

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Институт повышения квалификации и переподготовки

Кафедра «Разработка, эксплуатация нефтяных  
месторождений и транспорт нефти»

**М. Д. Иоффе**

**ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ  
В РАСЧЕТАХ ПО РАЗРАБОТКЕ,  
ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНЫХ  
И ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

**ПРАКТИКУМ**

**по выполнению лабораторных работ  
для слушателей специальности переподготовки  
1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация  
нефтяных и газовых месторождений»  
заочной формы обучения**

Гомель 2017

УДК 622.276(075.8)  
ББК 33.361-5-05я73  
И75

*Рекомендовано кафедрой «Разработка, эксплуатация нефтяных месторождений и транспорт нефти» ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 10 от 24.03.2017 г.)*

Рецензент: зав. отд. техники и технологии воздействия на пласт  
РУП «ПО «Белоруснефть» БелНИПИнефть *И. В. Лымарь*

**Иоффе, М. Д.**

И75 Применение ЭВМ в расчетах по разработке, эксплуатации нефтяных и газовых месторождений : практикум по выполнению лаборатор. работ для слушателей специальности переподготовки 1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений» заоч. формы обучения / М. Д. Иоффе. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2017. – 90 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Практикум по выполнению лабораторных работ освещает вопросы построения математических моделей применительно к задачам разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Изложены этапы построения эмпирических моделей по типу характеристик вытеснения, одномерных моделей фильтрации по типу модели Бакли-Левретта и трехмерных цифровых моделей месторождений с использованием программных продуктов Microsoft Excel, Mathcad и Schlumberger Eclipse.

Практикум содержит теоретическую и расчетные части для выполнения лабораторных работ по курсу «Применение ЭВМ в расчетах по разработке, эксплуатации нефтяных и газовых месторождений».

Для слушателей специальности 1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений».

УДК 622.276:004.38(075.8)  
ББК 33.361-5-05я73

© Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2017

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Разработка месторождений УВС в условиях ухудшения структуры запасов представляет собой комплексную задачу, решение которой не видится вне мультидисциплинарных подходов.

Развитие новых подходов в области воздействия на пласт приводит к необходимости их описания на количественном уровне. Решение поставленной задачи стало возможным благодаря развитию сложной вычислительной техники, используемой в разрезе геологического и гидродинамического моделирования.

Геолого-фильтрационные модели позволяют численно описывать сложные процессы, происходящие при разработке месторождений УВС применительно к конкретным геолого-техническим условиям. Тем не менее, эффективным остаётся принцип иерархичной соподчинённости моделей, а именно: от суррогатных моделей к полномасштабным цифровым моделям месторождений. По такому же принципу построено изложение материала: от создания простейших эмпирических моделей, одномерных моделей фильтрации до цифровых моделей месторождений.

Каждый раздел строится по общей схеме: постановка задачи, описание математической модели, реализация модели (включая выводы), индивидуальное задание (включая ответы для самопроверки и рекомендации к каждому варианту), тестовые задания, и представляется самостоятельным научным исследованием автора.

В частности, автором получены эквивалентные преобразования кривых обводнения, освещено преобразование кривых обводнения относительно нефтесодержания, рассмотрены методы уточнения оценок параметров регрессии, освещены вопросы нормализации и аппроксимации ОФП и др. вопросы, возникающие на разных этапах моделирования. Примеры и индивидуальные задания разделов основаны на промысловых данных реальных месторождений. В пособии отражён личный опыт автора, накопленный при создании моделей месторождений УВС Беларуси, России и Эквадора.

Выполнение работ, представленных в руководстве, позволит расширить и применить знания из области прикладной математики, разработки, подземной гидромеханики и физики пласта к конкретным практическим задачам. Именно в этом и состоит особенность дисциплины «Применение ЭВМ в расчётах по РЭН и ГМ», развивающейся на стыке наук.

# **1 Промыслово-статистические методы в оценке эффективности ГТМ**

## **1.1 Постановка задачи**

Цель работы – определить прирост добычи нефти от ГТМ по данным МЭР.

Задача работы – провести корреляционно-регрессионный анализ в программном пакете Microsoft Excel (далее Excel).

## **1.2 Описание математической модели**

Промыслово-статистические методы прогноза показателей разработки обладают большой оперативностью расчётов и требуют для их производства минимального количества исходной информации – большинство из них включено в ряд руководящих документов. Они базируются на эмпирических моделях – характеристиках вытеснения – кривых, выражающих зависимости между суммарными показателями по добыче нефти  $Q_n$ , воды  $Q_v$  и жидкости  $Q_{ж}$ . Задача оценки прироста в добыче нефти  $\Delta Q_n$  по кривым решается в несколько этапов:

- строится график кривой вытеснения по результатам добычи нефти за период, предшествующий проведению мероприятия;
- рассчитывается теоретическая кривая по фактическим точкам; устанавливается ожидаемая добыча из скважины по базовому варианту экстраполяцией теоретической кривой на период проведения мероприятия;
- рассчитывается прирост сопоставлением фактических результатов после проведения мероприятия с теоретическими данными по базовому варианту;
- проводится исследование теоретических кривых, рассчитанных по фактическим данным относительно мероприятия, с целью прогноза и анализа предельных показателей разработки.

Кривые вытеснения обладают значительной наглядностью. Мероприятие на них отражается характерным переломом в развитии. Так, отклонением кривой, характерной для периода, предшествующего ГТМ, от кривой, получаемой после его внедрения, определяется прирост графоаналитическим способом.

