УДК 548.54:537.226.4

ОРИЕНТАЦИЯ ИЗОТРОПНЫХ И ОДНООСНЫХ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ АМПЛИТУДНОЙ И ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ СВЕТА

канд. физ.-мат. наук, доц. Я.О. ШАБЛОВСКИЙ, В.В. КИСЕЛЕВИЧ
(Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого)

Выполнено теоретическое исследование факторов, влияющих на эффективность выбора относительной пространственной ориентации электрооптических кристаллов, используемых для целей амплитудной и фазовой модуляции света. Проведённый кристаллографический анализ позволил развить методику практической оптимизации этой ориентации для изотропных и одноосных электрооптических кристаллов. В ходе применения представленной методики получены общие выражения, необходимые для анализа и количественной оценки эффективности электрооптической модуляции при различных сочетаниях направления распространения света в кристалле и приложенного к нему внешнего электрического поля. Рассчитаны и табулированы характеристики амплитудной и фазовой модуляции для света, распространяющегося вдоль оптической оси кристалла, при семи основных ориентациях управляющего электрического поля. Найдены выражения, определяющие углы электроиндуцированного поворота оптической индикатрисы кристалла.

Введение. Интерес к изучению электрооптических свойств кристаллических диэлектриков в значительной степени определяется их применением для целей амплитудной и фазовой модуляции света. Электрооптическая модуляция света основана на индуцированном внешним электрическим полем изменении показателей преломления. Модулирующее воздействие кристалла на проходящий через него световой сигнал определяется тем, что световая волна, линейно поляризованная вдоль одной из осей оптической индикатрисы, после прохождения кристалла приобретает фазовую задержку, зависящую от величины приложенного напряжения (фазовая электрооптическая модуляция). Когда линейная поляризация падающей на кристалл световой волны выбрана таким образом, чтобы в нём распространялись две ортогонально поляризованные волны, приобретающие на выходе из кристалла некоторую разность фаз, также зависящую от величины приложенного напряжения, имеет место электрооптическая модуляция поляризации [1, с. 13 – 17].

Работа всех приёмников света определяется его интенсивностью, т.е. амплитудой световых колебаний. Поэтому при регистрации светового излучения, модулированного по фазе, возникает необходимость преобразования фазовой модуляции в амплитудную. Для этого применяют гомодинный метод, состоящий в сложении индуцированного по фазе светового сигнала с опорным сигналом; метод двулучевого интерферометра, при котором два модулированных по фазе луча поступают в интерферометр типа Майкельсона для последующего преобразования; либо используют двупреломляющие кристаллы с большой разностью показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей [1, с. 39 – 47].

Экспериментальные образцы модуляторов на кристаллах $KTiOPO_4$, используемых для реализации моноимпульсных режимов генерации импульсно-периодических Nd:YAG-лазеров высокой мощности, рассмотрены в работе [2]. Электрооптическая модуляция широкополосного излучения в кристалле ниобата лития исследована в работе [3]. Модуляция неполяризованного света рассмотрена в статье [4].

При всём многообразии работ, посвящённых электрооптической модуляции, теоретические исследования этой проблемы немногочисленны. В работе [5] рассмотрены условия совмещения обыкновенного и необыкновенного лучей в плоскопараллельной пластинке, изготовленной из оптического одноосного кристалла. Особенности двулучепреломления в оптических элементах сложной формы из одноосных кристаллов рассмотрены в работе [6].

Предмет настоящего исследования – общие закономерности, определяющие ориентацию кристаллов, используемых для амплитудной и фазовой электрооптической модуляции света. Учитывая незначительное практическое применение двуосных электрооптических кристаллов, нами исследовались одноосные и оптически изотропные кристаллы. Целями данной работы являются:

1) проведение теоретического анализа по применению линейного электрооптического эффекта для осуществления амплитудной и фазовой модуляции света в изотропных и одноосных кристаллах;

2) получение аналитических выражений, определяющих зависимость величины модулируемого эффекта от способа задания взаимной пространственной ориентации приложенных к электрооптическому кристаллу векторов внешнего электрического поля и волновой нормали;

3) расчёт характеристик амплитудной и фазовой электрооптической модуляции для всех рассматриваемых классов кристаллов при распространении света вдоль оптической оси и различных направлениях воздействия модулирующего напряжения.

