



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Институт повышения квалификации  
и переподготовки

Кафедра «Профессиональная переподготовка»

**В. Н. Дорошко**

## **ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА**

### **ПОСОБИЕ**

**для слушателей специальности переподготовки  
1-26 02 82 «Финансовый менеджмент»  
заочной формы обучения**

Гомель 2018

УДК 336.01+51-7(075.8)  
ББК 65.26+22.1я73  
Д69

*Рекомендовано кафедрой «Профессиональная переподготовка»  
Института повышения квалификации и переподготовки ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 4 от 26.12.2016 г.)*

Рецензент: зав. каф. бухгалтерского учета БТЭУ канд. экон. наук, доц.  
*П. Г. Пономаренко*

**Дорошко, В. Н.**  
Д69 Финансовая математика : пособие для слушателей специальности переподготовки 1-26 02 82 «Финансовый менеджмент» заоч. формы обучения / В. Н. Дорошко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2018. – 94 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Пособие включает краткий курс лекций по дисциплине, список рекомендованных литературных источников.

Для слушателей специальности 1-26 02 82 «Финансовый менеджмент» заочной формы обучения ИПКиП.

**УДК 336.01+51-7(075.8)**  
**ББК 65.26+22.1я73**

© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2018

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

С переходом к рыночным отношениям потребность в финансовых вычислениях резко возросла. Они стали, безусловно, необходимыми для успешного проведения любой коммерческой сделки. Совместно с современными методами анализа и моделирования финансовых ситуаций финансовые вычисления перерастают в новое, все более влиятельное направление организации и управления предпринимательской деятельностью — финансовый менеджмент.

Однако ядром финансового менеджмента и по настоящее время остается вполне определенный круг финансовых вычислений. Речь идет, прежде всего, об аппарате и методах расчетов, необходимых при финансовых операциях, когда оговариваются конкретные значения трех видов параметров, а именно: стоимостные характеристики, временные данные и специфические элементы.

Перечисленные параметры равноправны, пренебрежение каким-либо из них может привести к нежелательным финансовым последствиям для одной из участвующих сторон. Кроме того, между различными видами параметров объективно существуют функциональные зависимости. Изучение этих зависимостей и разработка на их основе методов решения финансовых задач — важнейшее направление деятельности специалистов в области финансов, требующее основательной математической и экономической подготовки и серьезных практических навыков. В этой связи актуальной становится задача овладения слушателями знаниями и формирование практических навыков проведения финансовых расчетов с использованием средств ЭВМ.

Дисциплина «Финансовая математика» знакомит слушателей с финансовыми вычислениями, в которых учитывается временная ценность денег. Излагаемая теория основывается на алгебраических методах, основах математического анализа и численных методах решения уравнений.

Цель учебной дисциплины — дать слушателям основы финансовой математики, научить производить сложные финансово-экономические расчеты, освоить основные методы управления капиталом в рыночных отношениях с использованием средств ЭВМ.

В соответствии с поставленной целью в задачи учебной дисциплины входит изучение:

- теоретических основ финансовой математики;
- методики расчетов оптимального вложения финансовых ресурсов;
- влияния инфляции на доходность финансовых вложений.

В результате изучения учебной дисциплины слушатели должны уметь:

- составлять уравнение эквивалентности различных видов процентных ставок;
- определять сумму вклада с начисленными процентами при различных вариантах капитализации и сроках внесения взносов;
- определять суммы погасительного взноса и суммы выплаченных процентов, в зависимости от способа погашения кредита.

Усвоение слушателями содержание дисциплины «Финансовая математика» позволит им эффективно использовать полученные знания на практике.

## ТЕМА 1. ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

### Вопросы:

1. Экономическая сущность основных характеристик финансовых сделок.
2. Нарращение по простым процентным ставкам.
3. Дисконтирование по простым процентным ставкам.
4. Оценка эффективности валютно-обменных операций с последующим наращением. Производные вычисления.

### 1. Экономическая сущность основных характеристик финансовых сделок

В процессе управления финансами возникает потребность в оценке эффективности и рискованности финансовой сделки. При этом ключевыми характеристиками любой финансовой операции выступают:

- денежные платежи;
- временные параметры;
- процентные ставки.

Каждая из указанных характеристик может быть представлена по-разному.

Так, *платежи* могут быть:

- единовременными или в рассрочку (т. е. погашаемые по частям);
- постоянными (равными суммами) или переменными во времени.

*Временные параметры* могут устанавливаться в виде фиксированных сроков (конкретная дата платежа), интервалов поступления (до 22 числа месяца, следующего за отчетным), моментов поступления (в день выплаты заработной платы). Необходимость учета данного фактора вытекает из сущности финансов и выражается в принципе изменения ценности денег во времени.

Под *процентной ставкой* понимают относительную величину, выступающую измерителем финансовой операции. В кредитных операциях, например, она определяется как отношение дохода, полученного от предоставления денег во временное пользование, к первоначальной сумме долга.

Процентные ставки классифицируются в зависимости от базы начисления, принципа расчета, по методу исчисления и по степени стабильности.

1. В зависимости от базы начисления процентные ставки подразделяются на:

- простые, по которым начисление процентов производится исключительно на постоянную сумму финансовой операции (например, на первоначальную сумму вклада);
- сложные, по которым в качестве базы начисления используется изменяющаяся база (например, первоначальная сумма с учетом капитализации процентов, т. е. увеличенная на сумму процентов, образовавшихся в предыдущие периоды).

2. В зависимости от принципа расчета процентные ставки подразделяются на:

- ставки наращивания – декурсивные (от настоящего к будущему);
- ставки дисконирования, или учетные ставки, – антисипативные (от будущего к настоящему).

3. По методу исчисления процентных ставок применяется следующая классификация:

- Проценты «со 100». Содержание данного метода демонстрирует следующий условный пример:

*Если полная себестоимость продукции промышленного предприятия составила 200 тыс. р., а рентабельность затрат сложилась на уровне 20%, то сумма прибыли будет определена следующим образом:*

$$\text{Прибыль} = \frac{200 \cdot 20}{100} = 40 \text{ тыс. р.}$$

- Проценты «на 100». Применительно к данному методу постановка задачи будет следующая:

*При уровне рентабельности затрат в 20% и выручке от реализации продукции в сумме, составляющей 240 тыс. р., полученная прибыль будет определена следующим образом:*

$$\text{Прибыль} = \frac{240 \cdot 20}{100 + 20} = 40 \text{ тыс. р.}$$

- Проценты «во 100». Данный метод отражает следующий пример:

В случае, если организация оказывает услуги по цене ниже себестоимости (например, городской пассажирский транспорт), определяется уровень убыточности услуг, который, к примеру, равен 20%. Выручка от реализации услуг составляет 160 тыс. р. Исходя из этого, величина убытков определится следующим образом:

$$\text{Убыток} = \frac{160 \cdot 20}{100 - 20} = 40 \text{ тыс. р.}$$

4. По степени стабильности процентные ставки подразделяются на:

- фиксированные, которые четко определены в договоре и не могут быть изменены без согласования сторон;

- плавающие, при которых указывается не сама ставка, а меняющаяся во времени база и размер надбавки к ней (маржи); в качестве базы может выступать либо ставка рефинансирования Национального банка Республики Беларусь (т. е. ставка, по которой коммерческие банки берут кредиты у центрального банка), либо лондонская межбанковская ставка ЛИБОР (*LIBOR – London interbank offered rate*), либо другая ставка.

Размер процентной ставки зависит от денежно-кредитной политики государства, состояния экономики, вида сделки, валюты и сроков осуществления финансовой операции, особенностей взаимоотношения и репутации контрагентов финансовой сделки.

Изменение одного из ключевых факторов в рамках конкретной операции может привести к непредсказуемому финансовому результату. Поэтому предусмотреть различные ситуации, учесть все ограничения и обстоятельства, произвести сравнительную оценку имеющихся альтернатив и обосновать оптимальный вариант призваны методы количественного анализа, являющиеся предметом финансовой математики (финансовых вычислений).

К задачам финансовой математики можно отнести:

- оценку конечного финансового результата конкретной сделки;
- выявление зависимости конечного финансового результата от ключевых факторов сделки;
- разработку и обоснование планов выполнения финансовых операций;

- определение допустимых критических значений ключевых факторов и обоснование эквивалентного (равнозначного с позиции конечного финансового результата) изменения условий финансовой сделки;

- оптимизацию размещения финансовых ресурсов на основе установления инвестором (вкладчиком средств) приоритетности критериев между уровнем доходности и степенью риска.

## 2. Нарращение по простым процентным ставкам

Финансовые расчеты с использованием простых процентов используются в практике, как правило, при определении эффективности краткосрочных финансовых операций (заключенных на срок не более 1 года) либо в случаях, когда проценты не присоединяются к первоначальной сумме, а периодически используются выгодаприобретателями. При этом оперируют специальными категориями, для которых в математике вводятся следующие обозначения:

- *первоначальная величина* ( $P$ ) – стоимость финансовых ресурсов, изначально задействованных в конкретной финансовой операции;

- *наращенная сумма сделки* ( $S$ ) – первоначальная величина финансовой сделки с начисленными на нее процентами к концу срока финансового соглашения;

- *множитель наращивания* – показатель, отражающий во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной.

Расчет процентов ( $I$ ) зависит от вида применяемой процентной ставки и условий наращивания. Для годовой ставки простых процентов ( $i$ ) наращенная сумма ( $S$ ) за  $n$  лет определяется по формуле

$$S = P(1 + n \cdot i) \quad (1)$$

Годовая ставка простых процентов определяется по формуле

$$i = \frac{I}{P \cdot n} = \frac{S - P}{P \cdot n} \quad (2)$$

Из вышеприведенных формул следует, что процентный доход, полученный за  $n$  лет, будет в  $n$  раз больше, чем за год.

Если срок финансового соглашения измеряется не в годах, а в днях, что характерно для краткосрочных сделок, то величина  $n$  будет выражаться формулой

$$n = \frac{t}{K}, \quad (3)$$

где  $t$  – срок финансовой сделки, выраженный в днях;  
 $K$  – временная база, т. е. число дней в году.

Если временная база равна 360 дням (12 месяцев по 30 дней), то утверждают, что в сделке используются коммерческие (либо обыкновенные) проценты, а при использовании действительного количества дней в году оперируют понятием «точные проценты».

Подсчет числа дней ( $t$ ) финансовой сделки также может быть двояким. При точном вычислении берут фактическое число дней пользования кредитом, при этом день выдачи и погашения считают за один день. При приближенном подсчете количество дней в месяце принимают за 30, в квартале – за 90, а в полугодии – за 180.

Это приводит к тому, что на практике имеют место три варианта использования простых процентов, что оговаривается в договоре:

1. *Точные проценты с точным числом дней ссуды* (банковский метод). Применяется центральными банками многих стран и крупными коммерческими банками (например, в США, Великобритании). В коммерческих документах обозначается 365/365 или АСТ/АСТ.

2. *Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды*. Распространен в межстрановых ссудных операциях коммерческих банков, а также в экономике Франции, Швейцарии, Бельгии. Обозначается 365/360 или АСТ/360.

3. *Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды*. Принят в практике коммерческих банков Германии, Швеции, Дании. Имеет обозначение 360/360.

В таких ситуациях процентная ставка по сделкам со сроком исполнения до одного года определяется следующим образом:

$$i = \frac{S - P}{P \cdot t} K \quad (4)$$

Применение в сделках плавающих ставок требует корректировки расчета наращенной суммы финансовой операции:

$$S = P(1 + n_1 \cdot i_1 + n_2 \cdot i_2 + \dots + n_m \cdot i_m) = P(1 + \sum n_m \cdot i_m) \quad (5)$$

В финансовой практике возможны варианты погашения краткосрочных обязательств частями. При этом база для начисления процентов определяется по одному из двух возможных методов:

1. *Актуарный метод* применяется в операциях со сроком более одного года и предполагает последовательное начисление процентов на непогашенный остаток основной задолженности (т. е. без учета задолженности по начисленным процентам). Однако следует иметь в виду, что промежуточные платежи засчитываются в счет погашения основного долга лишь при их превышении над текущей задолженностью по процентам. Если частичный платеж меньше начисленных процентов, то зачет к сумме долга не предусмотрен.

Окончательный погасительный платеж определяется по формуле наращивания по простым процентам с учетом того, что совокупная задолженность на конец срока должна быть полностью погашена.

Для улучшения восприятия сути данного метода приведен следующий условный пример.

*Пример.* Организация взяла в банке кредит на 180 дней на сумму 300 млн. р. под 20% годовых. По истечении 30 дней в счет погашения долга произведен платеж в размере 11 млн. р., а через 90 дней – на сумму 7 млн. р. Необходимо определить величину окончательного платежа, если временная база по договору – 360 дней.

При такой постановке задачи сумма начисленных процентов на дату внесения первого платежа составит  $I_1 = 300 \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{30}{360} = 5$  млн. р.

Поскольку первый промежуточный платеж (10 млн. р.) больше суммы начисленных процентов, то в счет погашения основного долга будет зачислено  $11 - 5 = 6$  млн р., а остаток задолженности для последующих начислений составит  $300 - 6 = 294$  млн р.

В свою очередь, проценты, начисленные на дату внесения второго погасительного платежа, составят  $I_2 = 294 \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{60}{360} = 9,8$  млн. р.

Срок в 60 дней определен как разница между датой внесения первого и второго погасительного промежуточного платежа. В связи с тем, что размер промежуточного платежа (7 млн р.) оказался меньше суммы начисленных процентов (9,8 млн р.), то он не может быть засчитан в счет погашения основного долга. Поэтому за период, начиная с даты первого промежуточного платежа до конца срока

финансового соглашения, определяют наращенную сумму, которую затем корректируют на величину второго промежуточного платежа, т. е. наращенная сумма на дату возврата кредита составит

$$S = 294 \times \left( 1 + \frac{20}{100} \cdot \frac{150}{360} \right) = 318,5 \text{ тыс. р.}$$

Учитывая, что за рассматриваемый период был проведен промежуточный платеж, то остаток задолженности, т. е. окончательный погасительный платеж, составит  $318,5 - 7 = 311,5$  млн. р.

2. *Правило торговца* применяется в операциях со сроком менее одного года и предполагает накопление частичных платежей у кредитора (лица, дающего в долг) без уменьшения базы начисления процентов. При этом на величину накопленной суммы кредитор производит начисление процентов как по депозиту. Взаимозачет производится в конце срока сделки.

Для демонстрации методики вычисления взят тот же цифровой пример, что и при актуарном методе.

Поскольку кредит взят на 180 дней, то наращенная сумма по завершении сделки должна составить

$$S_{\text{КРЕДИТ}} = 300 \left( 1 + \frac{20}{100} \cdot \frac{180}{360} \right) = 330 \text{ млн. р.}$$

Поскольку при данном методе промежуточные погасительные платежи рассматриваются как отдельные депозитные операции, то необходимо определить срок их хранения на сберегательных счетах. Так как первый платеж внесен через 30 дней после даты выдачи кредита, то он будет храниться у кредитора  $180 - 30 = 150$  дней. В свою очередь, второй платеж будет храниться  $180 - 90 = 90$  дней. Исходя из этого, наращенная сумма двух депозитов составит

$$S_{\text{ДЕПОЗИТ}_1} = 11 \left( 1 + \frac{20}{100} \cdot \frac{150}{360} \right) = 11,9 \text{ млн. р.}$$

и

$$S_{\text{ДЕПОЗИТ}_2} = 7 \left( 1 + \frac{20}{100} \cdot \frac{90}{360} \right) = 7,4 \text{ млн. р.}$$

Сравнение наращенной суммы по кредиту с наращенными величинами депозитов позволит определить размер окончательного платежа:

$$330 - 11,9 + 7,4 = 310,7 \text{ млн. р.}$$

Окончательный платеж выступает балансирующим показателем между кредитной и депозитной сделками, реализуемыми в рамках одной финансовой операции.

### 3. Дисконтирование по простым процентным ставкам

*Дисконтирование* – это процесс приведения будущей стоимости финансовых ресурсов к современному (предшествующему, начальному) моменту времени. Процесс дисконтирования является обратным процессу наращения и в большей мере позволяет учесть временной фактор вычисления. При этом следует иметь в виду, что величина  $P$ , найденная посредством дисконтирования, называется современной (текущей, капитализируемой) стоимостью, а исчисленные и удержанные проценты – дисконтом (скидкой).

В зависимости от вида процентной ставки применяют два метода дисконтирования:

1. *Математическое дисконтирование*, при котором применяется ставка наращения, а современная величина рассчитывается по формуле

$$P = \frac{S}{1 + n \cdot i} \quad (6)$$

2. *Банковский (коммерческий) учет с соответствующей учетной ставкой*, при котором банк либо небанковская финансово-кредитная организация приобретает платежное обязательство с определенным дисконтом до наступления срока платежа по нему (т. е. учета долгового обязательства). При этом размер компенсации по такой сделке определяется по формуле

$$P = S - S \cdot v \cdot d = S(1 - v \cdot d), \quad (7)$$

где  $v$  – срок от даты учета до даты погашения долгового обязательства;

$d$  – годовая учетная ставка.

Размер дисконта с конечной суммы по соглашению сторон может устанавливаться и в твердой сумме, но при этом эффективность сделки оценивается в относительных величинах.

Простая учетная ставка применяется также при расчете наращенной суммы в случаях, когда необходимо определить договорную величину долгового обязательства на основании текущей стоимости. Для этих целей используется следующая формула:

$$S = P \frac{1}{1 - v \cdot d} \quad (8)$$

Учетная процентная ставка, в свою очередь, может быть определена по формуле

$$d = \frac{S - P}{S \cdot v} = \frac{S - P}{S \cdot t} K. \quad (9)$$

#### **4. Оценка эффективности валютно-обменных операций с последующим наращением. Производные вычисления**

Под валютой понимают денежную единицу государства. Национальной валютой Республики Беларусь является белорусский рубль.

Свободное обращение иностранной валюты в мировом хозяйстве дает возможность по средствам конверсии размещать ее на счета в банке (депозитах), повышая тем самым эффективность использования денежных средств. Под конверсией понимают процесс обмена денежных знаков одного государства на денежные знаки другого государства.