Расчёту теоретических кривых предшествует корреляционный анализ для оценки тесноты связи между признаками. Пусть парная регрессия задана как  $Q_H = f(Q_{ж})$ , тогда в ходе анализа рассчитываются средние значения накопленной добычи жидкости  $\overline{Q_{ж}}$  и нефти  $\overline{Q_H}$  по формулам (1.1) и (1.2), их дисперсии  $\sigma_{Q_{ж}}^2$  и  $\sigma_{Q_H}^2$  по формулам (1.3) и (1.4), среднеквадратические отклонения  $\sigma_{Q_{ж}}$  и  $\sigma_{Q_H}$ , коэффициент парной линейной корреляции Пирсона  $r_{Q_H Q_{ж}}$  по формуле (1.5):

$$\overline{Q_{ж}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{жi}, \text{ T}; \quad (1.1)$$

$$\overline{Q_H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{Hi}, \text{ T}; \quad (1.2)$$

$$\sigma_{Q_{ж}}^2 = \text{var}(Q_{ж}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Q_{жi} - \overline{Q_{ж}})^2, \text{ T}^2; \quad (1.3)$$

$$\sigma_{Q_H}^2 = \text{var}(Q_H) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - \overline{Q_H})^2, \text{ T}^2; \quad (1.4)$$

$$r_{Q_H Q_{ж}} = \frac{\text{cov}(Q_{ж}, Q_H)}{\sqrt{\text{var}(Q_{ж}) \text{var}(Q_H)}} = \frac{1}{(n-1) \sigma_{Q_{ж}} \sigma_{Q_H}} \sum_{i=1}^n (Q_{жi} - \overline{Q_{ж}})(Q_{Hi} - \overline{Q_H}), \quad (1.5)$$

где  $n$  – число значений динамического ряда.

По значению  $r_{Q_H Q_{ж}}$  оценивается теснота линейной связи между переменными на основании шкалы Чеддока, значения которой приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

### Шкала Чеддока

Теснота связи	$ r_{xy}  \in$
Слабая	[0,1; 0,3)
Умеренная	[0,3; 0,5)
Заметная	[0,5; 0,7)
Высокая	[0,7; 0,9)
Весьма высокая	[0,9; 1)

Производится выбор и обоснование типа кривой регрессии. Если регрессия относится к классу линейных или квазилинейных (нелинейных по объясняющим переменным), то приступают к оценке параметров регрессии МНК; в случае, если регрессия относится ко второму классу регрессий (нелинейных по оцениваемым параметрам), предварительно производят линеаризацию функции по оцениваемым параметрам. МНК основан на выполнении условия (1.6):

$$\sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - \hat{Q}_{Hi})^2 \rightarrow \min. \quad (1.6)$$

Обозначим выражение (1.6) символом  $S$ . Тогда в случае линейной регрессии вида (1.7) условие (1.6) будет эквивалентно системе линейных уравнений (1.8) относительно оценок параметров  $a$  и  $b$ .

$$\hat{Q}_H(a, b) = a + bQ_{жi}. \quad (1.7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial S(a, b)}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - a - bQ_{жi}) = 0 \\ \frac{\partial S(a, b)}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - a - bQ_{жi})Q_{жi} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad (1.8)$$

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n Q_{жi} = \sum_{i=1}^n Q_{Hi} \\ a \sum_{i=1}^n Q_{жi} + b \sum_{i=1}^n Q_{жi}^2 = \sum_{i=1}^n Q_{жi} Q_{Hi} \end{cases}$$

Очевидно также выполнение условий (1.9), (1.10) и (1.11):

$$\frac{\partial^2 S(a, b)}{\partial a^2} > 0, \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial^2 S(a, b)}{\partial b^2} > 0, \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial^2 S(a, b)}{\partial a^2} \cdot \frac{\partial^2 S(a, b)}{\partial b^2} - \left( \frac{\partial^2 S(a, b)}{\partial a \partial b} \right)^2 > 0. \quad (1.11)$$

В соответствии с правилом Крамера получим выражения (1.12) и (1.13) для параметров  $a$  и  $b$ :

$$a = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \text{ т,} \quad (1.12)$$

$$b = \frac{\Delta_2}{\Delta}. \quad (1.13)$$

где определители  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta$  определяются по формулам (1.14), (1.15), (1.16):

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n Q_{Hi} & \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \\ \sum_{i=1}^n Q_{Жi} Q_{Hi} & \sum_{i=1}^n Q_{Жi}^2 \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^n Q_{Hi} \sum_{i=1}^n Q_{Жi}^2 - \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \sum_{i=1}^n Q_{Жi} Q_{Hi}, \quad T^3, \quad (1.14)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} n & \sum_{i=1}^n Q_{Hi} \\ \sum_{i=1}^n Q_{Жi} & \sum_{i=1}^n Q_{Жi} Q_{Hi} \end{vmatrix} = n \sum_{i=1}^n Q_{Жi} Q_{Hi} - \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \sum_{i=1}^n Q_{Hi}, \quad T^2, \quad (1.15)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} n & \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \\ \sum_{i=1}^n Q_{Жi} & \sum_{i=1}^n Q_{Жi}^2 \end{vmatrix} = n \sum_{i=1}^n Q_{Жi}^2 - \left( \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \right)^2, \quad T^2. \quad (1.16)$$

Покажем, что определитель  $\Delta_2$  пропорционален значению  $\text{cov}(Q_{Ж}, Q_{H})$ . Для этого произведение линейных отклонений по фактору  $Q_{Жi} - \overline{Q_{Ж}}$  и признаку  $Q_{Hi} - \overline{Q_{H}}$  запишем с учётом формул (1.1) и (1.2), полученное равенство (1.17) просуммируем по  $i$ . После преобразований (1.17) примет вид (1.18).

$$(Q_{Жi} - \overline{Q_{Ж}})(Q_{Hi} - \overline{Q_{H}}) = \left( Q_{Жi} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \right) \left( Q_{Hi} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{Hi} \right), \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} (Q_{Жi} - \overline{Q_{Ж}})(Q_{Hi} - \overline{Q_{H}}) &= \\ Q_{Жi} Q_{Hi} - Q_{Жi} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{Hi} - Q_{Hi} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{Жi} + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \sum_{i=1}^n Q_{Hi}, & \\ \sum_{i=1}^n (Q_{Жi} - \overline{Q_{Ж}})(Q_{Hi} - \overline{Q_{H}}) &= \sum_{i=1}^n Q_{Жi} Q_{Hi} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{Жi} \sum_{i=1}^n Q_{Hi}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Покажем, что определитель  $\Delta$  пропорционален значению  $\text{var}(Q_{Ж})$ . Для этого линейное отклонение по фактору  $Q_{Жi} - \overline{Q_{Ж}}$  запишем с учётом формулы (1.1), полученное равенство (1.19) возведём в квадрат и просуммируем по  $i$ . После преобразований (1.19) примет вид (1.20).

