Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

ПРАКТИКУМ
по курсу «Физика» по выполнению тестовых заданий для студентов специальности 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)» заочной формы обучения

Гомель 2018

УДК 535+539.18(075.8)
ББК 22.34.я73
Э45

Рекомендовано научно-методическим советом заочного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого (протокол № 3 от 02.02.2017 г.)

Составители: *А. И. Кравченко, И. И. Злотников*

Рецензент: доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого канд. физ.-мат. наук, доц. *В. И. Лашкевич*

Э45 **Электричество** и магнетизм. Оптика, атомная и ядерная физика : практикум по курсу «Физика» по выполнению тестовых заданий для студентов всех специальности 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)» заоч. формы обучения / сост.: А. И. Кравченко, И. И. Злотников. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2018. – 212 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: https://elib.gstu.by. – Загл. с титул. экрана.

Содержит теоретический материал, примеры решения типовых задач и тестовые задания по курсу «Физика» по разделам «Электричество и магнетизм» и «Оптика, атомная и ядерная физика». Предназначен для самостоятельной подготовки студентов к практическим занятиям, а также к экзаменам.

Для студентов специальности 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)» заочной формы обучения.

УДК 535+539.18(075.8)
ББК 22.34я73

Предисловие

Предлагаемый практикум составлен в соответствии с программой курса общей физики для технических университетов, по разделам «Электричество и магнетизм» и «Оптика, атомная и ядерная физика».

Сборник предполагает интенсификацию самостоятельной работы студентов при подготовке к практическим занятиям.

Практикум по разделам «Электричество и магнетизм» и «Оптика, атомная и ядерная физика» курса «Физика» содержит подборку тестовых задач различной степени сложности как для использования для самостоятельной работы, так и для проверки знаний студентов.

Практикум содержит тестовые задачи по основным темам разделов «Электричество и магнетизм» и «Оптика, атомная и ядерная физика»: «Электростатика», «Потенциал», «Конденсаторы», «Законы постоянного тока», «Магнитное поле в вакууме», «Движение заряженных частиц в электрическом и магнитных полях», «Электромагнитная индукция », «Электромагнитные колебания», «Геометрическая оптика», «Интерференция света», «Дифракция света», «Поляризация света», «Тепловое излучение», «Энергия и импульс световых квантов. Внешний и внутренний фотоэффект», «Давление света. Эффект Комптона», «Спектр атома водорода. Постулаты Бора», «Атом водорода в квантовой механике», «Основной закон радиоактивного распада. Активность нуклида», «Ядерные реакции. Законы сохранения» и др.

Тестовые задания содержат задачи с ответами, один или несколько из которых являются правильными. Часть задач предполагает установление правильного соответствия между понятиями и формулами двух множеств физических величин.

Приводятся так же основные формулы, примеры решения типовых задач и справочный материал.

Практикум предназначен для студентов специальности 1-40 05 01 (Информационные системы и технологии (по направлениям)) заочной формы обучения.

1. Электричество и магнетизм.

1.1.1. Электростатика. Основные понятия и формулы

Закон сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 + ... + q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i = const,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n – число зарядов.

Закон Кулона:

$$\vec{F} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{F}$ – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2; $\vec{r}$ – вектор проведенный от q_1 к q_2; r – модуль этого вектора;

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\,\text{Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}^2},\ \ \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}}.$$

Модуль вектора $\vec{F}$: $F = k \cdot \dfrac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.

Напряженность электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+},$$

где q_+ – единичный пробный точечный положительный заряд.

Модуль напряженности поля, создаваемого точечным зарядом q:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции. Результирующая сила $\vec{F}$, действующая на точечный заряд в электрическом поле, созданном системой точечных зарядов равна геометрической сумме сил действующих со стороны каждого заряда в отдельности:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Напряжённость поля, создаваемого системой точечных зарядов:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i ,$$

а в случае протяженных зарядов:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} ,$$

где $d\vec{E}$ – поле, создаваемое зарядом dq.

Диполь – система двух разных по абсолютной величине, но противоположных по знаку зарядов.

Электрический момент диполя:

$$\vec{p} = |q|\vec{l} ,$$

где $\vec{l}$ – плечо диполя (рис.1.1).

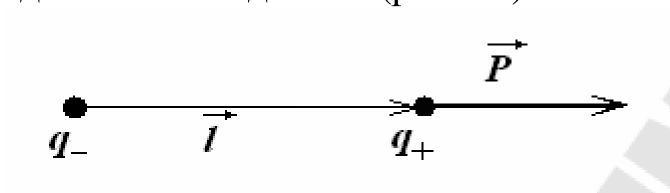


Рис.1.1

Поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S:

$$\Phi_E = \oint_S E\, cos\alpha dS \text{ или } \Phi_E = \oint_S E_n dS , \quad \Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} ,$$

где α - угол между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к элементу поверхности;

dS – площадь элемента поверхности; E_n – проекция вектора напряженности на нормаль.

Теорема Гаусса:

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности.

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{r} ,$$

где $\tau = \dfrac{dq}{dl}$ – линейная плотность заряда.

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

где $\sigma = \frac{dq}{dl}$ – поверхностная плотность заряда.

Модуль напряжённости поля, создаваемого заряжённой металлической сферой:

а) внутри сферы – E=0;

б) на поверхности сферы – $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2}$, где R – радиус сферы;

в) вне сферы – $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, где r –расстояние от центра сферы до точки.

Поляризованность диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{P}_i}{V},$$

где V – объём диэлектрика; $\vec{P}_V = \sum_i \vec{P}_i$ – дипольный момент диэлектрика, $\vec{P}_i$ – дипольный момент i- той молекулы.

Связь между поляризованностью диэлектрика и напряжённостью электростатического поля можно выразить формулой:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества; ε_0 – электрическая постоянная.

Связь диэлектрической проницаемости ε с диэлектрической восприимчивостью χ можно выразить формулой: $\varepsilon = 1 + \chi$.

Связь между величиной напряжённости $\vec{E}$ поля в диэлектрике и величиной напряжённости $\vec{E}_0$ внешнего поля можно записать следующим образом:

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}; \quad E = \frac{E_0}{\varepsilon},$$

где P – величина поляризованности; ε – диэлектрическая проницаемость.

Связь между векторами электрического смещения $\vec{D}$, напряжённости электростатического поля $\vec{E}$ и поляризованности $\vec{P}$:

$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где ε – относительная диэлектрическая проницаемость.

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике:

$$\Phi_D = \oint\limits_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i^{cb},$$

где $\sum\limits_{i=1}^{n} q_i^{cb}$ – алгебраическая сумма свободных зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности S.

Потенциал электрического поля в точке (B):

$$\varphi(B) = \frac{W(B)}{q_+} = \frac{A_{B,\infty}}{q_+} = \int\limits_B^{\infty} E_e dl,$$

где $W(B)$ – потенциальная энергия заряда находящегося в точке (B);

$A_{B,\infty}$ – работа сил электростатического поля по перемещению заряда из данной точки (B) в бесконечность; E_e – проекция вектора $\vec{E}$ на направление перемещения; q_+ – пробный заряд.

Потенциал поля, создаваемый точечным зарядом на расстоянии r от заряда q: $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Потенциал поля, созданного системой точечных зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где $\sum\limits_{i=1}^{n} \varphi_i$ - алгебраическая сумма потенциалов, создаваемых отдельными зарядами в данной точке.

Потенциал поля связан с напряженностью электростатического поля соотношением:

$$\vec{E} = -grad\varphi;$$

где $grad\varphi = \dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$.

Для сферически симметричного поля, эта связь выражается формулой: $\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$, или в скалярной форме $E = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}$.

В случае однородного поля:

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

где d – расстояние между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2.

Работа сил поля по перемещению точечного заряда q из одной точки поля в другую:

$$A = \int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r})d\vec{r} = q\int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r})d\vec{r} = q\int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} E_r dr, \text{ или } A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где E_r – проекция вектора напряжённости $\vec{E}$ на направление перемещения.

Разность потенциалов между точками 1 и 2 в электростатическом поле $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_+} = \int\limits_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \int\limits_1^2 E_l dl$,

где A_{12} – работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_+ из точки 1 в точку 2; E_l – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$ (интегрирование производится вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения).

Электроёмкость уединённого проводника:

$$C = \frac{|q|}{|\varphi|},$$

где q - заряд проводника; φ - потенциал проводника.

Электроёмкость конденсатора:

$$C = \frac{|q|}{|\Delta\varphi|},$$

где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов пластин конденсатора; q - заряд пластины конденсатора.

Электроёмкость сферы радиусом R - $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

Электроёмкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где d - расстояние между пластинами конденсатора; S - площадь пластины (одной) конденсатора; ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электроёмкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусом R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε):

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Электроёмкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.$$

Общая электроёмкость последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i},$$

где n - число конденсаторов.

Общая электроёмкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i .$$

Энергия заряжённого конденсатора:

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i-того.

Энергия электрического поля в объёме V :

$$W = \int_V \omega dV,$$

где $\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$ – объёмная плотность энергии; dV – бесконечно малый объём.

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора:

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2 S}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

1.1.2. Законы постоянного тока. Основные понятия и формулы

Количественной характеристикой интенсивности движения зарядов является сила тока i:

$$|i| = \frac{|dq|}{dt},$$

где dq – заряд, прошедший через поверхность S внутри проводника за время dt.

Если ток создается и положительными и отрицательными носителями заряда, то

$$|i| = \frac{|dq_+|}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt},$$

где dq_+ и dq_- – положительный и отрицательный заряды, прошедшие через рассматриваемую поверхность за время dt.

В случае постоянного тока:

$$|I| = \frac{|q|}{t},$$

где q – заряд, прошедший через данную поверхность S за конечный промежуток времени t.

