

УДК 621.852

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕМЕННОГО ПРИВОДА ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА ВЫСОКОТОЧНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

А. В. КУЛЕШОВА

Государственное научное учреждение

«Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси»,

г. Минск

Введение

Ременные приводы, состоящие из электродвигателя, ведущего и ведомого валов (шпинделя), соединенных ременной передачей, широко распространены при производстве высокоточного технологического оборудования. Основным преимуществом таких приводов являются: простота конструкции, плавность и высокое демпфирование колебаний, вызываемых ведущим валом со шкивом электродвигателя. Это позволяет применять их на шлифовальных станках для привода прецизионных шпинделей на опорах скольжения. Для обеспечения необходимой точности оборудования шпиндельные узлы должны удовлетворять ряду требований: высокой статической и динамической жесткости системы шпиндель–подшипник, минимальной величине размаха траектории оси при вращении шпинделя, устойчивой работе при динамических нагрузках [1]. Вместе с тем приводы шпиндельных узлов относятся к узлам с интенсивным динамическим нагружением, нередко близким к ударному, что приводит к сложным траекториям движения оси шпинделя в поперечном направлении. Натяжение ремня привода вызывает изгиб шпинделя, что также изменяет траекторию оси шпинделя при различных частотах его вращения [2]. Основной задачей исследований была разработка математической модели ременного привода шпинделя высокоточного оборудования, позволяющей выполнять расчет точности вращения оси шпинделя с учетом его изгибных колебаний, вызванных натяжением ременной передачи, а также осуществлять технически обоснованный выбор его наиболее рациональных конструктивных и рабочих параметров по критерию точности вращения.

Расчетная схема привода

При составлении математической модели шпиндельного узла основным является обоснованный выбор минимального числа масс, имея в виду, что сложность математического решения задач по расчету возрастает с увеличением их числа. Для аналитических исследований динамических процессов в шпиндельном узле необходимо так рассчитывать его эквивалентную модель, чтобы количественные и качественные результаты исследований модели с достаточной точностью совпадали с результатами экспериментальных испытаний шпиндельных узлов. При этом необходимо учитывать, что точность расчета динамических характеристик привода зависит не столько от числа масс, сколько от правильного установления законов изменения внешних нагрузок, связей между элементами, учета зазоров в соединениях и других рабочих и конструктивных параметров [3].

С учетом приведенного выше для ременных приводов шпиндельных узлов была предложена расчетная схема, показанная на рис. 1.

В расчетной схеме ведомый вал 1 (шпиндель) рассматривается как упругая балка на упругих опорах 2, нагруженная сосредоточенными массами m_1 (инструмент), m_2 (шкив) и распределенными массами m_0 , m_{01} и m_{02} участков шпинделя, внешними нагрузками от сил резания F и от усилия N натяжения ремня 3, а также силами инерции вращающихся масс. В опорах учтено количество и пространственное расположение опорных сегментов, а также силы, вызванные упругими стыками между шпинделем и каждым сегментом. Сегменты гидродинамической опоры можно схематизировать в виде пружин и демпферов, ориентированных вдоль осей опор сегментов [4].

