

УДК 519.87

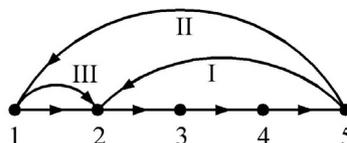
## О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Л. Л. Великович

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

Приближение – начало познания  
*Хулио Кортасар*

Любая разумная деятельность связана с добычей информации. Например, каждое измерение – это получение информации. При этом мы в большинстве случаев заменяем исходную ситуацию на какое-то ее упрощение – модель. Этот процесс можно представить в виде следующей схемы [1, с. 10] на рис. 1.



*Рис. 1. Процесс познания в физике:*

- 1 – реальная физическая ситуация; 2 – модельная физическая ситуация;  
3 – математическая модель; 4 – математическая информация; 5 – физическая  
интерпретация (информация); I – проверка на модельную адекватность;  
II – проверка на реальную адекватность; III – преобразование модели  
(в случае необходимости)*

Как правило, реальную ситуацию (объект, явление, процесс) удобно рассматривать в виде некоторой системы. Следуя В. Н. Волковой [2, с. 629], под системой будем понимать совокупность укрупненных компонентов, принципиально необходимых для существования и функционирования исследуемой или создаваемой системы:

$$S \underset{def}{=} \langle \{Z\}, \{Str\}, \{Tech\}, \{Cond\} \rangle,$$

где  $\{Z\}$  – совокупность или структура целей;  $\{Str\}$  – совокупность структур (производственная, организационная и т. п.), реализующих цели;  $\{Tech\}$  – совокупность технологий (методы, средства, алгоритмы и т. п.), реализующих систему;  $\{Cond\}$  – условия существования системы, т. е. факторы, влияющие на ее создание, функционирование и развитие.

Подчеркнем, что уже сам выбор определения понятия «система» является фактически началом моделирования, и системы, попадающие под приведенное определение, считаются сложными. В качестве типичного паттерна (pattern) сложных систем будем использовать химико-технологическое производство [3].

Внешний потенциал информации о химико-технологических процессах очень велик. Поэтому для их изучения создаются разнообразные модели, каждая из которых является упрощенной системой, отражающей отдельные, ограниченные в нужном направлении характеристики рассматриваемого процесса. Построение любой математической модели начинается с формализованного описания объекта моделирования.

**Пример.** Обозначим все входные параметры изучаемой системы через  $X$ , а выходные – через  $Y$ . Тогда процесс моделирования сводится к установлению вида зависимости между входными и выходными параметрами системы:

$$Y = F(X, Z, U), \quad (1)$$

где  $Z$  – возмущающие воздействия;  $U$  – управляющие воздействия;  $F$  – оператор, отображающий функциональное пространство входных переменных  $\{Z, U\}$  и пространство переменных состояний самой системы  $\{X\}$  в пространство значений выходных переменных  $\{Y\}$ .

**Замечание 1.** В явной форме оператор  $F$  может реализовываться в виде систем дифференциальных, интегральных, интегродифференциальных уравнений, дополненных начальными и граничными условиями, а также соотношениями эмпирического характера.

**Замечание 2.** Графически зависимость (1) может быть изображена с помощью модели «черный ящик» (рис. 2).

**Замечание 3.** Конечной целью разработки математических моделей является прогноз поведения изучаемой (создаваемой) системы и выработка рекомендаций по возможным воздействиям на него.

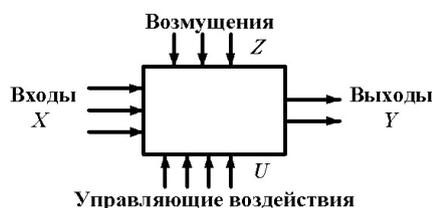


Рис. 2. Модель «черный ящик»

Универсальный подход к математическому описанию сложных систем основан на блочном принципе, называемом также принципом декомпозиции. Согласно этому принципу, после того, как определен набор элементарных процессов, каждый из них исследуется отдельно (по блокам) в условиях, максимально приближенных к условиям эксплуатации объекта моделирования. В результате каждому элементарному технологическому оператору ставится в соответствие элементарный функциональный оператор с параметрами, достаточно близкими к истинным значениям.

Следующий этап моделирования заключается в агрегировании элементарных функциональных операторов в общий результирующий функциональный оператор, который и представляет собой математическую модель объекта. Главным моментом агрегирования, очевидно, является правильная взаимная координация отдельных операторов, которую не всегда удается осуществить вследствие трудностей учета связей между отдельными элементарными процессами.

Математическое описание моделируемого объекта обычно в своем составе содержит следующие группы уравнений [3, с. 38–39]:

1. Уравнения баланса масс и энергии, записанные с учетом гидродинамической структуры движения потоков.

2. Уравнения «элементарных» потоков.

3. Теоретические, полуэмпирические или эмпирические соотношения между различными параметрами процесса.

4. Ограничения на параметры процесса, объективно вытекающие из его природы.

В заключение приведем этапы математического моделирования [4, с. 31]:

1. Огрубление (схематизация, идеализация) исходного объекта.

2. Построение математической модели.

3. Ее разрешение (т. е. получение необходимой информации), включая выбор численных методов решения.
4. Построение алгоритма.
5. Написание программы.
6. Оценка модели и анализ результатов.
7. Интерпретация результатов и уточнение модели.

**Примечание.** Самая тонкая и ответственная часть математического моделирования – это построение модели. Иногда она носит характер настоящего открытия (см., например, уравнения Максвелла). Даже в простейших ситуациях, когда мы применяем интегральное исчисление к решению физических задач (подход «бесконечно малых»), это часто является проблемой.

#### Л и т е р а т у р а

1. Великович, Л. Л. Физика и математика в техническом университете: проблемы взаимодействия и применения в процессе преподавания / Л. Л. Великович // Физическое образование: современное состояние и перспективы : материалы Респ. науч.-метод. семинара, посвящ. 65-летию физ.-мат. фак. МГУ им. А. А. Кулешова, Могилев, 16 окт. 2014 г. / Могилев. гос. ун-т. – Могилев, 2014. – С. 9–12.
2. Теория систем и системный анализ в управлении организациями: Справочник : учеб. пособие / под ред. В. Н. Волковой и А. А. Емельянова. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 848 с.
3. Кафаров, В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии : учеб. для вузов / В. В. Кафаров. – 4-е изд., перераб., доп. – М. : Химия, 1985. – 448 с.
4. Бусенок, Н. Н. Математическое моделирование : учеб. пособие / Н. Н. Бусенок, А. А. Черняк. – Минск : Беларусь, 2014. – 214 с.