Величина вектора плотности тока. Если dS – элементарная площадка, α – угол между нормалью к этой площадке и направлением поля в том месте, где расположена площадка, dI – ток, протекающий через dS (рис. 2.1), то числовое значение вектора равно:

$$j = \frac{|dI|}{dS\cos\alpha} = \frac{|dI|}{dS_\perp},$$

где dS – элементарная площадка, $dS_{\perp} = dS\cos\alpha$ — проекция dS на плоскость, перпендикулярную к линиям поля, α – угол между нормалью к этой площадке и направлением поля в том месте, где расположена площадка, dI – ток, протекающий через dS (рис. 2.1).

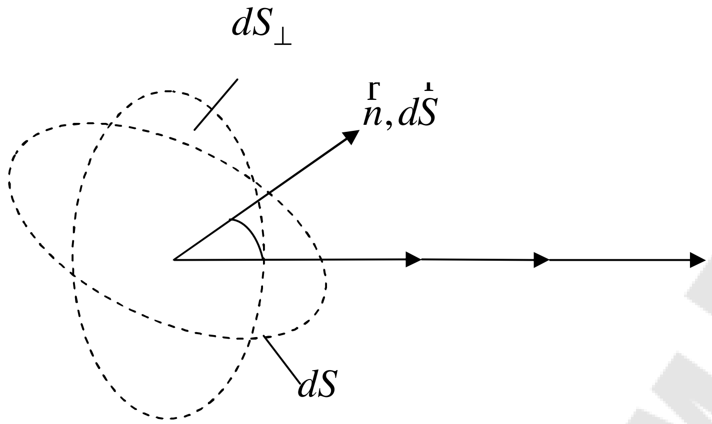


Рис.2.1.

Ток, протекающий через элементарную площадку dS, ориентированную в проводнике произвольно равен:

$$dI = jdS\cos\alpha = \vec{j}d\vec{S},$$

где $d\vec{S}$ – вектор, численно равный dS и направленный по нормали к площадке dS.

Ток, протекающий через всю поверхность S: $I = \int\limits_S \vec{j}d\vec{S}$.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle\vec{u}\rangle$ направленного движения заряженных частиц:

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot \langle\vec{u}\rangle,$$

где q – заряд частицы; n – концентрация частиц.

Закон Ома – сила электрического тока, текущего от точки 1 к точке 2 однородного участка цепи (однородным называется участок цепи, в котором на заряды действуют только электрические силы), пропорциональна разности потенциалов на концах этого участка:

$$I_{12} = \gamma_{12}(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где γ_{12} – электрическая проводимость участка; величина, обратная проводимости, называется электрическим сопротивлением $1/\gamma_{12} = R_{12}$.

Тогда: $I_{12} = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}$.

Сопротивление проводника при данной температуре рассчитывается по формуле:

$$R_t = \rho_t \frac{l}{S},$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ_t – удельное сопротивление.

Для большинства проводников удельное сопротивление изменяется с температурой по линейному закону:

$$\rho_t = \rho_o(1 + \alpha t^\circ),$$

где ρ_t – удельное сопротивление при t°C; ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C; t°C – температура по Цельсию; α – температурный коэффициент сопротивления.

Тогда:

$$R_t = \rho_0(1 + \alpha t^\circ)\frac{l}{S} = R_0(1 + \alpha t^\circ),$$

где через R_0 обозначено сопротивление проводника при 0°C:

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}.$$

Вектор плотности тока в каждой точке изотропного проводника направлен так же, как и вектор напряжённости:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}.$$

Величина обратная удельному сопротивлению, называется удельной проводимостью или удельной электропроводностью $\sigma = 1/\rho$, тогда:

$\vec{j} = \sigma\vec{E}$ – закон Ома в дифференциальной форме.

Сопротивление последовательно соединенных проводников:

$$R = R_1 + R_2 + ... + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i,$$

где R_i - сопротивление i-го проводника; n - число проводников.

Сопротивление параллельно соединенных проводников:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$\pm I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – э.д.с. источников тока, входящих в участок; R - сопротивление цепи (участка цепи).

Закон Ома для однородного участка цепи ($\varepsilon_{12} = 0$):

$$I = \frac{U}{R},$$

где U – напряжение на участке цепи.

Закон Ома для полной цепи $(\varphi_1 = \varphi_2)$:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где r – внутреннее сопротивление источника тока; ε – э.д.с. источника.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей:

1. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узловых точках цепи, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов сходящихся в узле;

2. Для любого замкнутого контура, произвольно выбранного в сложной цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_k на сопротивление R_k соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре: $\sum_{i=1}^{n} I_k R_k = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i$.

Работа тока за время t: $A = qU = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t$.

Мощность тока: $P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$.

Закон Джоуля – Ленца:

$$Q = I^2 Rt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в цепи за время t.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$\omega = \sigma E^2,$$

где ω – тепловая мощность тока.

Зависимость анодного тока вакуумного диода от анодного напряжения выражается законом трёх вторых и определяется формулой:

$$i_a = C U_a^{3/2},$$

где C – константа, зависящая от формы и размеров катода, но не зависящая от его температуры.

Модуль плотности тока насыщения:

$$j_{нас} = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}},$$

где A – работа выхода; T – температура катода, B – универсальная константа, равна $1{,}2\cdot 10^6$ А/(м^{2}К^2).

Зависимость электропроводности полупроводников от температуры, определяется формулой:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}},$$

где ΔW – ширина запрещённой зоны; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; σ_0 – электропроводность полупроводника при 0°С.

1.1.3. Магнитное поле. Основные понятия и формулы

Закон Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 \cdot \left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi} \frac{I}{r^3} \text{ или } dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl,$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током I; $\vec{r}$ – радиус – вектор, проведенный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиус – вектором и направлением тока в элементе проводника; $d\vec{l}$ – вектор, равный по модулю длине dl проводника и совпадающий по направлению с током (элемент проводника).

Магнитная индукция в центре кругового витка с током определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu\mu_0 l}{2R},$$

где R – радиус витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{\sqrt{\left(R^2 + h^2\right)^3}} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}};$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, созданная прямым бесконечно длинным проводником с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника с током (см. рис.), может быть найдена по формуле:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

На рис. направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (закон Ампера),

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}] \quad \text{или} \quad dF = IBdl\, sin\alpha,$$

где α – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{B}$; $d\vec{l}$ – вектор элемента тока проводника, проведенный в направлении тока.

Магнитный момент плоского контура с током:

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS,$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

Механический (вращательный) момент сил, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}], \text{ или } M = p_m B\, sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле

$$П_{мех} = -\vec{p}_m\vec{B}, \text{ или } П_{мех} = -p_m B\, cos\alpha.$$

Отношение величины магнитного момента p_m к величине механического L (момента импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите,

$$\frac{p_m}{L} = \frac{q}{2m},$$

где q – заряд частицы; m – масса частицы.

Сила Лоренца

$\vec{F} = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$, или $F = q\upsilon B \sin\alpha$,

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Если частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях, то сила действующая на частицу определяется по формуле Лоренца:

$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$.

Магнитная индукции $\vec{B}$ и напряженность $\vec{H}$ магнитного поля связаны соотношением $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$,

где μ – магнитная проницаемость среды; в вакууме $\mu = 1$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$ – магнитная постоянная.

Магнитная индукция внутри соленоида и тороида:

$B = \mu\mu_0 nl$,

где n – отношение числа витков соленоида к его длине.

1.1.4. Электромагнитная индукция. Электромагнитные колебания и волны.
Основные понятия и формулы

Магнитный поток Ф сквозь поверхность:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$\Phi = BS\cos\alpha$ или $\Phi = B_n S$, $B_n = B\cos\alpha$,

где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного магнитного поля и произвольной поверхности $\Phi = \int_S B_n dS$ (интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток) для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков, определяется по формуле:

$\psi = N\Phi$.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$.

ЭДС индукции $\varepsilon_1 = -\frac{d\psi}{dt}$.

ЭДС индукции ε_1, возникающая в рамке площадью S, содержащей N витков при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B - $\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t$.

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле,

$U = Bl\upsilon \sin \alpha$,

где l – длина проводника; α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Магнитный поток сквозь контур и сила тока в нем связаны соотношением

$\Phi = LI$,

где L – индуктивность контура.

ЭДС самоиндукции: $\varepsilon_S = -L\dfrac{dI}{dt}$

Индуктивность соленоида

$L = \mu\mu_0 n^2 V$,

где n – отношение числа витков соленоида к его длине; V - объём соленоида.

Энергия магнитного поля W, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объёмная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида и тороида к его объёму):

$$W = \frac{BH}{2}, \text{ или } W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Величина заряда на обкладках конденсатора в процессе свободных незатухающих колебаний определяется по формуле:

$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$,

где q_m – амплитудное значение заряда; φ_0 – начальная фаза; ω_0 – угловая частота колебаний.

Формула Томсона:

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC},$

где L – индуктивность контура, C - ёмкость конденсатора.

Частота собственных колебаний контура:

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Закон изменения разности потенциалов между обкладками конденсатора:

$$U_C = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $U_m = q_m / C$ – амплитуда разности потенциалов.

Закон изменения тока:

$$i = \dot{q} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2),$$

где $I = \omega_0 q_m$ – амплитуда тока.

Закон изменения ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_s = -L\dot{i} = -L\omega_0^2 q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \varepsilon_{sm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 - \pi),$$

где $\varepsilon_{sm} = L\omega_0^2 q_m$ – амплитуда ЭДС – самоиндукции.

Закон изменения энергии электрического поля:

$$W_E = \frac{q^2}{2C} = \left(\frac{q_m^2}{2C}\right)\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = W_{Em}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $W_{Em} = q_m^2 / 2C$ – амплитуда энергии электрического поля.

Закон изменения энергии магнитного поля:

$$W_B = \frac{Li^2}{2} = \left(\frac{L\omega_0^2 q_m^2}{2}\right)\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = W_{Bm}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $W_{Bm} = L\omega_0^2 q_m^2 / 2$ – амплитуда энергии магнитного поля и $1/LC = \omega_0^2$,

Величина заряда на обкладках конденсатора в процессе свободных затухающих колебаний определяется по формуле ($\beta < \omega_0$):

$$q = q_{m_0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где q_{m_0} – начальная амплитуда заряда; ω – угловая частота колебаний;

β – коэффициент затухания, $\beta = \dfrac{L}{2R}$ (R – активное сопротивление контура).