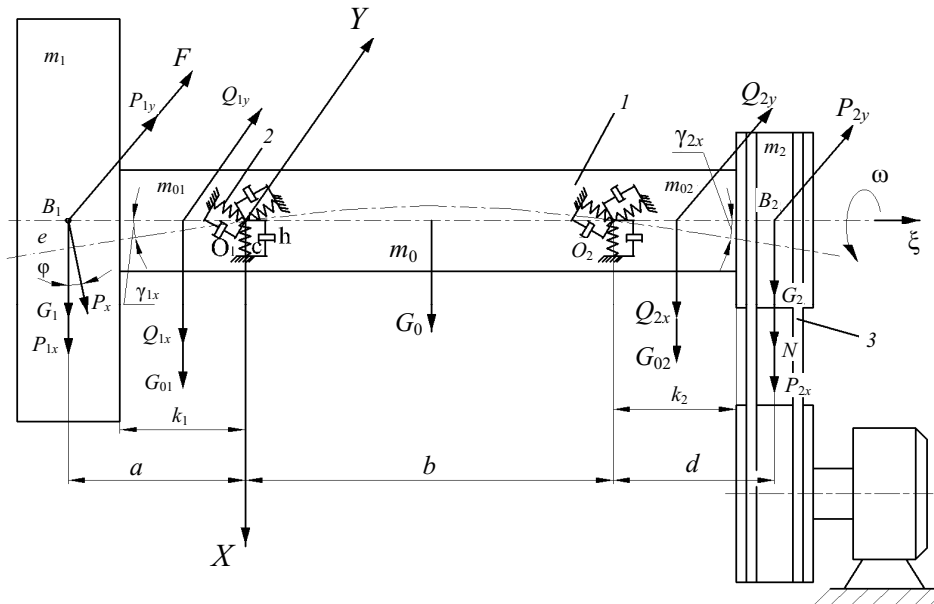


Рис. 1. Расчетная схема привода шпиндельного узла:

e – эксцентриситет круга, м; a, b, d, k_1, k_2 – длины отдельных участков шпинделя, м; $m_0, m_1, m_{01}, m_2, m_{02}$ – массы участков шпинделя, кг; γ_{1x}, γ_{2x} – углы изгиба оси шпинделя, град; c, h – обобщенные коэффициенты жесткости (Н/м) и демпфирования (Нс/м) сегмента подшипника; $G_0, G_1, G_2, G_{01}, G_{02}$ – силы веса частей привода, Н; $P_x, P_y, P_{1x}, P_{1y}, P_{2x}, P_{2y}$ – центробежные силы, вызванные дисбалансом соответствующих частей шпинделя вдоль осей O_1X и O_1Y , Н; $Q_{1x}, Q_{1y}, Q_{2x}, Q_{2y}$ – силы инерции участков шпинделя вдоль осей O_1X и O_1Y , Н; F – сила нагрузки, Н; N – сила натяжения ремня, Н; ω – угловая частота вращения шпинделя, рад/с

В качестве расчетных величин, характеризующих траекторию оси вращения шпинделя, приняты амплитуды колебаний точки B_1 оси в плоскостях ξO_1X и ξO_1Y (консольная часть шпинделя, на которой крепится инструмент) (рис. 1).

При замене реальной конструкции данной расчетной схемой были приняты следующие допущения:

- амплитуды угловых колебаний реальных масс вокруг своих центров таковы, что ими можно пренебречь и рассматривать колеблющиеся массы сосредоточенными в соответствующих центрах масс;
- направление возмущающих сил считаем постоянным;
- вследствие существования постоянного предварительного натяга в гидродинамических опорах и малых амплитуд колебаний зависимость между деформацией и силой принята линейной [4];

- гироскопические силы не учитываются;
- параметрические колебания в опорных подшипниках не учитываются;
- изгиб консолей шпинделя не учитывается, так как в реальных шпиндельных узлах его величины незначительны по сравнению с межопорным изгибом.

Расчет траектории оси вращения шпинделя

Смещение шпинделя при приложении нагрузки от сил резания и натяжения ремня складывается из двух составляющих. Первая составляющая обусловлена изгибом самого шпинделя под нагрузкой, вторая составляющая определяется податливостью опор шпинделя.

Пусть $x(\xi, t)$ – смещение оси шпинделя в точке ξ в момент времени t . Приведем все силы и моменты, действующие на шпиндель, к точкам O_1 и O_2 и обозначим суммы сил и моментов $\Phi_{1x}, \Phi_{1y}, \Phi_{2x}, \Phi_{2y}, M_{1x}, M_{1y}, M_{2x}, M_{2y}$, соответственно, в двух координатных плоскостях.