$$Q_{жi} - \overline{Q_{ж}} = Q_{жi} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{жi}, \quad (1.19)$$

$$(Q_{жi} - \overline{Q_{ж}})^2 = Q_{жi}^2 - 2Q_{жi} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{жi} + \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1}^n Q_{жi} \right)^2,$$

$$\sum_{i=1}^n (Q_{жi} - \overline{Q_{ж}})^2 = \sum_{i=1}^n Q_{жi}^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n Q_{жi} \right)^2. \quad (1.20)$$

Таким образом, коэффициент регрессии  $b$  на основании выражений (1.13), (1.18) и (1.20) может быть представлен как отношение ковариации  $\text{cov}(Q_{ж}, Q_{н})$  к дисперсии  $\text{var}(Q_{ж})$ . Формула для его определения принимает компактный вид (1.21).

$$b = \frac{\text{cov}(Q_{ж}, Q_{н})}{\text{var}(Q_{ж})}. \quad (1.21)$$

Постоянная регрессии  $a$  также может быть определена делением первого уравнения системы (1.8) на объём выборки  $n$ . В результате на основе (1.1) и (1.2) имеем уравнение (1.22).

$$a = \overline{Q_{н}} - b\overline{Q_{ж}}, \text{ т.} \quad (1.22)$$

В случае нелинейной регрессии рассчитываются индекс детерминации  $B_{Q_{н}Q_{ж}}$ , его исправленное значение  $B_{Q_{н}Q_{ж}}^*$  и соответствующее ему значение индекса корреляции  $R_{Q_{н}Q_{ж}}$  по формулам (1.23), (1.24) и (1.26).

$$B_{Q_{н}Q_{ж}} = \frac{\text{var}(\widehat{Q_{н}})}{\text{var}(Q_{н})}. \quad (1.23)$$

$$B_{Q_{н}Q_{ж}}^* = 1 - \left(1 - B_{Q_{н}Q_{ж}}\right) \frac{n-1}{f_2}, \quad (1.24)$$

где  $f_2$  – число степеней свободы, определяемое по формуле (1.25):

$$f_2 = n - m - 1; \quad (1.25)$$

$m$  – число объясняющих переменных функции регрессии.

$$R_{Q_{н}Q_{ж}} = +\sqrt{B_{Q_{н}Q_{ж}}^*}. \quad (1.26)$$

Дисперсию  $\text{var}(\widehat{Q_{н}})$  принято называть «объяснённой»,  $\text{var}(Q_{н})$  – общей.

Определяются стандартные ошибки  $\sigma_{b_i}$  оценок параметров  $b_i$  регрессии из формулы (1.27).



$$\sigma_{b_i}^2 = \sigma_u^2 (\mathbf{\Lambda}^{-1})_{i,j}, \quad T^2 [1, \text{с. 115}], \quad (1.27)$$

где  $i = j = \overline{1, m+1}$ ;  $\sigma_u^2$  – «необъяснённая» или остаточная дисперсия.

$\sigma_u^2$  рассчитывается по формуле (1.28) как дисперсия остатков  $\hat{u}$ .

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{f_2} \sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2 = \frac{1}{f_2} \sum_{i=1}^n (Q_{\text{н}i} - \hat{Q}_{\text{н}i})^2, \quad T^2. \quad (1.28)$$

С учётом (1.16) для простой линейной регрессии имеем

$$\mathbf{\Lambda}^{-1} = \frac{1}{n \sum_{i=1}^n Q_{\text{ж}i}^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n Q_{\text{ж}i} \right)^2} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n Q_{\text{ж}i}^2 & - \sum_{i=1}^n Q_{\text{ж}i} \\ - \sum_{i=1}^n Q_{\text{ж}i} & n \end{pmatrix},$$

тогда согласно формулам (1.20), (1.27), (1.28) получим стандартные ошибки  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  оценок её параметров в виде (1.29) и (1.30).

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_u^2 (\mathbf{\Lambda}^{-1})_{1,1}} = \sigma_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{Q_{\text{ж}}}{(n-1) \text{var}(Q_{\text{ж}})}}, \quad T; \quad (1.29)$$

$$\sigma_b = \sqrt{\sigma_u^2 (\mathbf{\Lambda}^{-1})_{2,2}} = \frac{\sigma_u}{\sigma_{Q_{\text{ж}}} \sqrt{n-1}}. \quad (1.30)$$

Строятся доверительные интервалы (1.31) для параметров регрессии.

$$\begin{aligned} & [a - t_{f_2, \alpha} \sigma_a; a + t_{f_2, \alpha} \sigma_a], \\ & [b - t_{f_2, \alpha} \sigma_b; b + t_{f_2, \alpha} \sigma_b], \end{aligned} \quad (1.31)$$

где  $t_{f_2, \alpha}$  – квантиль распределения Стьюдента при доверительном уровне  $\alpha$ . Доверительный уровень определяет риск ошибки, т. е. вероятность того, что значения оценок параметров  $a$  и  $b$  выйдут за пределы значений доверительных границ. Как правило,  $\alpha$  принимается равным 0,05.

Доверительный интервал для коэффициента и индекса корреляции строится при помощи  $z$ -преобразования Фишера в виде (1.32).

$$[\tanh(z - \lambda_\alpha \sigma_z); \tanh(z + \lambda_\alpha \sigma_z)], \quad (1.32)$$

где  $\lambda_\alpha$  – квантиль стандартного нормального распределения при доверительном уровне  $\alpha$ ;  $z$  – случайная величина, определяемая по формуле (1.33);  $\sigma_z$  – стандартная ошибка  $z$ , определяемая по формуле (1.34).

$$z = 0,5 \ln \frac{1+r}{1-r}, \quad (1.33)$$

где  $r$  – коэффициент или индекс корреляции.

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}. \quad (1.34)$$

Доверительный интервал для истинного значения регрессии  $\tilde{Q}_{ni}$  в точке  $i$  строится в виде (1.35).

$$\left[ \hat{Q}_{ni} - t_{f_2, \alpha} \sigma_{\hat{Q}_{ni}}; \hat{Q}_{ni} + t_{f_2, \alpha} \sigma_{\hat{Q}_{ni}} \right], \quad (1.35)$$

где  $\sigma_{\hat{Q}_{ni}}$  – стандартное отклонение значения МНК-оценки функции регрессии.