При рассмотрении кристаллов классов 32, $\bar{4}2m$ и $\bar{6}2m$ ось симметрии второго порядка принята параллельной оси x_1 кристаллографической системы координат; для класса $3m$ плоскость симметрии принята перпендикулярной оси x_2 кристаллографической системы координат.

Теоретический анализ. Во всех кристаллах, обладающих линейным электрооптическим эффектом, при отсутствии внешних воздействий (в «свободном» состоянии) главные оси оптической индикатрисы x_i' совпадают с кристаллографическими осями x_i [7]. Уравнение оптической индикатрисы для свободного кристалла в кристаллографической системе координат имеет вид:

$$\frac{x_1^2}{n_1^2}+\frac{x_2^2}{n_2^2}+\frac{x_3^2}{n_3^2}=1, \tag{1}$$

где n_i – показатели преломления кристалла вдоль осей x_i. При наложении внешнего электрического поля (в «зажатом» состоянии) происходит поворот и деформация этого эллипсоида [8]:

$$\frac{x_1^2}{n_1^2}+\frac{x_2^2}{n_2^2}+\frac{x_3^2}{n_3^2}+\sum_{ijk} r_{ijk}E_k x_i x_j=1, \tag{2}$$

где r_{ijk} – электрооптические коэффициенты; E_k – вектор напряжённости внешнего электрического поля. Обозначим

$$a_l=\sum_k r_{lk}E_k, \tag{3}$$

где

$$r_{lk}=\begin{cases} r_{ijk} & (ij \leftrightarrow l=1,2,3), \\ 2r_{ijk} & (ij \leftrightarrow l=4,5,6). \end{cases}$$

Подставляя (3) в (2), получим:

$$\left(\frac{1}{n_1^2}+a_1\right)x_1^2+\left(\frac{1}{n_2^2}+a_2\right)x_2^2+\left(\frac{1}{n_3^2}+a_3\right)x_3^2+2\left(a_4x_2x_3+a_5x_1x_3+a_6x_1x_2\right)=1. \tag{4}$$

Ортогональное преобразование $x_k=\sum_p b_{kp}x_p'$ приводит уравнение (4) к каноническому виду (1):

$$\frac{x_1'^2}{n_1'^2}+\frac{x_2'^2}{n_2'^2}+\frac{x_3'^2}{n_3'^2}=1,$$

где b_{kp} – косинусы углов между кристаллографическими осями и главными осями оптической индикатрисы зажатого кристалла ($k,\ p=1,2,3$); n_1', n_2', n_3' – показатели преломления кристалла вдоль осей x_i', определяемые из кубического уравнения вида [8]

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{n_1^2}+a_1-\frac{1}{n'^2}\right) & a_6 & a_5 \\ a_6 & \left(\frac{1}{n_2^2}+a_2-\frac{1}{n'^2}\right) & a_4 \\ a_5 & a_4 & \left(\frac{1}{n_3^2}+a_3-\frac{1}{n'^2}\right) \end{vmatrix}=0. \tag{5}$$

Оптимизация амплитудной и фазовой электрооптической модуляции света заключается в необходимости достижения наибольшего модулируемого эффекта при наименьшем модулирующем напряжении. Для этого нужно найти оптимальный вариант взаимной пространственной ориентации вектора напряжённости внешнего электрического поля, направления распространения света и электрооптического кристалла.

Для оптимизации амплитудной электрооптической модуляции необходимо определить направление вектора волновой нормали m_k, при котором разность показателей преломления двух лучей, поляризованных в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, будет максимальной.

В случае фазовой электрооптической модуляции максимизации подлежат сами показатели преломления, а не их разность. При этом падающий на кристалл свет должен быть поляризован в направлении, при котором имеет место наибольшее электроиндуцированное изменение одного из показателей преломления [8, 9].