Угловая частота затухающих колебаний связана с собственной частотой контура соотношением: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Условный период затухающих колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}}.$$

Логарифмический декремент затухания: $\lambda = \ln \dfrac{q_{m_0} e^{-\beta t}}{q_{m_0} e^{-\beta(t+T)}} = \beta T$.

Время релаксации : $\tau = \dfrac{1}{\beta}$.

Добротность контура Q: $Q = \dfrac{\pi}{\lambda} = \pi N = \dfrac{\pi T}{\tau}$.

Резонансная частота для заряда (для разности потенциалов она будет точно такой же:

$$\Omega_{рез,q} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

Фазовая скорость электромагнитных волн:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где $\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c$ — скорость электромагнитных волн в вакууме.

Плотность энергии ω электромагнитной волны распространяющейся в вакууме со скоростью c слагается из плотности энергии электрического поля и плотности энергии магнитного поля:

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}.$$

Модуль плотности потока энергии: $S = \omega c = EH$.

Вектор плотности потока электромагнитной энергии можно представить как векторное произведение $\vec{E}$ и $\vec{H}$: $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$,

где вектор $\vec{S}$ называется вектором Пойнтинга.

Электромагнитная волна, несущая энергию W, обладает импульсом $K = \dfrac{1}{c} W$.

Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой ν колебаний: $\lambda = cT$ или $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$;

где c - скорость электромагнитных волн в вакууме.

1.2. Примеры решения задач по разделу «Электричество и магнетизм»

Задача 1. Три одинаковых положительных заряда $q_1 = q_2 = q_3 =$ = 1 нКл расположены по вершинам равностороннего треугольника (см. рис.). Какой отрицательный заряд q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

Решение. Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях.

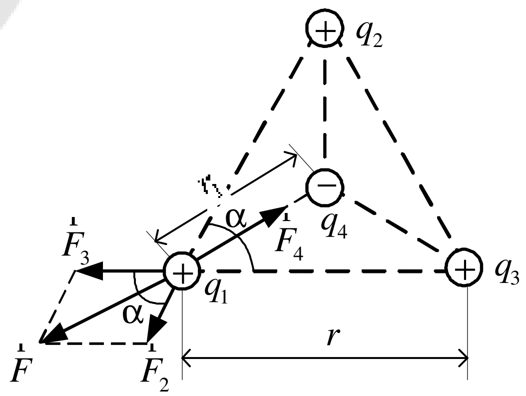
Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы один из трех зарядов, например, q_1 находился в равновесии.

В соответствии с принципом суперпозиции на заряд действует каждый заряд независимо от остальных. Поэтому заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил будет равна нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ – силы, с которыми действуют на заряд q_1 соответственно заряды q_2, q_3 и q_4; $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой (см. рис.), то векторное равенство (1) можно заменить скалярной суммой:



$$F - F_4 = 0 \text{ или } F_4 = F.$$

Выразив в последнем равенстве $\vec{F}$ через $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ и учитывая, что $F_3 = F_2$, получаем по теореме косинусов

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Применив закон Кулона и учитывая, что $q_2 = q_3 = q_1$, найдем

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

откуда $q_4 = \dfrac{q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}$. (2)

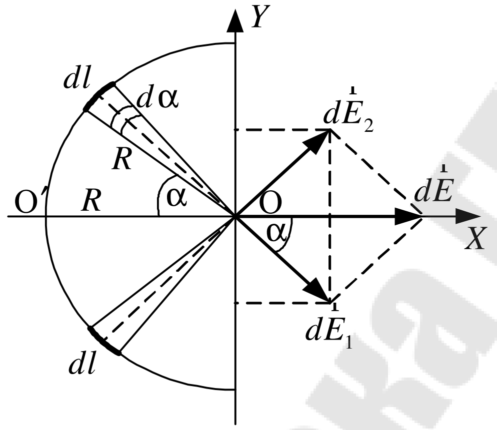
В равностороннем треугольнике $\cos\alpha = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$, с учетом этого формула (2) примет вид

$$q_4 = \frac{q_1}{\sqrt{3}};\; q_4 = \frac{1\cdot 10^{-9}}{1{,}73} \approx 0{,}58 \text{ нКл.}$$

Ответ: $q_4 = 0{,}58$ нКл.

Задача 2. Найти напряженность E и потенциал φ в центре полукольца радиусом $R = 5$ см, по которому равномерно распределен заряд $q = 3\cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение. Для определения напряженности $\vec{E}$ и потенциала φ в центре полукольца воспользуемся принципом суперпозиции. Разделим полукольцо на малые элементы дуги dl так, чтобы заряд $dq = \tau dl = \dfrac{q}{\pi R} dl$ каждой точки дуги можно было считать точечным. Выберем два произвольных симметрично расположенных относительно OO' элемента дуги (см. рис.).



Напряженности электрического поля в точке O, создаваемые выбранными элементами, $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$. Согласно принципу суперпозиции $d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2$. Из соображений симметрии следует, что алгебраическая сумма проекций напряженностей поля выбранных элементов на ось OY равна нулю. Результирующее поле направлено вдоль оси OX:

$$dE = dE_X = dE_1\cos\alpha = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\alpha = \frac{q\cos\alpha}{4\pi^2\varepsilon_0 R^3} dl.$$

Так как $dl = Rd\alpha$, то $dE = \dfrac{q\cos\alpha}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2} d\alpha$.

Положение точечного заряда dq на полукольце определяется углом α. Поэтому угол α выбираем в качестве переменной интегрирования;

$$E = E_X = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2};$$

$$E = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (0{,}05)^2} = 6{,}88 \cdot 10^3 \ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Потенциал φ в центре полукольца определяется алгебраической суммой потенциалов электрического поля $d\varphi$ элементарных зарядов (согласно принципу суперпозиции).

Учитывая, что $d\varphi$ точечного заряда $d\varphi = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{qdl}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}$,

где $dq = \dfrac{qdl}{\pi R}$, определяем φ:

$$\varphi = \int_0^{\pi R} d\varphi = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_0^{\pi R} dl = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R};$$

$$\varphi = \frac{3 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}05} = 5{,}39 \cdot 10^2 \text{ В}.$$

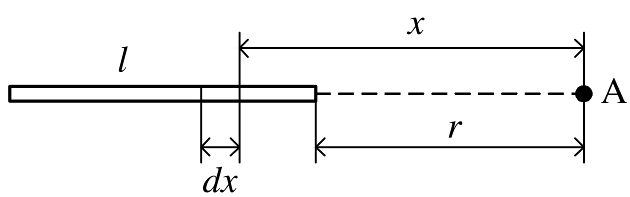
Ответ: $E = 6{,}88 \cdot 10^3 \ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$; $\varphi = 5{,}39 \cdot 10^2$ В.

Задача 3. Тонкий стержень длиной l = 15 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 6\ \dfrac{\text{мкКл}}{\text{м}}$. Найти напряженность E, создаваемую этим зарядом, в точке, расположенной на оси стержня и удаленной от ближайшего конца стержня на расстояние r = 10 см.

Решение. Заряд, равномерно распределенный по тонкому стержню, не является точечным, поэтому непосредственно вычислить напряженность поля по формуле $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (1)

невозможно.

Выделим на стержне бесконечно малый элемент длины dx (см. рис.). Заряд $dq = \tau dx$, находящийся на выделенном элементе, можно считать точечным.



По формуле (1) найдем напряженность в точке A, создаваемую зарядом dq:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2},$$

где x – расстояние от dx до точки А.

Применяя принцип суперпозиции, определим напряженность поля в точке А, создаваемую заряженным стержнем:

$$E = \int_l dE = \int_r^{r+l} \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_r^{r+l} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l}\right);$$

$$E = \frac{6\cdot 10^{-6}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}1+0{,}15}\right) = 324\cdot 10^3\ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 324\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E = 324\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$.

Задача 4. Тонкий стержень длиной l=30 см несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью τ =1 мкКл/м. на расстоянии $r_0 = 20$см от стержня находится заряд q_1=10 нКл, равноудаленный от концов стержня. Определить силу $\vec{F}$ взаимодействия точечного заряда с заряженным стержнем.

Решение. Закон Кулона позволяет вычислить силу взаимодействия точечных зарядов. По условию один из зарядов не является точечным, а второй представляет собой заряд, равномерно распределенный по длине стержня (см. рис.). Однако, если выделить на стержне дифференциально малый участок dl, то находящийся на нем заряд $dq=\tau dl$ можно рассматривать как точечный и тогда по закону Кулона сила взаимодействия между зарядами q_1 и dq:

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot\tau dl}{r^2}, \qquad (1)$$

где r - расстояние от выделенного элемента до заряда q_1.

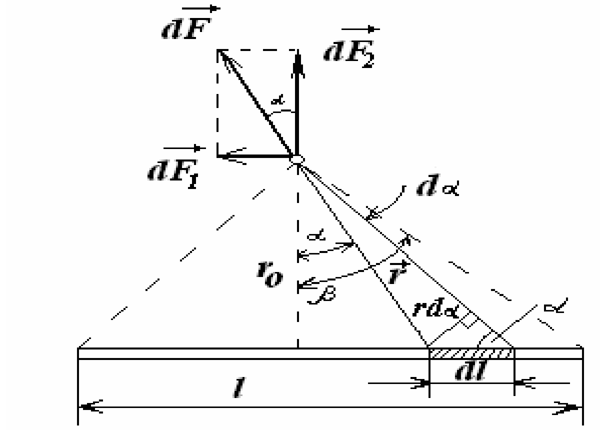
Из рисунка следует, что $r = r_0 / cos\alpha$ и $dl = (rd\alpha)/ cos\alpha$, где r_0 – расстояние от заряда q_1 до стержня. Подставив эти выражения r и dl в формулу (1), получим:

$$dF = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} d\alpha. \qquad (2)$$

Следует иметь ввиду, что $d\vec{F}$ - вектор, поэтому, прежде чем интегрировать, разложим его на две составляющие: $d\vec{F}_1$ перпендикулярно стержню и $d\vec{F}_2$ параллельно ему.