Так, приращенная сумма одной валюты, обмененная на валюты с более низким обменным курсом и размещенная на определенный срок на депозите с последующей обратной конверсией, определяется по формуле

$$S_{\text{ВАЛ}} = P_{\text{ВАЛ}} \cdot \text{Курс}_0 (1 + n \cdot i_{\text{РУБЛ}}) \frac{1}{\text{Курс}_1}, \quad (10)$$

где  $\text{Курс}_0$  – обменный курс в начале операции, выраженный в валюте с более низким курсом;

$\text{Курс}_1$  – обменный курс в конце операции, выраженный в валюте с более низким курсом.

В ситуации, когда конверсии подлежит валюта с более низким обменным курсом, наращенную сумму финансовой сделки отражает формула

$$S_{\text{РУБЛ}} = \frac{P_{\text{РУБЛ}}}{\text{Курс}_0} (1 + n \cdot i_{\text{ВАЛ}}) \text{Курс}_1. \quad (11)$$

Различие в формулах обусловлено ассиметричностью курса.

В качестве измерителя доходности по данной операции применяется простая годовая ставка процента.

В отдельных экономических расчетах возникает необходимость исчисления срока реализации финансовой операции, который может быть определен:

- в годах:

$$n = \frac{S - P}{P \cdot i}; \quad (12)$$

- в днях:

$$t = \frac{S - P}{P \cdot i} K. \quad (13)$$

## ТЕМА 2. СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

### Вопросы:

1. Нарращение по сложной процентной ставке.
2. Дисконтирование по сложной процентной ставке.
3. Операции со сложной учетной ставкой.

### 1. Нарращение по сложной процентной ставке

Инвестиции (вложение средств) считаются сделанными на условиях сложных процентных ставок, если доход за последующий

временной период исчисляется не с первоначальной величины инвестированного капитала ( $P$ ), а с наращенной суммы предшествующих периодов. В этом случае происходит капитализация процентов, т. е. присоединение начисленных процентов к их базе, что постоянно увеличивает саму базу для последующих периодов начисления. Сложные проценты применяются, как правило, в средне- и долгосрочных финансовых операциях.

Приращенная сумма финансовой сделки определяется по формуле

$$S = P(1+i)^n, \quad (1)$$

где  $(1+i)^n$  – множитель наращения.

Сумма процентов может быть рассчитана по формуле

$$I = S - P = P[(1+i)^n - 1]. \quad (2)$$

Формула (1) представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем  $1+i$ , а ее применение не ограничивается годовым интервалом начисления. Так, к примеру, при ежемесячном начислении процентов в качестве  $i$  применяется процентная ставка за один месяц, а в качестве  $n$  – срок финансовой операции, выраженный в месяцах. В отличие от формулы наращения по простым процентным ставкам в данном случае приращение капитала  $I$  не пропорционально ни сроку финансовой операции, ни ставке процента (за исключением  $n=1$ ).

Та часть процентов, которая получена непосредственно за счет начисления процентов на проценты, определяется по формуле

$$I_{\text{НАПРОЦЕНТЫ}} = P[(1+i)^n - (1+n \cdot i)]. \quad (3)$$

С увеличением сроков реализации финансовой операции доля процентов, начисленных на проценты, возрастает.

При многократном начислении процентов предпочтительнее использование в расчетах сложного процента, так как в этом случае генерируемый доход постоянно возрастает. При простых процентных

вычислениях целесообразно снимать образовавшиеся проценты для дальнейшего реинвестирования либо потребления.

При применении в финансовых сделках плавающих ставок наращенная сумма определяется следующим образом:

$$S = P(1+i_1)^{n_1} (1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_m)^{n_m} = P \prod_{k=1}^m (1+i_k)^{n_k}. \quad (4)$$

В финансовых контрактах временной срок зачастую определяется не целым числом (например, 3 года и 1 месяц). В этом случае в ряде коммерческих банков определено правило, по которому начисление процентов производится исключительно на целую часть без учета дробной.

Учесть полный срок позволяет одна из двух схем:

1. Общая схема сложных процентов:

$$S = P(1+i)^{n+f}, \quad (5)$$

где  $n$  – целая часть периода начисления;

$f$  – дробная часть периода начисления.

2. Смешанная схема, при которой схема сложных процентов применяется для целой части периода начисления, а схема простых процентов для дробной:

$$S = P(1+i)^n (1+f \cdot i). \quad (6)$$

Сравнение множителей наращения по схеме простых и сложных процентов приводит к выводу, что для кредитора предпочтительнее применение схемы сложных процентов в сделках со сроком реализации более одного года, а простых – до одного года, что демонстрирует следующая система неравенств:

$$\begin{cases} 1+n \cdot i > (1+i)^n, & \text{если } n < 1, \\ 1+n \cdot i = (1+i)^n, & \text{если } n = 1, \\ 1+n \cdot i < (1+i)^n, & \text{если } n > 1. \end{cases}$$

Отсюда следует, что наращенная сумма при использовании смешанной схемы будет больше, чем при применении общей схемы сложных процентов.

В бухгалтерском учете и в налогообложении возникает задача распределения начисленных процентов по нескольким календарным периодам, поскольку, например, срок взятого на один год кредита не всегда ограничивается временным интервалом с 1 января по 31 декабря. В этом случае срок финансовой операции для двух смежных периодов делится на части  $n_1$  и  $n_2$ , а проценты определяются исходя из уравнения

$$I = I_1 + I_2,$$

в котором

$$I_1 = P[(1+i)^{n_1} - 1], \quad I_2 = P(1+i)^{n_1} [(1+i)^{n_2} - 1],$$

$$I_2 = P[(1+i)^n - (1+i)^{n_1}].$$

В современных условиях проценты капитализируются, как правило, несколько раз в году, при этом в контрактах оговаривается годовая ставка процентов, которая называется номинальной. Эта ставка не отражает реальной эффективности сделки и приводит к тому, что при оговоренной номинальной величине реальная ставка процента становится выше. Поэтому с целью повышения объективности вычислений рассчитывают эффективную ставку, под которой понимают ставку сложных процентов, позволяющую получить результат, соответствующий неоднократному начислению в течение года процентов по номинальной ставке.

## 2. Дисконтирование по сложной процентной ставке

Оценка эффективности инвестиционных проектов основывается на их сравнении с альтернативным вариантом вложения финансовых ресурсов (например, с процентами по банковскому депозиту, либо доходы по операциям с государственными ценными бумагами). При этом инвестору следует учитывать инфляционное обесценивание денег, периодичность начисления дохода, возможные изменения рыночной конъюнктуры (цены на сырье, основные средства и т. д.).

Базовой для такого анализа является формула

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = S \cdot v. \quad (7)$$

Эта формула означает, что для инвестора современная величина ( $P$ ) и доход ( $S$ ), планируемый к получению через  $n$  лет, в будущем равнозначны с позиции своей покупательной способности. Множитель  $v$  называют дисконтным (учетным) множителем, который показывает «сегодняшнюю» цену одной денежной единицы будущих периодов при заданной процентной ставке. Его значение уменьшается при росте сроков реализации финансовой операции и процентной ставки по ней.

При кратном начислении процентов  $m$  раз в году формула для нахождения современной величины приобретает следующий вид:

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}}. \quad (8)$$

При определении процентной ставки в дисконтном множителе за основу берут безрисковую ставку процентов, которая, как правило, обеспечена государством с добавлением дополнительной премии за риск, связанный с рассматриваемым проектом:

$$i = i_{\text{БЕЗРИСКОВАЯ}} + i_{\text{ПРЕМИЯ}}. \quad (9)$$

Дисконтирование возможно и при дробном количестве периодов начисления процентов, применяемом в смешанных схемах:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n (1+f \cdot i)}. \quad (10)$$

### 3. Операции со сложной учетной ставкой

В практике учетная ставка применяется, как правило, в случаях, когда продается долговое обязательство ранее установленного срока погашения с дисконтом. Однако дисконтирование по учетным ставкам происходит с замедлением, так как каждый раз учетная ставка применяется не к первоначальной сумме (как при простой

ставке), а к сумме, дисконтированной на предыдущем шаге времени. Таким образом, дисконтирование по сложной учетной ставке производится по формуле

$$P = S (1 - d)^n, \quad (11)$$

где  $d$  – сложная годовая учетная ставка.

Если срок, за который осуществляется дисконтирование, не является целым числом, то возможны следующие методы определения стоимости учтенного капитала:

- общая схема сложной учетной ставки:

$$P = S (1 - d)^{n+f}; \quad (12)$$

- смешанная схема:

$$P = S (1 - d)^n (1 - f \cdot d) \quad (13)$$

С позиции лиц, осуществляющих дисконтирование, наиболее предпочтительным является применение:

- сложной учетной ставки, если срок учета менее одного года;
- простой учетной ставки, если срок учета более одного года.

Дисконтирование может производиться  $m$  раз в году, при этом каждый раз учет производится по ставке, кратной величине  $m$ . Современная стоимость таких сделок определяется по формуле

$$P = S \left( 1 - \frac{d}{m} \right)^{m \cdot n}. \quad (14)$$

Независимо от методики, лежащей в основе сделки по учету долгового обязательства, сумма дисконта определяется как разница между величиной долгового обязательства и выплатами, производимыми правопреемником дебиторской задолженности. Дисконт отражает доход, который желает получить лицо, выкупившее право требования долга до срока его наступления.

### ТЕМА 3. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК. КОНВЕРСИЯ ПЛАТЕЖЕЙ

#### Вопросы:

1. Эквивалентность процентных ставок.
2. Средние величины в финансовых расчетах.
3. Конверсия платежей.
4. Учет инфляции и налогов в финансовых вычислениях.

#### 1. Эквивалентность процентных ставок

Как процентные, так и учетные ставки предназначены для определения степени доходности финансовой операции. В связи с этим возможно варьирование ставками без изменения конечного финансового результата.

Две ставки называются эквивалентными, если при замене одной из них на другую финансовые отношения контрагентов не меняются. При этом равноценность финансовых последствий обеспечивается в том случае, если наблюдается равенство множителей наращения и дисконтирования. Так, например, в выражениях

$$S_{\text{ПРОСТЫЕ}} = P_{\text{ПРОСТЫЕ}}(1 + n \cdot i_{\text{ПРОСТЫЕ}}) \quad (1)$$

и

$$S_{\text{СЛОЖНЫЕ}} = P_{\text{СЛОЖНЫЕ}}(1 + i_{\text{СЛОЖНЫЕ}})^n \quad (2)$$

при равенстве суммы первоначального вклада и наращенной суммы в конце сделки множители наращения должны быть также равны друг другу, т. е.

$$1 + n \cdot i_{\text{ПРОСТЫЕ}} = (1 + i_{\text{СЛОЖНЫЕ}})^n, \quad (3)$$

откуда эквивалентность ставок может быть выражена следующим образом:

$$i_{\text{ПРОСТЫЕ}} = \frac{(1 + i_{\text{СЛОЖНЫЕ}})^n - 1}{n}, \quad (4)$$

$$i_{\text{СЛОЖНЫЕ}} = \sqrt[n]{1 + n \cdot i_{\text{ПРОСТЫЕ}}} - 1. \quad (5)$$

Такой принцип используется при расчете всех эквивалентных ставок. Вместе с тем при выводе искомых соотношений эквивалентности следует учитывать и временную базу (коммерческие либо точные проценты). Так, например, при равенстве временных баз простых процентной и учетной ставок уравнение эквивалентности может иметь следующий вид:

$$i = \frac{360d}{360 - t \cdot d} \quad \left( d = \frac{360i}{360 + t \cdot i} \right). \quad (6)$$

Если же начисление процентов по ставке наращеня производится при временной базе, равной 365 дней, а по учетной ставке – при временной базе, равной 360 дней, то уравнение эквивалентности выглядит следующим образом:

$$i = \frac{365d}{360 - t \cdot d} \quad \left( d = \frac{360i}{365 + t \cdot i} \right). \quad (7)$$

## 2. Средние величины в финансовых расчетах

Если в финансовой операции размер процентной ставки изменяется во времени, то все значения можно обобщить с помощью средней величины. При этом замена фактических ставок на усредненное значение производится на условиях эквивалентности.

Усреднение процентной ставки для простых процентов производится по формуле средневзвешенной, где весами могут выступать либо временные периоды, либо количественный показатель финансовой сделки. Так, например, при усреднении ставки по отношению к разным периодам времени средняя ставка наращеня определяется по формуле

$$\bar{i} = \frac{\sum n_t \cdot i_t}{\sum n_t}. \quad (8)$$

При осуществлении в рамках одной финансовой операции нескольких платежей на различные суммы под разный процент средняя процентная ставка определяется по средней арифметической,

где весами выступают не только количество сроков наращивания, но и размеры платежей:

$$\bar{i} = \frac{\sum i_t \cdot n_t \cdot P_t}{\sum n_t \cdot P_t}. \quad (9)$$

Определение величины простой учетной ставки производится аналогично ставке наращивания. В свою очередь, средняя ставка сложных процентов определяется по следующей формуле:

$$\bar{i} = \sqrt[t]{\prod (1 + i_t)^{n_t}} - 1. \quad (10)$$

При анализе работы кредитных учреждений возникает необходимость рассчитывать показатели среднего размера кредита, его средней продолжительности, среднего числа оборотов.

Средний размер кредита отражает его среднюю величину, приходящуюся на одного заемщика в конкретном временном интервале, и рассчитывается как отношение суммы выданных кредитов на количество заемщиков:

$$\overline{Кред}_{НАИЗЕМ} = \frac{\sum Кред_t}{З}, \quad (11)$$

где  $\sum Кред_t$  – оборот по выдаче кредитов за определенный временной интервал (объем выданных кредитов);

$З$  – количество заемщиков.

Средняя продолжительность пользования кредитом (или средний срок кредита) ( $C$ ), в свою очередь, определяется по формуле

$$C = \frac{\overline{O_{КРЕД}} \cdot D}{\sum Кред_t}, \quad (12)$$

где  $\overline{O_{КРЕД}}$  – средние остатки задолженности по кредитам за период;

$D$  – количество дней в рассматриваемом периоде.

Средние остатки задолженности по кредитам рассчитываются по формуле средней хронологической на основе данных финансовой отчетности кредитного учреждения, выдававшего ссуду:

$$\sum O_{\text{КРЕД}} = \frac{O_1 + O_2 + O_3 + \dots + O_{t-1} + O_t}{t-1}, \quad (13)$$

где  $O_t$  – остатки выданных кредитов в конкретные моменты времени.

Среднее число оборотов (оборачиваемость кредита) характеризует количество раз, которое кредитные ресурсы могут быть повторно размещены среди заемщиков в течение заданного промежутка времени. Число оборотов кредитов определяется как частное от деления продолжительности рассматриваемого периода на средний срок кредита либо по формуле

$$\text{Оборач} = \frac{Д}{С} = \frac{\sum \text{Кред}_t}{\sum O_{\text{КРЕД}}}. \quad (14)$$

### 3. Конверсия платежей

Изменение экономических условий функционирования нередко побуждает одну из сторон финансовой сделки обратиться к другой стороне с предложением пересмотра условий ранее заключенных договоров. Операция по замене ключевых позиций, базирующаяся на принципе эквивалентности, называется *конверсией*.

Наиболее распространенными примерами такой операции является отнесение сроков исполнения долгового обязательства на более поздние периоды, объединение нескольких платежей в один (консолидация платежа) с установлением единого срока погашения.

При консолидации платежей в один платеж на условиях отнесения срока исполнения долгового обязательства уравнение эквивалентности имеет следующий вид:

$$S_{\text{консолид}} = \sum S_t (1 + w_t \cdot i), \quad (15)$$

где  $S_t$  – платежи, подлежащие консолидации со сроками уплаты  $n_t$ , не превышающими сроки уплаты консолидированного платежа;

$w_t$  – временные интервалы между сроком консолидированного платежа и конкретными сроками  $n_t$  до консолидации.

Объединение платежей может производиться на условиях, предусматривающих различные сроки выплаты консолидированного платежа. Данный платеж может быть определен по формуле

$$S_{\text{консолид}} = \sum S_t (1 + w_t \cdot i) + \sum \frac{S_q}{1 + w_q \cdot i}, \quad (16)$$

где  $S_q$  – платежи, подлежащие консолидации со сроками уплаты  $n_q$ , превышающими сроки уплаты консолидированного платежа;

$w_q$  – временные интервалы между сроком консолидированного платежа и конкретными сроками  $n_q$  до консолидации.

При консолидации платежей, по отношению к которым применяется учетная ставка, наращенная сумма может быть определена следующим образом:

$$S_{\text{консолид}} = \sum \frac{S_t}{1 - w_t \cdot d} + \sum S_q (1 - w_q \cdot d). \quad (17)$$

Оценка эквивалентности финансовой сделки при применении сложной процентной ставки производится по формуле

$$S_{\text{консолид}} = \sum S_t (1 + i)^{w_t} + \sum \frac{S_q}{(1 + i)^{w_q}}. \quad (18)$$

При консолидации платежей возможны ситуации, при которых контрагенты заранее определяют сумму объединенного платежа, что требует расчета сроков его осуществления. Так, при применении ставки наращения срок уплаты консолидированного платежа определяется следующим образом:

$$n_{\text{консолид}} = \frac{P_{\text{консолид}}}{(S_{\text{консолид}} - P_{\text{консолид}})i}, \quad (19)$$

где  $S_{\text{консолид}}$  – сумма консолидированного платежа;

$P_{\text{консолид}}$  – современная величина консолидированного платежа.

При применении учетной ставки срок уплаты консолидированного платежа определяется по формуле:

$$n_{\text{консолид}} = \frac{S_{\text{консолид}}}{d(S_{\text{консолид}} - P_{\text{консолид}})}. \quad (20)$$

#### 4. Учет инфляции и налогов в финансовых вычислениях

В финансовых расчетах различают номинальную и реальную ставки процентов. Под номинальной ставкой понимают величину, определяемую исходя из ставки наращения без ее корректировки на налоговую и инфляционную составляющие. Так, при обложении процентов, причитающихся к получению, налогом на доходы реальная величина прибыли инвестора ниже номинальной. Учет налога при определении наращенной суммы возможен лишь в случае сокращения номинальной процентной ставки на величину ставки налога.

Налог на проценты может быть определен либо на совокупную величину процентного дохода по истечении всего срока финансовой операции, либо на суммы промежуточных начислений последовательно по периодам.