В таком виде задача сводится к рассмотрению шарнирно закрепленного на концах упругого вала O_1-O_2 с действующими в опорах силами $\Phi_{1x}, \Phi_{1y}, \Phi_{2x}, \Phi_{2y}$ и моментами $M_{1x}, M_{1y}, M_{2x}, M_{2y}$. Колебания такого вала в двух плоскостях можно описать уравнениями упругой линии в частных производных [5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^4 x(\xi, t)}{\partial \xi^4} + \frac{m_0}{bEI} \frac{\partial^2 x(\xi, t)}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial^4 y(\xi, t)}{\partial \xi^4} + \frac{m_0}{bEI} \frac{\partial^2 y(\xi, t)}{\partial t^2}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $x(\xi, t), y(\xi, t)$ – функции, описывающие линию прогиба вала, соответственно, в плоскостях $\xi O_1 X$ и $\xi O_1 Y$; E – модуль упругости материала вала; I – момент инерции поперечного сечения вала.

С учетом условий закрепления концов вала граничные условия имеют следующий вид:

$$\text{При } \xi = 0: \begin{cases} EI \frac{\partial^3 x(0, t)}{\partial \xi^3} = \Phi_{1x}; EI \frac{\partial^3 y(0, t)}{\partial \xi^3} = \Phi_{1y}; \\ EI \frac{\partial^2 x(0, t)}{\partial \xi^2} = M_{1x}; EI \frac{\partial^2 y(0, t)}{\partial \xi^2} = M_{1y}. \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{При } \xi = b: \begin{cases} EI \frac{\partial^3 x(b, t)}{\partial \xi^3} = -\Phi_{2x}; EI \frac{\partial^3 y(b, t)}{\partial \xi^3} = -\Phi_{2y}; \\ EI \frac{\partial^2 x(b, t)}{\partial \xi^2} = -M_{2x}; EI \frac{\partial^2 y(b, t)}{\partial \xi^2} = -M_{2y}. \end{cases} \quad (3)$$

Линейность системы дифференциальных уравнений (1) позволяет применить к ним так называемый «принцип суперпозиции» при действии в колебательной системе нескольких возбуждающих сил, разных по величине, фазе и месту приложения [5], [6]. В результате решения уравнений (1) численным методом [7] определяется перемещение точки O_1 в виде:

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ y = y_1 + y_2 + y_3 + y_4, \end{cases} \quad (4)$$

где пары решений (x_i, y_i) соответствуют нагрузкам при разных частотах, а именно:

$$(x_1, y_1) \sim \omega; (x_2, y_2) \sim \omega_1; (x_3, y_3) \sim \omega_2; (x_4, y_4) \sim 0. \quad (5)$$

Здесь нулевой частотой отмечено решение, соответствующее постоянным граничным условиям.

Общее решение этих составляющих в плоскости $\xi O_1 X$ будет иметь вид [5]:

$$x_1 = [C_1 e^{P\xi} + C_2 e^{-P\xi} + C_3 \cos(P\xi) + C_4 \sin(P\xi)] \cos(\omega t) + [C_5 e^{P\xi} + C_6 e^{-P\xi} + C_7 \cos(P\xi) + C_8 \sin(P\xi)] \sin(\omega t); \quad (6)$$

$$x_2 = [C_1 e^{P_1 \xi} + C_2 e^{-P_1 \xi} + C_3 \cos(P_1 \xi) + C_4 \sin(P_1 \xi)] \cos(\omega_1 t) + [C_5 e^{P_1 \xi} + C_6 e^{-P_1 \xi} + C_7 \cos(P_1 \xi) + C_8 \sin(P_1 \xi)] \sin(\omega_1 t); \quad (7)$$

$$x_3 = [C_1 e^{P_2 \xi} + C_2 e^{-P_2 \xi} + C_3 \cos(P_2 \xi) + C_4 \sin(P_2 \xi)] \cos(\omega_2 t) + [C_5 e^{P_2 \xi} + C_6 e^{-P_2 \xi} + C_7 \cos(P_2 \xi) + C_8 \sin(P_2 \xi)] \sin(\omega_2 t); \quad (8)$$

$$x_4 = C_0 + C_1 \xi + C_2 \xi^2 + C_3 \xi^3, \quad (9)$$

где $C_1 \dots C_8$ – константы, определяемые из граничных условий (2); $\omega, \omega_1, \omega_2$ – частоты гармонических составляющих сил F и N ;

$$P = \sqrt[4]{(m_0 \omega^2) / bEI}.$$

Значения составляющих y_1, y_2, y_3, y_4 в плоскости $\xi O_1 Y$ вычисляются по аналогичным формулам.

