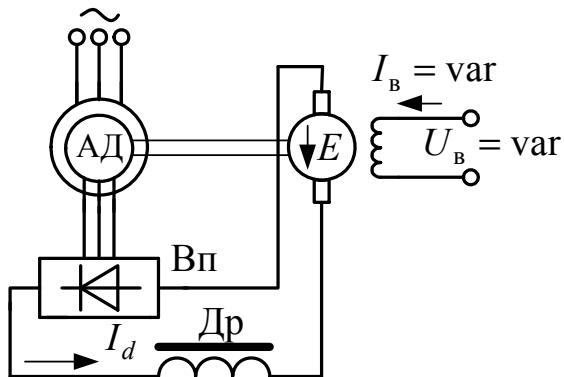
Характеристики данного каскада аналогичны характеристикам машинно-вентильного каскада, но имеют меньшую жесткость из-за большего значения внутреннего сопротивления ТП по сравнению с сопротивлением ДПТ.

При малых значениях скольжения в режиме прерывистого тока возможно появления сквозных токов через инвертор и выпрямитель, минуя цепь ротора.

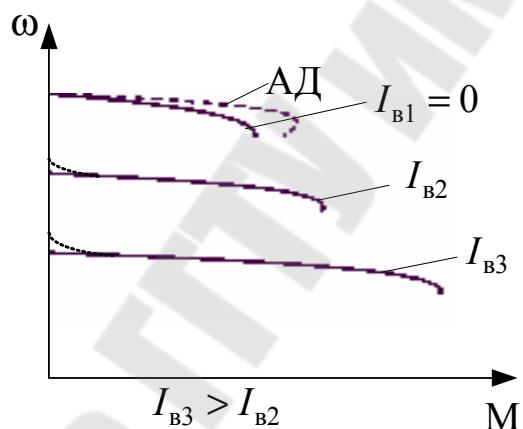
Применяется данный каскад для приводов малых и средних мощностей. Для земснарядов выпускаются комплектные АВК на мощность от нескольких сотен кВт до 2,2 МВт.

### **Электромеханический каскад.**

Упрощенная схема:



Принцип регулирования скорости такой же, как и у машинно-вентильного каскада и работа АД описывается теми же соотношениями. Но энергия скольжения после преобразования не отдается в сеть а возвращается на вал. Суммарный момент ЭП состоит из моментов АД и ДПТ. В результате закон регулирования близок к закону  $P=const$ . Естественная механическая характеристика АД и характеристики каскада при разных значениях тока возбуждения ДПТ:



### 9.15. Многодвигательный электропривод. Особенности и выравнивание нагрузки

Применение многодвигательной электромеханической системы вызвано ее преимуществами:

1. С увеличением числа валопроводов уменьшается их нагрузка и облегчается механическая передача.
2. Уменьшается суммарный момент инерции, приведенный к скорости ЭД.
3. Обеспечиваются более равномерные усилия в исполнительном механизме.

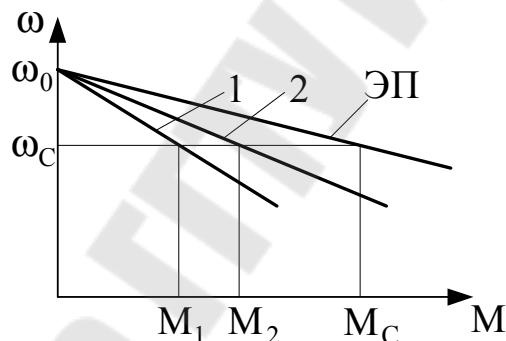
Используется подобный ЭП для валков прокатных станов, для механизмов кранов и крупных экскаваторов, для конвейеров и др. рабочих машин.

Одна из проблем многодвигательных ЭП заключается в выравнивании нагрузки между ЭД и, соответственно, между валопроводами в статических и динамических режимах. Рассмотрим распределение и способы выравнивания нагрузки на примере 2-х двигателейного ЭП.