Так, при применении простых процентов и начислении налога за весь срок финансовой сделки наращенная сумма определяется следующим уравнением:

$$S_{\text{налог}} = S - (S - P)g = P[1 + n \cdot i(1 - g)], \quad (21)$$

где  $S$  – наращенная сумма без учета налога;

$g$  – ставка налога.

При данных вычислениях размер налога пропорционален сроку финансовой операции.

При применении сложных процентов наращения ко всему сроку корректировка на налог производится следующим образом:

$$S_{\text{НАЛОГ}} = P[(1-g)(1+i)^n + g], \quad (22)$$

а сумма налога ( $T$ ) находится по формуле

$$T = P[(1+i)^n - 1]g. \quad (23)$$

При начислениях налога последовательно по периодам его сумма за определенный год равна

$$T_t = P(1+i)^{t-1}i \cdot g. \quad (24)$$

Методы взыскания налога не влияют на его общую величину с позиции номинала, однако позволяют плательщику распределить свои налоговые обязательства во временном разрезе.

Учет инфляции в финансовых вычислениях обусловлен снижением покупательской способности денег во времени. Количественной характеристикой такого обесценивания выступает темп инфляции, под которым понимают относительный прирост цен за период. Инфляция является цепным процессом, соответственно цены текущего периода повышаются на  $h$  процентов по отношению к предыдущему, а индекс инфляции может быть исчислен по формуле

$$I_{\text{ИНФЛ}} = (1+h)^n, \quad (25)$$

где  $h$  – темп инфляции, выраженный в десятичных дробях.

Следовательно, для того чтобы определить реальную покупательную способность наращенной суммы, полученной в результате осуществления финансовой операции, необходимо ее поделить на индекс инфляции. При таких расчетах возможны ситуации, когда наращенная сумма, скорректированная на инфляцию, окажется меньше первоначальной, что выступает свидетельством неэффективности сделки и называется «эрозией капитала». Поэтому на практике определяют компенсационную ставку, которая для простых процентов представлена выражением

$$i_{\text{КОМПЕНС}} = \frac{I_{\text{ИНФЛ}} - 1}{n}, \quad (26)$$

а для сложных процентов отражает формула

$$i_{КОМПЕНС} = \sqrt[n]{I_{ИНФЛ}} - 1. \quad (27)$$

Если фактическая ставка процентов выше компенсационной, ее называют положительной, в обратной ситуации – отрицательной.

Для того чтобы учесть инфляцию финансово-кредитные учреждения увеличивают свою реальную ставку на инфляционную премию. При этом определяемая в договоре ставка называется номинальной (брутто-ставкой) и рассчитывается для простых процентов следующим образом:

$$i = \frac{I_{ИНФЛ}(1 + n \cdot r) - 1}{n}, \quad (28)$$

где  $r$  – реальная процентная ставка.

Для сложных процентов брутто-ставка вычисляется по формуле

$$i = (1 + r)(1 + h) - 1. \quad (29)$$

Уравнение (29) в банковской практике называют формулой Фишера.

## ТЕМА 4. ПОСТОЯННЫЕ ФИНАНСОВЫЕ РЕНТЫ

### Вопросы:

1. Денежные потоки и их виды.
2. Нарощенная сумма постоянной финансовой ренты.
3. Современная стоимость постоянной финансовой ренты и ее параметры.

### 1. Денежные потоки и их виды

Финансовые операции зачастую предполагают не отдельные разовые платежи, а определенную их последовательность, например, ежемесячная уплата налогов, погашение кредита равными частями

и т. д. В этом случае применяется термин «поток платежей» (или «денежный поток»).

*Денежный поток* – это абстрагированный от его экономического содержания численный ряд, состоящий из последовательности распределенных во времени платежей.

Численное значение денежного потока характеризует величину притока денег, если оно больше нуля, или оттока денег, если оно меньше нуля. Положительный денежный поток формируют денежные средства, оставшиеся у экономического субъекта по итогам за соответствующий период, например, поступления от продажи товаров, выполнения работ, оказания услуг. Отрицательный денежный поток формируют денежные средства, затрачиваемые экономическим субъектом в соответствующий период, например, инвестиции, возврат кредита, затраты на сырье, энергию, материалы и др.

Потоки платежей классифицируются:

- *по степени стабильности:*
  - регулярные (размеры платежей, которые постоянны или осуществляются через равные промежутки времени);
  - нерегулярные;
- *по направлению движения денежных средств:*
  - положительные, под которыми понимают поступления денежных средств;
  - отрицательные, соответствующие осуществляемым платежам;
- *по виду деятельности:*
  - операционные, связанные с осуществлением основного вида деятельности (производство, продажа товаров и т. д.);
  - инвестиционные, связанные с вложением средств во внеоборотные активы;
  - финансовые, связанные с размещением временно свободных денежных средств на счетах в банке, приобретением ценных бумаг и т. д.

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами равны между собой, называют *рентой* (*финансовой рентой*, *аннуитетом*). Термин «аннуитет» правильнее применять исключительно к ежегодным выплатам, поскольку его происхождение обязано латинскому слову *анно* – год. Однако на практике данным термином обозначают любую ренту.

Основными характеристиками ренты являются:

- *член ренты* – размер отдельного платежа;
- *период ренты* – промежуток времени между двумя последовательными платежами;
- *срок ренты* – время от начала первого периода до конца последнего;
- *процентная ставка*.

Кроме того, на эффективность финансовой операции существенное влияние оказывают способ и частота начисления процентов.

Обобщающие характеристики ренты используются в финансовом анализе при заключении коммерческих сделок, для планирования погашения задолженностей, сравнения эффективности контрактов, имеющих различные условия реализации.

Финансовые ренты классифицируются:

- *по частоте выплат*:
  - дискретные, производимые через определенный временной интервал (большинство финансовых рент) и образующие конечную или бесконечную последовательность;
  - непрерывные;
- *по количеству выплат в течение года*:
  - годовые;
  - $p$ -срочные, по которым выплаты производятся  $p$  раз в году;
- *по размеру платежей*:
  - постоянные (с одинаковыми суммами члена ренты);
  - переменные (изменяемые по заранее установленному алгоритму);
- *по вероятности выплат*:
  - безусловные (верные, правильные), у которых число членов ренты заранее известно (например, погашение кредита);
  - условные, выплаты при которых зависят от наступления определенных событий (например, уплата налога на прибыль при ее получении);
- *по количеству членов ренты*:
  - ограниченные, по которым установлены конечные сроки финансовой сделки;
  - вечные, заключаемые на продолжительный промежуток времени без указания даты окончания сделки (например,

правительственные займы, по которым доход, выплачиваемый инвестору, является вечной рентой);

- по моменту выплаты платежей в течении периода ренты:
  - пренумерандо (авансовые), по которым выплаты производятся в начале периода ренты (например, авансовые платежи);
  - постнумерандо (обыкновенные), характеризующиеся оплатой в конце периода ренты;
- по начальному моменту выплат:
  - немедленные, по которым срок ренты начинается сразу после подписания контракта;
  - отсроченные (отложенные), при которых выплаты по ренте начнут осуществляться по истечении оговоренного промежутка времени (например, льготного периода).

Реальные примеры финансовых рент приведены ниже:

1. Периодическое равномерное погашение за полугодие кредита с фиксированным временем погашения и полугодовым начислением процентов – это полугодовая, правильная, ограниченная рента.
2. Выплаты дивидендов от акций – это условная, вечная рента постнумерандо.
3. Арендная плата за пользование землей – это годовая, постоянная, вечная рента.

## 2. Нарощенная сумма постоянной финансовой ренты

*Нарощенная величина финансовой ренты* – это сумма всех членов потока платежей с начисленными на них процентами на дату последней выплаты.

В основу наращивания потоков платежей по сложным ставкам положена формула расчета суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (1)$$

где  $a_1$  – первый член геометрической прогрессии;  
 $q$  – знаменатель прогрессии.

В финансовых расчетах ключевым моментом при наращивании и дисконтировании потоков платежей является молчаливая

предпосылка о том, что анализ ведется с позиции «разумного инвестора». Это означает, что по отношению к финансовым рентам в основном применяются сложные ставки процента, поскольку инвестор обычно стремится как можно быстрее вложить полученный доход повторно в оборот, что и ограничивает применение простых процентов. Кроме того, наиболее распространенным на практике является применение финансовых рент постнумерандо нежели пренумерандо.

Исходя из этого, наращенную сумму годовой ренты постнумерандо при ежегодном начислении процентов можно рассчитать по формуле

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad (2)$$

где  $R$  – член ренты;  
 $i$  – процентная ставка;  
 $n$  – срок ренты.

Данная формула выведена из формулы (1) и представляет собой сумму  $n$  первых членов геометрической прогрессии, имеющей знаменатель  $q = 1 + i$ . Коэффициент наращения ренты, приведенный в формуле (2) в виде дроби и показывающий, во сколько раз наращенная сумма ренты больше ее первого члена, называют также коэффициентом аккумуляции вкладов. Данный коэффициент зависит от сроков (числа членов ренты) и размера процентной ставки, с ростом которых возрастает и значение самого коэффициента.

При кратном начислении процентов в течение года размер наращенной величины годовой ренты постнумерандо может быть определен следующим образом:

$$S = R \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1}, \quad (3)$$

где  $m$  – количество раз начисления процентов в течение года.

Выбор математической модели при использовании в расчетах срочной ренты возможен по одному из трех вариантов:

1. Если рента выплачивается несколько раз в году равными суммами, а процент при этом начисляется один раз в конце года ( $m = 1$ ), то применяется формула

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{\frac{i}{p} [(1+i)^p - 1]}, \quad (4)$$

где  $p$  – количество рентных выплат в течение года.

2. Если рента выплачивается несколько раз в году равными суммами и этому числу соответствует количество начислений процентов ( $p = m$ ), то применяется формула

$$S = R \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{i}. \quad (5)$$

3. Если рента выплачивается несколько раз в году равными суммами, а проценты при этом начисляются с другой кратностью в течение года ( $p \neq m$ ), то применяется формула

$$S = R \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{p \left[ \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1 \right]}. \quad (6)$$

Для определения наращенной суммы финансовой ренты в Microsoft Excel предусмотрена финансовая функция БС, синтаксис которой заключен в следующем:

БС (*ставка*; *кпер*; *плт*; *пс*; *тип*),

где *ставка* – процентная ставка за период;  
*кпер* – общее число периодов начисления;  
*плт* – выплата, производимая в каждый период и не меняющаяся за время выплаты;

$nc$  – приведенная (современная, первоначальная) стоимость, если данный аргумент пользователем не задан, то он принимается равным нулю автоматически;

$тип$  – значение 1, если выплата должна производиться в начале периода, или значение 0, если выплата должна производиться в конце периода (значение по данному аргументу может вообще отсутствовать).

### 3. Современная стоимость постоянной финансовой ренты и ее параметры

Современная величина потока платежей (приведенная либо текущая) – это сумма всех его членов, уменьшенная на величину процентной ставки на определенный момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему. Она показывает, какую сумму следовало бы иметь первоначально, чтобы, разбив ее на равные взносы, на которые бы начислялись проценты в течение срока ренты, можно бы было обеспечить получение наращенной суммы.

Для годовой ренты постнумерандо с ежегодным начислением процентов современная величина может быть определена по формуле

$$P = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}. \quad (7)$$

В данной формуле дробь называется коэффициентом приведения ренты, который характеризует современную стоимость ренты с членом, равным 1. Значение коэффициента уменьшается при росте ставки процента.

В случае кратного начисления процентов в течение года формула приведения имеет следующий вид:

$$P = R \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-m \cdot n}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1}. \quad (8)$$

Аналогично начислению процентов, процесс дисконтирования р-срочных финансовых рент возможен по одному из трех вариантов:

1. При  $m = 1$  применяется формула

$$P = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{\frac{1}{i} p [(1+i)^p - 1]} \quad (9)$$

2. При  $m = p$  формула имеет вид

$$P = R \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-m \cdot n}}{i} \quad (10)$$

3. При  $m \neq p$  расчет производится следующим образом:

$$P = R \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-m \cdot n}}{p \left[ \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1 \right]} \quad (11)$$

Для определения наращенной суммы финансовой ренты в Microsoft Excel предусмотрена финансовая функция ПС, синтаксис которой заключен в следующем:

ПС (*ставка; кпер; плт; бс; тип*),

где *бс* – будущая (наращенная) стоимость финансовой сделки.

При заключении финансовых сделок может возникнуть ситуация, когда стороны договорились о главных условиях, т. е. финансовых результатах сделки – конечной сумме и сроках уплаты. Однако остальные условия финансовых договоров – размер разовых платежей, частота их поступления, процентная ставка и т. д. – требуют проработки. В подобных случаях необходимо владеть методикой расчета указанных параметров.

Обобщая уравнения наращения финансовых рент, можно выделить формулу для нахождения члена ренты:

$$R = \frac{S}{K_{НАРАЩЕН}^T} \quad (12)$$

где  $K_{НАРАЩЕН}^T$  – коэффициент наращения.

При расчете члена ренты на основе формул, связанных с определением современной величины, применяется следующее равенство:

$$R = \frac{P}{K_{\text{ПРИВЕД}}^T}, \quad (13)$$

где  $K_{\text{ПРИВЕД}}^T$  – коэффициент приведения.

Функция ПЛТ вычисляет величину члена финансовой ренты, т. е. выплату за один период на основании постоянной процентной ставки. Выплаты, рассчитанные на основании данной функции, включают основные платежи и проценты по ним. Синтаксис функции заключен в следующем:

ПЛТ (*ставка; кпер; пс; бс; тип*).

Данная функция применяется при решении двух типов задач:

- Если известна текущая и будущая стоимость финансовой сделки, а также время выплаты (начало либо конец расчетного периода) и размер процентной ставки.
- Если известен первоначальный размер кредита и определено, что к концу срока финансовой ренты он будет погашен полностью равными платежами. Поскольку погашение кредита, как правило, происходит в конце каждого периода, то аргумент *тип* задается со значением, равным 0. Если кредит погашен не полностью, то следует указать аргумент *бс*, который будет равен непогашенному остатку.

На основании уравнения (1) выводится формула (14) для расчета срока финансовой ренты:

$$n = \frac{\ln \left[ \frac{S_n (q-1)}{a_1} - 1 \right]}{\ln q}. \quad (14)$$

Функция КПЕР вычисляет общее число периодов выплат как для единой суммы финансовой операции, так и для финансовых рент. Если платежи производятся несколько раз в году, то найденное значение необходимо разделить на число расчетных периодов в году, чтобы найти число лет выплат. Синтаксис данной функции заключен в следующем:

КПЕР (*ставка; плт; пс; бс; тип*).

Функция может применяться в следующих расчетах:

- Если рассчитывается число периодов начисления, при которых первоначальная сумма финансовой операции (*пс*) достигла наращенной величины (*бс*) при заданной ставке.
- При погашении займа размером *пс* равномерными постоянными платежами в конце каждого периода ренты.
- При расчете срока окупаемости инвестиционного проекта.

Однако применение формулы (1) для вывода процентной ставки не возможно из-за отсутствия алгебраического решения. Поэтому определение данного параметра финансовой сделки основывается на применении ЭВМ (например, в рамках встроенной функции СТАВКА пакета Microsoft Excel) либо знании методов Ньютона – Рафсона и секущей.

Функция СТАВКА определяет значение процентной ставки за один расчетный период финансовой ренты. Для нахождения годовой процентной ставки полученное значение следует умножить на число расчетных периодов, составляющих год. Синтаксис функции приводится ниже:

СТАВКА (*кпер; плт; пс; бс; тип; предложение*).

В силу специфики технической реализации данной функции в рамках Microsoft Excel результат вычислений может быть не получен либо возможны несколько вариантов решения поставленной задачи, либо будет возвращено значение ошибки #ЧИСЛО! (если погрешность определения ставки превышает 0,000 000 1). В случае ошибки необходимо обозначить аргумент *предложение* другим числом, поскольку по умолчанию его значение равно 10%.

Функция ПРПЛТ производит расчет платежей по процентам за заданный период на основании постоянных выплат и размера процентной ставки. Синтаксис функции приведен ниже:

ПРПЛТ (*ставка; период; кпер; пс; бс; тип*).

Функция предназначена для следующих расчетов:

- При погашении величины долгового обязательства частями производится уменьшение базы для начисления процентов. Данная

функция позволяет учесть этот аспект в конкретный промежуток времени.

- При вычислении дохода, который приносят постоянные выплаты за конкретный период времени.

Функция ОСПЛТ вычисляет величину основного платежа по займу, который погашается равными платежами в течение срока финансовой ренты. Синтаксис функции аналогичен синтаксису функции ПРПЛТ.

## ТЕМА 5. ПЕРЕМЕННЫЕ ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ

### Вопросы:

1. Современная и наращенная сумма переменных финансовых рент.
2. Конверсия финансовых рент.
3. Изменение параметров финансовых рент.

### 1. Современная и наращенная сумма переменных финансовых рент

Под переменной финансовой рентой понимают поток платежей, члены которого изменяются в соответствии с определенными условиями. Такими условиями могут быть колебание курса иностранной валюты, увеличение нормы прибыли на вложенный капитал, рост общего уровня цен и др.

В случаях, когда в основу изменения потока платежей не заложен конкретный четко определенный порядок, то такой поток называют нерегулярным. Для расчета обобщающих характеристик нерегулярного потока, которыми являются наращенная сумма и современная величина, универсальных формул не существует. Поэтому задача по финансовому анализу данного потока решается путем прямого счета, т. е. наращением либо дисконтированием всех членов заданного ряда платежей по отдельности.

Переменные финансовые ренты, у которых прослеживаются определенные законы изменения, подразделяются на:

1. *Ренты с постоянным абсолютным изменением членов во времени.* Изменения размеров членов ренты в этом случае происходят согласно арифметической прогрессии с первым членом  $R$  и разностью

$a$ , т. е. поток платежей может быть представлен следующей последовательностью:

$$R \rightarrow R + a \rightarrow R + 2a \rightarrow \dots \rightarrow R + (n-1)a .$$

Наращенная сумма такой ренты определяется по формуле

$$S = \left( R + \frac{a}{i} \right) s_{n;i} - \frac{n \cdot a}{i} , \quad (1)$$

где  $s_{n;i}$  – коэффициент наращивания, характеризующий наращенную сумму ренты с членом, равным 1, и заменяющий собой выражение  $s_{n;i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ .

Нижний индекс  $n$ ;  $i$  указывает на продолжительность ренты и величину процентной ставки.

2. Ренты с постоянным относительным приростом платежей.  
В данном случае процесс изменения размера членов ренты характеризуется геометрической прогрессией вида

$$R \rightarrow R \cdot q \rightarrow R \cdot q^2 \rightarrow \dots \rightarrow R \cdot q^{n-1} ,$$

где  $q$  – знаменатель прогрессии, или темп изменения члена ренты (платежа).

Наращенная сумма такой ренты находится по формуле

$$S = R \frac{q^n - (1+i)^n}{q - 1 + i} . \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) применимы лишь в отношении финансовых рент постнумерандо, а современная величина данных рент может быть определена путем дисконтирования наращенной суммы по формуле

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} \quad (3)$$

## 2. Конверсия финансовых рент

Аналогично разовым платежам конверсия рент подразумевает пересмотр условий ранее заключенных контрактов. При этом в основу осуществления конверсии должен быть положен принцип финансовой эквивалентности, заключающийся в изменении условий сделки без корректировки конечного финансового результата.

Однако на практике это не всегда выполнимо, так как конверсия применяется в основном при реструктуризации долга. Под реструктуризацией долга понимают изменение условий погашения долгового обязательства в связи с резким ухудшением финансового состояния должника. В этом случае кредитор готов пойти на некоторые финансовые потери с целью недопущения более крупных убытков.

Основными видами конверсии, применяемыми в отношении финансовых рент, являются:

- *Выкуп ренты*, подразумевающий под собой замену ренты единым платежом. Решение задачи по определению стоимости выкупа в этом случае сводится к расчету современной стоимости конкретного вида выкупаемой финансовой ренты.

- *Рассрочка платежей*, который является обратной операцией выкупу ренты. При этом ключевыми моментами нового финансового соглашения, требующими применения финансовых расчетов, являются размер члена ренты и срок осуществления каждого промежуточного платежа. Эта задача решается на основании сравнения современной стоимости будущей финансовой ренты с текущим размером долгового обязательства.

- *Объединение (консолидация) рент*, который заключается в замене нескольких рент одной. Объединению могут подлежать любые ренты: немедленные и отсроченные, годовые и р-срочные и т. д. При определении недостающего параметра конкретной финансовой ренты исходят из того, что современные стоимости заменяющей и заменяемых рент должны быть равны, т. е.  $P_{\text{НОВАЯ}} = \sum P_j$ . В качестве неизвестного параметра финансового соглашения обычно выступает член ренты либо ее срок.

### 3. Изменение параметров финансовых рент

Изменение условий финансового соглашения не всегда предполагает сохранение заранее оговоренных последствий финансовой сделки. Так, например, кредитор на просьбу об отнесении срока исполнения долгового обязательства может потребовать увеличить процентную ставку. Поэтому любая замена ключевых пунктов финансовых договоров требует частного решения.

Так, при замене немедленной ренты на отсроченную величина члена ренты может быть определена по формуле

$$R_{\text{ОТСРОЧ}} = R_{\text{НЕМЕДЛ}} (1+i)^t, \quad (4)$$

где  $t$  – время отсрочки финансовой ренты, выраженное в годах.

Данная формула справедлива лишь в случае, когда срок отсроченной ренты равен сроку немедленной ренты. В других случаях формула имеет следующий вид:

$$R_{\text{ОТСРОЧ}} = R_{\text{НЕМЕДЛ}} \frac{a_{n_1; i}}{a_{n_2; i}} (1+i)^t, \quad (5)$$

где  $a_{n; i}$  – коэффициент приведения ренты, характеризующий современную стоимость ренты с членом, равным 1, и рассчитывающийся как  $a_{n; i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ .

При замене годовой немедленной ренты на  $p$ -срочную с четко определенным сроком периодичностью выплат и ставкой процента член ренты определяется по следующей формуле:

$$R_{P \text{ СРОЧНАЯ}} = R_{\text{ГОДОВАЯ}} \frac{p[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1]}{i}. \quad (6)$$

В случае, если  $n_1 \neq n_2$ , формула (6) имеет следующий вид:

$$R_{P \text{ СРОЧНАЯ}} = R_{\text{ГОДОВАЯ}} \frac{a_{n_1; i}}{a_{n_2; i}^p}. \quad (7)$$

Замена финансовых рент может осуществляться и в тех случаях, когда заданным параметром является член ренты, а параметром, требующим уточнения, – ее срок. В этом случае необходимо преобразовать формулы (5) и (7) соответствующим образом.

## **ТЕМА 6. ПЛАНИРОВАНИЕ ПОГАШЕНИЯ ДОЛГОСРОЧНОЙ ЗАДОЛЖЕННОСТИ**

### **Вопросы:**

1. Расходы по обслуживанию долга.
2. Способы погашения долга в рассрочку и их оценка.
3. Формирование фондов погашения и реструктуризация займов.

### **1. Расходы по обслуживанию долга**

Расходы по обслуживанию долга связаны с такими экономическими категориями, как кредиты и ссуды. При этом под кредитом понимают ссужаемую стоимость одним субъектом финансовых отношений (кредитором) другому (заемщику) на принципах срочности, платности, возвратности. В отличие от кредита, начисление процентов по ссуде не предусмотрено, что закреплено в нормах Гражданского кодекса Республики Беларусь.

В свою очередь, под расходами по обслуживанию долга понимают совокупный платеж заемщика кредитору за соответствующий период времени, включающий в себя погашение части основного долгового обязательства, а также начисленных процентов.

Периодичность, размер и сроки погасительных платежей определяются сторонами при заключении кредитного соглашения. В соответствии с условиями указанного соглашения составляется план погашения задолженности, возможная форма которого приведена в таблице 2.

**Таблица 2 – План погашения долга**

Периоды	Остаток долга	Процентные платежи	Сумма погашения основного долга	Совокупный погасительный платеж
А	1	2	3	4
1-й				
2-й				
...				
n-й				
Итого				

Совокупный погасительный платеж (графа 4) рассчитывается как сумма граф 2 и 3 и имеет другое название «срочная уплата». Он может производиться как в равных, так и изменяющихся по каким-либо законам суммах. Возможны также варианты, при которых в течение ряда лет заемщик выплачивает только проценты, а сам долг погашает разовым платежом в конце срока финансового соглашения.

Величина срочных уплат зависит от суммы долгового обязательства, сроков его погашения, размера и вида процентной ставки, методов уплаты процентов и способов погашения основной суммы долга, наличия и продолжительности льготного периода и т. п. Следует также иметь в виду, что льготный период предусматривает освобождение на определенный срок от обязанности погашения суммы основного долга, но не процентов по нему.

При определении величины срочных уплат в дальнейшем будут использоваться следующие обозначения:

$D$  – сумма задолженности;

$Y$  – срочная уплата;

$I$  – проценты по займу;

$R$  – расходы по погашению основного долга;

$i$  – ставка процентов по займу;

$n$  – срок кредитного соглашения.

## 2. Способы погашения долга в рассрочку и их оценка

Погашение займа может осуществляться в рассрочку по следующим алгоритмам:

- равными срочными уплатами (т. е. значения по периодам в рамках 4-й графы по таблице 2 будут одинаковыми);
- равными выплатами основного долга (т. е. одинаковыми будут значения графы 3);
- переменными выплатами основного долга.

Независимо от выбранного алгоритма каждая срочная уплата ( $Y$ ) будет являть собой сумму двух величин: погашение основного долга ( $R$ ) и процентного платежа по займу ( $I$ ), т. е.

$$Y = R + I. \quad (1)$$

В рамках льготного периода размер срочной уплаты соответствует сумме уплачиваемых процентов, т. е.  $Y = I$ .

В основу первого алгоритма, при котором *займ погашается равными срочными платежами*, положены аннуитеты постнумерандо. Величина долгового обязательства ( $D$ ) в данном случае представляет собой сумму всех дисконтированных аннуитетов, т. е. является современной величиной всех срочных уплат, и определяется по формуле

$$D = \frac{Y_1}{(1+i)} + \frac{Y_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{Y_n}{(1+i)^n}. \quad (2)$$

Преобразовав уравнение (2), в котором  $Y_1 = Y_2 = \dots = Y_n$ , получим компактную формулу для аналогичных вычислений:

$$D = Y \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}. \quad (3)$$

При погашении займа равными платежами остаток долга и проценты по нему с каждой выплатой уменьшаются. Следовательно, от периода к периоду возрастает размер платежей, идущих на погашение основного долга. При этом между двумя последовательными выплатами основного долга ( $R$ ) существует взаимосвязь, которую можно представить следующим образом:

$$R_{k+1} = R_k(1+i), \quad (4)$$

где  $k$  – период выплаты, значение которого не может превышать  $n - 1$ .

Зная эту зависимость, можно рассчитать величину погашения основного долга в любом расчетном периоде:

$$R_k = R_1(1+i)^{k-1}. \quad (5)$$

Для определения размера первого платежа в счет погашения основного долга применяют формулу (12):

$$R_1 = D \frac{i}{(1+i)^n - 1}. \quad (6)$$

Дробь в формуле (6) называется ставкой погашения.

В свою очередь, величина процентного дохода за  $k$ -й период для данного алгоритма рассчитывается по формуле

$$I_k = Y[1 - (1 + i)^{-n+k-1}]. \quad (7)$$

**При погашении займа равными выплатами** основного долга размеры таких платежей будут равны

$$\frac{D_{\text{ВСЕГО}}}{n} = R_1 = R_2 = \dots = R_n, \quad (8)$$

где  $D_{\text{ВСЕГО}}$  – сумма всего долга.

Соответственно остаток основного долга в начале каждого расчетного периода определится по формуле

$$D_k = D_{\text{ВСЕГО}} - R(k-1).$$

Величина срочной уплаты в каждом расчетном периоде равна

$$Y_k = [D - R(k-1)]i + R, \quad (9)$$

а сумма процентного платежа равна

$$I_k = D_k \cdot i = [D - R(k-1)]i. \quad (10)$$

**Погашение займа переменными выплатами** основного долга возможно по двум вариантам:

- Когда выплаты изменяются в арифметической прогрессии с разностью  $d$ , их величины определяются по формуле

$$R_k = R_1 \pm (n-k)d. \quad (11)$$

Нахождение первой выплаты по погашению основного долга зависит от типа прогрессии и производится по формуле

$$R_1 = \frac{D}{n} \pm \frac{(n-1)}{2}d. \quad (12)$$

При возрастающей прогрессии знак между дробями должен быть минусом, при убывающей – плюсом.

В свою очередь, величина основного долга равна сумме всех выплат, т. е. сумме членов возрастающей арифметической прогрессии:

$$D = \frac{[2R_1 + (n-1)d]n}{2}. \quad (13)$$

• Когда выплаты изменяются в геометрической прогрессии со знаменателем  $q$ , основной долг определяется по следующим формулам:

$$D = R_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (q > 1), \quad (14)$$

$$D = R_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q < 1). \quad (15)$$

### **3. Формирование фондов погашения и реструктуризация займов**

Помимо погашения долгового обязательства в рассрочку возможен вариант, при котором должник обязуется вернуть сумму долга разовым платежом в конце срока финансового соглашения.

При значительной величине суммы долга возникает необходимость в предварительном создании резерва – своеобразного погасительного фонда. Такое условие может быть предусмотрено непосредственно в кредитном соглашении с целью обеспечения перед кредитором гарантии возврата заемных средств. Погасительный фонд создается из последовательных денежных взносов должника (например, на специальные счета в банке), на которые начисляются проценты, приносящие дополнительный доход заемщику и зачисляемые в счет будущего погашения долгового обязательства.

При создании погасительного фонда необходимо определить размер срочной уплаты, которая может быть как постоянной, так и переменной.

Если в кредитном соглашении предусмотрено начисление простых процентов постнумерандо, то применяется постоянная уплата, ее размер ( $Y$ ) равен

$$Y = D \cdot u + R, \quad (16)$$

где  $D$  – величина долга;

$u$  – проценты начисляемые на величину долга;

$R$  – размер ежегодных взносов.

В свою очередь, размер ежегодных взносов в погасительный фонд может быть вычислен по формуле

$$R = \frac{D \cdot i}{(1+i)^n - 1}, \quad (17)$$

где  $i$  – процентная ставка, определяющая темп прироста погасительного фонда, т. е. дополнительный прирост, вызванный хранением денег на специальном счете в банке в виде погасительного фонда.

При применении в кредитном соглашении сложных процентов постнумерандо срочная уплата рассчитывается следующим образом:

$$Y = D \frac{(1+u)^n i}{(1+i)^n - 1}. \quad (18)$$

Если при создании погасительного фонда предусмотрены две процентные ставки: кредитная и депозитная, то ситуация, при которой  $i > u$ , выгодна должнику, так как проценты, начисленные в погасительном фонде, перекрывают проценты, выплачиваемые за сумму долга. В случае, когда  $i = u$ , преимущества создания погасительного фонда пропадают, и можно применять схему погашения долгового обязательства в рассрочку.

Для расчета накопленных за  $n$  лет сумм погасительного фонда используется формула наращивания суммы постоянных рент:

$$S_n = S_{n-1}(1+i) + R. \quad (19)$$

Наряду с погасительными взносами, созданными на основе постоянных взносов, возможно формирование погасительных фондов с неравными взносами, которые изменяются в определенном порядке, т. е. переменная  $R$  в различные временные периоды имеет отличные значения.

Если под таким порядком понимается арифметическая прогрессия с разностью  $d$  и первым членом  $R_1$ , то наращенная сумма такой ренты равна

$$S_n = \frac{R_1 \cdot i}{(1+i)^n - 1} + d \frac{1}{i} \left( \frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right). \quad (20)$$

Поскольку наращенная сумма прогрессии будет равна величине долга  $D$ , то, заменив переменную  $S$  на  $D$  и преобразовав уравнение, можно получить формулу для нахождения первого члена прогрессии.

Применение изложенной методики не ограничивается исключительно количественным анализом формирования паевого фонда. Ее можно использовать и в отношении оценки накопления достаточного объема денежных средств, например, для модернизации износившихся объектов основных фондов либо замены морально устаревшего оборудования и т. д.

В период реализации кредитного соглашения возможны ситуации, при которых по решению сторон пересматриваются условия действующего кредитного соглашения. В экономической терминологии такие изменения называются реструктуризацией займа, которая реализуется в форме конверсии и консолидации.

При достижении соглашения о конверсии могут изменяться срок погашения займа, процентная ставка, порядок годовых выплат и т. п. Независимо от метода конверсии вначале определяют сумму погашенного займа и непогашенной его части. Непогашенная сумма рассматривается как новый долг, подлежащий уплате на пересмотренных условиях.

Так, если сторонами изменяются сроки займа и процентная ставка по ним при начислении процентов постнумерандо, то для составления плана погашения конверсионного займа применяются следующие формулы:

- величина срочной уплаты по старым условиям:

$$Y = D \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}; \quad (21)$$

- остаток долга на момент конверсии:

$$D_{n-k} = Y \frac{(1+i)^{n-k} - 1}{(1+i)^{n-k} i}; \quad (22)$$

- величина срочной уплаты по новым условиям:

$$Y_{\text{ПОСЛЕ}} = D_{n-k} \frac{i_1(1+i_1)^{n-k+n_1}}{(1+i_1)^{n-k+n_1} - 1}, \quad (23)$$

где  $Y$  – величина срочной уплаты до конверсии;

$Y_{\text{ПОСЛЕ}}$  – величина срочной уплаты после конверсии;

$D_{n-k}$  – остаток долга на момент конверсии;

$i$  – процентная ставка до конверсии;

$i_1$  – процентная ставка после конверсии;

$k$  – число оплаченных расчетных периодов до конверсии;

$n$  – срок погашения займов до конверсии;

$n_1$  – срок погашения займов после конверсии.

Как и при конверсии, в случае согласования сторонами условий консолидации (объединения) займов одним из первых этапов будет нахождение величины остатков каждого долга. Рассчитав их и просуммировав, получают объединенный долг, на который составляется новый план погашения. Методика составления плана погашения отражена выше.

## ТЕМА 7. АНАЛИЗ КРЕДИТНЫХ ОПЕРАЦИЙ

### Вопросы:

1. Ипотечный кредит: сущность и методика его оценки.
2. Лизинг: сущность, виды, схемы погашения и методика определения платежей.
3. Форфейтинг: сущность, оценка позиций продавца.

## 1. Ипотечный кредит: сущность и методика его оценки

*Ипотечный кредит* – это форма кредита, предполагающая предоставление денежных средств на временное пользование под определенный процент на возвратной основе, обеспеченное при этом залогом недвижимого имущества и земли.

Объектами залога могут быть жилые дома, квартиры, фермы, здания, постройки, земельные участки. Главным требованием, предъявляемым к залого, является то, что объект залога должен находиться в собственности заемщика, не выступая при этом залогом по другой кредитной сделке.

Объект залога остается в распоряжении заемщика, и тот продолжает его эксплуатировать. Однако в случае отказа от погашения долга либо его не полного погашения кредитор может удовлетворить свое имущественное требование с объекта залога.

Размер ипотечного кредита обычно меньше рыночной стоимости объекта залога.

Различают несколько видов ипотек:

- *стандартная (типовая)*, при которой заемщик производит погашение кредита с начисленными на него процентами равными платежами через равные промежутки времени;
- *с ростом платежей*, предполагающая постоянный прирост расходов по обслуживанию долга в первые годы и фиксированный размер в последующие;
- *с льготным периодом*, дающая возможность снизить финансовую нагрузку должника в первые годы, позволив ему уплачивать лишь проценты по долгу;
- *с периодическим изменением процентной ставки*, применяемая в нестабильных экономических условиях, в рамках которых сторонами пересматриваются ставки через определенный промежуток времени в пределах срока финансового контракта (например, каждые 3–5 лет);
- *с переменной процентной ставкой*, уровень которой зависит от какого-либо общеустановленного макроэкономического показателя (например, ставки рефинансирования).

Основной задачей при анализе ипотек является разработка планов погашения долга.

Для типовой ипотеки постнумерандо размер срочной уплаты может быть определен по формуле

$$Y = \frac{D \frac{i}{m} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}, \quad (1)$$

где  $m$  – число периодов начисления процентов в году.