Вычислив перемещения x и y в точке O_1 необходимо вернуться к перемещениям левой консоли шпинделя в точке B_1 (рис. 1), которые будут определяться формулами:

$$\begin{cases} x_{B_1} = x(0, t) - ax'(0, t); \\ y_{B_1} = y(0, t) - ay'(0, t). \end{cases} \quad (10)$$

Для решения данной задачи численными методами была разработана программа DINAMFOR. С ее использованием на примере привода шпинделя круглошлифовального станка, компоновка элементов которого соответствует расчетной схеме разработанной модели, были проведены расчеты, в которых шаг по времени и количество точек расчета выбирались так, чтобы имелась возможность проследить положение оси шпинделя (центра шлифовального круга) за один оборот.

На рис. 2, *a, б* представлены расчетные траектории оси шпинделя, вычисленные по разработанной модели, которые соответствуют временам $t_1 = 25\Delta t$; $t_2 = 75\Delta t$ при $\Delta t = 0,002$ с. Один оборот происходит за время 0,05 с, что соответствует частоте вращения шпинделя 1200 об/мин (рис. 2, *a*). На рис. 2, *б* траектория оси шпинделя соответствует трем оборотам шпинделя.

Для подтверждения адекватности разработанной модели проведены экспериментальные исследования по определению траектории оси шпинделя на стендовом оборудовании в лаборатории приводов Объединенного института машиностроения НАН Беларуси. Измерение перемещений оси шпинделя по двум координатам осуществлялось бесконтактными индуктивными датчиками и регистрировалось стробо-

скопическим осциллографом с памятью в режиме функциональной зависимости между двумя сигналами.

Время накопления данных в память осциллографа 0,05 и 0,2 с. Траектории оси шпинделя, зафиксированные с экрана осциллографа фотоаппаратом, представлены на рис. 2, *в* и *г* (цена деления 1 мкм). Траектория оси на рис. 2, *в* соответствует одному обороту шпинделя, а на рис. 2, *г* – четырем оборотам. Анализ расчетных и экспериментальных траекторий по форме и величинам координат осей *X* и *Y* показывает их незначительное отличие, что подтверждает адекватность разработанной модели.