Из-за механической связи в статическом режиме скорости ЭД равны  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , а моменты  $M_1 + M_2 = M_C$ . В общем случае, даже при одинаковых типоразмерах двигателей скорости идеального холостого хода  $\alpha_{01} \neq \alpha_{02}$  и модули жесткостей характеристик  $\beta_1 \neq \beta_2$ . Суммарная характеристика ЭП может быть записана, как:  $M_C = M = \beta_1(\alpha_{01} - \alpha) + \beta_2(\alpha_{02} - \alpha)$  и результирующая:

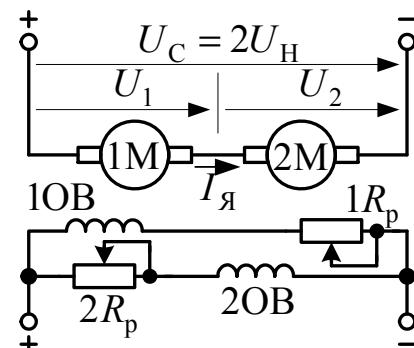
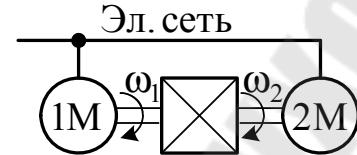
$$\omega = \frac{\beta_1\alpha_{01} + \beta_2\alpha_{02}}{\beta_1 + \beta_2} + \frac{M}{\beta_1 + \beta_2}.$$

Для АД синхронные скорости  $\alpha_{01} = \alpha_{02}$  и при условии  $\beta_1 < \beta_2$  рабочие участки характеристик будут иметь вид:



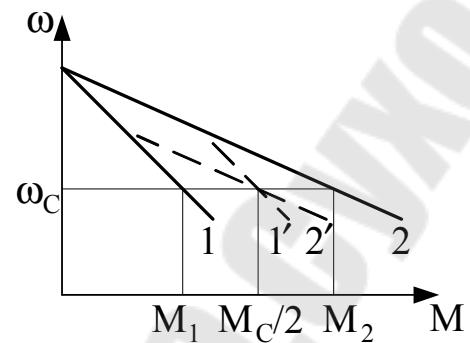
Нагрузка между ЭД распределится пропорционально модулям жесткости  $M_1 < M_2$ . Причем, чем выше среднее значение  $\beta$ , тем большее расхождение между значениями моментов. Поэтому при выборе АДКЗ желательно использовать ЭД с повышенным скольжением (например, серии 4АС...). Для АДФР можно добиться идентичности характеристик и равенства моментов за счет добавочных сопротивлений в роторных цепях.

У ДПТ кроме неравенства  $\beta_1 \neq \beta_2$  обычно различны и  $\alpha_{01} \neq \alpha_{02}$ . Поэтому при параллельном включении якорных цепей, кроме добавочных сопротивлений, требуется подрегулировка магнитных потоков для обеспечения равенства  $k\Phi_1 = k\Phi_2 = k\Phi$ . Для облегчения решения задачи и уменьшения потерь применяют последовательное



включение якорных цепей на двойное номинальное напряжение.

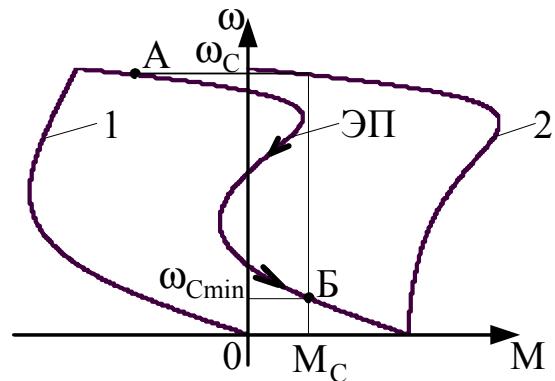
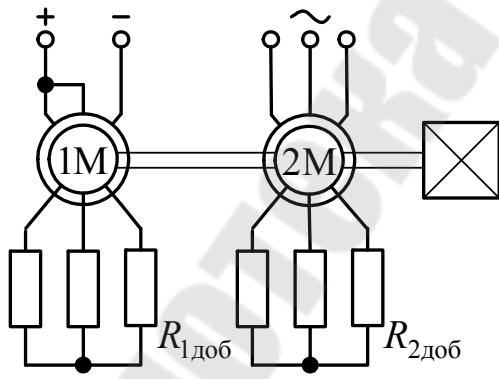
При равенстве магнитных потоков обеспечивается равенство моментов:  $M_1 = k\Phi_1 I_{я} = M_2 = k\Phi_2 I_{я}$ , но при этом неравномерно распределяются напряжения:  $U_1 = k\Phi\alpha + I_{я}R_{яд1}$  и  $U_2 = k\Phi\alpha + I_{я}R_{яд2}$ . Если  $R_{яд1} > R_{яд2}$ , то  $U_1 > U_2$ , что соответствует смещению характеристик 1-го ЭД вверх и 2-го вниз.