Показатели преломления N_1 и N_2 находим из уравнения Френеля [8]:

$$\frac{m_1'^2}{1/N^2 - 1/n_1'^2} + \frac{m_2'^2}{1/N^2 - 1/n_2'^2} + \frac{m_3'^2}{1/N^2 - 1/n_3'^2} = 0, \tag{6}$$

$$N_{1,2} = \left(\frac{A}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4}A^2 - B} \right)^{-\frac{1}{2}}, \tag{7}$$

где $m_k' = \sum_p b_{pk} m_p$ – направление вектора волновой нормали в приведенной системе координат; $A = \frac{1 - m_1'^2}{n_1'^2} + \frac{1 - m_2'^2}{n_2'^2} + \frac{1 - m_3'^2}{n_3'^2}$; $B = \frac{m_1'^2}{n_2'^2 n_3'^2} + \frac{m_2'^2}{n_1'^2 n_3'^2} + \frac{m_3'^2}{n_1'^2 n_2'^2}$.

Анализ выражения (7) будем проводить для света, распространяющегося вдоль наведённой оптической оси ($m_3' = 1$), т.е. при отсутствии естественного двулучепреломления. В таком случае из равенства

$$m_1'^2 + m_2'^2 + m_3'^2 = 1$$

следует, что $m_1' = m_2' = 0$. Тогда выражение (7) преобразуется к виду

$$N_{1,2} = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1'^2} + \frac{1}{n_2'^2} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n_1'^2} + \frac{1}{n_2'^2} \right)^2 - \frac{1}{n_1'^2 n_2'^2}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{n_{1,2}'^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = n_{1,2}'. \tag{8}$$

Пренебрегая в уравнении (5) слагаемым $2a_4a_5a_6$, порядок малости которого по электрическому полю выше второго, и учитывая, что для одноосных кристаллов $n_1 = n_2 = n$, $n_3 = n_e$, находим

$$\frac{1}{n_1'^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{a_1 + a_2}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(a_1 - a_2)^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2}, \tag{9}$$

$$\frac{1}{n_2'^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{a_1 + a_2}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(a_1 - a_2)^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2}, \tag{10}$$

$$\frac{1}{n_3'^2} = \frac{1}{n_e^2} + a_3. \tag{11}$$

Согласно (8)…(10) электроиндуцированная разность показателей преломления двух лучей будет равна

$$N_1 - N_2 = \left(\frac{1}{n^2} + \frac{a_1 + a_2}{2} - \sqrt{\frac{(a_1 - a_2)^2}{4} + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{n^2} + \frac{a_1 + a_2}{2} + \sqrt{\frac{(a_1 - a_2)^2}{4} + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{12}$$

Электроиндуцированные изменения показателей преломления определим из следующих выражений:

$$\Delta N_1 = n_1' - n_1 = n_1' - n; \quad \Delta N_2 = n_2' - n_2 = n_2' - n. \tag{13}$$

Используя выражения (9), (10) и (13), найдём

$$\Delta N_{1,2} = \left(\frac{1}{n^2} + \frac{a_1 + a_2}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4}(a_1 - a_2)^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - n. \tag{14}$$

Выражения (12) и (14) малопригодны для теоретического анализа. Получим эквивалентные упрощённые выражения.

Применяя соотношения (9)…(11), определим приближённые значения n'_1, n'_2, n'_3:

$$n'_{1,2} \approx n - \frac{1}{2} n^3 \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} (a_1 - a_2)^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2} \right), \tag{15}$$

$$n'_3 = \left(\frac{1}{n_e^2} + a_3 \right)^{-\frac{1}{2}} \approx n_e - \frac{1}{2} n_e^3 a_3 . \tag{16}$$

Тогда характеристики амплитудной и фазовой электрооптической модуляции света запишутся в виде

$$N_1 - N_2 = n'_1 - n'_2 = n^3 \sqrt{\frac{1}{4} (a_1 - a_2)^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2} \; ; \tag{17}$$

$$\Delta N_{1,2} \approx \frac{1}{2} n^3 \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} (a_1 - a_2)^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2} \right) = \frac{1}{4} n^3 (a_1 + a_2) \mp \frac{1}{2} (N_1 - N_2). \tag{18}$$