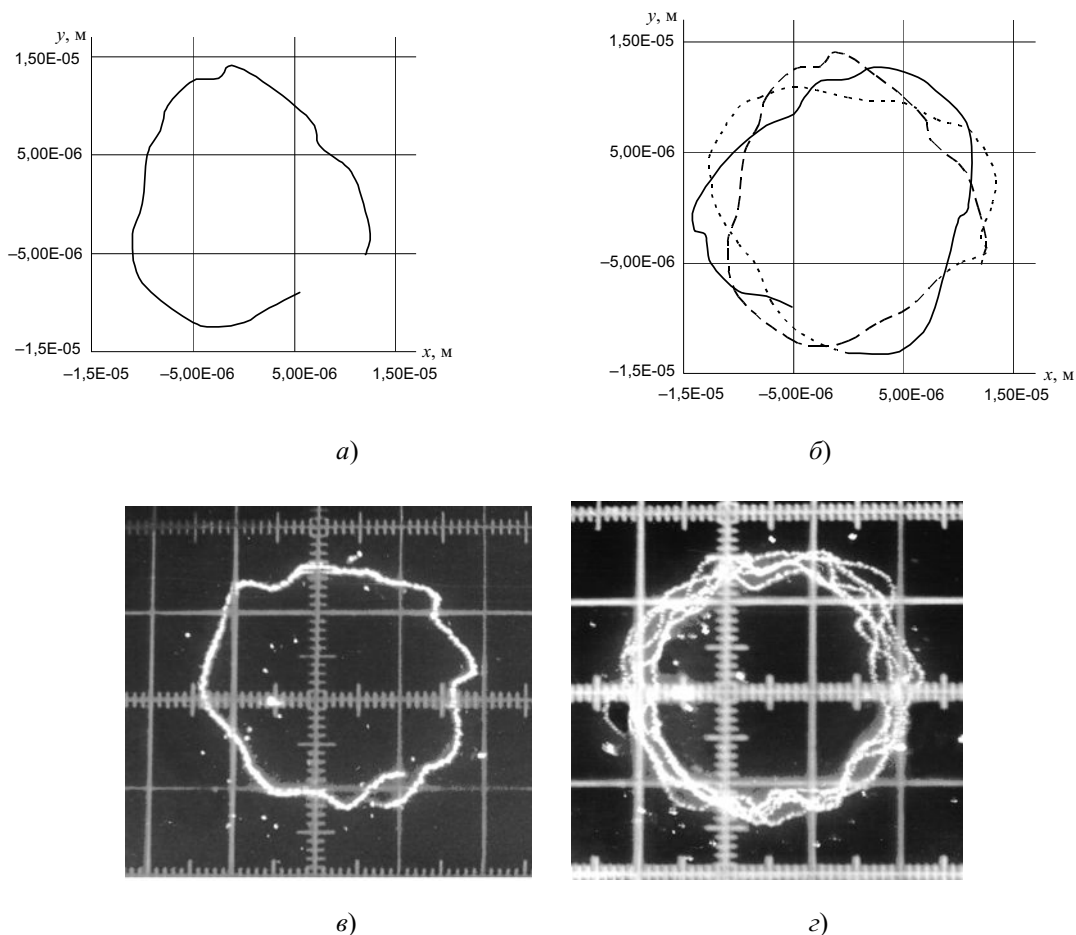


Рис. 2. Траектории оси шпинделя: *а, б* – расчетные; *в, г* – экспериментальные

На примере шпиндельного узла с ременным приводом круглошлифовального станка 3E184В выполним расчет траекторий оси вращения шпинделя, по которым осуществим выбор наиболее рациональных параметров с использованием метода, изложенного в работе [8]. Сущность данного метода заключается в систематическом просмотре многомерной области пространства параметров. В качестве пробных точек в пространстве параметров используются точки ЛП-последовательностей, которые обладают наилучшими характеристиками равномерности среди всех известных в настоящее время равномерно распределенных последовательностей. Таким образом, каждой точке пространства параметров соответствует конкретный набор параметров и наоборот.

Поскольку основной задачей шпиндельного узла является обеспечение заданных параметров точности обработки деталей, то критериальным ограничением при выборе принималась точность вращения шпинделя, определяемая как максимально до-

пустимый размах траектории оси вращения шпинделя по осям X и Y , величина которого составляет $1/3$ допуска на лимитирующий размер обрабатываемой на станке детали [1], [2]. В данном случае при допуске на деталь типа «палец» 10 мкм, допустимый размах $2X = 3,5$ мкм, $2Y = 3,5$ мкм.

Применительно к шпиндельному узлу данного станка определялись границы варьирования его конструктивными и рабочими параметрами (табл. 1). Параметры существующей конструкции принимались за среднее значение.