Из рисунка видно, что $dF_1 = dF\,cos\alpha, dF_2 = dF\,sin\alpha$. Подставляя значения dF из выражения (2) в эти формулы, найдем:

$$dF_1 = \frac{q_1\tau\, cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0} d\alpha \quad dF_2 = \frac{q_1\tau\, sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0} d\alpha .$$



Интегрируя эти выражения в пределах от $-\beta$ до $+\beta$, получим:

$$F_1 = \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{q_1\tau\, cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0} d\alpha = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \int_{-\beta}^{+\beta} cos\alpha d\alpha = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0} \left| sin\alpha \right|_{-\beta}^{+\beta};$$

$$F_1 = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \left| sin\,\beta - sin(-\beta) \right| = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \cdot 2\, sin\,\beta;$$

$$F_1 = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0} sin\,\beta.$$

В силу симметрии расположения q_1 относительно стержня интегрирование второго выражения дает ноль:

$$F_2 = \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{q_1\tau\, sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0} d\alpha = -\frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \left| cos\alpha \right|_{-\beta}^{+\beta} = -\frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \left| cos\,\beta - cos(-\beta) \right| = 0$$

.Таким образом, сила действующая на заряд q_1,

$$F = F_1 = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0} sin\,\beta. \qquad (3)$$

Из рисунка, следует, что $sin\,\beta = \frac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. Подставив это выражение $sin\,\beta$ в формулу (3) получим:

$$F = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0} \cdot \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l}}. \qquad (4)$$

Подставляем численные значения величин входящих в выражение (4) и производим вычисления:

$$F = \frac{1 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-1}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-1}}{\sqrt{4 \cdot \left(2 \cdot 10^{-1}\right)^2 + \left(3 \cdot 10^{-1}\right)^2}} = 5{,}4 \cdot 10^{-4}$$

Н.

С учетом направления силы, $\vec{F} = 5{,}4 \cdot 10^{-4} \vec{j}$ (Н), ось $У$ направлена перпендикулярно стержню.

Ответ: $\vec{F} = 5{,}4 \cdot 10^{-4} \vec{j}$ (Н).

Задача 5. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -0{,}5$ нКл. Найти величину напряженности поля E в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см. Построить график $E(r)$.

Решение. Заметим, что точки, в которых требуется найти напряженности электрического поля, лежат в трех областях (рис.1.6): области I ($r_1 < R_1$), области II ($R_1 < r_2 < R_2$), области III ($r_3 > R_2$).

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1, и воспользуемся теоремой Гаусса :

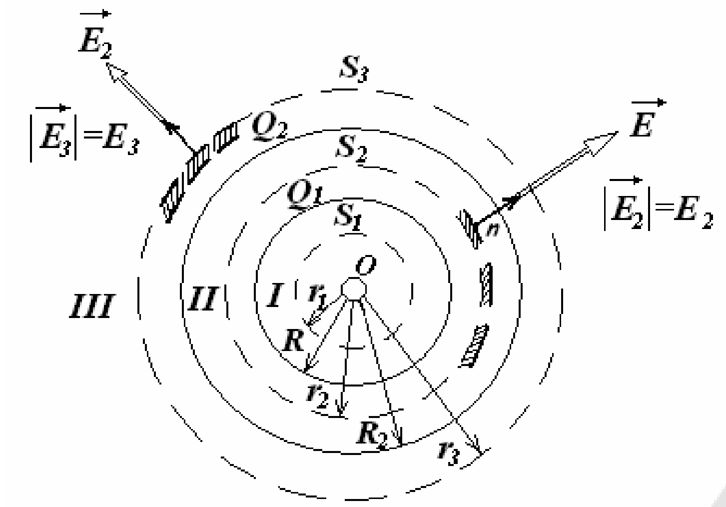
$$\oint\limits_{S_1} E_n dS = 0$$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю). Из соображений симметрии $E_n = E_1 = const$. Следовательно, $E_1 \oint\limits_{S_1} dS = 0$ и E_1 (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1 < R_1$, будет равна нулю.

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2. В этом случае

$$\oint\limits_{S_2} E_n dS = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

(так как внутри гауссовой поверхности находится только заряд q_1).



Так как $E_n = E_2 = const$, то E_2 можно вынести за знак интеграла:

$$E_2 \oint_{S_2} dS = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \text{ или } E_2 S_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \text{ и } E_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S_2},$$

где $S_2 = 4\pi r_2^2$ - площадь гауссовой поверхности.

Тогда:

$$E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3. Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что гауссова поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен алгебраической сумме зарядов.

Тогда:

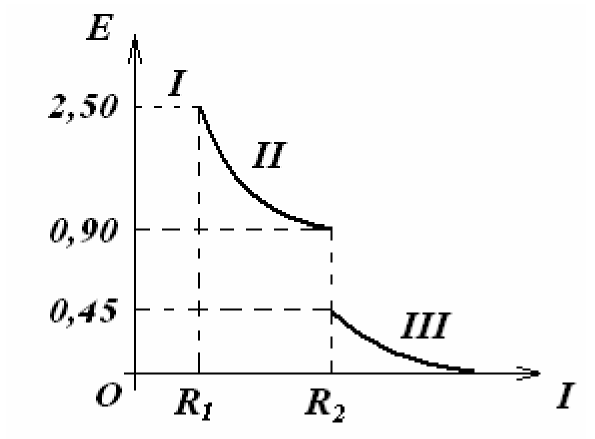
$$E_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^{\ 2}}, \text{ так как } q_2<0. \qquad (2)$$

Произведем вычисления:

$$E_2 = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{10^{-9}}{(0{,}09)^2}\,(\text{В/м}) = 1{,}11 \cdot 10^3\,(\text{В/м});$$

$$E_3 = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{(1 - 0{,}5) \cdot 10^{-9}}{(0{,}15)^2}\,(\text{В/м}) = 2 \cdot 10^2\,(\text{В/м}).$$

Построим график *E(r)*. В области I $(r_1<R_1)$ $E=0$. В области II $(R_{2\leq}\ r <R_2)$ $E_2(r)$ изменяется по закону $1/r^2$



В точке $r=R_1$ напряженность $E_2(R_1)=|q_1|\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 R_1^2\right)=\dfrac{1\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 36\cdot 10^{-4}}=2{,}5\cdot 10^3(\text{В/м})$.В точке $r=R_2$ *(r* стремиться к R_2 слева) $E_2(R_2)=|q_1|\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 R_2^2\right)=0{,}9$ кВ/м. В области III *(r>R₂)* $E_3(r)$ изменяется по закону $1/r^2$, причем в точке $r=R_2$ *(r* стремиться к R_2 справа) $E_3(R_2)=q_1-|q_2|\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 R_2^2\right)=0{,}45$ кВ/м. Таким образом, функция $E(r)$ в точках $r=R_1$, и $r=R_2$, терпит разрыв.

Ответ: $E_1=0$, $E_2=1{,}11\cdot 10^3$ В/м, $E_3=2\cdot 10^2$ В/м.

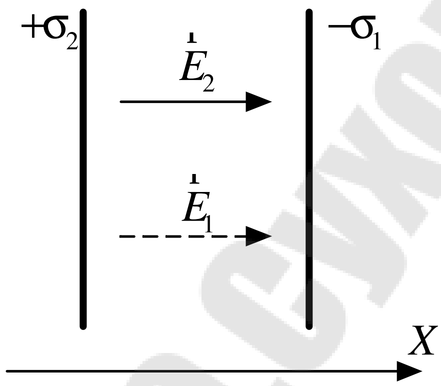
Задача 6. Электрическое поле создано двумя одинаковыми параллельными пластинами площадью 150 см^2 каждая. Пластины расположены на малом (по сравнению с линейными размерами пластин) расстоянии друг от друга. На одной из пластин равномерно распределен заряд q_1 = –50 нКл, на другой – заряд q_2 = +150 нКл. Определить напряженность E электрического поля между пластинами.

Решение. Поскольку по условию задачи расстояние между пластинами много меньше их линейных размеров, то пластины можно считать бесконечно протяженными и равномерно заряженными. Поверхностные плотности зарядов на них соответственно равны $\sigma_1=\dfrac{q_1}{S}$ и $\sigma_2=\dfrac{q_2}{S}$. Напряженность поля, создаваемую каждой пластиной, определим по формуле:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Тогда $E_1=\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$ и $E_2=\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$.

На рисунке показаны направления силовых линий поля с учетом знака зарядов на пластинах. По принципу суперпозиции результирующая напряженность между пластинами $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.



В проекции на ось X

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\varepsilon_0 S};$$

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0 S}(q_1 + q_2);$$

$$[E] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{Ф} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{В}}{\text{Кл} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

$$E = \frac{1}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}015}\left(-5 \cdot 10^{-8} + 15 \cdot 10^{-8}\right) = 75 \cdot 10^4\ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 750\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E = 750\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$.

Задача 7. Электрическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью τ = 1 нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния r_1 = 1,5 см до r_2 = 1 см?

Решение. Элементарная работа по перемещению заряда в электрическом поле

$$dA = Fdr,$$

где F – сила, действующая на заряд; dr – перемещение заряда вдоль силовой линии.

