

УДК 532.516

ЦИЛИНДРИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Д. Г. Кроль, А. А. Хорт

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», г. Гомель, Республика Беларусь

Задача о течении вязкой жидкости между двумя коаксиальными вращающимися цилиндрами относится к классическим проблемам гидродинамики. Прикладные аспекты данного вопроса связаны с гидродинамической теорией смазки, формированием вихревых структур в природных и технических гидродинамических системах. Цилиндрическое течение Куэтта описывается точным решением стационарных уравнений Навье–Стокса и определяет ламинарное движение ньютоновской жидкости, возникающее при относительном вращении двух цилиндров. В данной работе рассмотрим класс стационарных цилиндрических течений вязкой несжимаемой жидкости в полярных координатах (r, φ) :

$$v_r \equiv 0, \quad v_\varphi = v(r), \quad p = p(r), \quad T = T(r), \quad F_r \equiv 0, \quad F_\varphi = F_\varphi(v^2, T, r), \quad q_v = q_v(v^2, T, r); \quad (1)$$

$$\tau_{rr} \equiv 0; \quad \tau_{\varphi\varphi} \equiv 0; \quad \tau_{r\varphi} = \mu \left(\frac{dv}{dr} - \frac{v}{r} \right); \quad c_p, \lambda, \mu, \rho - \text{const},$$

где $\mathbf{v}(v_r, v_\varphi)$ – вектор скорости; ρ – плотность; $\mathbf{F}(F_r, F_\varphi)$ – вектор массовой силы; $\tau_{rr}, \tau_{\varphi\varphi}, \tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi r}$ – компоненты девиатора тензора напряжений; T – температура; c_p – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; μ – коэффициент динамической вязкости. Будем изучать неклассический вариант задачи о течении жидкости между соосными вращающимися цилиндрами, в котором учитывается рэлеевская сила сопротивления $\mathbf{F} = -\zeta \mathbf{v}$, где $\zeta > 0$ – коэффициент «внешнего» трения. Полагаем, что коэффициент сопротивления монотонно растет при увеличении $|\mathbf{v}|$ и является четной функцией скорости: $\zeta = \zeta(v^2, T, r)$, $\partial \zeta / \partial (v^2) > 0$. Объемный источник энергии $q_v(v^2, T, r)$ моделирует воздействие внутренних источников тепла и теплообмен жидкости с внешней средой. Для диссипативной функции Φ принимаем оценку $\Phi \ll |q_v|$, т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии.

Данная работа имеет целью изучить количественные характеристики воздействия нелинейной силы сопротивления на неоднородное течение между вращающимися цилиндрами. На рис. 1 представлены некоторые результаты расчетов для варианта, когда внутренний цилиндр $r = r_0$ неподвижен; $v_\varphi(r = r_0) = 0$, а внешний цилиндр $r = r_1$ вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = v_\varphi(r = r_1) / r_1$.

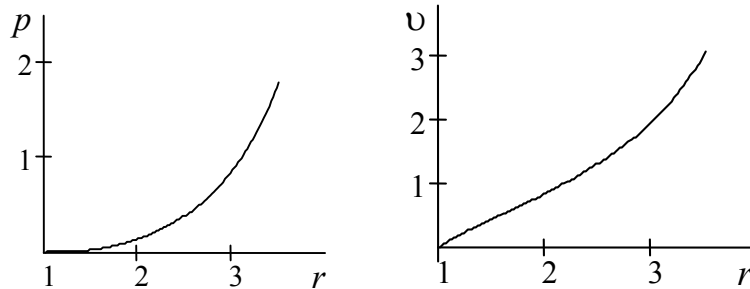


Рис. 1. Течение между двумя коаксильными цилиндрами при неподвижном внутреннем цилиндре

Численные расчеты позволили подробно изучить новое точное аналитическое решение, определяющее стационарное течение вязкой жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами. Рассмотрены также варианты течения, когда внешний цилиндр неподвижен и оба цилиндра (внешний и внутренний) подвижны. Данная работа – продолжение исследований [1].

Работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.9». Научный руководитель проекта – профессор О. Н. Шабловский.

Л и т е р а т у р а

1. Шабловский, О. Н. Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Ученые зап. Забайкал. гос. ун-та. Физика. Математика. Техника. Технология. – 2016. – Т. 11, № 4. – С. 59–68.