Таблица 1

Значения конструктивных и рабочих параметров при моделировании по ЛП-поиску

Наименование параметра	Обозначение	Границы варьирования	Параметры эффективной точки	Допуск на изменение параметра
Жесткость опоры, Н/м	c	$0,8 \cdot 10^8 - 0,22 \cdot 10^{10}$	$0,162 \cdot 10^{10}$	$+0,5 \cdot 10^9$ $-0,1 \cdot 10^9$
Длина консоли с инструментом, м	a	0,095–0,315	0,19	$\pm 0,018$
Длина межопорного участка, м	b	0,335–0,635	0,55	+0,024 –0,1
Длина консоли со шкивом, м	d	0,095–0,315	0,17	+0,09 –0,016
Диаметр шпинделя на участке a , м	d_1	0,05–0,12	0,083	+0,018 –0,005
Диаметр шпинделя на участке b , м	d_2	0,05–0,12	0,107	+0,03 –0,016
Диаметр шпинделя на участке d , м	d_3	0,05–0,12	0,088	+0,012 –0,005
Жесткость ременной передачи, Н/м	c_1	$0,5 \cdot 10^6 - 0,375 \cdot 10^7$	$0,235 \cdot 10^7$	$\pm 0,32 \cdot 10^6$
Масса инструмента, кг	m_1	$0,3 \cdot 10 - 0,186 \cdot 10^3$	112	+8 –15
Масса шкива, кг	m_2	$0,61 \cdot 10 - 0,183 \cdot 10^2$	8,1	± 4
Коэффициент демпфирования опоры, c^{-1}	h	0,76–6,76	4,2	$\pm 0,4$
Эксцентриситет от изгиба шпинделя, м	e	$2 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$\pm 0,9 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент колебания силы резания, Н	a_1	5–55	10	$\pm 3,1$
Коэффициент колебания силы резания, Н	b_1	0,5–99,5	18	+0,5 –6,1
Коэффициент колебания силы натяжения ремня, Н	a_2	5–15	8	$\pm 0,6$
Коэффициент колебания силы натяжения ремня, Н	b_2	5–15	6,2	+0,62 –1,2
Постоянная сила резания, Н	F_0	10–590	15	± 4
Постоянная сила натяжения ремня, Н	N_0	10–590	250	± 36
Частота вращения шпинделя, рад/с	ω	146–346	275	± 35

Результаты ЛП-поиска представлены в табл. 2. Анализ полученных данных показывает, что в горизонтальной плоскости (координата Y) отклонение оси в вариан-

тах 1–3; 8; 10–13; 15; 16 удовлетворяет ограничению и имеет значение от 1 до 3,5 мкм. В вертикальной плоскости (координата X) критериальному ограничению удовлетворяют варианты 3; 10 и 16. Отклонение оси в которых – от 2 до 3,5 мкм.

Расчетная траектория оси вращения шпинделя для вариантов 3, 10, 16 представлены на рис. 3. Следует отметить, что в вертикальной плоскости размах траектории увеличивается и составляет от 3,5 до 8,5 мкм. Повышенное отклонение оси в вертикальной плоскости указывает на действие в вертикальной плоскости силы натяжения ремня ременной передачи, вызывающей изгиб шпинделя. В варианте 16 (рис. 3) траектория оси имеет форму, близкую к кругу с радиусом 3,5 мкм, что характеризует шпиндельный узел с данными параметрами как равножесткий по двум плоскостям.

Таблица 2

Результаты ЛП-поиска

Размах	Номер															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2Y, мкм	3	2	2,5	4,7	4,2	4	4,5	2	8	2	1	1,5	1,5	8	2	3,5
2X, мкм	5	6,5	3,5	5,5	8,5	7	5,2	5	7	3	6	6,5	4,5	8	6	3,5

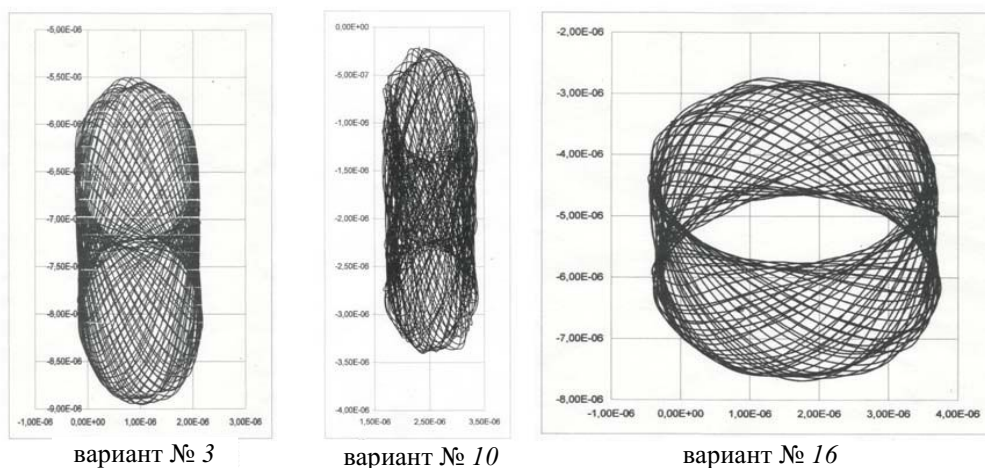


Рис. 3. Расчетные траектории оси шпинделя (варианты 3, 10, 16)