Пользуясь формулой поворота исходной системы координат вокруг оси x_3 [10, с. 65]

$$\mathrm{tg} 2\theta = \frac{2C_{12}}{C_{22} - C_{11}} , \tag{19}$$

в результате которого симметричный тензор второго ранга $[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}$ преобразуется к виду

$$[C'_{ij}] = \begin{bmatrix} C'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C'_{33} \end{bmatrix}, \tag{20}$$

можно найти следующие соотношения:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2C_{23}}{C_{33} - C_{22}} \right); \; \theta_2 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2C_{13}}{C_{33} - C_{11}} \right); \; \theta_3 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2C_{12}}{C_{22} - C_{11}} \right). \tag{21}$$

Здесь θ_1, θ_2, θ_3 – углы поворота исходной системы координат вокруг осей x_1, x_2, x_3, соответственно.

Соотношения (21) позволяют преобразовать симметричный тензор второго ранга общего вида $[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$ к форме (20). Зная, что коэффициенты C_{ij} в общем уравнении поверхности второго порядка с центром в начале координат $C_{11}x_1^2 + C_{22}x_2^2 + C_{33}x_3^2 + 2C_{23}x_2x_3 + 2C_{13}x_1x_3 + 2C_{12}x_1x_2 = 1$ преобразуются подобно компонентам симметричного тензора второго ранга [10, с. 32], из выражения (4) при использовании формул (21) определим углы электроиндуцированного поворота оптической индикатрисы вокруг осей x_1, x_2, x_3:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2a_4}{1/n_3^2 - 1/n_2^2 + a_3 - a_2} \right); \; \theta_2 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2a_5}{1/n_3^2 - 1/n_1^2 + a_3 - a_1} \right); \; \theta_3 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2a_6}{1/n_2^2 - 1/n_1^2 + a_2 - a_1} \right). \tag{22}$$

Для одноосных кристаллов выражения (22) примут вид:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2a_4}{\Delta_n + a_3 - a_2} \right); \; \theta_2 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2a_5}{\Delta_n + a_3 - a_1} \right); \; \theta_3 = \frac{1}{2} \mathrm{arctg} \left(\frac{2a_6}{a_2 - a_1} \right), \tag{23}$$

где $\Delta_n = \frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n^2}$.

Результаты и их обсуждение. В качестве иллюстрации проведём расчёт характеристик амплитудной и фазовой модуляции света для кристаллов класса 3, как для наиболее сложного из рассматриваемых классов симметрии. Сложность осуществления расчёта обусловлена наличием в кристаллах данного класса наибольшего числа ненулевых компонент электрооптического тензора, что приводит к получению более громоздких аналитических выражений. В кристаллах класса 3 отличны от нуля следующие электрооптические коэффициенты: r_{11}, r_{12}, r_{13}, $r_{21}=-r_{11}$, $r_{22}=-r_{12}$, $r_{23}=r_{13}$, r_{33}, r_{41}, r_{42}, $r_{51}=r_{42}$, $r_{52}=-r_{41}$, $r_{61}=2r_{12}$, $r_{62}=-2r_{11}$ [11].

Пользуясь соотношением (3), находим: $a_1=r_{11}E_1+r_{12}E_2+r_{13}E_3$, $a_2=r_{21}E_1+r_{22}E_2+r_{23}E_3=-r_{11}E_1-r_{12}E_2+r_{13}E_3$, $a_3=r_{33}E_3$, $a_4=r_{41}E_1+r_{42}E_2$, $a_5=r_{51}E_1+r_{52}E_2=r_{42}E_1-r_{41}E_2$, $a_6=r_{61}E_1+r_{62}E_2=2r_{12}E_1-2r_{11}E_2$.

Частный вид общих выражений (17), (18) и (23) зависит от направления приложенного электрического поля. Возможны 7 основных случаев.