$\sigma_{\hat{Q}_{ni}}$  определяется выражением (1.36) и сводится к (1.37) в случае простой (парной) линейной регрессии.

$$\sigma_{\hat{Q}_{ni}} = \sigma_u \sqrt{\mathbf{Q}_{ji} \Delta^{-1} (\mathbf{Q}_{j})_i^T}, \quad \text{т. [1, с. 185]}, \quad (1.36)$$

где  $\mathbf{Q}_{ji}$  –  $i$ -я вектор-строка матрицы значений объясняющих переменных  $Q_{jij}$  при  $j = 1, m+1$ .

$$\sigma_{\hat{Q}_{ni}} = \sigma_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(Q_{ji} - \bar{Q}_j)^2}{(n-1) \text{var}(Q_j)}}, \quad \text{т.} \quad (1.37)$$

Одноимённые доверительные границы для истинных значений регрессии  $\tilde{Q}_{ni}$  при всех значениях  $Q_{ji}$  ( $i = 1, n$ ) образуют доверительный «коридор», заключающий эмпирическую линию регрессии. Подобный подход может быть распространён и на прогностические значения  $Q_{ni}$  за тем исключением, что точность оценки по (1.35) будет рассчитываться исходя из стандартного отклонения ошибки прогноза  $\sigma_{ei}$ . Оценка дисперсии ошибки прогноза  $\sigma_{ei}^2$ , значения регрессии  $\sigma_{\hat{Q}_{ni}}^2$  в точке  $i$  и дисперсия остатков  $\sigma_u^2$  связаны тождеством (1.38).

$$\sigma_{ei}^2 = \sigma_{\hat{Q}_{ni}}^2 + \sigma_u^2, \quad \text{т.} \quad (1.38)$$

Производится оценка значимости коэффициента корреляции, детерминации и оценок параметров регрессии. Для этого формулируются нулевая  $H_0$  и альтернативная  $H_1$  ей гипотезы. Первая для соответствующих коэффициентов и оценок может быть записана в виде

$H_0 : \rho = 0$ , т. е. различие между выборочным и коэффициентом корреляции генеральной совокупности  $\rho = 0$  незначимо;

$H_0 : B_{Q_H Q_{ж(r)}} = 0$ , т. е. различие между выборочным и коэффициентом детерминации генеральной совокупности  $B_{Q_H Q_{ж(r)}} = 0$  незначимо;

$H_0 : b_i = \beta_i$ , т. е. различие между оценкой параметра регрессии, полученной по результатам выборки, и истинным значением параметра  $\beta_i = 0$  незначимо.

Если  $|t| > t_{f_2, \alpha}$  ( $F > F_{f_1=m; f_2; \alpha}$ ), то  $H_0$  на уровне значимости  $\alpha$  отвергается.  $t$ ,  $F$  определяются по формулам (1.39), (1.40).

$$t = \frac{r\sqrt{f_2}}{\sqrt{1-r^2}}, \quad t = \frac{b_i}{\sigma_{b_i}}. \quad (1.39)$$

$$F = \frac{B_{Q_H Q_{ж}}}{1 - B_{Q_H Q_{ж}}} \frac{f_2}{f_1}. \quad (1.40)$$

### 1.3 Реализация модели в Excel

Оценим прирост добычи нефти от НКО на 04.2012 г. по скважине 251 Речицкого месторождения по данным МЭР, представленным в таблице 1.2.

Таблица 1.2

**Динамика вытеснения по скважине 251  
Речицкого месторождения**

<i>i</i>	Год	Месяц	$Q_H$ , т	$Q_{ж}$ , т	Описание ГТМ	
1	2012	4	13 738	17 542	-	
2		3	13 613	17 406		
3		2	13 498	17 270		
4		1	13 388	17 146		
5	2011	12	13 268	17 009		
6		11	13 152	16 886		
7		9	13 141	16 875		
8		8	13 048	16 769		
9		7	12 899	16 620		
10		6	12 749	16 470		
11		5	12 555	16 276		
12		4	12 364	16 052		НКО
13	2010	3	12 199	15 863		-
14		2	12 135	15 782		
15		1	12 074	15 702		
16		12	11 993	15 593		
17		11	11 910	15 497		
18		10	11 833	15 404		
19		9	11 738	15 309		
20	8	11 585	15 134	Замена УШГН		

1.3.1 Зададим кривую обводнения по методу С.Н. Назарова и Н.В. Сипачёва в виде (1.41).

$$\frac{Q_{ж}}{Q_H} = a + bQ_B. \quad (1.41)$$

Линеаризуем функцию, произведя в (1.41) замену  $y = \frac{Q_{ж}}{Q_H}$ ,  
 $x = Q_B = Q_{ж} - Q_H$ .

Введём исходные данные и произведём их преобразование в Excel. Первой строкой сформируем головку таблицы. В диапазоне

ячеек A2:A20 зададим номера точек  $i = \overline{1,19}$ , B2:B20, C2:C20 – соответствующие им значения  $Q_{ni}$  и  $Q_{ji}$ . В ячейку D2 введём формулу «=C2/B2», E2 – «=C2-B2», определив тем самым новые переменные  $y_i, x_i$ . Осуществим их табулирование.

1.3.2 Корреляционно-регрессионный анализ проведём по данным до ГТМ, т. е. значениям при  $i = \overline{12,19}$ . Рассчитаем  $\bar{x}, \bar{y}, \text{var}(x), \text{var}(y), \sigma_x, \sigma_y, \text{cov}(x,y), r_{yx}$ , используя встроенные статистические функции «=СРЗНАЧ(Х)», «=СРЗНАЧ(У)», «=ДИСП(Х)», «=ДИСП(У)», «=СТАНДОТКЛОН(Х)», «=СТАНДОТКЛОН(У)», «=КОВАР(Х;У)\*P1/(P1-1)», «=КОРРЕЛ(У;Х)», где Y=D13:D20, X=E13:20. Формулы запишем в диапазоне P10:P17 соответственно. Столбец O при этом отведём под боковик таблицы.