Силу, действующую на заряд, можно определить через напряженность поля:

$$F = Eq,$$

где E – напряженность поля, создаваемого бесконечной заряженной нитью;

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Следовательно, $dA = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r}$ и, интегрируя, получим

$$A = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

С другой стороны, работа приводит к изменению кинетической энергии:

$$A = E_{K_2} - E_{K_1}.$$

Так как начальная скорость была равна нулю, то

$$A = \frac{m\upsilon_2^2}{2},$$

откуда

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2e\tau}{2\pi\varepsilon_0 m}\ln\frac{r_2}{r_1}};$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{-7}\ln\dfrac{10^{-2}}{1{,}5\cdot 10^{-2}}}{3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}} = \sqrt{\frac{1{,}6\ln 1{,}5}{3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 9{,}1}\cdot 10^{17}} = 16\cdot 10^6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$[\upsilon_2] = \sqrt{\frac{\text{Кл}\cdot\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{м}\cdot\Phi\cdot\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл}^2\cdot\text{В}}{\text{Кл}\cdot\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл}\cdot\text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В}}{\text{кг}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\upsilon_2 = 16\cdot 10^6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 8. Электростатическое поле создается положительным точечным зарядом. Определить числовое значение и направление градиента потенциала этого поля, если на расстоянии r = 10 см от заряда потенциал в точке A φ_A = 100 В.

Решение. Связь напряженности и градиента потенциала:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi.$$

Знак «$-$» говорит о том, что $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала (от заряда).

Потенциал и напряженность точечного заряда в точке A

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}; \quad E_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \quad E_A = \frac{\varphi_A}{r};$$

$$|\operatorname{grad}\varphi| = \frac{\varphi_A}{r}; \quad [\operatorname{grad}\varphi] = \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

Ответ: $|\mathrm{grad}\,\varphi| = \dfrac{100}{0{,}1} = 10^3\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}} = 1\ \dfrac{\text{кВ}}{\text{м}}$ и направлен к заряду.

Задача 9. Емкость шара, погруженного в масло ($\varepsilon = 5$), равна 0,39 пФ, заряд на шаре 1,76 нКл. Каковы потенциал шара φ, радиус шара R, поверхностная плотность заряда σ и энергия шара W?

Решение. Емкость уединенного проводника выражается формулой

$C = \dfrac{q}{\varphi}$. Отсюда определим потенциал шара: $\varphi = \dfrac{q}{C}$;

$$\varphi = \frac{1{,}76 \cdot 10^{-9}}{0{,}39 \cdot 10^{-12}} = 4{,}5 \cdot 10^3\ \text{В} = 4{,}5\ \text{кВ}.$$

С другой стороны, емкость шара $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R = \dfrac{\varepsilon R}{K}$,

где $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

Таким образом, радиус шара $R = \dfrac{KC}{\varepsilon}$;

$$R = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 0{,}39 \cdot 10^{-12}}{5} = 0{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Поверхностная плотность заряда на шаре $\sigma = \dfrac{q}{4\pi R^2}$;

$$\sigma = \frac{1{,}76 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot \left(0{,}7 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 286 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} = 286\ \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}.$$

Энергию шара определим по формуле $W = \dfrac{q^2}{2C}$;

$$W = \frac{\left(1{,}76 \cdot 10^{-9}\right)^2}{2 \cdot 0{,}39 \cdot 10^{-12}} = 3{,}97 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 3{,}97\ \text{мкДж}.$$

Ответ: $\varphi = 4{,}5$ кВ; $R = 0{,}7 \cdot 10^{-3}$ м; $\sigma = 286\ \dfrac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$; $W = 3{,}97$ мкДж.

Задача 10. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполняется диэлектриком ($\varepsilon = 7$). При присоединении пластин к источнику напряжения напряженность электрического поля в конденсаторе $E = 0{,}4 \cdot 10^6$ В/м. Найти: 1) давление пластин на диэлектрик; 2) электрическую индукцию в диэлектрике; 3) поверхностную плотность связанных зарядов; 4) поверхностную плотность зарядов на пластинах конденсатора; 5) объемную плотность энергии электрического поля в диэлектрике.

Решение. 1. Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора определяется по формуле

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Тогда давление пластин на диэлектрик

$$P = \frac{F}{S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}. \qquad (1)$$

Выразив из формулы для напряженности поля, образованного двумя параллельными бесконечными равномерно заряженными плоскостями, $\left(E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}\right)$ поверхностную плотность зарядов σ и подставив в уравнение (1), получим $P = \frac{E^2 \varepsilon_0 \varepsilon}{2}$;

$$P = \frac{\left(0,4 \cdot 10^6\right)^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7}{2} = 5 \text{ Па}.$$

2. Электрическую индукцию D вычислим по формуле $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$;

$$D = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 0,4 \cdot 10^6 = 2,5 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

3. Поверхностная плотность связанных зарядов σ' в однородном диэлектрике связана с поверхностной плотностью σ стороннего заряда на поверхности прилежащего к нему заряженного проводника равенством: $\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma$.

Тогда $\sigma_{св} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E$;

$$\sigma_{св} = (7 - 1) \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,4 \cdot 10^6 = 21,2 \cdot 10^6 \ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

4. Поверхностная плотность зарядов на пластинах конденсатора

$\sigma_D = D$; $\sigma_D = 2,5 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$.

5. Объемная плотность энергии электрического поля в диэлектрике согласно формуле энергии электрического поля в объеме V $\left(W=\int\limits_V \omega dV\right)$ равна $\omega=\dfrac{W}{V}=\dfrac{ED}{2}$; $[\omega]=\dfrac{\text{В}}{\text{м}}\cdot\dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}=\dfrac{\text{В}\cdot\text{А}\cdot\text{с}}{\text{м}^3}=\dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$;

$$\omega=\frac{0,4\cdot10^6\cdot2,5\cdot10^{-5}}{2}=5\ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $P=5$ Па; $D=2,5\cdot10^{-5}\ \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$; $\sigma_{св}=21,2\cdot10^6\ \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$; $\sigma_D=2,5\cdot10^{-5}\ \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$; $\omega=5\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$.

Задача 11. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора меняют от d_1 = 2 мм дл d_2 = 20 мм. К пластинам приложена разность потенциалов U = 0,1 кВ. Площадь пластины S = 0,01 м^2. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: 1) не отключается; 2) отключается.

Решение. 1. Если пластины конденсатора остаются подключенными к источнику, то разность их потенциалов остается неизменной: $(U=\text{const})$.

Энергию конденсатора удобно считать по формуле

$$W=\frac{q^2}{2C}=\frac{CU^2}{2}=\frac{qU}{2}.$$

Применим выражение $W=\dfrac{CU^2}{2}$.

Емкость плоского конденсатора с увеличением расстояния d будет уменьшаться, т.к.

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

Таким образом,

$$W_1=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d_1} \quad \text{и} \quad W_2=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d_2};$$

$$W_1=\frac{8,85\cdot10^{-12}\cdot0,01\cdot100^2}{2\cdot2\cdot10^{-3}}=2,2\cdot10^{-7}\ \text{Дж}.$$

3. Систему двух заряженных и отключенных от источника пластин можно рассматривать как изолированную систему. Энергию в

данном случае удобно выразить через заряд q на пластинах, т.к. заряд пластин, отключенных от источника, при их раздвижении не изменяется:

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_1},$$

где $q = C_1 U$;

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d_1};$$

$$W_2 = \frac{q_2}{2C_2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d_2};$$

$$W_1 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01 \cdot 100^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 2{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ Дж};$$

$$W_2 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01 \cdot 100^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 22{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $W_1 = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ Дж; $W_2 = 2{,}2 \cdot 10^{-8}$ Дж;
2) $W_1 = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ Дж; $W_2 = 22{,}1 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Задача 12. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд 4,95 нКл. Конденсатор подключен к источнику с ЭДС, равной 280 В. Площадь пластины конденсатора $S = 0{,}01$ м^2. Найти: 1) напряженность поля E внутри конденсатора; 2) расстояние d между пластинами; 3) скорость υ, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой; 4) энергию W конденсатора; 5) силу притяжения пластин F.

Решение. 1. Напряженность поля E, созданного двумя пластинами,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \text{ где } \sigma = \frac{q}{S}.$$

Тогда $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0 S}$;

$$E = \frac{4{,}95 \cdot 10^{-9}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01} = 56 \cdot 10^3 \ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 56 \ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

2. Разность потенциалов пластин U и напряженность E поля внутри конденсатора связаны соотношением $E = \frac{U}{d}$.

Отсюда $d = \frac{U}{E}$;

$$d = \frac{280}{56 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

3. По закону сохранения энергии $\frac{m\upsilon^2}{2} = q_e U$,

где m – масса электрона ($m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг); q_e – заряд электрона (q_e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Отсюда находим скорость электрона:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2q_e U}{m}};$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 280}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 10^7 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

4. Энергию конденсатора рассчитаем по формуле: $W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$; $\left(C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \right)$;

$$W = \frac{\left(4{,}95 \cdot 10^{-9}\right)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01} = 6{,}9 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

5. Сила притяжения пластин F в плоском конденсаторе:

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S};$$

$$F = \frac{\left(4{,}95 \cdot 10^{-9}\right)^2}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01} = 0{,}14 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Ответ: $E = 56 \ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$, $d = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $\upsilon = 10^7 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $W = 6{,}9 \cdot 10^{-7}$ Дж, $F = 0{,}14 \cdot 10^{-3}$ Н.

Задача 13. Определить заряд q, прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2$ В до $U = 4$ В в течение $t = 20$ с.

Решение. Так как сила тока проводнике изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $q = I \cdot t$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда и проинтегрируем:

$$q = \int_0^t I dt\,. \qquad (1).$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$q = \int_0^t \frac{U}{R} dt. \qquad (2)$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой:

$U = U_0 + kt$, (3)

где k - коэффициент нарастания напряжения. Подставив это выражение U в формулу (2), найдем:

$$q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R}\right) dt = \frac{U_0}{R}\int_0^t dt + \frac{k}{R}\int_0^t tdt. \qquad (4)$$

Проинтегрировав, получим:

$$q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{1}{2R}\left(2U_0 t + kt^2\right). \qquad (5)$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3): $k = (U - U_0)/t = 0{,}1\,\text{В/с}$. Подставив значение величин в формулу (5) найдем: $q = 20\,\text{Кл}$.