1) $E\parallel[100]$:

$$N_1-N_2=n^3E\sqrt{r_{11}^2+4r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2}\,;\quad \Delta N_{1,2}=\frac{N_1-N_2}{2}\,;$$

$$\theta_1=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n+r_{11}E}\right);\quad \theta_2=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n-r_{11}E}\right);\quad \theta_3=-\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{12}}{r_{11}}\right).$$

2) $E\parallel[010]$:

$$N_1-N_2=n^3E\sqrt{4r_{11}^2+r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2}\,;\quad \Delta N_{1,2}=\frac{N_1-N_2}{2}\,;$$

$$\theta_1=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n+r_{12}E}\right);\quad \theta_2=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{r_{12}E-\Delta_n}\right);\quad \theta_3=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{11}}{r_{12}}\right).$$

3) $E\parallel[001]$:

$$N_1-N_2=0\,;\quad \Delta N_{1,2}=\frac{1}{2}n^3r_{13}E\,;\quad \theta_1=\theta_2=\theta_3=0\,.$$

4) $E\parallel[110]$:

$$N_1-N_2=n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2+4r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2)+E_2^2(4r_{11}^2+r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2)-6r_{11}r_{12}E_1E_2}\,;\quad \Delta N_{1,2}=\frac{N_1-N_2}{2}\,;$$

$$\theta_1=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{41}E_1+r_{42}E_2)}{\Delta_n+r_{11}E_1+r_{12}E_2}\right);\quad \theta_2=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{42}E_1-r_{41}E_2)}{\Delta_n-r_{11}E_1-r_{12}E_2}\right);\quad \theta_3=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{11}E_2-r_{12}E_1)}{r_{11}E_1+r_{12}E_2}\right).$$

5) $E\parallel[101]$:

$$N_1-N_2=n^3E_1\sqrt{r_{11}^2+4r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2}\,;\quad \Delta N_{1,2}=\frac{n^3r_{13}E_3\mp(N_1-N_2)}{2}\,;$$

$$\theta_1=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n+(r_{33}-r_{13})E_3+r_{11}E_1}\right);\quad \theta_2=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n+(r_{33}-r_{13})E_3-r_{11}E_1}\right);\quad \theta_3=-\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{12}}{r_{11}}\right).$$

6) $E\parallel[011]$:

$$N_1-N_2=n^3E_2\sqrt{4r_{11}^2+r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2}\,;\quad \Delta N_{1,2}=\frac{n^3r_{13}E_3\mp(N_1-N_2)}{2}\,;$$

$$\theta_1=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n+(r_{33}-r_{13})E_3+r_{12}E_2}\right);\quad \theta_2=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{r_{12}E_2-(r_{33}-r_{13})E_3-\Delta_n}\right);\quad \theta_3=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{11}}{r_{12}}\right).$$

7) $E\parallel[111]$:

$$N_1-N_2=n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2+4r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2)+E_2^2(4r_{11}^2+r_{12}^2+r_{41}^2+r_{42}^2)-6r_{11}r_{12}E_1E_2}\,;$$

$$\Delta N_{1,2}=\frac{n^3r_{13}E_3\mp(N_1-N_2)}{2}\,;\quad \theta_1=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{41}E_1+r_{42}E_2)}{\Delta_n+r_{11}E_1+r_{12}E_2+(r_{33}-r_{13})E_3}\right);$$

$$\theta_2=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{42}E_1-r_{41}E_2)}{\Delta_n-r_{11}E_1-r_{12}E_2+(r_{33}-r_{13})E_3}\right);\quad \theta_3=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{11}E_2-r_{12}E_1)}{r_{11}E_1+r_{12}E_2}\right).$$

Расчёт характеристик электрооптической модуляции света для остальных классов кристаллов проводится аналогичным образом. Результаты расчёта приведены в таблице.

Характеристики электрооптической модуляции света для изотропных и одноосных кристаллов