Оценки параметров регрессии  $b$  и  $a$  с учётом (1.21), (1.22) определим по формулам «=P16/P12», «=P11-P18\*P10», которые запишем в ячейках P18:P19.

Вычислим значения регрессии  $\hat{y}$ . В ячейку F2 введём формулу «=\$P\$19+\$P\$18\*E2», произведём её табулирование. Значение факторной дисперсии  $\text{var}(\hat{y})$  рассчитаем в ячейке P20 как «=ДИСП(F13:F20)».

Коэффициент детерминации  $B_{yx}$ , его исправленное значение  $B_{yx}^*$  с учётом (1.23), (1.24) определим как «=P20/P13», «=1-(1-P21)\*(P1-1)/P4» в ячейках P21:P22, где значения ячеек P1 и P4 численно равны  $n$  и  $f_2$ .  $f_2$  рассчитаем как «=P1-P2-1», где P2 отвечает значению  $m$ .

Вычислим остатки  $\hat{u}$ . В ячейку G13 введём формулу «=D13-F13», произведём её табулирование. Стандартную ошибку остатков  $\sigma_u$  определим с учётом (1.28) как «=КОРЕНЬ(ДИСП(G13:G20)\*(P1-1)/P4)». Эквивалентные формы записи формулы (1.28): «=КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(D13:D20;F13:F20)/P4)» и «=КОРЕНЬ(СУММКВ(G13:G20)/P4)». Результат занесём в ячейку P23.

Вычислим стандартную ошибку  $\sigma_{\hat{y}}$  отдельного значения регрессии. В соответствии с (1.37) в ячейку H13 введём формулу «=\$P\$23\*КОРЕНЬ(1/\$P\$1+(E13-\$P\$10)^2/((P1-1)\*\$P\$12))», произведём её табулирование.

Вычислим стандартную ошибку прогноза в точке  $\sigma_e$ . Исходя из (1.38) в ячейку I2 введём формулу «=SP\$23\*КОРЕНЬ(1+1/SP\$1+(E2-SP\$10)^2/((SP\$1-1)\*SP\$12))», произведём её табулирование.

Вычислим стандартные ошибки оценок параметров регрессии  $\sigma_a$  и  $\sigma_b$ . С учётом (1.29), (1.30) получим «=P23\*КОРЕНЬ(1/P1+P10/(P12\*(P1-1)))» и «=P23/(P14\*КОРЕНЬ(P1-1))». Результаты занесём в ячейки P24:P25.

Доверительные границы для  $a$  и  $b$  с учётом (1.31) определим по формулам «=P19-P7\*P24», «=P19+P7\*P24» и «=P18-P7\*P25», «=P18+P7\*P25», где значение P7 соответствует значению  $t_{f_2, \alpha}$  при двусторонней критической области. Значение  $t_{f_2, \alpha}$  может быть определено с помощью функции «=СТЮДРАСПОБР(P5;P4)», где P5 и P4 равны  $\alpha$  и  $f_2$  соответственно. Результаты занесём в ячейки P26:Q26 и P27:Q27.  $t_{f_2, \alpha}$  при односторонней критической области рассчитывается в ячейке P8 по формуле «=СТЮДРАСПОБР(2\*P5;P4)».

Доверительные границы для  $r_{yx}$  с учётом (1.32) определим по формулам «=TANH(P30)», «=TANH(Q30)», где P30:Q30 – доверительные границы для  $z$ , рассчитываемые по формулам «=P28-НОРМСТОБР(1-P5/2)\*P29», «=P28+НОРМСТОБР(1-P5/2)\*P29». Здесь P28 – значение  $z$ , определяемое с учётом (1.33) как «=ФИШЕР(P17)», P29 – значение  $\sigma_z$ , определяемое с учётом (1.34) как «=1/КОРЕНЬ(P1-3)», НОРМСТОБР(1-P5/2) – функция, численно равная  $\lambda_\alpha$ , 1-P5/2 – доверительная вероятность.

Доверительные границы для  $\tilde{y}_{12}$  с учётом (1.35) определим по формулам «=F13-SP\$7\*H13» и «=F13+SP\$7\*H13», занесённым в ячейки J13 и K13 соответственно. Осуществим их табулирование.

Доверительные границы для прогноза значения  $y_1$  определим по формулам «=F2-SP\$7\*I2» и «=F2+SP\$7\*I2», занесённым в ячейки J2 и K2. Осуществим их табулирование.

Абсолютные значения  $t$ -критериев для  $r$ ,  $a$  и  $b$  ( $|t_r|, |t_a|, |t_b|$ ) с учётом (1.39) рассчитаем по формулам «=ABS(P17\*КОРЕНЬ(P4)/КОРЕНЬ(1-P17^2))», «=ABS(P19/P24)» и «=ABS(P18/P25)». Результаты занесём в ячейки P32:P34.

Значение  $F$ -критерия для  $B_{yx}$  с учётом (1.40) рассчитаем по формуле «=P21/(1-P21)\*P4/P3» в ячейке P35, где значение P3

численно равно  $f_1$ , т. е. P2. Критическое значение  $F_{f_1; f_2; \alpha}$  определим с помощью функции «=ФРАСПОБР(P5;P3;P4)».

Обратимся к исходным координатам. Рассчитаем  $\hat{Q}_{H1}$  в ячейке L2 по формуле «=C2/F2». Произведём её табулирование.

Доверительные границы для прогностической оценки  $Q_{H1}$  определим по формулам «=C2/J2» и «=C2/K2» в ячейках M2 и N2. Произведём их табулирование.

Значения  $Q_{Hi}$  при  $i = \overline{12,19}$  отвечают доверительным границам для  $\tilde{Q}_{Hi}$ .

Индекс корреляции  $r_{Q_H Q_{ж}}$  определим как «=КОРЕНЬ(1-СУММКВРАЗН(B13:B20;L13:L20)/ДИСП(B13:B20)\*(P1-1))» в ячейке P36.

Результаты расчётов представлены в таблице 1.3 и на рис. 1.1, 1.2.