Ответ: $q = 20\,\text{Кл}$.

Задача 14. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20\,\text{Ом}$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2\text{с}$ по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6\text{А}$. Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1.

Решение. Закон Джоуля – Ленца в виде $Q = I^2 Rt$ справедлив для постоянного тока ($I = const$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде: $dQ = I^2 Rdt$.(1)

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае $I = kt$, (2)

где k - коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока: $k = \dfrac{\Delta I}{\Delta t} = \dfrac{6}{2}\dfrac{\text{А}}{\text{с}} = 3\dfrac{\text{А}}{\text{с}}.$

С учетом (2) формула (1) примет вид: $dQ = k^2 R t^2 dt$ (3).

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1, до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2{}^3 - t_1{}^3 \right).$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(1-0)(\text{Дж}) = 60\,(\text{Дж}), Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(8-1)(\text{Дж}) = 420\,(\text{Дж})$$

Следовательно, $Q_2 / Q_1 = 420/60 = 7$, т.е. за вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Ответ: $Q_1 = 60\,\text{Дж}, Q_2 = 420\,\text{Дж}$, $Q_2 / Q_1 = 7$.

Задача 15. По двум параллельным, бесконечно длинным проводникам, расстояние между которыми 8 см, текут в одном направлении токи силой 50 А каждый. Определить величину магнитной индукции поля в точке, отстоящей от оси первого проводника на расстояние 5 см, а от другого – 10см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции в заданной точке воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Согласно принципа суперпозиции индукция результирующего поля равна векторной сумме индукций, создаваемых каждым током в отдельности, то есть $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где вектор $\vec{B}$ векторная сумма индукций магнитных полей в точке A (см. рис.). Модуль вектора $\vec{B}$ найдем по теореме косинусов:

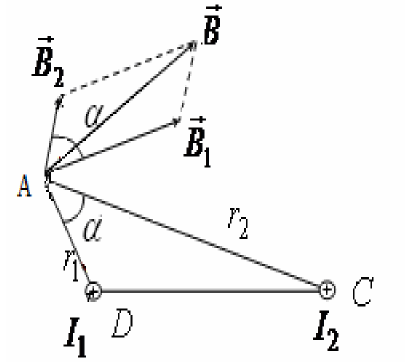
$$\left| \vec{B} \right| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2 B_1 B_2 \cdot \cos\alpha}\,, \qquad (1)$$

где α – угол между $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Как известно, магнитная индукция прямого, бесконечно длинного проводника с током определяется формулой $B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$, тогда $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot r_1}$ и $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot r_2}$ (учли что $\mu = 1$ так, как среда в которой находятся проводники – воздух).

По условию задачи токи в проводниках одинаковы, то есть $I_1 = I_2 = I$. Подставляя значения B_1 и B_2 в формулу (1) получаем:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1\, r_2}\cdot\cos\alpha}\,. \qquad (2)$$



Вычислим $\cos\alpha$, по теореме косинусов:

$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cdot \cos\alpha$ тогда $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$.

Вычислим значение косинуса $\cos\alpha = \dfrac{61}{100}$.

Подставив в формулу (2) числовые значения физических величин и произведя вычисления получаем: $B = 272{,}7$ мкТл.

Ответ: $B = 272{,}7$ мкТл.

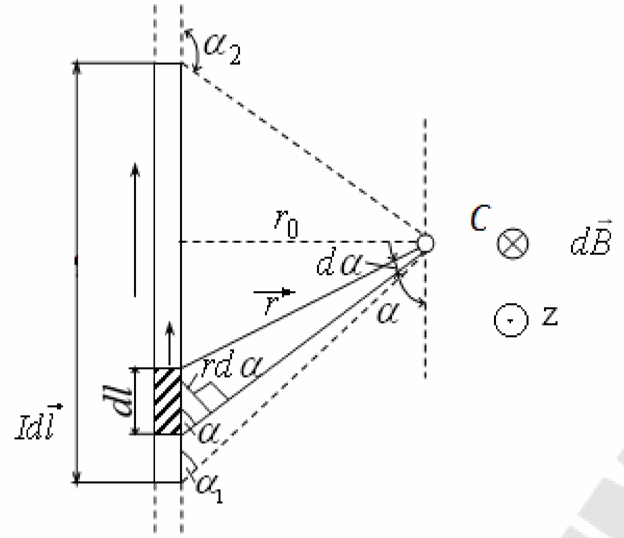
Задача 16. По отрезку прямого проводника длиной 120 см течет ток 40 А. Определить величину магнитной индукциии поля, создаваемую этим током, в точке, равноудаленной от концов отрезка проводника и находящейся на расстоянии 20 см от его середины.

Решение. Для расчета индукции магнитного поля воспользуемся законом Био-Савара и принципом суперпозиции магнитных полей.

Выберем на проводнике произвольно элемент тока $I\vec{dl}$ (см. рис.). Этот элемент тока создает в точке С поле с индукцией $d\vec{B}$, которая согласно закону Био-Савара-Лапласа определяется выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{\left[I\vec{dl}, \vec{r}\right]}{r^3}\ ; \qquad (1)$$

а модуль вектора $d\vec{B}$ - $\left|d\vec{B}\right| = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{I\, dl \sin\alpha}{r^2}$, (2) где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от элемента тока $Id\vec{l}$ в точку С поля; r - модуль радиус-вектора $\vec{r}$; α - угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором $\vec{r}$.



Результирующую индукцию магнитного поля определим, используя принцип суперпозиции, согласно которому $\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} d\vec{B} = \int_{l} d\vec{B}$. В точке С векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока имеют одинаковое направление, противоположное оси z в данном случае за плоскость чертежа. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В этом случае выражение (2) можно записать в виде: $B = \frac{\mu_0 \mu \cdot I}{4\pi} \int_{l} \frac{\sin\alpha}{r^2} dl$. (3)

Данное выражение содержит две переменные величины: угол и расстояние. Преобразуем подинтегральное выражение так, чтобы в него входила только одна переменная – угол α. Из рисунка находим $dl = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin\alpha}$. Тогда $\frac{\sin\alpha}{r^2} dl = \frac{\sin\alpha}{r^2} \cdot \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Величина r также зависит от α, $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$, тогда $\frac{d\alpha}{r} = \frac{d\alpha}{r_0} \sin\alpha = \frac{\sin\alpha}{r_0} \cdot d\alpha$. Следовательно, выражение (3) можно записать в виде $B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$.

(4) Полученное выражение (4) можно преобразовать, так как по усло-

вию задачи точка С расположена симметрично относительно отрезка проводника, то есть $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$. Выражение (4) примет вид:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cdot\cos\alpha_1. \qquad (5)$$

Из рисунка следует, что $\cos\alpha_1 = \dfrac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + r_0^2}} = \dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. Подставив последнее выражение в формулу (5) и учитывая, что $\mu = 1$ получим $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi\, r_0}\dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$ что соответствует единице магнитной индукции.

Произведя вычисления, получаем $B = 37{,}9$ мкТл.

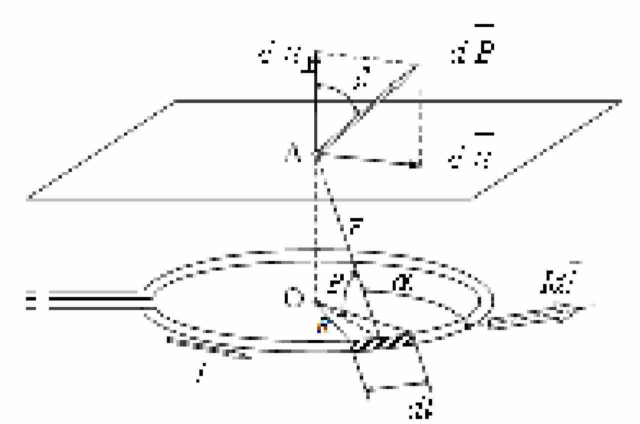
Ответ: $B = 37{,}9$ мкТл.

Задача 17. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 80$ А. Найти величину магнитной индукции в точке A, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 20$ см.

Решение. Расчет индукции магнитного поля проведем на основании закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции магнитных полей.

Выделим на кольце элемент тока $Id\vec{l}$ (см. рис.) и от него в точку A проведем радиус-вектор $\vec{r}$. Выделенный элемент тока создает в точке A магнитное поле индукцией $d\vec{B}$. Индукция магнитного поля, создаваемая этим элементом в точке A согласно закона Био-Савара будет $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{\left[Id\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$. Вектор $d\vec{B}$ в точке A направлен в соответствии с правилом буравчика, а его модуль определяется выражением $\left|d\vec{B}\right| = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{I\ dl\ \sin\alpha}{r^2}$. Согласно принципа суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция в точке A определяется интегрированием: $\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B}, \ldots$ .....(1)

где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца. Так как, в выражении (1) $d\vec{B}$ - это вектор, то прежде чем интегрировать следует разложить его на две составляющие: $d\vec{B}_\perp$, перпендикулярную плоскости кольца, и $d\vec{B}_\parallel$, параллельную плоскости кольца, то есть $d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel$, а $\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B}_\perp + \int\limits_l d\vec{B}_\parallel$.



При этом, $\int\limits_l d\vec{B}_\parallel = 0$ из соображений симметрии, а векторы $d\vec{B}_\perp$, от различных элементов $Id\vec{l}$ со направлены вдоль оси *y*, поэтому заменим векторное выражение скалярным: $B = \int\limits_l dB_\perp$, где $dB_\perp = dB\cos\beta$ и $dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I\cdot dl}{r^2}$, так как $Id\vec{l}$ перпендикулярен $\vec{r}$, следовательно, $\sin\alpha = 1$. Таким образом, имеем

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cdot\cos\beta\cdot\int\limits_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\cdot\frac{\cos\beta}{r^2}\cdot l\,|_0^{2\pi R} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\cdot\frac{\cos\beta\cdot 2\pi\cdot R}{r^2}$$

, учитывая, что $\cos\beta = \frac{R}{r}$ и сокращая на 2π получим $B = \frac{\mu_0\mu\, I\, R^2}{2\, r^3}$.