Направление поля	Разность $N_1 - N_2$, изменение $\Delta N_{1,2}$ и углы θ_i
Класс 3	
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{11}^2 + 4r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E}{\Delta_n + r_{11}E}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E}{\Delta_n - r_{11}E}\right)$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{12}}{r_{11}}\right)$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{4r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E}{\Delta_n + r_{12}E}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E}{r_{12}E - \Delta_n}\right)$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{11}}{r_{12}}\right)$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{1}{2}n^3 r_{13}E$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2 + 4r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2) + E_2^2(4r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2) - 6r_{11}r_{12}E_1E_2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{41}E_1 + r_{42}E_2)}{\Delta_n + r_{11}E_1 + r_{12}E_2}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{42}E_1 - r_{41}E_2)}{\Delta_n - r_{11}E_1 - r_{12}E_2}\right)$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{11}E_2 - r_{12}E_1)}{r_{11}E_1 + r_{12}E_2}\right)$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 E_1\sqrt{r_{11}^2 + 4r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_1}{\Delta_n + (r_{33} - r_{13})E_3 + r_{11}E_1}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E_1}{\Delta_n + (r_{33} - r_{13})E_3 - r_{11}E_1}\right)$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{12}}{r_{11}}\right)$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 E_2\sqrt{4r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + (r_{33} - r_{13})E_3 + r_{12}E_2}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_2}{r_{12}E_2 - (r_{33} - r_{13})E_3 - \Delta_n}\right)$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{11}}{r_{12}}\right)$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2 + 4r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2) + E_2^2(4r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{41}^2 + r_{42}^2) - 6r_{11}r_{12}E_1E_2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{41}E_1 + r_{42}E_2)}{\Delta_n + r_{11}E_1 + r_{12}E_2 + (r_{33} - r_{13})E_3}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{42}E_1 - r_{41}E_2)}{\Delta_n - r_{11}E_1 - r_{12}E_2 + (r_{33} - r_{13})E_3}\right)$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{11}E_2 - r_{12}E_1)}{r_{11}E_1 + r_{12}E_2}\right)$
Класс 32	
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{11}^2 + r_{41}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E}{\Delta_n + r_{11}E}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{4r_{11}^2 + r_{41}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 45^\circ$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = 0$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110], [111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2 + r_{41}^2) + E_2^2(4r_{11}^2 + r_{41}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_1}{\Delta_n + r_{11}E_1}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_2}{r_{11}E_1 - \Delta_n}\right)$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\dfrac{E_2}{E_1}\right)$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 E_1\sqrt{r_{11}^2 + r_{41}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_1}{\Delta_n + r_{11}E_1}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 E_2\sqrt{4r_{11}^2 + r_{41}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_2}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 45^\circ$

Продолжение таблицы

Направление поля	Разность $N_1 - N_2$, изменение $\Delta N_{1,2}$ и углы θ_i
Класс $3m$	
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{11}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n - r_{11}E}\right)$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{4r_{11}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = \frac{1}{2}n^3 r_{13}E$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2 + r_{42}^2) + E_2^2(4r_{11}^2 + r_{42}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + r_{11}E_1}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n - r_{11}E_1}\right)$; $\theta_3 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\frac{E_2}{E_1}\right)$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 E_1\sqrt{r_{11}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13}) - r_{11}E_1}\right)$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 E_2\sqrt{4r_{11}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2(r_{11}^2 + r_{42}^2) + E_2^2(4r_{11}^2 + r_{42}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + r_{11}E_1 + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n - r_{11}E_1 + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_3 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\frac{E_2}{E_1}\right)$
Классы 4, 6	
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = \frac{1}{2}n^3 r_{13}E$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{(E_1^2 + E_2^2)(r_{41}^2 + r_{42}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{41}E_1 + r_{42}E_2)}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{42}E_1 - r_{41}E_2)}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 E_1\sqrt{r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_3 = 0$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 E_2\sqrt{r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{E_3(r_{13} - r_{33}) - \Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{(E_1^2 + E_2^2)(r_{41}^2 + r_{42}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13}E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{41}E_1 + r_{42}E_2)}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2(r_{42}E_1 - r_{41}E_2)}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_3 = 0$