Так как  $|t_r| > t_{f_2, \alpha}$ , то с доверительной вероятностью 95 % можно утверждать, что связь между переменными значима. Так как  $|t_a| > t_{f_2, 2\alpha}$  и  $|t_b| > t_{f_2, 2\alpha}$ , то  $a$  и  $b$  существенно больше (меньше) нуля.  $F > F_{f_1; f_2; \alpha}$ , следовательно, регрессия достаточно определена включёнными переменными.

1.3.2 По рабочей таблице 1.3 оценим прирост  $\Delta Q_H$  в виде интервала (1.42)

$$\begin{aligned} & [Q_{H1} - \tilde{Q}_{H1}^{\max}, Q_{H1} - \tilde{Q}_{H1}^{\min}] \\ \text{или} & \\ & Q_{H1} - \tilde{Q}_{H1} \pm \frac{\tilde{Q}_{H1}^{\max} - \tilde{Q}_{H1}^{\min}}{2} \end{aligned} \quad (1.42)$$

на 04.2012 г., который составит 147...242 т или  $195 \pm 47$  т.

Таблица 1.3

Рабочая таблица Excel для регрессии Назарова-Сипачёва

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	$i$	$Q_{Hi}, T$	$Q_{Жi}, T$	$y_i$	$x_i, T$	$\hat{y}_i$	$u_i$	$\sigma_{\hat{y}_i}$	$\sigma_{ei}$	$\tilde{y}_i^{\min}$	$\tilde{y}_i^{\max}$	$\hat{Q}_{Hi}, T$	$\tilde{Q}_{Hi}^{\max}, T$	$\tilde{Q}_{Hi}^{\min}, T$
2	1	13 738	17 542	1,276896	3 804	1,295251	–	–	0,002084	1,290152	1,300349	13 543	13 597	13 490
3	2	13 613	17 406	1,278631	3 793	1,295586	–	–	0,001999	1,290695	1,300477	13 435	13 486	13 384
4	3	13 498	17 270	1,279449	3 772	1,296226	–	–	0,001842	1,291718	1,300734	13 323	13 370	13 277
5	4	13 388	17 146	1,280699	3 758	1,296653	–	–	0,001742	1,292390	1,300917	13 223	13 267	13 180
6	5	13 268	17 009	1,281957	3 741	1,297172	–	–	0,001627	1,293191	1,301153	13 112	13 153	13 072
7	6	13 152	16 886	1,283911	3 734	1,297385	–	–	0,001582	1,293515	1,301255	13 015	13 054	12 977
8	7	13 141	16 875	1,284149	3 734	1,297385	–	–	0,001582	1,293515	1,301255	13 007	13 046	12 968
9	8	13 048	16 769	1,285178	3 721	1,297782	–	–	0,001502	1,294107	1,301456	12 921	12 958	12 885
10	9	12 899	16 620	1,288472	3 721	1,297782	–	–	0,001502	1,294107	1,301456	12 806	12 843	12 770
11	10	12 749	16 470	1,291866	3 721	1,297782	–	–	0,001502	1,294107	1,301456	12 691	12 727	12 655
12	11	12 555	16 276	1,296376	3 721	1,297782	–	–	0,001502	1,294107	1,301456	12 541	12 577	12 506
13	12	12 364	16 052	1,298285	3 688	1,298788	-0,000502	0,0007500	–	1,296953	1,300623	12 359	12 377	12 342
14	13	12 199	15 863	1,300352	3 664	1,299520	0,000833	0,0005692	–	1,298127	1,300913	12 207	12 220	12 194
15	14	12 135	15 782	1,300536	3 647	1,300038	0,000498	0,0004652	–	1,298900	1,301176	12 140	12 150	12 129
16	15	12 074	15 702	1,300480	3 628	1,300617	-0,000137	0,0003953	–	1,299650	1,301585	12 073	12 082	12 064
17	16	11 993	15 593	1,300175	3 600	1,301471	-0,001296	0,0004282	–	1,300424	1,302519	11 981	11 991	11 971
18	17	11 910	15 497	1,301175	3 587	1,301868	-0,000692	0,0004927	–	1,300662	1,303073	11 904	11 915	11 893
19	18	11 833	15 404	1,301783	3 571	1,302356	-0,000572	0,0005973	–	1,300894	1,303817	11 828	11 841	11 815
20	19	11 738	15 309	1,304226	3 571	1,302356	0,001870	0,0005973	–	1,300894	1,303817	11 755	11 768	11 742



Окончание табл. 1.3

	O	P	Q		O	P	Q
1	$n$	8		19	$a$	1,411	
2	$m$	1		20	$\text{var}(\hat{y})$	$1,812188 \cdot 10^{-6}$	
3	$f_1$	1		21	$B_{yx}$	0,6380445	
4	$f_2$	6		22	$B_{yx}^*$	0,5777186	
5	$\alpha$	0,05		23	$\sigma_u$	0,00110	
6	$i$	12...19		24	$\sigma_a$	0,000684	
7	$t_{f_2, \alpha}$	2,447		25	$\sigma_b, T^{-1}$	$9,38 \cdot 10^{-6}$	
8	$t_{f_2, 2\alpha}$	1,943		26	$a \in$	[1,410; 1,413]	
9	$F_{f_1; f_2; \alpha}$	5,987		27	$b, T^{-1} \in$	$[-5,344 \cdot 10^{-5}; -0,755 \cdot 10^{-5}]$	
10	$\bar{x}, T$	3 620		28	$z$	-1,09522	
11	$\bar{y}$	1,300877		29	$\sigma_z$	0,4472	
12	$\text{var}(x), T^2$	1 949		30	$z \in$	[-1,97175; -0,21870]	
13	$\text{var}(y)$	$2,840223 \cdot 10^{-6}$		31	$r_{yx} \in$	[-0,9620; -0,2153]	
14	$\sigma_x, T$	44,15		32	$ t_r $	3,25	
15	$\sigma_y$	0,001685296		33	$ t_a $	2 062,60	
16	$\text{cov}(x, y), T$	-0,05943		34	$ t_b $	3,25	
17	$r_{yx}$	-0,7988		35	$F$	10,58	
18	$b, T^{-1}$	$-3,049 \cdot 10^{-5}$		36	$R_{Q_H Q_K}$	0,9484	