Проведем вычисления:

.

Ответ: $B = 62{,}8\ \text{мкТл}$.

Задача 18. Бесконечно длинный проводник, по которому течет ток $I = 50\ \text{А}$, изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$. Определить величину магнитной индукции проводника в точке А (рис.*a*), расстояние до которой $d = 5\ \text{см}$.

Решение. Изогнутый проводник можно рассматривать как два длинных проводника, концы которых соединены в точке О (рис. *b*). В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в точке А будет равен геометрической сумме магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых отрезками длинных проводников 1 и 2, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Магнитную индукцию $\vec{B}_1$ найдем, воспользовавшись соотношением (4), найденным в примере 12: $B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$, где r_0 - кратчайшее расстояние от проводника 1 до точки А (рис.*b*).

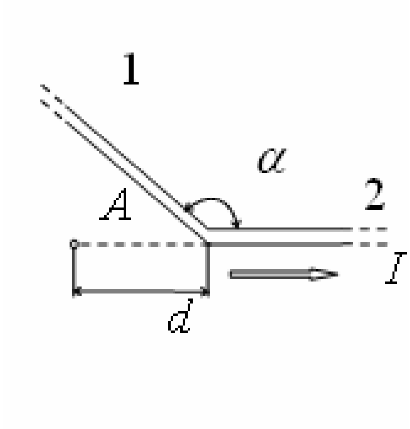


Рис.*a*.

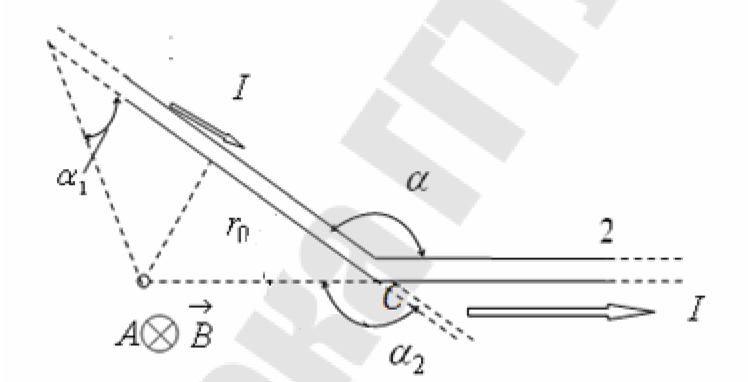


Рис. *b*

В данном случае $\alpha_1 \to 0$ (проводник бесконечно длинный), $\alpha_2 = 2\pi/3\ (\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2)$. Расстояние $r_0 = d\sin(\pi - \alpha_2) = d\sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$. Тогда магнитная индукция

$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi d\ \sqrt{3}/2}(1 + 1/2) = \frac{\mu_0 \mu\, I \cdot 3}{4\pi d \cdot \sqrt{3}} = \frac{\mu_0 \mu\, I \cdot \sqrt{3}}{4\pi d}$. Магнитная индукция, создаваемая вторым отрезком проводника равна нулю. Это следует из закона Био-Савара, согласно которому в точках, лежащих на оси проводника, $d\vec{B} = 0$, т.к. $\left[Id\vec{l} \wedge \vec{r}\right] = 0$ и $B_2 = 0$. Так как $B = B_1$, то

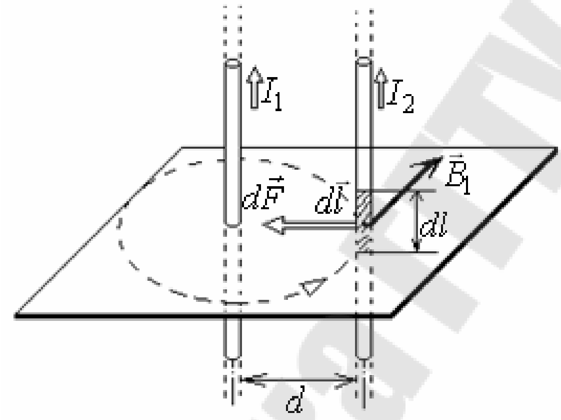
$B = \dfrac{\sqrt{3}\mu_0\mu\, I}{4\pi d}$. Вектор $\vec{B}$ сонаправлен с вектором $\vec{B}_1$. На рис. 15 это направление отмечено крестиком в кружочке (перпендикулярно плоскости чертежа, от нас).

Проведем вычисления: $B = \dfrac{\sqrt{3}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 50}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}}\,\text{Тл} = 3{,}46\cdot 10^{-5}\,\text{Тл} = 34{,}6$ мкТл.

Ответ: $B = 34{,}6$ мкТл.

Задача 19. Два параллельных прямых проводника длиной $l = 2$ м каждый, находятся на расстоянии $d = 0{,}1$ м друг от друга. По ним текут одинаковые токи $I = 80$ А. Вычислить величину силы взаимодействия токов.

Решение. Взаимодействие двух проводников, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой проводник (см. рис.).



Пусть оба тока текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго проводника (с током I_2) магнитное поле. Вычисляем силу $\vec{F}_{21}$, с которой магнитное поле, созданное током I_1, действует на проводник с током I_2. Для этого проведем магнитную силовую линию так, чтобы она касалась проводника с током I_2 и по касательной к ней - вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции $\left|\vec{B}\right|_1$, определяется соотношением: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$. (1)

На каждый элемент тока второго проводника $I_2 d\vec{l}_2$ согласно закону Ампера действует сила $dF_{21} = I_2 B_1 dl_2 \sin(d\vec{l}_2 \hat{,} \vec{B}_1)$. Так как $I_2 d\vec{l}_2 \perp \vec{B}_1$, то $\sin(I_2 d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}) = 1$ и тогда $dF_{21} = I_2 B_1 dl_2$. Подставив в это выражение $\vec{B}_1$, согласно (1), получим $dF_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl_2$. Силу $\vec{F}$ взаимодействия проводников с токами найдем интегрированием последнего равенства: $F_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int\limits_0^{l_2} dl_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2$. т.к. по условию $I_1 = I_2 = I$, то $F_{21} = \dfrac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$. Проведем вычисления: $F = 25{,}6$ мН.

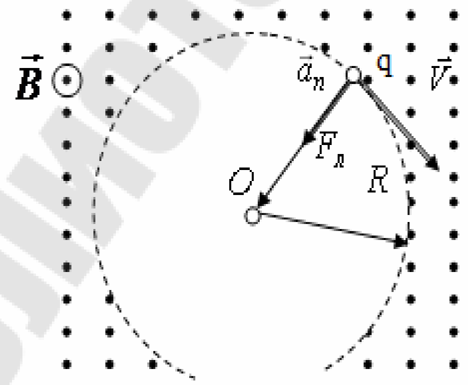
Ответ: $F = 25{,}6$ мН

Задача 20. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

Решение. Траектория движения заряженной частицы в однородном магнитном поле будет окружностью только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{\upsilon}$, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$ и тогда по второму закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}_n , \qquad (1)$$

где m – масса протона.



На рисунке траектория протона совмещена с плоскостью чертежа.

Сила Лоренца направлена перпендикулярно вектору $\vec{V}$ и направлена к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_л$ совпадают по направлению). Запишем выражение (1) в скалярной форме: $\vec{F}_л = m\vec{a}_n$, где $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$, а $F_л = q\upsilon B \sin\alpha$. В данном случае $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, $\sin\alpha = 1$. Тогда :

$$qVB = \frac{m\upsilon^2}{R} \text{ и } R = \frac{m\upsilon}{qB}.$$

Учитывая, что $m\vec{\upsilon}$ есть импульс протона ($\vec{p}$), тогда последнее выражение можно записать в виде: $R = \frac{p}{qB}$. Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е. $A = \Delta E$, или $q(\varphi_1 - \varphi_2) = E_2 - E_1$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение U); E_1 и E_2 – начальная и конечная кинетические энергии протона. Пренебрегая начальной кинетической энергией протона ($E_1 \approx 0$) и выразив кинетическую энергию E_2 через импульс p, получим:

$qU = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mqU}$. Найденный импульс ($p$) подставим в формулу: $R = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$.

Проведем вычисления: $R = \frac{1}{0.3}\sqrt{\frac{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1.6 \cdot 10^{-19}}}$ (м) $= 0{,}0118$ (м).

Ответ: $R = 11{,}8$ мм .

Задача 21. Электрон, влетев в однородное магнитное поле $B = 0{,}2$ Тл, стал двигаться по окружности радиуса 5см. Определить величину магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока.

Решение. Траектория движения электрона будет окружностью, если он влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции.

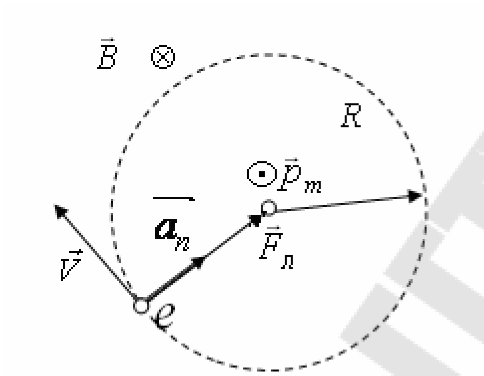
На рисунке к данной задаче линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости чертежа и направлены "от нас" (обозначены крестиками).

Движение электрона по окружности эквивалентно круговому току, который в данном случае определяется выражением $I_{экв} = \dfrac{|e|}{T}$, где e – заряд электрона; T – период его обращения.