При выдаче кредита под залог для обеих сторон важно знать сумму погашенного долга и его остаток на любой период времени. Для типовой ипотеки постнумерандо расчет оставшейся суммы долга в  $k$ -й расчетный период можно произвести по формуле

$$D_k = D \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{k-1}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}. \quad (2)$$

Ипотечный кредит, предполагающий условия изменения процентной ставки, содержит в контракте лишь условия, определяющие ее первоначальный размер. Изменение в будущем уровня процентной ставки зависит от многих факторов, при невозможности прогнозирования которых исключается возможность составления плана погашения задолженности.

## **2. Лизинг: сущность, виды, схемы погашения и методика определения платежей**

Лизинг можно рассматривать как вид предпринимательской деятельности, направленной на получение дохода (с позиции кредитора), а также как форму кредита (с позиции заемщика).

*Лизинг* – это деятельность (операция), связанная с приобретением одной организацией за собственные или заемные средства объекта лизинга и передачей его другой организацией во временное пользование с правом или без права выкупа.

Объектами лизинга могут быть объекты основных средств, программное обеспечение, рабочие инструменты.

Соглашение о лизинге связывает две стороны. Лизингодатель передает право владения и пользования объектом лизинга на фиксированный в контракте срок лизингополучателю. Лизингодатель

может являться как создателем объекта лизинга, так и лицом, способным его приобрести.

В зависимости от возмещения лизингодателю лизингополучателем затрат и перехода права собственности на объекты лизинга лизинговый кредит классифицируют на:

- *оперативный*, при котором за время лизинговой сделки лизингополучатель возмещает лизингодателю стоимость объекта лизинга менее чем на 75%, по истечении договора лизинга лизингополучатель возвращает лизингодателю объект лизинга, в результате чего он может передаваться в лизинг многократно;

- *финансовый*, при котором лизинговые платежи в течение договора

лизинга, заключенного на срок не менее одного года, возмещают лизингодателю стоимость объекта лизинга в размере не менее 75% его первоначальной (восстановительной) стоимости с возможностью выкупа объекта лизинга лизингополучателем.

Количественный анализ лизинговой операции предназначен для решения двух задач: с позиции лизингополучателя – покупать либо арендовать объект, а с позиции лизингодателя – определение размера лизинговых платежей и оценка финансовой эффективности сделки.

Назначение лизинговых платежей состоит в полном покрытии издержек лизингодателя, включающих расходы на закупку оборудования, кредитование и страхование, а также обеспечение лизингодателю некоторой прибыли.

Задолженность по лизингу включает следующие платежи:

- авансовый платеж;
- периодические лизинговые платежи;
- выкупную стоимость объекта лизинга.

Для всех лизинговых схем исходным требованием является равенство современной стоимости потока лизинговых платежей затратам на приобретение оборудования.

Исходя из этого, размер лизингового платежа при регулярных потоках платежей в постоянной сумме исчисляемых по схеме сложных процентов постнумерандо будет рассчитан по формуле

$$R = K \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}, \quad (3)$$

где  $K$  – затраты, связанные с приобретением имущества лизингодателем.

Дробь в формуле (3) называется коэффициентом рассрочки, показывающим долю стоимости объекта лизинга, погашаемую при каждой выплате.

Если в рамках схемы погашения стоимости объекта лизинга предусмотрена выплата аванса, то размер лизингового платежа постнумерандо может быть определен следующим образом:

$$R = (K - A) \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}, \quad (4)$$

где  $A$  – сумма аванса.

Если лизинговый контракт предполагает выкуп имущества по остаточной стоимости, доля которой в первоначальной стоимости равна  $s$ , то формула для нахождения лизингового платежа постнумерандо имеет следующий вид:

$$R = K \left[ 1 - \frac{s}{(1 + i)^n} \right] \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}. \quad (5)$$

### 3. Форфейтинг: сущность, оценка позиций продавца

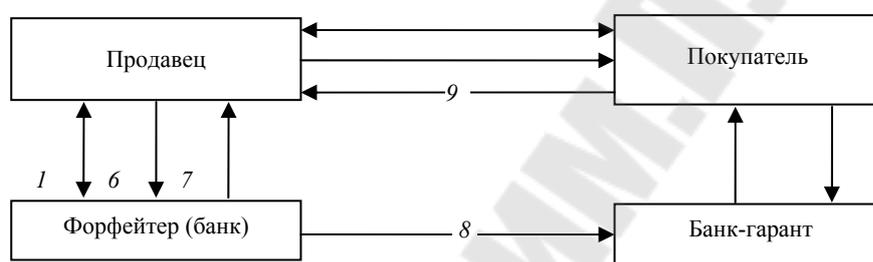
Форфейтинг (от фр. *a forfait* – целиком, общей суммой) как новый тип финансово-кредитных операций возник в конце 50-х гг. XX в. Применение форфейтинга на практике наиболее распространено во внешней торговле при продаже какого-либо крупного объекта (предприятия, оборудования и т. д.). Его экономическое содержание заключается в том, что продавец товара (экспортер) с целью его скорейшего сбыта соглашается принять от покупателя комплект векселей, которые затем сразу же учитывает в банке.

Под векселем понимают ценную бумагу, содержащую ничем не обусловленное обязательство векселедателя уплатить в определенный срок векселедержателю или указанному лицу определенную денежную сумму. Величина долга разбивается на несколько векселей для того, чтобы пропорционально распределить во времени погашение возникшего у покупателя обязательства, т. е. оплачивать его частями с заданной периодичностью.

Таким образом, форфейтинг позволяет продавцу (экспортеру) реализовать товар при отсутствии у покупателя в текущий момент времени достаточного количества денежных средств и получить при этом требуемую сумму от банка. Интерес банка в осуществлении форфейтинговой сделки заключается в получении дохода от операции по учету векселей.

Примерный порядок осуществления форфейтинговой сделки представлен на нижеприведенном рисунке.

### Схема осуществления форфейтинговой сделки



#### Условные обозначения:

1 – оговаривание условий форфейтинговой сделки и возможности ее реализации; 2 – заключение договора на поставку с указанием суммы, учитывающей не только стоимость контракта, но и проценты по нему; 3 – поставка товара; 4 – аваль векселя, т. е. дополнительная гарантия по векселю, при которой в случае непогашения долга импортером обязанность по его уплате перейдет банку-гаранту; 5 – передача векселей; 6 – учет векселя в банке; 7 – перечисление денег на счет экспортера с удержанием дисконта; 8 – предоставление векселя к оплате в банк-гарант; 9 – погашение долга импортером.

В финансовых расчетах оценку эффективности форфейтинга можно осуществить с позиции продавца, покупателя и банка.

При рассмотрении форфейтинга с позиции продавца исходят из того, что он должен получить сумму от учета векселей не ниже стоимости реализованных товаров. Поэтому сумма, указанная на векселе, должна содержать погашение не только основного долга (цену товара), но и процентов за кредит.

Проценты за кредит начисляются по следующей формуле:

$$I = C \cdot i \frac{n+1}{2}, \quad (6)$$

где  $C$  – стоимость товара (величина основного долга);  
 $i$  – простая процентная ставка, по которой происходит кредитование в каждом периоде;  
 $n$  – число периодов, на каждый из которых выдан вексель (число выданных векселей).

Проценты за кредит могут определяться двумя методами, что приводит к необходимости применения разных подходов к расчету суммы векселя:

- Если проценты начисляются на остаток задолженности с применением срока, начинающегося с даты предыдущего платежа, то сумма векселя, погашаемого в момент  $t$ , определяется по формуле

$$V_t = \frac{C}{n} [1 + (n-t+1)i], \quad (7)$$

а общая сумма векселей составит

$$\sum_{t=1}^n V_t = C \left(1 + \frac{n+1}{2}i\right). \quad (8)$$

- Если проценты начисляются лишь на ту часть, которая покрывается текущим векселем, в качестве срока принимается интервал от начала сделки и до момента его погашения. В этом случае сумма векселя, погашаемого в момент  $t$ , определяется по формуле

$$V_t = \frac{C}{n} (1 + t \cdot i), \quad (9)$$

а общая сумма векселей составит

$$\sum_{t=1}^n V_t = \frac{C}{2} [2 + i(n+1)]. \quad (10)$$

Для определения суммы денежных средств, которую получит экспортер после учета векселей в банке, общую сумму векселей необходимо продисконтировать по учетной банковской ставке.

## ТЕМА 8. СТРАХОВЫЕ АННУИТЕТЫ

### Вопросы:

1. Экономическая сущность страхования, его формы и виды.
2. Основы актуарных расчетов. Брутто- и нетто-ставки в страховании.
3. Специфика финансовых вычислений в личном страховании.

### 1. Экономическая сущность страхования, его формы и виды

Страхование является одним из видов финансовой деятельности и, соответственно, рассматривается как процесс формирования, распределения и использования фондов денежных средств. Экономическая сущность страхования заключается в аккумулировании страховщиком страховых взносов страхователей и последующем их распределении среди части страхователей при наступлении страхового случая. *Страховой случай* – это наступление события, при котором возникает обязанность страховщика выплатить страховое возмещение страхователю.

Страхование представляет собой механизм защиты от различного рода рисков, требующих значительных денежных средств, которых у потерпевших может и не быть.

К признакам страхования относятся:

- случайный (вероятный) характер наступления чрезвычайных событий;
- непосильность ущерба для отдельного физического или юридического лица;
- создание замкнутости, солидарных отношений между участниками по поводу возмещения ущерба за счет средств страхового фонда;
- перераспределение ущерба как в пространстве, так и во времени;
- возвратность мобилизуемых в страховом фонде средств.

Страхование можно рассматривать и как предпринимательскую деятельность, поскольку страховщик стремится максимизировать

размер страхового фонда и при этом минимизировать суммы страхового возмещения.

Под страховщиком понимают специализированные организации, оказывающие страховые услуги (страховые компании), а под страхователем – юридических и физических лиц, желающих минимизировать собственные риски путем переноса их на страховщика посредством формирования страховых фондов. В международной практике страхователя называют «полисодержателем».

Страховые фонды формируются, как правило, за счет взносов страхователей и доходов от капитализации. Размер взносов определяется на основании страхового тарифа, под которым понимают выраженную в денежных единицах плату с единицы объекта страхования или в процентах со страховой суммы.

*Страховая сумма* – это стоимостная оценка объекта страхования.

Объектами страхования могут выступать имущество, материальные ценности, домашние животные, семьи пчел, жизнь и здоровье страхователя и др.

Страхование может выступать в двух формах: добровольное и обязательное. Инициатором добровольного страхования выступает страхователь, а обязательное страхование осуществляется в порядке, установленном законодательно, и обязательно для осуществления. Примерами обязательного страхования являются страхование гражданской ответственности владельцев транспортных средств, страхование от профессиональных заболеваний и несчастных случаев на производстве и др.

Разновидностью обязательного страхования является обязательное государственное страхование, особенности которого состоят в следующем:

- проводится в отношении жизни, здоровья и имущества государственных служащих;
- источником уплаты страхового взноса по такому страхованию являются средства государственного бюджета;
- страхователями являются органы исполнительной власти.

Среди проводимых в настоящее время в Республике Беларусь видов обязательного государственного страхования можно назвать обязательное государственное личное страхование военнослужащих и

военнообязанных, сотрудников налоговых органов, МЧС, ветеринарных врачей и др.

Страхование подразделяется на следующие виды:

- *имущественное страхование*, при котором страхуются основные средства, оборотные активы, личное имущество физических лиц, животные, семьи пчел и т. д.;
- *личное страхование*, объектами страхования по которому являются жизнь и здоровье физических лиц;
- *страхование ответственности перед третьими лицами* (например, страхование гражданской ответственности перевозчика, страхование ответственности за неисполнение обязательств, страхование ответственности организаций-источников повышенной опасности и др.).

Сущность страхования как экономической категории наиболее полно выражается в выполняемых ею функциях, к которым относятся:

- *Рисковая*. Риск, как вероятность возникновения ущерба, непосредственно связан с назначением страхования. В рамках данной функции происходит перераспределение денежной формы стоимости.
- *Предупредительная*. За счет части средств страхового фонда финансируются мероприятия по снижению страхового риска.
- *Накопительная (сберегательная)*. Данная функция характерна, главным образом, для страхования жизни.
- *Контрольная*. Предлагает строго целевой подход к формированию и использованию средств страхового фонда. Базируется на соответствующих законодательных документах и методических материалах.

## **2. Основы актуарных расчетов. Брутто- и нетто-ставки в страховании**

В большинстве областей финансовой деятельности применение методов количественного анализа связано с верными рентами. Однако в страховании объектом анализа выступают условные ренты, которые характеризуются вероятностью наступления соответствующих событий. Поэтому оценка страховых рент связана с актуарными расчетами.

Под актуарными расчетами понимают систему математических и статистических исчислений, применяемых в страховании, отражающую механизм образования и расходования страхового

фонда в долгосрочных страховых операциях, связанных с продолжительностью жизни населения. Само слово «актуарий» (от лат. *actuarius* – счетовод, скорописец) означает специалиста, занимающегося разработкой научно обоснованных методов исчисления тарифных ставок по долгосрочному страхованию жизни и расчетами, связанными с образованием резерва страховых взносов.

Страховой тариф, разработанный на основе актуарных вычислений и в последующем заложенный в страховой договор, называется брутто-ставкой. Она включает в себя нетто-ставку, предназначенную для выплаты страхового возмещения (обеспечения), и страховую маржу (нагрузку), обеспечивающую покрытие расходов страховой компании и формирующую ее прибыль. Поскольку методика определения нетто-ставки является относительно постоянной, а структура маржи склонна к изменениям, то размер брутто-ставки также весьма динамичен.

Основными страховыми случаями в личном страховании являются дожитие до определенного возраста и потеря здоровья вследствие травм и заболеваний. Поэтому для начисления страхового фонда и определения размера страхового тарифа необходимо располагать информацией о количестве застрахованных, которые могут дожить до окончания сроков действия договоров страхования, а также о ежегодной смертности.

Продолжительность жизни людей является случайной величиной, варьируемой в довольно большом интервале. Вместе с тем, информационную основу актуарных вычислений составляют именно данные демографической статистики, где определена зависимость смертности от возраста людей в соответствующих таблицах (таблицах смертности). Они рассчитываются на основании переписи населения и отражают, как из года в год происходит сокращение 100 тыс. рожденных одновременно в разрезе полов.

Расчет нетто-ставки страхования зависит от способа уплаты страхового взноса (разово или по частям в течение года) и базируется на принципе нуля, т. е. равенстве взаимных финансовых обязательств страховщика и страхователя.

Так, при единовременной уплате страхового взноса нетто-ставка по дожитию лица в возрасте  $x$  лет при сроке страхования  $n$  лет может быть определена следующим образом:

$$E_{x,n} = \frac{l_{x+n} \cdot V^n}{l_x} S, \quad (1)$$

где  $l_{x+n}$  – число лиц, доживших до окончания договора страхования;

$l_x$  – число лиц, заключивших договор страхования в возрасте  $x$  лет;

$V^n$  – дисконтный множитель;

$S$  – страховая сумма.

На случай смерти единовременная нетто-ставка рассчитывается по следующей формуле:

$$A_{x,n} = \frac{d_x \cdot V + d_{x+1} \cdot V^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot V^n}{l_x} S, \quad (2)$$

где  $d$  – количество умирающих в течении срока страхования.

Страховые взносы, вносимые по частям, отличаются от единовременных тем, что, во-первых, размер начисления процентов на них меньше, во-вторых, по ним имеется вероятность недополучения средств в страховом фонде по причине смерти части страхователей. Эти обстоятельства необходимо учитывать при расчете нетто-ставок.

Для перехода от единовременной нетто-ставки к периодическим платежам используются коэффициенты рассрочки, за которые можно принять следующее выражение:

$$a_{x,n} = \frac{l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n} \cdot V^n}{l_x}. \quad (3)$$

Коэффициент рассрочки отражает стоимость взносов в размере 1 денеж. ед., производимых в течение определенного срока в конце или начале страхового года (в зависимости от типа ренты – постнумерандо или пренумерандо). Исходя из этого, размер периодического взноса можно определить как соотношение современной стоимости единовременной нетто-ставки к коэффициенту рассрочки.

Величина ставки-нетто зависит от возраста застрахованного и сроков страхования. Чем меньше возраст застрахованного, тем выше нетто-ставка по страхованию на дожитие и тем ниже на случай смерти.

Как отмечалось ранее, брутто-ставка формируется не только из нетто-ставки, но и из страховой маржи. Размер маржи, как правило, устанавливается в процентах к брутто-ставке, в связи с чем брутто-ставка определяется по формуле

$$C_{\text{БРУТТО}} = \frac{C_{\text{НЕТТО}}}{1 + m}, \quad (4)$$

где  $C_{\text{НЕТТО}}$  – нетто-ставка страхования;  
 $m$  – доля страховой маржи в брутто-ставке (выраженная в десятичных дробях).

Данная формула универсальна и применяется для нахождения брутто-ставок по всем видам страхования.

### **3. Специфика финансовых вычислений в личном страховании**

В личном страховании жизнь, здоровье, трудоспособность не имеют стоимостной оценки, поэтому необходимо учитывать следующее:

- страховая сумма определяется по соглашению сторон и зависит от величины страхового взноса, который может заплатить страхователь;
- применяется термин «страховое обеспечение», так как речь идет об оказании некоторой материальной помощи человеку или его близким;
- в договоре участвует еще одна сторона – застрахованный, смерть или утрата трудоспособности которого затрагивают имущественные интересы страхователя;
- в страховании жизни при построении тарифа и формировании резерва взносов за основу принимается демографическая статистика (таблицы смертности);
- разрыв во времени между уплатой взносов и получением страхового возмещения дает возможность страховщику использовать

взносы как инвестиционные ресурсы и налагает обязательства учитывать в расчетах тарифа норму доходности.

Личное страхование является дополнением к социальному страхованию и социальному обеспечению, через которые реализуется минимум государственной социальной защиты граждан. В зависимости от страховых случаев оно подразделяется на страхование на случай дожития или смерти, страхование на случай утраты трудоспособности, страхование медицинских расходов.

Одной из разновидностей страхования на случай дожития является пенсионное страхование. Расчет единовременных нетто-ставок по страхованию пенсий отличается от рассмотренных выше методик, поскольку данный вид страхования предполагает обязанность страховщика выплачивать застрахованному лицу в установленный срок регулярный доход. При анализе договоров такого вида применяют методические подходы, аналогичные пожизненным или вечным рентам.