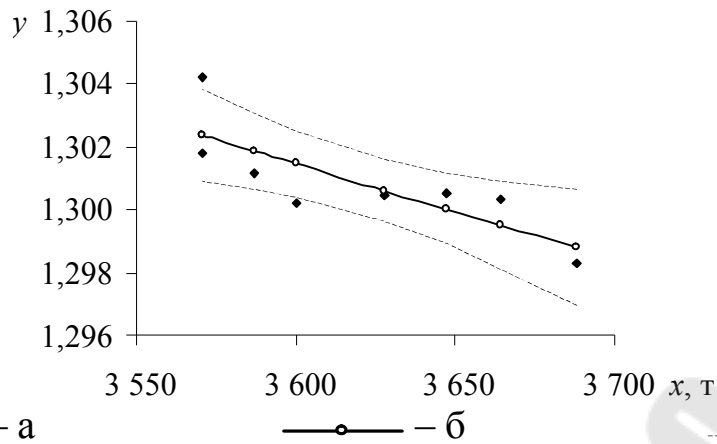


Рис. 1.1. Диаграмма рассеяния (а), регрессионная прямая (б) и её доверительные границы (в) в преобразованных координатах

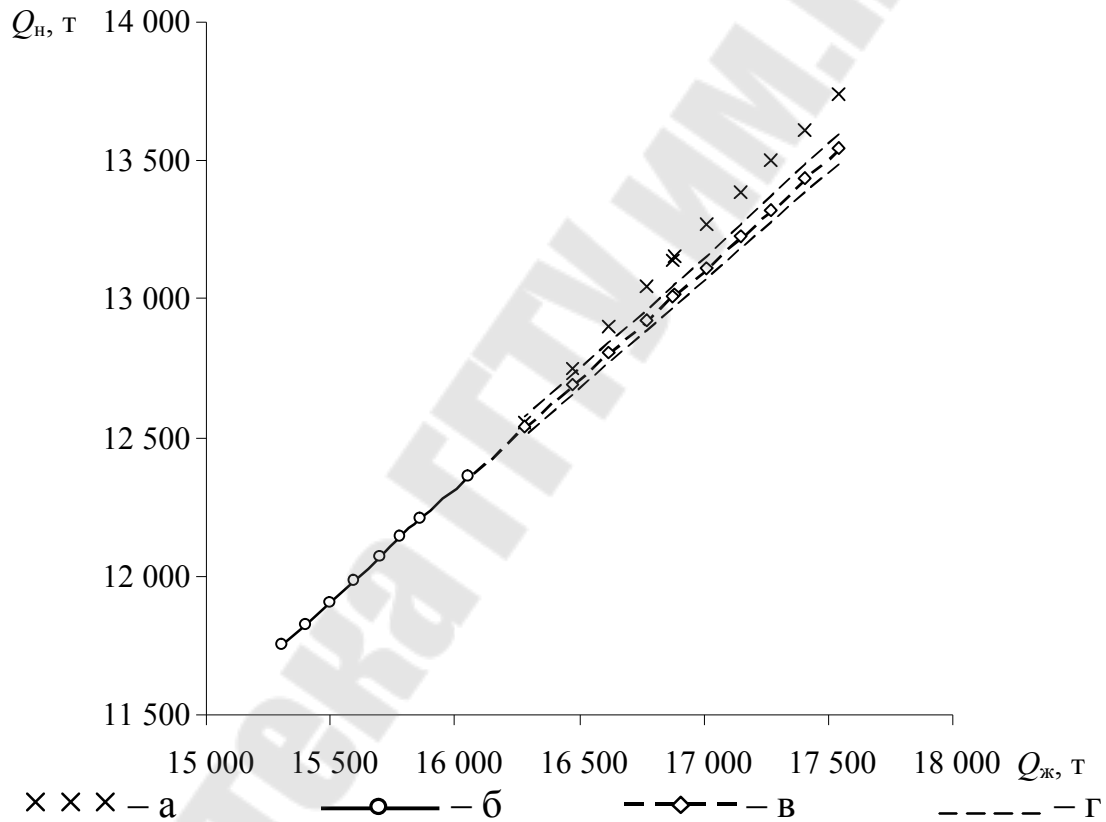


Рис. 1.2. Фактическая (а), теоретические относительно ГТМ кривые обводнения (б) и (в), доверительный «коридор» для прогностических значений (г) в исходных координатах

## 1.4 Индивидуальное задание

В программном пакете Excel произвести корреляционно-регрессионный анализ по данным таблицы 1.2 для регрессии, вид которой определен в таблице 1.4 в соответствии с номером варианта  $N$ . Анализ предусматривает формирование рабочей таблицы, построение характеристик в линеаризованных и исходных координатах.

### 1.4.1 Линеаризация переменных регрессии

Для линеаризации регрессии А.А. Казакова следует  $Q_H$  продифференцировать по  $Q_{ж}$ . Полученное выражение (1.43), отвечающее текущему нефтесодержанию  $f$ , необходимо прологарифмировать (1.44) и ввести замену, сводящую регрессию к линейному виду (1.45).

$$f = \frac{dQ_H}{dQ_{ж}} = \frac{d}{dQ_{ж}} \left( a + \frac{b}{Q_H^{-\lambda}} \right) = -\lambda b Q_{ж}^{-\lambda-1}, \quad (1.43)$$

где  $\lambda$  – показатель степени, являющийся функцией относительной вязкости  $\mu_0$ .

$$\ln f = \ln(-\lambda b) - (\lambda + 1) \ln Q_{ж}. \quad (1.44)$$

$$y = a' + b'x, \quad (1.45)$$

где  $y$ ,  $x$ ,  $a'$ ,  $b'$  определяются по формулам (1.46).

$$y = \ln f, \quad x = \ln Q_{ж}, \quad (1.46)$$

$$a' = \ln(-\lambda b), \quad b' = -\lambda - 1.$$

Для оценки  $f$  можно воспользоваться дискретизацией вида (1.47).

$$f_i \approx \frac{Q_{Hi} - Q_{Hi+1}}{Q_{жи} - Q_{жи+1}}. \quad (1.47)$$

Подобным способом приводятся к линейному виду (1.45) регрессии В.В. Стасенкова, Арпса, А.М. Шавалиева, для которых  $y$ ,  $x$ ,  $a'$ ,  $b'$  могут быть рассчитаны по формулам (1.48), (1.49) и (1.50) соответственно.

$$y = \ln f, \quad x = Q_{ж}, \quad (1.48)$$
$$a' = \ln bc, \quad b' = -c.$$

$$y = \frac{1}{f}, \quad x = Q_{ж}, \quad a' = \frac{1}{e^a}, \quad b' = b. \quad (1.49)$$

$$\begin{aligned} y &= \ln f, \quad x = Q_{\text{ж}}, \\ a' &= \ln abc, \quad b' = -c. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Очевидно, что регрессии В.В. Стасенкова и А.М. Шавалиева равнозначны.