Период обращения выразим через скорость электрона и путь, проходимый им за период $T = \dfrac{2\pi R}{\upsilon}$. Тогда $I_{экв} = \dfrac{|e|\upsilon}{2\pi R}$. (1)

Зная $I_{экв}$, найдем величину магнитного момента эквивалентного кругового тока, который определяется соотношением $p_m = I_{экв} S$, (2)

где S – площадь, ограниченная окружностью, описываемой электроном ($S = \pi R^2$). Подставив $I_{экв}$ из (1) в выражение (2) получим: $p_m = \dfrac{|e|\upsilon}{2\pi R}\pi R^2 = \dfrac{1}{2}|e|\upsilon R$, (3)



В полученном выражении неизвестной является скорость электрона, которая связана с радиусом окружности, по которой он движется, соотношением $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$.

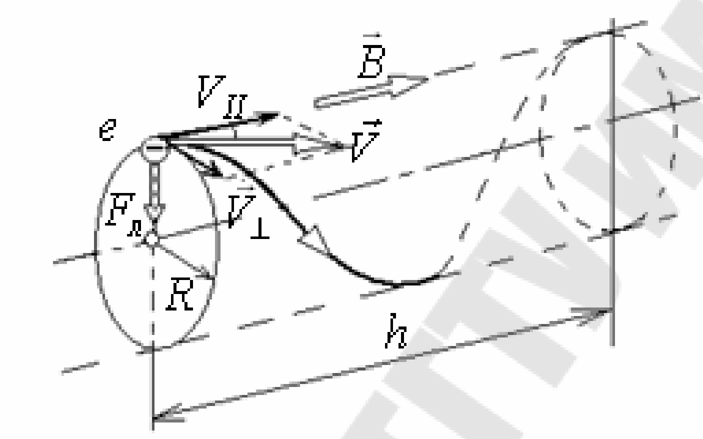
Заменив q на $|e|$, найдем скорость $\upsilon = \dfrac{|e|BR}{m}$ и подставим в формулу (3): $p_m = \dfrac{|e^2|BR^2}{2m}$. Проведем вычисления: $p_m = 7{,}03\ пА \cdot м^2$

Ответ: $p_m = 7{,}03\ пА \cdot м^2$

Задача 22. Электрон движется в однородном магнитном поле $B = 10$ мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость υ.

Решение. Траектория движения электрона будет винтовая линия, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом $(\alpha \neq \pi/2)$ к линиям магнитной индукции.

Разложим, как это показано на рисунке, вектор скорости $\vec{\upsilon}$ электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ $(\vec{\upsilon}_{II})$ и перпендикулярную ему $(\vec{\upsilon}_{\perp})$. Скорость $\vec{\upsilon}_{II}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $\vec{\upsilon}_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_л \perp \vec{\upsilon}_{\perp}$). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении вдоль силовой линии со скоростью υ_{II} и равномерном движении по окружности со скоростью $\upsilon_{\perp}$.



Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением: $T = \dfrac{2\pi R}{\upsilon_{\perp}}$. (1)

Найдем отношение $\dfrac{R}{\upsilon_{\perp}}$. Согласно второму закону Ньютона можно написать: $F_л = ma_n$, $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ или

$$|e|\upsilon_{\perp} B = \frac{m\upsilon^2{}_{\perp}}{R}; \ \frac{R}{\upsilon_{\perp}} = \frac{m}{|e| \cdot B}. \quad (2)$$

Подставив (2) в формулу (1) получим: $T = 2\pi \dfrac{m}{|e|B}$. (3)

Проведем вычисления: $T = 3{,}57$ нс. Модуль скорости υ, как это видно из рисунка, можно выразить через $\upsilon_\perp$ и υ_{II}. Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости: $\upsilon_\perp = \dfrac{|e|BR}{m}$

Параллельную составляющую скорости υ_{II} найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T, электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т.е. $h = T\upsilon_{II}$, откуда $\upsilon_{II} = \dfrac{h}{T}$. Учитывая выражение (3), получим $\upsilon_{II} = \dfrac{|e|Bh}{2\pi m}$

Таким образом, модуль скорости электрона

$V = \sqrt{\upsilon_\perp{}^2 + \upsilon^2{}_{II}} = \dfrac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{h}{2\pi}\right)^2}$. Произведем вычисления:

$\upsilon = 2{,}46 \cdot 10^7$ м/с

Ответ: $T = 3{,}57$ нс, $\upsilon = 2{,}46 \cdot 10^7$ м/с.

Задача 23. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0{,}1$ Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к её массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Решение. Для того чтобы найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы:

$$qU = \frac{m\upsilon^2}{2}, \text{ или } \frac{q}{m} = \frac{\upsilon^2}{2U} . \qquad (1)$$

Скорость альфа-частицы найдем из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

1) сила Лоренца $\vec{F}_л = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$, направленная перпендикулярно вектору скорости $\vec{\upsilon}$ и вектору магнитной индукции $\vec{B}$;

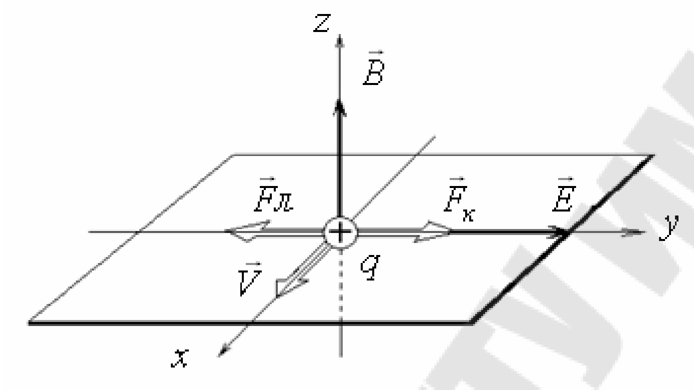
2) сила Кулона $\vec{F}_к = q\vec{E}$, сонаправленна с вектором напряженности $\vec{E}$ электростатического поля ($q > 0$). Направим вектор магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль оси Oz (см. рис.), скорость $\vec{\upsilon}$ – в положительном направлении оси Ox, тогда $\vec{F}_л$, и $\vec{F}_к$ будут направлены так, как пока-

зано на рисунке. Альфа – частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил $\vec{F}_л$, и $\vec{F}_к$ будет равна нулю. В проекции на ось Оy получим следующее равенство (учитывая что $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, а $\sin\alpha = 1$):

$$qE - q\upsilon B = 0 \text{ или } \upsilon = \frac{E}{B}.$$

Подставив это выражение скорости в формулу (1), получим: $\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}$. Проведем вычисления:

$$\frac{q}{m} = 4{,}81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}.$$



Ответ: $\frac{q}{m} = 4{,}81 \cdot 10^7$ Кл/кг .

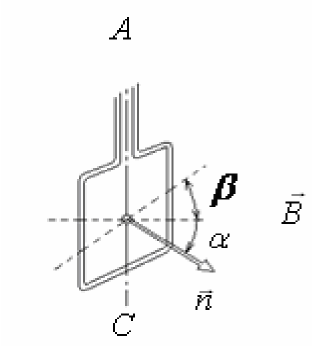
Задача 24. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $\nu = 10\,\text{с}^{-1}$ относительно оси АС, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0{,}04$ Тл). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\beta = \frac{\pi}{3}$ с линиями поля. Площадь катушки равна $100\,\text{см}^2$.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, определяется по закону электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} \qquad (1).$$

Потокосцепление $\psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком *Ф*. Подставив выражение ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\,\frac{d\Phi}{dt} \qquad (2).$$



При вращении катушки магнитный поток Ф, пронизывающий катушку в момент времени t, изменяется по закону $\Phi = BS\cos\alpha$, где $\alpha = \omega t$, ω - угловая скорость катушки. Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Ф и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$\varepsilon_i = NBS\,\omega\sin\omega t$.Учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$ и что угол $\alpha = \omega t = \dfrac{\pi}{2} - \beta$ (рис.21.), получим $\varepsilon_i = 2\pi\nu NBS\cos\beta$. Произведем вычисления: $\varepsilon_i = 25{,}1$ В

Ответ: $\varepsilon_i = 25{,}1$ В

Задача 25. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$ см и сопротивлением $R = 0{,}01$ Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 40$ мТл). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд q, который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Решение. При выключении магнитного ноля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая законом электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить, воспользовавшись законом Ома $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}$, где R – сопротивление рамки. Тогда

$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}$. Так как мгновенное значение силы индукционного тока $I_i = \frac{dq}{dt}$. то выражение принимает вид

$$\frac{dq}{dt}R = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ или } dq = -\frac{d\Phi}{R}. \qquad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1), найдем

$$\int_0^q dq = -\frac{1}{R}\int_{\Phi 1}^{\Phi 2} d\Phi, \text{ или } q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

При выключенном поле $\Phi_2 = 0$, тогда последнее равенство примет вид $q = \frac{\Phi_1}{R}$. (2)

Найдем магнитный поток Φ_1. По определению магнитного потока имеем $\Phi_1 = BS\cos\alpha$.

По условию задачи рамка квадратная, площадь ее $S = a^2$.

Тогда: $\Phi_1 = Ba^2\cos\alpha$. (3)

Подставив (3) в (2), получим $q = \frac{Ba^2}{R}\cos a$.

Проведем вычисления:

$q = 8{,}67$мКл.

Ответ: $q = 8{,}67$мКл.

Задача 26. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к друг. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию магнитного поля соленоида.

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением $\psi = LI$ (1).

Потокосцепление может быть определено через поток Φ и число витков N: $\psi = N\Phi$. (2)

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \qquad (3)$$

Энергия магнитного поля соленоида

$W = \frac{1}{2} L I^2$. или $W = \frac{1}{2} N I \Phi$.

Проведем вычисления: $L = 1{,}8$ мГн, $W = 14{,}4$ мДж.

Ответ: $L = 1{,}8$ мГн, $W = 14{,}4$ мДж.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Практикум по курсу «Физика» по выполнению тестовых заданий для студентов специальности 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии (по направлениям)» заочной формы обучения

Составители: **Кравченко** Александр Ильич
Злотников Игорь Иванович

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 06.03.18.
Рег. № 51E.
http://www.gstu.by