Нетто-ставку по договорам пенсионного страхования можно рассчитать следующим образом:

$$a_{x,w} = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_w \cdot V^{w-x}}{l_x} S, \quad (5)$$

где  $S$  – размер систематических пожизненных выплат;  
 $w$  – предельный возраст в таблице смертности.

Дробь вышеприведенной формулы называют «страховым аннуитетом». Она отражает сумму дисконтированных платежей, равных одному рублю, с учетом вероятности каждой выплаты.

Если рента выплачивается не пожизненно, а только до определенного возраста, то формула приобретает следующий вид:

$$a_{x,n} = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n-1} \cdot V^{n-1}}{l_x} S, \quad (6)$$

где  $n$  – возраст, до которого выплачивается рента.

Для рент постнумерандо нетто-ставка определяется по формуле

$$a_{x,n} = \frac{l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n} \cdot V^n}{l_x} S. \quad (7)$$

Для упрощения вышеописанных расчетов страховые компании в своей практике используют коммутационные функции, на основе которых рассчитываются коммутационные числа. Коммутационные функции – это специальные общепринятые технические показатели, к которым относятся:

1.  $D_x = l_x \cdot V^x$  ( $l_x$  – число доживающих до возраста  $x$  лет;  $V^x$  – дисконтный множитель).

2.  $N_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_w.$

3.  $C_x = d_x \cdot V^{x+1}$  ( $d_x$  – число умирающих при переходе от возраста  $x$  к возрасту  $x + 1$  лет).

4.  $M_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w.$

5.  $R_x = M_x + M_{x+1} + \dots + M_w.$

На основании указанных коммутационных функций расчет нетто-ставок будет выглядеть следующим образом:

- единовременная ставка-нетто по дожитию:

$$E_{x,n} = \frac{D_{x+n}}{D_x}; \quad (8)$$

- единовременная нетто-ставка на определенный срок на случай смерти:

$$A_{x,n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}; \quad (9)$$

- ставка-нетто для пожизненного страхования на случай смерти:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}; \quad (10)$$

- ставка-нетто для пожизненной ренты пренумерандо:

$$a_x = \frac{N_x}{D_x}; \quad (11)$$

- ставка-нетто для временной ренты пренумерандо:

$$a_{x,n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}; \quad (12)$$

- ставка-нетто для временной ренты постнумерандо:

$$a_{x,n} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}. \quad (13)$$

## ТЕМА 9. АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ КОММЕРЧЕСКИХ КОНТРАКТОВ

### Вопросы:

1. Доходность как показатель эффективности коммерческой сделки.
2. Выбор оптимальных условий коммерческих контрактов.
3. Предельные значения параметров коммерческих контрактов.

### 1. Доходность как показатель эффективности коммерческой сделки

Доходы от финансово-хозяйственной деятельности имеют различную форму: проценты, комиссионные, выручка-нетто, дисконт от учета облигаций в банке, доходы от операций с ценными бумагами и др. Сводное понятие «доход организации» определяется содержанием ее деятельности. Так, к примеру, заимствования приносят кредитору проценты и комиссионные, владелец облигации помимо купонного дохода получает разницу между выкупной ценой облигации и ценой ее приобретения. Поэтому возникает проблема определения совокупного дохода операций и его измерения с учетом всевозможных выгод субъекта хозяйствования.

В отличие от дохода, доходность является относительным показателем, отражающим сопоставление дохода с затратами. Расчет

годовой ставки доходности для различных финансово-кредитных операций позволит оценить их с позиции привлекательности для инвестора. Такая ставка в экономической литературе получила следующие названия: эффективная доходность, полная доходность, доходность к погашению, внутренняя норма доходности. В общем, *полная доходность* – это расчетная ставка процента, при которой капитализация всех видов доходов от операций равна сумме капиталовложений. Чем она выше, тем эффективнее инвестиции в оцениваемый проект.

В основе расчета полной доходности лежит уравнение эквивалентности вложений и их отдачи, которое в обобщенном виде можно представить следующим образом:

$$D_0 \cdot q^T - \sum R_j \cdot q^{T_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

где  $D_0$  – размер капиталовложений;

$q^T (q^{T_j})$  – множитель наращения ( $q^{T_j} = (1+i)^{T_j}$ );

$T_j$  – время от момента платежа  $R_j$  до конца срока;

$R$  – размер поступлений (дохода);

$T$  – срок финансовой сделки ( $T = \sum t_j$ ).

Если значение процентной ставки изменяется во времени, то уравнение эквивалентности имеет следующий вид:

$$D_0 \cdot q_1^{t_1} \cdot q_2^{t_2} \cdot \dots \cdot q_n^{t_n} - (R_1 \cdot q_1^{T_1} + R_2 \cdot q_2^{T_2} + \dots + R_n \cdot q_n^{T_n}) = 0, \quad (2)$$

где  $t_n$  – время между платежами  $R_{n-1}$  и  $R_n$ ,

при этом

$$T_1 = \sum_{k=2}^n t_k, \quad T_2 = \sum_{k=3}^n t_k \quad \text{и т. д.} \quad (3)$$

Указанные выше уравнения эквивалентности позволяют измерить доходность операции, распределить получаемый доход по источникам и временным интервалам, предусматриваемым условиями соглашения, или по календарным периодам времени.

## 2. Выбор оптимальных условий коммерческих контрактов

Данный раздел курса лекций сведен к оценке эффективности коммерческих кредитов, которые реализуются в форме отсрочки оплаты за приобретаемую продукцию.

В современных условиях при выборе контрагентов, предлагающих товары с равными качественными параметрами, покупатели ориентируются не только на цены, но и на условия оплаты. Такими условиями могут быть предоплата, оплата по факту или покупка товара в кредит.

Приобретение товара в кредит позволяет при правильной оценке существенных условий кредитования (которыми выступают срок кредита, размер процентной ставки, порядок начисления процентов и др.) увеличить доходность как продавца, так и покупателя. Помимо различных коммерческих договоров альтернативными вариантами оценки эффективности сделки являются договоры банковского кредитования. Однако, независимо от форм и видов кредитования, анализ финансовых последствий производится на основе использования метода сравнения современных величин всех платежей, предусмотренных оцениваемыми договорами, когда все они приводятся к начальному моменту времени.

Современная величина всех расходов характеризует сумму, которая с начисленными на нее процентами обеспечит выполнение всех обязательств по контракту. Продавец стремится максимизировать современную величину, а для покупателя оптимальным вариантом будет тот, который обеспечивает минимальную современную стоимость расходов.

Основной рекомендацией по расчету современной стоимости контракта является использование единой ставки сравнения. Независимо от ее значения проведенный анализ позволит сформировать рейтинг коммерческих контрактов для принятия управленческих решений, который останется прежним и при изменении ставки сравнения.

Помимо этого, при оценке коммерческих контрактов на основе современных величин необходимо учесть авансовые платежи, а также момент времени, с которого исчисляется задолженность и начинается ее погашение.

Так, при однократной поставке товара задолженность определяется на момент перехода имущественных прав на товар к

покупателю. При поставке товаров партиями через заданные промежутки времени задолженность определяется на дату отгрузки каждой партии.

Учет аванса ( $A$ ) в коммерческих контрактах производится следующим образом:

$$A = Q + I \cdot V^{t+L} + Y \frac{1 - (1+q)^{-n}}{q} V^{t+L}, \quad (4)$$

где  $Q$  – сумма авансового платежа;

$I$  – проценты в льготном периоде;

$V$  – дисконтный множитель  $\left( V = \frac{1}{1+q} \right)$ ;

$t$  – время от момента заключения договора до даты поставки товара;

$L$  – время льготного периода;

$Y$  – величина срочных уплат;

$q$  – ставка сравнения;

$n$  – срок погашения задолженности.

Если срочные выплаты являются постоянной величиной, то их размер может быть определен по формуле

$$Y = D \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}, \quad (5)$$

где  $D$  – остаток задолженности после уплаты аванса.

При использовании сложных процентных ставок величина процентного платежа за льготный период определяется следующим образом:

$$I = D [(1+i)^L - 1]. \quad (6)$$

При поставке товаров партиями, накопленная задолженность ( $D$ ) на конец срока поставки при условии, что на авансовые платежи начисляются проценты, рассчитывается по формуле:

$$D = \sum_j M_j (1+i)^{T_j} - \sum_k Q_k (1+i)^{T_k}, \quad (7)$$

где  $M_j$  – стоимость каждой партии поставляемого товара;  
 $T_j$  – срок поставки каждой партии товара;  
 $Q_k$  – суммы авансовых платежей;  
 $T_k$  – время от момента выплаты последнего авансового платежа до конца срока поставки.

Современная величина договора при поставке товара партиями определяется следующим образом:

$$A = Q_1 + Q_2 \cdot V^t + I \frac{1 - (1+q)^{-L}}{q} V^T + Y \frac{1 - (1+q)^{-n}}{q} V^{T+L}, \quad (8)$$

при этом

$$I = D [(1+i)^L - 1]. \quad (9)$$

### 3. Предельные значения параметров коммерческих контрактов

Помимо современной стоимости оптимальный вариант коммерческого кредита может быть выбран посредством метода определения предельных значений параметров кредитных договоров.

Предельным значением параметра договора является величина, обеспечивающая конкурентоспособность рассматриваемого кредитного соглашения относительно базового договора при неизменности остальных существенных условий. Анализ такого рода покупатель может проводить для определения допустимых значений цены или ставки процентов, если продавец согласен изменить первоначальные условия сделки, т. е. предельные величины характеризуют ситуацию, при которой современная стоимость оцениваемых соглашений будет одинаковой. В экономической литературе предельные величины также называют «точкой равновесия», или «критической точкой».

Задача такого рода возникает тогда, когда стоимость товара у одного продавца меньше, чем у другого, но при этом процентная ставка по коммерческому кредиту имеет более высокие значения.

В основе расчета предельных величин лежат уравнения эквивалентности. Так, по соглашениям, не предусматривающим авансовых платежей и предполагающим расчет по окончании сделки, уравнение эквивалентности может быть представлено следующим образом:

$$P_1 \left( \frac{1+i_1}{1+q} \right)^{-n_1} = P_2 \left( \frac{1+i_2}{1+q} \right)^{-n_2}, \quad (10)$$

где  $P_1$  – стоимость товара по условиям первого договора;  
 $P_2$  – стоимость товара по условиям второго договора.

Из уравнения можно определить предельно допустимые ставку процента ( $i_2^*$ ) и стоимость товара ( $P_2^*$ ) по второму договору:

$$i_2^* = (1+q) \left[ \frac{P_2}{P_1} \left( \frac{1+i_1}{1+q} \right)^{n_1} \right]^{\frac{1}{n_2}} - 1, \quad (11)$$

$$P_2^* = P_1 \frac{(1+i_2)^{n_2}}{(1+i_1)^{n_1}} (1+q)^{n_1-n_2}. \quad (12)$$

В случае, если фактическая процентная ставка второго договора окажется выше, чем предельно допустимая ставка процента, исчисленная по формуле (11), условия первого кредитного соглашения для покупателя будут предпочтительнее. Аналогична логика суждения и по показателю «предельная стоимость товара», т. е. в ситуации, когда  $P_2 < P_2^*$ , покупатель выберет второе коммерческое соглашение, в противном случае – наоборот.

Значения  $i_2^*$  и  $P_2^*$  зависят от принятой ставки сравнения и сроков кредитования. Так, если  $n_1 = n_2 = n$ , то для расчетов предельных значений параметров ставка сравнения не нужна, а формулы расчета будут иметь следующий вид:

$$i_2^* = (1+i_1) \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}} - 1, \quad (13)$$

$$P_2^* = P_1 \left( \frac{1+i_1}{1+i_2} \right)^n. \quad (14)$$

## ТЕМА 10. ОБЛИГАЦИИ И ИХ ОЦЕНКА

### Вопросы:

1. Сущность и виды облигаций.
2. Основные характеристики облигаций.

### 1. Сущность и виды облигаций

Под *облигацией* (от лат. *obligatio* – обязательство) понимают эмиссионную долговую ценную бумагу, закрепляющую право ее владельца на получение от эмитента в предусмотренный срок номинальной стоимости или иного имущественного эквивалента. Доходом по облигации могут быть процент и (или) дисконт.

В свою очередь, *ценная бумага* – это документ установленной формы с перечнем обязательных реквизитов, удостоверяющий имущественные права, осуществление или передача которых возможны только при его предъявлении. С юридической точки зрения, ценная бумага может рассматриваться как титул имущественных прав, а также как движимое имущество, а с экономической – как форма капитала.

Для эмитента облигации служат дополнительным источником финансовых ресурсов. Они часто выпускаются для финансирования конкретных программ или объектов, доход по которым способен покрыть облигационные выплаты. Экономическая суть облигаций очень похожа на кредитование, но не требует оформления залога и упрощает процедуру перехода права требования к новому кредитору (т. е. возможность перепродажи на вторичном рынке).

Поскольку облигации предусматривают фиксированный период выплат стабильных процентов, то это позволяет инвестору точно прогнозировать финансовый результат от осуществления такого вида вложений. Как правило, эмитентами в обращение выпускаются средне- и долгосрочные облигации (со сроком до 30 лет), что наделяет такую форму инвестиций свойством стабильности. Альтернативой таким вложениям могут выступать инвестиции с плавающей доходностью в акции и банковские депозиты.

Сопоставление текущей доходности облигаций и процентов по альтернативным направлениям вложения капитала служит основой для формирования цен облигаций на вторичном рынке ценных бумаг.

Классификация облигаций приведена ниже.

1. По эмитентам облигации подразделяются на:

- государственные, эмитированные с целью покрытия бюджетного дефицита, и выплаты по которым обеспечиваются гарантиями правительства или местных органов власти;
- корпоративные, выпускаемые субъектами хозяйствования;
- муниципальные (еврооблигации), выпущенные в валюте, являющейся иностранной для эмитента, и размещаемые с помощью профессиональных участников рынка ценных бумаг среди зарубежных инвесторов, для которых данная валюта также является иностранной (приставка «евро» в настоящее время – дань традиции, поскольку первые еврооблигации появились в Европе, торговля ими осуществляется в основном там же).

2. По типу дохода облигации могут быть следующих видов:

- Дисконтные, которые реализуются со скидкой, т. е. по цене ниже номинала. Чем ближе дата погашения облигации, тем выше ее рыночная цена.

- С фиксированной процентной ставкой, доход по которым выплачивается по купонам с фиксированной процентной ставкой. Купон – отрезная часть облигаций определенного номинала или срока выплат, отделяемая от самой облигации при выплате процентов и погашаемая эмитентом. Информация о купонах указывается в проспекте эмиссии облигации. Для каждого из купонов эмитент указывает сумму купона и купонный срок (дата окончания купонного срока равна дате погашения).

- С плавающей процентной ставкой, т. е. с переменным купоном, размер которого привязывается к некоторым макроэкономическим показателям: к доходности государственных ценных бумаг, ставкам межбанковских кредитов (*LIBOR*, *EURIBOR*) и т. п.

*LIBOR* – лондонская межбанковская ставка предложения, т. е. средневзвешенная процентная ставка по межбанковским кредитам в разных валютах на срок от 1 дня до 12 месяцев, предоставляемым на лондонском межбанковском рынке. Ставка фиксируется Британской банковской ассоциацией.

*EURIBOR* – европейская межбанковская ставка предложения, т. е. средневзвешенная процентная ставка по межбанковским кредитам, предоставляемым в евро. Определяется при поддержке Европейской банковской федерации.

3. По способу выкупа облигации подразделяются на погашаемые:

- разовым платежом;
- распределенными во времени оговоренными долями номинала.

4. По сроку облигации могут быть:

- с фиксированной датой погашения;
- бессрочные, по которым эмитент не связывает себя конкретными сроками погашения, и которые могут быть выкуплены в любой момент.

5. По конвертируемости облигации подразделяются на:

- конвертируемые (в акции, другие облигации);
- неконвертируемые.

6. По методу выплаты дохода облигации классифицируются следующим образом:

- выплачиваются только проценты, так как срок выкупа не оговорен (по бессрочным облигациям);
- выплата процентов не предусматривается (облигации с нулевым купоном, т. е. дисконтные);
- проценты выплачиваются вместе с номиналом в конце срока;
- проценты выплачиваются периодически, а выкуп облигации производится в конце срока;
- выигрышные займы, по которым доход выплачивается отдельным держателям облигаций в виде выигрышей по итогам регулярно проводимых тиражей.

Инвестиции в ценные бумаги сопряжены с кредитным и рыночным риском.

Рыночный (процентный) риск связан с колебаниями рыночной цены облигаций и зависит от изменений процентной ставки на конкретном финансовом (межбанковском) рынке. Под кредитным риском, в свою очередь, понимают возможность отказа эмитента в выплате процентов и основного долга по облигации. Качество облигаций в отношении кредитного риска оценивается специальными агентствами, например, «Standart and Poor's» (Стэндарт анд пурс), «Moody's» (Мудис). Такая оценка называется «рейтингом» и упрощает процедуру выбора направлений вложения капитала инвестором.

## 2. Основные характеристики облигаций

К основным параметрам облигации относятся номинальная цена, выкупная цена, норма доходности, сроки выплаты процентов, курс.

*Номинальная цена* – это стоимость, определенная на самой ценной бумаге ее эмитентом.

Поскольку облигация является объектом купли-продажи на фондовом рынке, то она имеет также рыночную цену, которая может отличаться от номинала. Рыночные цены по облигациям могут существенно отличаться между собой (например, 100 и 500 долл. США), поэтому для достижения их сопоставимости рассчитывают курс.

Под курсом облигации понимают покупную цену одной облигации в расчете на 100 денежных единиц номинала. Он рассчитывается по следующей формуле:

$$K = \frac{P}{N} \cdot 100, \quad (1)$$

где  $P$  – рыночная цена облигации;  
 $N$  – номинал облигации.

Доход по облигации состоит из двух основных слагаемых:

- периодически получаемых по купонам процентов;
- разности между номиналом и ценой приобретения облигации.

Если облигация куплена по цене ниже номинала, то эта разность увеличивает совокупный доход инвестора, а в случае ее покупки с премией доход инвестора сокращается.

Норма доходности представляет собой относительную меру привлекательности облигации. Различают купонную, текущую и полную доходность.

