МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТЕМ ОБЩЕГО КУРСА МАТЕМАТИКИ, БАЗИРУЮЩАЯСЯ НА ТЕОРИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Л.Л. Великович

Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого,

пр. Октября, 48, 246746 Гомель, Беларусь

Предлагаемая в сообщении методика опирается на основную схему решения задач (ОСРЗ). Что общего между аналитической геометрией и, скажем, теорией обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)?

Для ответа на этот вопрос нам потребуются некоторые сведения из теории решения задач (ТРЗ) [1]. В качестве первичных понятий ТРЗ мы принимаем: объект, субъект, связь, действие. Ситуацией будем называть любое множество объектов и связей между ними. Задача — упорядоченная четверка (Ω, A, B, X), где Ω — носитель задачи, A — условие, B — заключение, X — решение задачи как процесс. Объединение $\Omega \cup A$ представляет собой некоторое множество ситуаций.

Каждая задача формулируется в терминах некоторой теории. Любая теория начинается с языка, на котором описываются ее основные объекты и отношения между ними. Затем идут простейшие правила работы с этими объектами. Далее — стандартные ситуации, т. е. ситуации, разрешаемые в этой теории.

ОСРЗ может быть представлена так:

моя ситуация $\longrightarrow$ стандартная ситуация $\longrightarrow$ стандартное решение $\longrightarrow$ мое решение.

Теперь можно ответить на вопрос, с которого начиналось изложение.

Пример 1. Интегрировать уравнение: $(xy + x^2y^3) \cdot y' = 1$.

Решение. В таком виде это уравнение не классифицируется и, значит, данная ситуация не является стандартной. Однако достаточно одной операции — переход к перевернутому уравнению: $dx \div dy = xy + x^2y^3$, — чтобы получить стандартную ситуацию: уравнение Бернулли.

Пример 2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $P(-3,-5)$, отрезок которой между прямыми $2x+3y-15=0$, $4x-5y-12=0$ в точке P делился бы пополам.

Решение этой задачи использует три стандартные ситуации: уравнение пучка прямых, нахождение точки пересечения двух линий и деление отрезка пополам.

Итак, в Примере 1 ОСРЗ используется на глобальном уровне, а в Примере 2 – на локальном. Если мы теперь рассмотрим, скажем, решение задач по теории вероятностей в рамках классической схемы, то легко заметим, что опять работает ОСРЗ (и, как правило, на глобальном уровне).

В заключение приведем одну общую идею, в соответствии с которой в курсе высшей математики удается применить ОСРЗ. В ТРИЗ хорошо известен прием "понижения – повышения размерности". Особенно красивые результаты в математике мы получаем, применяя его вторую часть: повышение размерности с целью увеличения степени свободы нашей ситуации. Перечислим некоторые случаи, иллюстрирующие сказанное: уравнение пучка прямых, доказательство теорем Лагранжа и Коши о конечных приращениях, интегрирование по частям, метод множителей Лагранжа, метод подстановки Бернулли (в ОДУ), вычисление несобственного интеграла Эйлера-Пуассона, формулы Грина, Остроградского — Гаусса и т.д.

Литература

1. *Великович Л.Л.* Теория решения задач: тезисы и комментарии // Методология и технологии образования в XXI веке: математика, информатика, физика (материалы Международной научно-практической конференции 17–18 ноября 2005г.), Минск, 2006. С. 20–23.