## 9.16. Регулирование скорости многодвигательного ЭП

С точки зрения выравнивания нагрузки предпочтительным является реостатное регулирование. При питании ЭД от одного УП с регулированием напряжением ДПТ их якорные цепи включаются параллельно, а для АД с частотным регулированием параллельно включаются обмотки статора. Для выравнивания нагрузки и улучшения динамики необходимо обеспечить идентичные характеристики и одинаковые значения постоянных времени. Это наиболее просто достигается за счет сопротивлений.

Для получения низких скоростей при позиционировании, если позволяет перегрузочная способность, применяют принцип наложения характеристик. В многодвигательном ЭП это решается обеспечением разных режимов ЭД. К примеру, для асинхронного ЭП схемная реализация и механические характеристики:



Первый ЭД переводится в режим динамического торможения. И по суммарной характеристике ЭП происходит снижение скорости от значения  $\omega_C$  в точке А до  $\omega_{Cmin}$  в точке Б. Результирующая характеристика обладает достаточно высокой жесткостью. Недостаток заключается в больших потерях мощности.

## **Литература**

1. Андреев В.П., Сабинин Ю.А. Основы электропривода. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 496 с.
2. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
3. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 697 с.
4. Ковчин С.А., Сабинин Ю.А. Теория электропривода. – СПб.: Энергоатомиздат, 2000. – 496 с.
5. Фираго Б.И. Теория электропривода: Б.И.Фираго, Л.Б. Павлячик – Мн.: ЗАО “Техноперспектива”, 2004 – 527с.
6. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода.- М: Энергия, 1979.– 616 с.

# **Содержание**

Введение .....	3
1. Механика электропривода .....	6
1.1. Приведение моментов, сил и жесткостей.....	6
1.2. Расчетные схемы механической части .....	9
1.3. Механические характеристики исполнительных механизмов.....	12
1.4. Уравнение движения электропривода .....	15
1.5. Режимы работы электропривода .....	17
1.6. Структурные схемы и динамические свойства механической части электропривода.....	18
1.7. Переходные процессы в механической части электропривода .....	24
1.8. Переходные процессы при нелинейных зависимостях $M(t)$ и $M_C(t)$ .....	27
1.9. Переходные процессы в механической части с упругой связью ...	29
2. Динамические процессы в электромеханическом преобразователе .....	32
2.1. Обобщенная электрическая машина .....	32
2.2. Электромеханическая связь в электромеханическом преобразователе .....	36
2.3. Системы координат обобщенной электрической машины.....	37
2.4. Ограничения на процессы преобразования энергии в ЭМП .....	40
3. Электромеханические свойства электродвигателей.....	41
3.1. Естественные и искусственные характеристики. Виды изменения переменных.....	41
3.2. Обобщенная модель машины постоянного тока независимого возбуждения.....	42
3.3. Основные характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения .....	46
3.4. Естественные и искусственные характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения .....	49
3.5. Пуск и торможение двигателя постоянного тока независимого возбуждения.....	52
3.6. Структурные схемы двигателя постоянного тока независимого возбуждения.....	54
3.7. Описание электромеханических процессов в двигателе постоянного тока последовательного возбуждения.....	57
3.8. Статические характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения.....	59
3.9. Искусственные характеристики двигателя постоянного тока последовательного возбуждения .....	60
3.10. Торможение двигателя постоянного тока последовательного возбуждения.....	63