Продолжение таблицы

Направление поля	Разность $N_1 - N_2$, изменение $\Delta N_{1,2}$ и углы θ_i
	Класс $\bar{4}$
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{41}^2 + r_{42}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[001]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{13}^2 + r_{63}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{r_{63}}{r_{13}}\right)$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{(E_1^2 + E_2^2)(r_{41}^2 + r_{42}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{41}E_1 + r_{42}E_2)}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{41}E_2 - r_{42}E_1)}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2(r_{41}^2 + r_{42}^2) + E_3^2(r_{13}^2 + r_{63}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_1}{\Delta_n + r_{13}E_3}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E_1}{r_{13}E_3 - \Delta_n}\right)$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{r_{63}}{r_{13}}\right)$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_2^2(r_{41}^2 + r_{42}^2) + E_3^2(r_{13}^2 + r_{63}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + r_{13}E_3}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2r_{41}E_2}{\Delta_n - r_{13}E_3}\right)$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{r_{63}}{r_{13}}\right)$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{(E_1^2 + E_2^2)(r_{41}^2 + r_{42}^2) + E_3^2(r_{13}^2 + r_{63}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{41}E_1 + r_{42}E_2)}{\Delta_n + r_{13}E_3}\right)$; $\theta_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{41}E_2 - r_{42}E_1)}{\Delta_n - r_{13}E_3}\right)$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{r_{63}}{r_{13}}\right)$
	Класс $\bar{6}$
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{r_{11}^2 + 4r_{12}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\dfrac{r_{12}}{r_{11}}\right)$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 E\sqrt{4r_{11}^2 + r_{12}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\dfrac{r_{11}}{r_{12}}\right)$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = 0$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110], [111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2\left(r_{11}^2 + 4r_{12}^2 - 6r_{11}r_{12}\dfrac{E_2}{E_1}\right) + E_2^2(4r_{11}^2 + r_{12}^2)}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\dfrac{2(r_{11}E_2 - r_{12}E_1)}{r_{11}E_1 + r_{12}E_2}\right)$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 E_1\sqrt{r_{11}^2 + 4r_{12}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = -\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\dfrac{r_{12}}{r_{11}}\right)$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 E_2\sqrt{4r_{11}^2 + r_{12}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \dfrac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = \dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\dfrac{r_{11}}{r_{12}}\right)$

Продолжение таблицы

Направление поля	Разность $N_1 - N_2$, изменение $\Delta N_{1,2}$ и углы θ_i
	Классы 422, 622
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = 0$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110], [111]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41}\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E_1$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E_2$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = -\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{\Delta_n}\right)$
	Классы 4*mm*, 6*mm*
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{42} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{42} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = \frac{1}{2} n^3 r_{13} E$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{42}\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{42} E_1$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13} E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{42} E_2$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13} E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{42}\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{n^3 r_{13} E_3 \mp (N_1 - N_2)}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_2}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{42}E_1}{\Delta_n + E_3(r_{33} - r_{13})}\right)$; $\theta_3 = 0$
	Класс $\overline{6}2m$
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{11} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = 2n^3 r_{11} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$
[001]	$N_1 - N_2 = 0$; $\Delta N_{1,2} = 0$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[110], [111]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{11}\sqrt{E_1^2 + 4E_2^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(2\frac{E_2}{E_1}\right)$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{11} E_1$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$
[011]	$N_1 - N_2 = 2n^3 r_{11} E_2$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$

Окончание таблицы

Направление поля	Разность $N_1 - N_2$, изменение $\Delta N_{1,2}$ и углы θ_i
Класс $\bar{4}2m$	
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E}{\Delta_n}\right)$
[001]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{63} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41}\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 0$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_1^2 r_{41}^2 + E_3^2 r_{63}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{E_2^2 r_{41}^2 + E_3^2 r_{63}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 45^\circ$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3\sqrt{(E_1^2 + E_2^2) r_{41}^2 + E_3^2 r_{63}^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_1}{\Delta_n}\right)$; $\theta_2 = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{2r_{41}E_2}{\Delta_n}\right)$; $\theta_3 = 45^\circ$
Классы 23 и $\bar{4}3m$	
[100]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = 45^\circ$; $\theta_2 = \theta_3 = 0$
[010]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 0$; $\theta_2 = 45^\circ$
[001]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41} E$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 0$; $\theta_3 = 45^\circ$
[110]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41}\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$; $\theta_3 = 0$
[101]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41}\sqrt{E_1^2 + E_3^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_3 = 45^\circ$; $\theta_2 = 0$
[011]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41}\sqrt{E_2^2 + E_3^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = \theta_3 = 45^\circ$
[111]	$N_1 - N_2 = n^3 r_{41}\sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2}$; $\Delta N_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{2}$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 45^\circ$

Анализ таблицы позволяет сделать вывод о целесообразности применения для осуществления амплитудной электрооптической модуляции света кристаллов классов $\bar{4}$, $\bar{4}2m$, 23, $\bar{4}3m$ при наложении электрического поля вдоль [001]. Для осуществления фазовой электрооптической модуляции света при тех же условиях целесообразно использовать кристаллы классов 3, $3m$, 4, $\bar{4}$, $4mm$, $\bar{4}2m$, 6, $6mm$, 23, $\bar{4}3m$.