*Купонная доходность* – процент, который указан на ценной бумаге и который эмитент обязуется заплатить по каждому купону. Платежи по купонам могут производиться раз в квартал, по полугодиям или раз в год.

*Текущая доходность* характеризует отношение поступлений по купонам к цене приобретения облигации. Этот параметр не учитывает второй источник дохода – выкупную цену в конце срока, что

ограничивает сферу его применения, так как на его основе можно утверждать, что доходность дисконтной облигации равна нулю, что на самом деле далеко не так. Текущая доходность определяется по формуле

$$i_{\text{ТЕКУЩ}} = \frac{N \cdot g}{P}, \quad (2)$$

где  $g$  – норма доходности по купонам.

*Полная доходность (ставка помещения)* учитывает оба источника дохода и позволяет судить об эффективности приобретенной ценной бумаги.

Порядок определения рыночной стоимости облигации и, как следствие, полной доходности зависит от метода выплаты дохода по ним:

1. При применении *бессрочных облигаций*, у которых выплаты по купонам выступают единственным источником дохода, их полная и текущая доходности равны (при ежегодных купонных выплатах). Если проценты по купонам выплачиваются несколько раз в году с кратностью  $p$ , то полная норма доходности определяется по следующей формуле:

$$i_{\text{ПОЛНАЯ}} = \left(1 + \frac{g}{p} \cdot \frac{100}{K}\right)^p - 1 = \left(1 + \frac{i_{\text{ТЕКУЩ}}}{p}\right)^p - 1. \quad (3)$$

2. При применении *дисконтных облигаций* ставка помещения определяется по формуле

$$i_{\text{ПОЛНАЯ}} = \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{K}{100}}} - 1, \quad (4)$$

где  $n$  – срок, оставшийся до выкупа облигации.

3. Если применяются *облигации с выплатой процентов и номинала в конце срока*, по которым отсутствует купонный доход (т. е. текущая доходность равна 0), то полная доходность определяется по следующей формуле:

$$i_{\text{ПОЛНАЯ}} = \frac{1+g}{\sqrt[n]{\frac{K}{100}}} - 1. \quad (5)$$

4. Если применяются *облигации с периодической выплатой процентов и погашением номинала в конце срока*, то покупатель в момент ее приобретения рассчитывает на получение дохода в виде серии твердых выплат в форме фиксированных процентов в течение всего срока ее обращения, а также на возмещение ее номинальной стоимости. Поэтому, если периодически получаемые по облигации выплаты будут реинвестированы (на банковский депозит, в акции и т. д.) и станут приносить дополнительный доход, то рыночная стоимость облигации будет равна сумме современной стоимости аннуитетов (периодических купонных выплат) и номинала:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{I_t}{(1+i)^t} + \frac{N}{(1+i)^n}, \quad (6)$$

где  $I_t$  – процентные выплаты по  $t$ -му купону.

В случае, если процентные доходы по купонам являются одинаковыми величинами, то рыночная стоимость облигации может быть определена следующим образом:

$$P = N \cdot g \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} + \frac{N}{(1+i)^n}. \quad (7)$$

Алгебраического решения полной нормы доходности по данному виду облигаций не существует, поэтому рекомендуется использовать метод приближенной оценки:

$$i_{\text{ПОЛНАЯ}} \approx \frac{g \cdot n + (N - P) : n}{(P + N) : 2} = \frac{g + \left(1 - \frac{K}{100}\right) : n}{\left(1 + \frac{K}{100}\right) : 2}. \quad (8)$$

Формулы (3)–(8) предполагают, что оценка производится на дату размещения облигации на первичном финансовом рынке или на дату выплаты процентов, которые за соответствующий период уже погашены.

5. При применении облигаций с выкупной ценой, отличающейся от номинала, ставка помещения определяется по формуле

$$i_{\text{полная}} \approx \frac{g \cdot N + (C - P) : n}{(C + P) : 2} = \frac{g + \left( \frac{C}{N} - \frac{K}{100} \right) : n}{\left( \frac{C}{N} + \frac{K}{100} \right) : 2}, \quad (9)$$

где  $C$  – выкупная стоимость облигации.

Доходность является ключевым, но не единственным показателем, обосновывающим выбор конкретной облигации. Любую финансовую сделку кроме эффективности характеризует и степень рискованности ее осуществления. Критерием оценки риска облигации выступает срок ее погашения. Чем он больше, тем выше риск инвестора. В свою очередь, облигации с нулевым купоном более рискованные, чем облигации с периодическими выплатами. Средний срок платежей по портфелю облигаций определяется с помощью формулы средней арифметической взвешенной, где в качестве весов выступают размеры выплат.

Для облигаций с ежегодной выплатой купонов и погашением номинала в конце срока средний интервал покрытия инвестиционных затрат определяется по следующей формуле:

$$T = \frac{g(n+1) : 2 + 1}{g+1 : n}. \quad (10)$$

Если купоны выплачиваются  $p$  раз в году, то средний срок портфеля облигаций определяют следующим образом:

$$T = \frac{g \left( n + \frac{1}{p} \right) : 2 + 1}{g+1 : n}. \quad (11)$$

## ТЕМА 11. АМОРТИЗАЦИОННАЯ ПОЛИТИКА

### Вопросы:

1. Долгосрочные активы и их виды.
2. Стоимостная оценка долгосрочных активов.
3. Способы и методы начисления амортизации.

## 1. Долгосрочные активы и их виды

Все имущество организации делится на две группы: долгосрочные и краткосрочные активы, при этом под долгосрочными активами понимают ту его часть, которая имеет длительный период функционирования. К ней относятся основные средства, нематериальные активы, незавершенные капитальные вложения.

Основные средства – это совокупность материально-вещественных ценностей стоимостью более 30 базовых величин и сроком службы более одного года. Однако сельскохозяйственные машины, рабочий и продуктивный скот, строительные инструменты и оборудование независимо от их стоимости признаются объектами основных средств. Вместе с тем орудия лова (неводы, сети), специальная одежда, обувь, предохранительные принадлежности, технологическая тара (контейнеры, поддоны для транспортировки отдельных деталей), временные нетитульные здания и сооружения и т. п. объектами основных средств не признаются.

Национальным статистическим комитетом Республики Беларусь устанавливается единый классификатор основных средств, согласно которому они подразделяются:

- *по натурально-вещественному составу* – здания и сооружения, передаточные устройства, машины и оборудование, транспортные средства, инструмент, многолетние насаждения и др.;

- *по функциональному назначению* – производственные (станки, здания цехов, транспортные средства и др.), непромышленные (объекты жилищно-коммунального хозяйства, бытового обслуживания и др.);

- *по степени использования* – находящиеся в эксплуатации, на консервации, в запасе, в аренде.

- *по принадлежности* – собственные (числятся на балансе организации), арендованные (принадлежат другой организации и временно эксплуатируются за определенную плату).

Помимо основных средств в состав внеоборотных активов входят нематериальные активы, под которыми понимают совокупность объектов промышленно-интеллектуальной собственности и иных имущественных прав. К нематериальным активам относят программное обеспечение, патенты, лицензии, ноу-хау, товарные знаки (франчайзинг), авторские права и др. *Ноу-хау* – комплекс технических знаний (опытные незарегистрированные

образцы изделий, чертежи, техническая документация и др.) и коммерческих секретов (базы данных поставщиков и покупателей, методы рекламы, данные об организации сбыта и др.). *Франчайзинг* – специальная комплексная лицензия на использование конкретного товарного знака.

## 2. Стоимостная оценка долгосрочных активов

Как основные средства, так и нематериальные активы оцениваются по первоначальной, остаточной и восстановительной стоимости.

Под *первоначальной стоимостью* понимают совокупность затрат, связанных с приобретением либо созданием конкретного объекта.

*Восстановительная стоимость* – это осовремененная первоначальная стоимость, характеризующая сумму затрат, которую необходимо было бы понести в текущий момент времени с целью приобретения или создания аналогичного объекта основных средств, возникшего в прошлом.

Восстановительная стоимость может быть определена по одному из двух методов:

1. Индексный, предполагающий умножение первоначальной стоимости на ежегодный коэффициент переоценки основных средств, доводимый Национальным статистическим комитетом Республики Беларусь.

2. По рыночным аналогам, при котором восстановительная стоимость приравнивается к стоимости объектов, вводимых в эксплуатацию в текущий момент времени.

Целесообразность пересчета первоначальной стоимости на современный момент времени кроется в необходимости обеспечения процесса обновления основных средств по мере износа.

*Остаточная стоимость* представляет собой разность между восстановительной (первоначальной) стоимостью объекта основных средств и суммой начисленного износа.

*Износ* – это денежное выражение потери основными средствами своих качеств. В случае утраты объектами своих технико-физических свойств оперируют понятием «физический износ», а при ускоренном развитии технологий имеют дело с моральным износом.

Одним из принципов организации финансов является самоокупаемость, означающая способность организации к получению таких доходов, которые позволили бы перекрыть понесенные затраты и обеспечить задел для расширенного производства. Объекты внеоборотных активов вследствие высокой стоимости не могут окупиться за один финансово-производственный цикл, что вынуждает осуществлять компенсацию таких затрат по частям.

Процесс перенесения частями стоимости основных средств (нематериальных активов) на готовую продукцию, производимую с их участием, по мере износа называется амортизацией. Амортизационные отчисления включаются в себестоимость продукции как элемент затрат и являются ценообразующим фактором, требующим стоимостного измерения.

### 3. Способы и методы начисления амортизации

В Республике Беларусь организациям разрешено по выбору применять три способа начисления амортизации:

- линейный;
- нелинейный;
- производительный.

Суть *линейного способа* заключается в равномерном начислении амортизации по годам в течение срока полезного использования объекта. Годовая величина амортизационных отчислений ( $AO$ ) при этом рассчитывается по следующей формуле:

$$AO = AC \cdot H_{AM}, \quad (1)$$

где  $AC$  – амортизационная стоимость объекта основных средств;  
 $H_{AM}$  – норма амортизации, под которой понимают относительную величину, отражающую процент годовой компенсации стоимости понесенных затрат, связанных с возникновением объекта.

*Нелинейный способ* подразумевает списание стоимости объекта основных средств неравномерно по годам в течение срока его службы. Так, в первые годы эксплуатации объекта окупается большая величина капитальных затрат, чем в последующие периоды.

Нелинейный способ основывается на двух методах начисления амортизации:

1. Метод суммы чисел лет, который заключается в определении годовой суммы амортизационных отчислений исходя из амортизируемой стоимости объектов основных средств и нематериальных активов ( $AC$ ) и отношения, в числителе которого – число лет, остающихся до конца срока полезного использования объекта ( $K$ ), а в знаменателе – сумма чисел лет срока полезного использования объекта ( $СЧЛ$ ):

$$AO = AC \frac{K}{СЧЛ}. \quad (2)$$

Сумма чисел лет срока полезного использования объекта определяется по следующей формуле:

$$СЧЛ = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (3)$$

где  $n$  – срок полезного использования объекта.

2. Метод уменьшаемого остатка, предполагающий применение нормы амортизации, исчисленной исходя из срока полезного использования объекта и коэффициента ускорения (от 1 до 2,5 раза). При этом в качестве амортизационной стоимости выступает недоамортизированная (остаточная) стоимость на начало отчетного периода. Сумма амортизационных отчислений при данном способе рассчитывается по формуле

$$AO = AC \cdot H_{AM}^{СКОРРЕКТ}. \quad (4)$$

Нелинейный способ не применяется при начислении амортизации на следующие объекты:

- здания, сооружения, за исключением антенн и взлетно-посадочных полос;
- машины, оборудование и транспортные средства с нормативным сроком службы до 3 лет, легковые автомобили (кроме эксплуатируемых в качестве служебных, относимых к специальным, а также используемых для услуг такси);

- оборудование гражданской авиации, срок полезного использования которого определяется исходя из временного ресурса;
- уникальное оборудование, предназначенное для использования в испытаниях, производстве опытных партий продукции;
- предметы интерьера, включая офисную мебель;
- предметы для отдыха, досуга и развлечений;
- фирменные наименования, товарные знаки.

*Производительный способ* начисления амортизации объекта основных средств или нематериальных активов заключается в начислении организацией амортизации исходя из амортизируемой стоимости объекта и отношения натуральных показателей объема продукции (работ, услуг), выпущенной (выполненных) в текущем периоде, к нормативному ресурсу объекта.

Амортизационные отчисления производительным способом рассчитываются в каждом отчетном периоде по следующей формуле:

$$AO = AC \frac{\Phi P}{HP}, \quad (5)$$

где  $\Phi P$  – фактический ресурс;  
 $HP$  – нормативный ресурс, означающий максимально возможный выпуск продукции на данном оборудовании.

Амортизационные отчисления независимо от выбранного способа начисляются ежемесячно и подлежат контролю в рамках образуемого в организациях амортизационного фонда.

Для облегчения расчета в MS Excel предусмотрены следующие встроенные функции:

1. АПЛ, по которой рассчитывается сумма амортизационных отчислений за один период линейным способом. Ее синтаксис заключается в следующем:

АПЛ(*нач\_стоимость*; *ост\_стоимость*; *время\_эксплуатации*),

где *нач\_стоимость* – первоначальная (восстановительная) стоимость имущества;

*ост\_стоимость* – недоамортизированная стоимость основных средств на дату списания основного средства с баланса организации;

*время\_эксплуатации* – число периодов начисления амортизационных отчислений.

2. АСЧ, предполагающая начисление амортизации методом суммы чисел лет. Синтаксис функции приведен ниже:

АСЧ(*нач\_стоимость;ост\_стоимость;время\_эксплуатации;период*),

где *период* – это интервал, для которого требуется вычислить сумму амортизационных отчислений.

3. ДДОБ, заключающаяся в расчете амортизационных отчислений методом уменьшаемого остатка. Данная функция имеет следующий синтаксис:

ДДОБ(*нач\_стоимость;ост\_стоимость;время\_эксплуатации;период;коэффициент*),

где *коэффициент* – коэффициент ускорения.

Использование различных способов и методов начисления амортизации позволяет организациям снижать налоговую нагрузку и получать дополнительный финансовый эффект.

Критерием оценки эффективности варьирования инструментарием амортизационной политики с позиции временного фактора является увеличение суммы финансовых ресурсов организации, которое складывается из налоговой экономии по платежам из прибыли и суммы текущих амортизационных отчислений.

Данные расчеты целесообразно проводить в форме таблицы 3, алгоритм заполнения которой представлен ниже.

Совокупная ставка по налогам и сборам из прибыли по организации ( $q$ ) рассчитывается в соответствии с действующим налоговым законодательством как отношение сумм начисленных налогов к налоговой базе.

Коэффициент дисконтирования ( $K_n$ ) рассчитывается по следующей формуле:

$$K_n = \frac{1}{(1+d)^n}, \quad (6)$$

где  $n$  – порядковый номер периода начисления амортизационных отчислений;

$d$  – ставка дисконтирования.

**Таблица 3 – Алгоритм расчета текущей стоимости увеличения финансовых ресурсов организации за счет начисления амортизационных отчислений**

Номер периода	Остаточная стоимость	Амортизационные отчисления	Налоговая экономия по платежам из прибыли	Увеличение финансовых ресурсов	Коэффициент дисконтирования	Текущая стоимость
1	2	3	4	5	6	7
Первый	Первоначальная стоимость	В соответствии с методикой расчета амортизации	Гр. 3 · $q$	Гр. 3 + гр. 4	$K_n$	Гр. 5 · гр. 6
Со второго по последний	Гр. 2 предыдущего периода – гр. 3 предыдущего периода	В соответствии с методикой расчета амортизации	Гр. 3 · $q$	Гр. 3 + гр. 4	$K_n$	Гр. 5 · гр. 6

## ТЕМА 12. ИЗМЕРЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

### Вопросы:

1. Инвестиции и их виды.
2. Основные оценочные показатели эффективности инвестиционной деятельности.
3. Моделирование инвестиционного процесса.

### 1. Инвестиции и их виды

*Инвестиции* – это вложение капитала в хозяйственную деятельность как за рубежом, так и внутри страны с целью получения дохода или достижения иного значимого результата.

Объектами инвестиционной деятельности являются недвижимое имущество, научно-технические разработки, имущественные права,

депозиты, ценные бумаги, права на интеллектуальную собственность и др.

Инвестиции классифицируются:

- *по характеру участия инвестора в инвестиционном процессе:*
  - прямые инвестиции, при которых инвестор является профессионально подготовленным специалистом, самостоятельно выбирающим объект инвестирования и оценивающим последствия финансовой сделки;
  - не прямые инвестиции, при которых владелец капитала полагается на выбор финансовых посредников (например, паевые фонды) относительно эффективного его размещения;
- *по срокам инвестирования:*
  - краткосрочные, размещаемые на срок до 1 года, например, в таких формах, как краткосрочные депозиты, государственные краткосрочные облигации, сберегательные сертификаты;
  - среднесрочные, размещаемые на срок от 1 до 3 лет в форме государственных долгосрочных облигаций, среднесрочных вкладов;
  - долгосрочные – это вложения на срок свыше 3 лет в форме акций и облигаций, участия в уставных фондах других организаций;
- *по форме собственности:*
  - государственные, осуществляемые органами государственной власти в части временно свободных денежных средств государственного бюджета, специальных бюджетных и внебюджетных фондов, заемных средств;
  - частные – вложения капитала, осуществляемые за счет собственных и заемных средств организаций и физических лиц;
- *по территориальной принадлежности:*
  - внутренние, осуществляемые на территории страны-резиденции;
  - внешние, т. е. размещаемые за рубежом;
- *по объекту вложения:*
  - реальные инвестиции – это вложение средств в основной капитал, нематериальные и оборотные активы (исходя из целей и назначения инвестиционных вложений реальные инвестиции делятся на вложения, направляемые на расширенное воспроизводство, улучшение качества выпускаемой продукции, защиту окружающей среды, решение социальных задач, техническое перевооружение и др.);

– финансовые (портфельные) инвестиции – это средства, вкладываемые в акции, облигации и другие ценные бумаги, выпускаемые как государственными органами, так и отдельными организациями.

Источниками финансирования инвестиций выступает:

1. *Собственный капитал*, включающий в себя:

- взносы учредителей (в форме нематериальных активов, денежных средств либо другого имущества);
- источники, получаемые от основной деятельности (амортизационные отчисления, прибыль, ассигнования из бюджета, предоставляемые на безвозвратной основе, целевое финансирование и др.).