Предпочтение при выборе наиболее рациональных параметров шпиндельного узла отдано варианту № 10, так как он наиболее полно соответствует критериальному ограничению. Рабочие и конструктивные параметры, соответствующие варианту № 10, представлены в табл. 1 (графа 4 – параметры эффективной точки). Так как критериальному ограничению соответствует несколько вариантов, то анализируя их параметры, можно назначить границы отклонения параметров эффективной точки, в пределах которых точность вращения шпинделя будет соответствовать заданным требованиям. Значения допусков на отклонение параметров эффективной точки представлены в табл. 1, графа 5. В наилучшем варианте конструктивные параметры с учетом допусков наиболее близко совпадают по значениям с реальной конструкцией станка, и для достижения требуемой точности достаточно изменить рабочие параметры в соответствии с параметрами эффективной точки.

Таким образом, обеспечив при проектировании, изготовлении и эксплуатации шпиндельного узла значения параметров, соответствующих выбранным значениям,

обеспечивается требуемая точность вращения шпинделя исходя из заданной точности обработки деталей.

Заключение

Представлена математическая модель ременного привода шпинделя на гидродинамических опорах скольжения для высокоточного технологического оборудования, позволяющая выполнять расчет точности вращения оси шпинделя с учетом влияния на его точностные показатели и динамические качества центробежных сил, вызванных эксцентриситетом от изгиба шпинделя, и внешних сил, обусловленных натяжением ремня и процессом резания. Ее использование позволяет не только выбрать на стадии проектирования технически обоснованные геометрические параметры шпинделя, но и, при необходимости, рациональные параметры активного управления этими силами.

Разработано программное обеспечение DINAM.FOR, которое может быть использовано при проектировании и модернизации приводов шпиндельных узлов для оптимизации их конструктивных и рабочих параметров по критерию точности вращения шпинделя. Проведен выбор наиболее рациональных конструктивных и рабочих параметров привода шпиндельного узла по критерию точности вращения шпинделя, подтвердивший возможность эффективного применения разработанной модели и программного обеспечения на стадии его проектирования.

Литература

1. Бойко, Л. И. Механика приводов колеблющихся рабочих органов машин / Л. И. Бойко. – Минск : Мэджик Бук, 2003. – 239 с.
2. Шафранов, А. В. Исследование динамики шпиндельных узлов металлорежущих станков на основе математического моделирования : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 / А. В. Шафранов ; Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2009. – 20 с.
3. Хомяков, В. С. Моделирование и расчет динамических характеристик шпиндельных узлов / В. С. Хомяков, Ф. С. Сабиров, Н. А. Кочинев // Вестн. УГА ТУ. – 2009. – Т. 12, № 2 (31). – С. 69–75.
4. Курнасов, Е. В. Метод расчета гидродинамических подшипников / Е. В. Курнасов, С. А. Селиванов // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2007. – № 2. – С. 8–9.
5. Пуш, А. В. Шпиндельные узлы. Проектирование и исследование / А. В. Пуш, И. А. Зверев. – М. : Станкин, 2000. – 197 с.
6. Берестнев, О. В. Аналитические методы механики в динамике приводов / О. В. Берестнев, А. М. Гоман, Н. Н. Ишин ; НАН Беларуси, Ин-т проблем надежности и долговечности. – Минск : Навука и тэхніка, 1992. – 237 с.
7. Кельзон, А. С. Динамика роторов в упругих опорах / А. С. Кельзон, Ю. П. Циманский, В. И. Яковлев. – М. : Наука, 1982. – 280 с.
8. Басинюк, В. Л. Расчет динамических характеристик и многокритериальный выбор параметров шпиндельных узлов / В. Л. Басинюк, А. В. Кулешова // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 4. – С. 49–53.

Получено 02.03.2011 г.