Заключение. Проведено исследование по выбору оптимальной ориентации изотропных и одноосных электрооптических кристаллов для целей амплитудной и фазовой модуляции света. Получены общие выражения, при помощи которых можно анализировать эффективность электрооптических модуляций для различных сочетаний направления распространения света в кристалле и приложенного к нему внешнего электрического поля. Для света, распространяющегося вдоль наведённой оптической оси кристалла, рассчитаны характеристики амплитудной и фазовой модуляции. Найдены выражения, определяющие углы электроиндуцированного поворота оптической индикатрисы кристалла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мустель, Е.Р. Методы модуляции и сканирования света / Е.Р. Мустель, В.Н. Парыгин. – М.: Наука, 1970. – 296 с.

2. Применение модуляторов на кристаллах KTP в Nd:YAG-лазерах с высокой средней мощностью / В.А. Руссов [и др.] // Оптический журнал. – 2009. – Т. 76, № 6. – С. 6 – 15.
3. Электрооптическая модуляция широкополосного излучения в кристалле ниобата лития / М.Н. Литвинова [и др.] // Изв. вузов. Приборостроение. – 2007. – Т. 50, № 9. – С. 16 – 18.
4. Конойко, А.И. Модуляция неполяризованного света / А.И. Конойко, В.И. Поляков, В.Ф. Ярмолицкий // Оптический журнал. – 2002. – Т. 69, № 8. – С. 64 – 68.
5. Мурый, А.А. Условия совмещения обыкновенного и необыкновенного лучей в плоскопараллельной пластинке, изготовленной из оптического одноосного кристалла / А.А. Мурый, В.И. Строганов // Оптический журнал. – 2004. – Т. 71, № 5. – С. 20 – 22.
6. Ветров, В.Н. Двулучепреломление в оптических элементах сложной формы из одноосных кристаллов / В.Н. Ветров, Б.А. Игнатенков // Оптический журнал. – 2006. – Т. 73, № 3. – С. 64 – 66.
7. Байбородин, Ю.В. Электрооптический эффект в кристаллах и его применение в приборостроении / Ю.В. Байбородин, С.А. Гаража. – М.: Машиностроение, 1967. – С. 13 – 17.
8. Гисин, Б.В. Оптимальная ориентация кристаллов при использовании линейного электрооптического эффекта для модуляции света / Б.В. Гисин // Кристаллография. – 1971. – Т. 16, № 1. – С. 151 – 157.
9. Гисин, Б.В. Ориентация электрооптических кристаллов для фазовых модуляторов / Б.В. Гисин // Кристаллография. – 1971. – Т. 16, № 3. – С. 638 – 640.
10. Най, Дж. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц / Дж. Най; пер. с англ. Л.А. Шувалова. – М.: Мир, 1967. – 386 с.
11. Сонин, А.С. Электрооптические кристаллы / А.С. Сонин, А.С. Василевская. – М.: Атомиздат, 1971. – С. 16 – 17.

Поступила 07.06.2010

ORIENTATION OF ISOTROPIC AND UNIAXIAL ELECTROOPTIC CRYSTALS FOR PURPOSES OF AMPLITUDE AND PHASE MODULATION OF LIGHT

Ya. SHABLOVSKY, V. KISELEVICH

Theoretical research of efficiency factors at the choice of relative spatial orientation of electro-optical crystals, used for the aims of amplitude and phase modulation of light is carried out. The crystallographical analysis allowed to develop the method of practical optimization of this orientation for isotropic and uniaxial electro-optical crystals. Application of the presented method yielded general expressions, necessary for an analysis and quantitative estimation of electro-optical modulation efficiency at different combinations of light direction and external electric field. Expressions for angles of the electro-induced rotation of optical indicatrix are found.