3.11. Особенности двигателя смешанного возбуждения .....	64
3.12. Математическое описание электромеханических процессов в асинхронном электродвигателе .....	66
3.13. Описание статических режимов асинхронного двигателя .....	67
3.14. Статические характеристики асинхронного двигателя .....	68
3.15. Искусственные характеристики асинхронного двигателя .....	71
3.16. Динамические свойства асинхронного двигателя .....	74
3.17. Электромеханические свойства синхронного двигателя.....	77
3.18. Динамические свойства синхронного двигателя.....	79
4. Энергетика электропривода .....	80
4.1. Потери энергии в статических режимах.....	80
4.2. Потери энергии в переходных процессах .....	82
4.3. Нагрев и охлаждение электродвигателей.....	85
4.4. Нагрузочные диаграммы .....	87
4.5. Общий порядок выбора электродвигателей.....	87
4.6. Номинальные режимы электродвигателей.....	88
4.7. Методы выбора электродвигателей по мощности.....	90
4.8. Учет ухудшения условий охлаждения.....	93
4.9. Выбор электродвигателя для продолжительного режима.....	94
4.10. Выбор электродвигателя для кратковременного режима.....	95
4.11. Выбор электродвигателя для повторно-кратковременного режима.....	96
5. Разомкнутая электромеханическая система .....	97
5.1. Уравнения и структурные схемы .....	97
5.2. Обобщенная электромеханическая система с линеаризованной характеристикой.....	100
5.3. Динамические свойства электромеханической системы с линеаризованной характеристикой .....	101
5.4. Устойчивость статического режима .....	103
6. Электромеханические переходные процессы .....	104
6.1. Виды процессов и методы их анализа .....	104
6.2. Переходные процессы при линейной механической характеристике ЭП.....	107
6.3. Наброс нагрузки .....	110
6.4. Скачок задания .....	112
6.5. Переходные процессы, при управляемом воздействии, изменяющемся во времени: $\omega_0=f(t)$ .....	114
6.6. Переходные процессы при нелинейных механических характеристиках .....	117
6.7. Особенности анализа переходных процессов в системах ЭП с СД и АД .....	118
7. Регулирование координат ЭП .....	118

7.1.	Общие понятия .....	118
7.2.	Показатели регулирования.....	119
7.3.	Система управляемый преобразователь - двигатель (обобщенная система УП–Д) .....	120
7.4.	Система генератор-двигатель (Г–Д) .....	121
7.5.	Система тиристорный преобразователь – двигатель (ТП–Д) .....	124
7.6.	Система широтно-импульсный преобразователь – двигатель (ШИП–Д).....	126
7.7.	Система преобразователь частоты – асинхронный двигатель (ПЧ–АД).....	127
7.8.	ЭП с вентильным двигателем (бесколлекторным двигателем) ...	129
8.	Регулирование момента и тока .....	129
8.1.	Реостатное регулирование момента и тока .....	129
8.2.	Система источник тока – двигатель (ИТ–Д) .....	134
8.3.	Автоматическое регулирование момента и тока в системе УП–Д.....	135
9.	Регулирование скорости .....	138
9.1.	Реостатное регулирование .....	138
9.2.	Регулирование ДПТ с шунтированием якоря .....	139
9.3.	Регулирование скорости в системе УП–Д .....	140
9.4.	Автоматическое регулирование скорости ДПТ в системе УП–Д .....	141
9.5.	Регулирование скорости ДПТ изменением магнитного потока ..	143
9.6.	Система, работающая в режиме пуска, торможения и реверса ...	144
9.7.	Анализ динамики систем с переменной структурой.....	147
9.8.	Параметрические способы регулирования скорости АД.....	149
9.9.	Особенности реализации способов регулирования скорости АД.....	150
9.10.	Автоматическое реостатное регулирование скорости АД .....	152
9.11.	Законы частотного регулирования.....	154
9.12.	Особенности построения частотных ЭП .....	156
9.13.	Частотное регулирование скорости АД с векторным принципом управления .....	160
9.14.	Каскадные схемы регулирования скорости асинхронных электроприводов .....	162
9.15.	Многодвигательный электропривод. Особенности и выравнивание нагрузки.....	166
9.16.	Регулирование скорости многодвигательного ЭП .....	168
	Литература .....	169
	Содержание .....	170

**Захаренко Владимир Сергеевич  
Козлов Андрей Владимирович**

## **ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА**

**Курс лекций  
по одноименной дисциплине  
для студентов специальности 1-53 01 05  
«Автоматизированные электроприводы»  
дневной и заочной форм обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку  
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного  
учебно-методического документа 31.05.11.

Рег. № 1Е.  
E-mail: ic@gstu.by  
<http://www.gstu.by>