2. *Средства финансового рынка*, представляющие собой кредиты банков, коммерческие кредиты других организаций, эмиссию (выпуск) ценных бумаг, бюджетные ссуды, сделки РЕПО и др.

Сделка РЕПО – соглашение о продаже и обратной покупке через определенный временной интервал ценных бумаг, т. е., по существу, это краткосрочные кредиты, обеспеченные надежными активами.

3. *Прочие средства*, к которым относятся средства лиц, участвующих в долевом строительстве, благотворительные взносы и т. п.

В Республики Беларусь создание инвестиционной привлекательности национальной экономики является приоритетной задачей. Поэтому необходимо выделить две формы государственного регулирования инвестиционной деятельности:

- *Прямое регулирование*, при котором принимаются государственные инвестиционные программы, финансируемые из государственного бюджета, предоставляются гарантии правительства по кредитам, привлекаемым для реализации инвестиционных проектов, проводится государственная экспертиза, инвесторам предоставляются в аренду государственные основные фонды и концессии (права на эксплуатацию природных богатств).

- *Косвенное регулирование*, которое осуществляется в виде льгот по налоговым и таможенным платежам, определения условий приватизации объектов государственной собственности, создания свободных экономических зон, проведения антимонопольных мероприятий, развития рынка ценных бумаг и др.

## 2. Основные оценочные показатели эффективности инвестиционной деятельности

Под эффективностью понимают сопоставление ожидаемого либо достигнутого результата (эффекта) с усилиями (затратами), затраченными (понесенными) для его достижения.

В экономике таким обобщающим показателем выступает рентабельность, которая в зависимости от целей анализа может иметь различные алгоритмы расчета. При оценке инвестиционных проектов применяется рентабельность инвестиций (индекс доходности).

Кроме того, оценочными характеристиками экономической привлекательности инвестиционного проекта выступают:

- чистая текущая стоимость (чистый приведенный доход);
- внутренняя норма доходности;
- срок окупаемости;
- индекс доходности.

В основу расчета указанных показателей положено два концептуальных подхода:

- *дисконтный*, при котором производится осовременивание денежных потоков и тем самым учитывается временной фактор;
- *бухгалтерский*, при котором распределенные во времени денежные доходы и расходы не дисконтируются.

В финансовых вычислениях применяется дисконтная концепция.

Раскрывая методические основы исчисления показателей, следует отметить, что под *чистой текущей стоимостью* понимают разность дисконтируемых показателей чистого дохода (положительные величины) и инвестиционных затрат (отрицательные величины). Чистая текущая стоимость – это обобщенный конечный результат инвестиционной деятельности в абсолютном измерении, который рассчитывается следующим образом:

$$ЧТС = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+i)^t} - \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}, \quad (1)$$

где  $D_t$  – доходы  $t$ -го периода инвестиционного проекта;

$Z_t$  – затраты  $t$ -го периода инвестиционного проекта;

$n$  – срок реализации инвестиционного проекта;

$i$  – ставка приведения.

Данная формула справедлива по отношению к денежным потокам постнумерандо.

Ставку приведения каждый инвестор определяет самостоятельно исходя из своего экономического суждения. Так, в одних случаях используется ставка процентов по депозиту, который может быть рассмотрен как альтернативный вариант размещения средств вместо реальных инвестиций, в других – уровень ссудного процента, доходность по ценным бумагам, минимальный требуемый доход, задаваемый самим инвестором, и т. д.

При выборе ставки приведения важным моментом является учет риска, который может проявляться в сокращении отдачи от инфляционного обесценивания денег, изменения конъюнктуры рынка и др.

Понятие текущей (современной) стоимости будущих доходов и расходов базируется на положении о том, что в начальный момент времени полученная в будущем сумма денег имеет меньшую стоимость, чем ее эквивалент, полученный сейчас. Поэтому доходы можно сопоставлять с расходами только в отношении одного периода времени, что требует предварительного проведения дисконтирования.

Для упрощения расчетов в Microsoft Excel предусмотрены две функции: ПС и ЧПС. Первая из них (ПС) используется при проведении финансового анализа в отношении денежных потоков равной величины, осуществляемых через одинаковые промежутки времени.

Функция ЧПС вычисляет чистую текущую стоимость периодических платежей переменной величины как сумму ожидаемых доходов и расходов, дисконтированных заданной нормой процента.

При анализе инвестиций данный показатель позволяет определить нижнюю границу прибыльности. Так, положительное значение чистой текущей стоимости характеризует превышение доходов по проекту над суммой осуществленных вложений, т. е. получение чистой прибыли. Синтаксис функции ЧПС приведен ниже:

ЧПС (ставка; значение1; значение2; ... значение29),

где *ставка* – ставка дисконтирования, приходящаяся на один период;

*значение1; значение2; ... значение29* – денежные потоки, производимые в конце каждого периода (количество периодов может варьироваться от 1 до 29).

Производя расчет чистой текущей стоимости, следует иметь в виду, что денежные потоки (*значение1; значение2; ... значение29*) рассматриваются на конец периода, т. е. если инвестиции осуществлены в начале первого периода, то они дисконтированию не подлежат. Однако при этом их следует дополнительно отнять от рассчитанной чистой текущей стоимости, но ни в коем случае не включать в состав денежных потоков (значений) функции ЧПС.

Относительной мерой привлекательности инвестиционного проекта является *внутренняя норма доходности*. Этот параметр характеризует такую расчетную процентную ставку (ставку приведения), которая при ее начислении на суммы инвестиций обеспечит поступление предусматриваемого чистого дохода, т. е. это ставка, уравнивающая инвестиции и доходы, распределенные во времени. Данный тезис математически может быть представлен следующим образом:

$$\sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{(1+i)^t}. \quad (2)$$

Расчет внутренней нормы доходности часто применяют в качестве первого шага анализа инвестиций, после которого отбирают лишь проекты, обеспечивающие заданный уровень доходности.

Возможно несколько вариантов определения данного показателя:

- Последовательный подбор ставки, обеспечивающей в результате дисконтирования чистую текущую стоимость, равную нулю.

- Применение метода Ньютона – Рафсона и метода секущей.

Определение такой ставки в Microsoft Excel опосредуется применением функции ВСД, в основу расчета которой положен обычный подбор параметра (итеративный метод).

Осуществление инвестиций признается целесообразным, если внутренняя норма доходности превышает сравниваемую рыночную

стоимость капитала (например, процентную ставку по кредиту). Если внутренняя норма доходности окажется ниже рыночной, то это означает, что ожидаемых доходов от проекта будет недостаточно для покрытия всех финансовых платежей инвестора.

Синтаксис функции ВСД заключается в следующем:

ВСД(*значения*; *предложение*),

где *значения* – это массив или ссылка на ячейки, содержащие числа, для которых требуется подсчитать внутреннюю ставку доходности, т. е. потоки платежей по инвестиционному проекту;

*предложение* – это предположительная величина внутренней нормы доходности, с которой начинается подбор настоящей ставки показателя «внутренняя норма доходности» (по умолчанию данный аргумент функции ВСД предполагается равным 0,1 (или 10%), изменять который целесообразно лишь в случае, если результат компьютерного подбора далек от ожидаемого или функция возвращает в качестве результата вычисления значение ошибки #ЧИСЛО!).

Аргумент функции ВСД *значения* в обязательном порядке в составе рассматриваемого массива ячеек должен содержать одно положительное и одно отрицательное значение. Кроме того, важным является соблюдение временной последовательности потоков платежей, в противном случае результаты будут неправильными.

Как отмечалось ранее, Microsoft Excel использует метод итераций для вычисления ВСД. Начиная со значения *предложение*, функция ВСД выполняет циклические вычисления, пока не получит результат с точностью 0,00001%. Если функция ВСД не может получить результат после 20 попыток, то выдается значение ошибки #ЧИСЛО!.

В некоторых случаях подобрать ставку приведения, обеспечивающую чистую текущую стоимость, равную нулю, невозможно. Поэтому в расчетах используют модифицированную ставку, которая основывается на раздельном дисконтировании положительных и отрицательных потоков платежей.

Это означает, что при дисконтировании используется две процентные ставки:

- ставка процента по привлечению средств (ставка финансирования, или ставка процентов по кредиту);

- ставка реинвестирования, т. е. величина потенциального дохода на вложенный капитал.

В среде Microsoft Excel для этих целей предусмотрена функция МВСД, синтаксис которой заключен в следующем:

МВСД (*значения*; *ставка\_финанс*; *ставка\_реинвест*),

где *значения* – массив или ссылка на ячейки, содержащие числовые величины; эти числа представляют ряд денежных выплат (отрицательные значения) и поступлений (положительные значения), происходящих в регулярные периоды времени;

*ставка\_финанс* – ставка процента по привлечению денежных средств;

*ставка\_реинвест* – ставка процента, получаемого на денежные потоки при их реинвестировании.

Дополнительным показателем оценки привлекательности инвестиционного проекта является срок окупаемости, который можно рассматривать как характеристику риска. Чем он больше, тем выше вероятность изменения условий для получения ожидаемого дохода. В общем виде срок окупаемости рассчитывается по формуле

$$\text{Срок} = \frac{\text{Объем инвестиций}}{\text{Среднегодовую современную величину дохода}} \cdot \quad (3)$$

В свою очередь, рентабельность инвестиций (индекс доходности) определяется по формуле

$$Re = \frac{\text{ЧТС}}{\text{Объем инвестиций}} \cdot 100. \quad (4)$$

### 3. Моделирование инвестиционного процесса

Основной задачей при разработке модели, с помощью которой планируется оценить эффективность инвестиционного проекта, является формирование ожидаемого потока платежей.

Первым шагом в этом направлении является разработка структуры потока во времени, а именно разбивка его на этапы, различающиеся своим содержанием и закономерностями в изменениях

доходов и затрат. При этом должны быть приняты во внимание как ожидаемые внешние условия (например, динамика цен на продукцию), так и производственные параметры (объемы деятельности, уровни затрат и др.).

Разбив срок реализации инвестиционного проекта на интервалы, можно выявить, что отдельные денежные потоки являются финансовыми рентами, которые математически можно представить следующим образом:

$$R = G - C - (G - C - D)T + S, \quad (5)$$

где  $G$  – ожидаемый доход за рассматриваемый период (выручка);

$C$  – текущие расходы за период;

$D$  – доходы, на которые распространяются налоговые льготы;

$T$  – ставка налога, выраженная в десятичных дробях;

$S$  – компенсации, сокращающие текущие затраты.

Вторым шагом моделирования инвестиционного процесса является расчет показателей привлекательности инвестиционного проекта.

На данном этапе возможны также следующие варианты оценки целесообразности осуществления инвестиционного проекта:

- сравнение показателя рентабельности инвестиций (например, со средним банковским процентом) с целью выбора наиболее выгодного вложения капитала;
- сравнение показателя рентабельности инвестиций с темпом инфляции с целью минимизации потерь денежных средств;
- сравнение разных проектов по объему требуемых инвестиций, чтобы выявить менее капиталоемкий вариант;
- сравнение разных проектов по сроку окупаемости с целью минимизации риска и др.

На заключительном этапе с целью минимизации погрешности вычисления рекомендуется применить сценарный подход, который заключается в разработке (помимо базисного) пессимистического и оптимистического вариантов протекания инвестиционного процесса, а также провести анализ отзывчивости (чувствительности) показателей на изменения условий инвестиционных проектов.

На практике возникают ситуации, при которых оценка инвестиционного проекта сопряжена с необходимостью определения первоначального объема инвестиций при заданном значении внутренней нормы доходности и потенциальных размерах дохода. Для решения такого типа задач в Microsoft Excel помимо встроенных функций используется аппарат *Подбор параметра*, который вызывается командой *СЕРВИС→Подбор параметра*.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Excel для экономистов и менеджеров. Экономические расчеты и оптимизационное моделирование в среде Excel / А. Дубинина [и др.]. – СПб. : Питер, 2004. – 295 с.
2. Автоматизированные информационные технологии в экономике / М. И. Семенов [и др.]; под ред. И. Т. Трубилина. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 416 с.
3. Автоматизированные системы обработки финансово-кредитной информации / В. С. Рожнов [и др.] ; под ред. В. С. Рожнова. – М. : Финансы и статистика, 1990. – 255 с.
4. Батракова, Л. Г. Финансовые расчеты в коммерческих сделках : учеб. пособие / Л. Г. Батракова. – М. : Логос, 1998. – 120 с.
5. Брусакова, И. А. Информационные системы и технологии в экономике : учеб. пособие / И. А. Брусакова, В. Д. Чертовской. – М. : Финансы и статистика, 2007. – 352 с.
6. Васькин, Ф. И. Таблично-автоматизированные формы бухгалтерского учета : учеб. пособие / Ф. И. Васькин, К. К. Пучинская. – М. : Агропромиздат, 1990. – 127 с.
7. Гагарина, Л. Г. Компьютерный практикум для менеджеров: информационные технологии и системы : учеб. пособие / Л. Г. Гагарина, Е. М. Портнов, И. С. Холод ; под ред. Л. Г. Гагариной. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 352 с.
8. Гарнаев, А. Ю. Excel, VBA, Internet в экономике и финансах / А. Ю. Гарнаев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 816 с.
9. Гарнаев, А. Ю. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах / А. Ю. Гарнаев. – СПб. : БХВ, 1999. – 336 с.
10. Гусева, О. Л. Практикум по Excel / О. Л. Гусева, Н. Н. Миронова. – М. : Финансы и статистика, 1997. – 160 с.
11. Инструкция о порядке начисления амортизации основных средств и нематериальных активов : утв. постановлением М-ва

экономики, М-ва финансов, М-ва архитектуры и строительства Респ. Беларусь от 27 февр. 2009 г. №37/18/6 // КонсультантПлюс: Беларусь. Технология 3000 [Электронный ресурс] / ООО «ЮрСпектр». – Минск, 2009.

12. Исаев, Г. Н. Информационные системы в экономике : учеб. пособие / Г. Н. Исаев. – М. : Омега-Л, 2005. – 462 с.

13. Капельян, С. Н. Основы коммерческих и финансовых расчетов / С. Н. Капельян, О. А. Левкович. – Минск : АПИ, 1999. – 224 с.

14. Карлберг, К. Бизнес-анализ с помощью Excel 2000 : [пер. с англ.] / К. Карлберг. – М. : Вильямс, 2000. – 480 с.

15. Карминский, А. М. Информатизация бизнеса / А. М. Карминский, П. В. Нестеров. – М. : Финансы и статистика, 1997. – 416 с.

16. Кикоть, И. И. Финансирование и кредитование инвестиций : учеб. пособие / И. И. Кикоть. – Минск : Выш. шк., 2003. – 255 с.

17. Кикоть, И. И. Финансовые вычисления : тексты лекций / И. И. Кикоть. – Гомель : ГКИ, 2000. – 43 с.

18. Кирлица, В. П. Финансовая математика: руководство к решению задач : учеб. пособие / В. П. Кирлица. – Минск : ТетраСистемс, 2005. – 192 с.

19. Кузнецов, Б. Т. Математические методы финансового анализа : учеб. пособие / Б. Т. Кузнецов. – М. : ЮНИТИ, 2006. – 159 с.

20. Лавренов, С. М. Excel : сб. примеров и задач / С. М. Лавренов. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 335 с.

21. Левит, Б. Ю. Диаграммы Excel в экономических моделях / Б. Ю. Левит. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 400 с.

22. Лукасевич, И. Я. Анализ финансовых операций: методы, модели, техника вычислений : учеб. пособие / И. Я. Лукасевич. – М. : Финансы : ЮНИТИ, 1998. – 400 с.

23. Мелкумов, Я. С. Теоретическое и практическое пособие по финансовым вычислениям / Я. С. Мелкумов. – М. : Инфра-М, 1996. – 336 с.

24. Мельников, П. П. Компьютерные технологии в экономике : учеб. пособие / П. П. Мельников. – М. : КноРус, 2009. – 224 с.

25. О бухгалтерском учете основных средств и нематериальных активов : утв. постановлением М-ва финансов Респ. Беларусь от 12 дек. 2001 г. № 118 // КонсультантПлюс: Беларусь. Технология 3000 [Электронный ресурс] / ООО «ЮрСпектр». – Минск, 2009.

26. Пикуза, В. Экономические и финансовые расчеты в Excel : самоучитель / В. Пикуза, А. Гаращенко. – СПб. : Питер, 2007. – 397 с.

27. Соколова, Г. Н. Информационные технологии экономического анализа. Теория и практика / Г. Н. Соколова. – М. : Экзамен, 2002. – 320 с.

28. Уокенбах, Д. Подробное руководство по созданию формул в Excel 2003 : [пер. с англ.] / Д. Уокенбах. – М. : Вильямс, 2005. – 640 с.

29. Черников, Б. В. Информационные технологии в вопросах и ответах : учеб. пособие / Б. В. Черников. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 320 с.

30. Четыркин, Е. М. Финансовая математика / Е. М. Четыркин. – М. : Дело, 2007. – 400 с.

31. Шаўлюкоў, А. П. Фінансавы менеджмент на прадпрыемстве : вуч. дапам. / А. П. Шаўлюкоў. – Гомель : ГКІ, 2001. – 562 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....	3
Тема 1. Простые проценты.....	5
Тема 2. Сложные проценты.....	14
Тема 3. Эквивалентность процентных ставок. Конверсия платежей...	20
Тема 4. Постоянные финансовые ренты.....	27
Тема 5. Переменные потоки платежей.....	37
Тема 6. Планирование погашения долгосрочной задолженности.....	41
Тема 7. Анализ кредитных операций.....	48
Тема 8. Страховые анцидеты.....	55
Тема 9. Анализ и сравнение коммерческих контрактов.....	63
Тема 10. Облигации и их оценка.....	69
Тема 11. Амортизационная политика.....	75
Тема 12. Измерение эффективности инвестиций.....	82
Список рекомендуемой литературы.....	91

**Дорошко Виталий Николаевич**

## **ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА**

**Пособие**

**для слушателей специальности переподготовки  
1-26 02 82 «Финансовый менеджмент»  
заочной формы обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку  
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного  
учебно-методического документа 30.01.18.

Рег. № 14Е.

<http://www.gstu.by>