В случае регрессий А.А. Казакова, В.В. Стасенкова и А.М. Шавалиева к МНК необходимо прибегнуть дважды. На первой итерации определяется показатель степени, на следующей – остальные параметры регрессии.

Для метода Ю.П. Борисова необходимо провести множественную регрессию. При этом под матрицей  $\Delta$  нужно понимать  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ . В матрице  $\mathbf{X}$  размерности  $n \times (m+1)$  записываются значения объясняющих переменных  $x_{ij}$  ( $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m+1}$ ), а фиктивная переменная  $x_{i1}$  при постоянной регрессии  $b_1$  принимается равной 1. Пример определения некоторых характеристик множественной регрессии приведён в таблице 1.5 для аналога метода Ю.П. Борисова вида (1.51).

$$\frac{Q_{\text{н}}}{Q_{\text{ж}}} = \frac{b(Q_{\text{ж}} - a)}{c - Q_{\text{ж}}}. \quad (1.51)$$

Регрессия (1.51) линеаризуется в виде (1.52).

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3, \quad (1.52)$$

где  $y, x_2, x_3$  определяются по формулам (1.53).

$$y = Q_{\text{н}}, \quad x_2 = Q_{\text{ж}}, \quad x_3 = \frac{Q_{\text{н}}}{Q_{\text{ж}}}. \quad (1.53)$$

$\Delta Q_{\text{н}}$  по методу составит 21,1...37,7 т или  $29,4 \pm 8,29$  т.

Для линеаризации связей можно воспользоваться таблицей 1.6.

Значения параметров регрессии, прироста добычи нефти и индекса корреляции по вариантам для самопроверки даны в таблице 1.7.

#### 1.4.2 Уточнение оценок параметров нелинейной регрессии

Как было показано выше, линеаризация связей даёт возможность применять МНК для нахождения оценок параметров регрессии. Но полученные оценки параметров исходных функций могут не обладать свойствами МНК-оценок. Разработаны способы уточнения этих оценок. Один из таких способов может быть реализован с помощью встроенной функции `genfit` программного пакета `Mathcad`. В основу функции `genfit` положен алгоритм

Левенберга-Марквардта, направленный на решение задач о наименьших квадратах.

При использовании численных методов решения основная сложность сводится к выбору начальных приближений, обеспечивающих сходимость алгоритма либо к локальному, либо глобальному минимуму. За начальные приближения функции  $\text{genfit}$  можно принять оценки параметров, полученных в результате линеаризации переменных и применения МНК. Поясним это на примере модифицированной регрессии Арпса вида (1.54).

$$Q_{\text{н}} = \frac{1}{b} \ln(c + b e^a Q_{\text{ж}}). \quad (1.54)$$

Регрессия (1.54) путём дифференцирования по переменной  $Q_{\text{ж}}$  сводится к виду (1.55). Линеаризация переменных и постоянных осуществляется при помощи замены (1.56). На этом этапе рассчитывается параметр  $b$ .

$$\frac{1}{f} = \frac{c}{e^a} + b Q_{\text{ж}}, \quad (1.55)$$

$$y' = \frac{1}{f}, \quad x' = Q_{\text{ж}}, \quad (1.56)$$

$$a' = \frac{c}{e^a}, \quad b' = b.$$

Потенцирование функции (1.54) позволяет свести её к виду (1.57). Линеаризация переменных и постоянных регрессии осуществляется при помощи замены (1.58). На этом этапе рассчитываются параметры  $a$  и  $c$ .

$$e^{b Q_{\text{н}}} = c + b e^a Q_{\text{ж}}, \quad (1.57)$$

$$y'' = e^{b Q_{\text{н}}}, \quad x'' = Q_{\text{ж}}, \quad (1.58)$$

$$a'' = c, \quad b'' = b e^a.$$

Таким образом,  $a$ ,  $b$  и  $c$  будут рассчитываться по формуле (1.59).

$$a = \ln \frac{b''}{b'}, \quad b = b', \quad c = a''. \quad (1.59)$$

Так как МНК в этом случае применяется дважды, то один и два штриха в обозначениях отвечают этапам применения метода.

Покажем, что полученные МНК оценки  $a$ ,  $b$  и  $c$ , равные 2,368,  $2,13 \cdot 10^{-4}$  и  $-22,6$ , при сравнительно высоком индексе корреляции 0,9722 не удовлетворяют условию (1.6).

Пусть  $\mathbf{Q}_H(Q_{ж}, \mathbf{b})$  – матрица, содержащая в качестве элементов исходную регрессию и её частные производные по параметрам (1.60).

$$\mathbf{Q}_H(Q_{ж}, \mathbf{b}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{b_2} \ln(b_3 + b_2 e^{b_1} Q_{ж}) \\ \frac{e^{b_1} Q_{ж}}{b_3 + b_2 e^{b_1} Q_{ж}} \\ \frac{e^{b_1} Q_{ж}}{b_2(b_3 + b_2 e^{b_1} Q_{ж})} - \frac{\ln(b_3 + b_2 e^{b_1} Q_{ж})}{(b_2)^2} \\ \frac{1}{b_2(b_3 + b_2 e^{b_1} Q_{ж})} \end{pmatrix}, \quad (1.60)$$

где  $\mathbf{b}^T = (b_1 \ b_2 \ b_3) = (a \ b \ c)$ .

Тогда условие (1.7) можно записать в виде (1.61).

$$\begin{cases} \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - Q_{H1}) Q_{H2} = 0 \\ \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - Q_{H1}) Q_{H3} = 0. \\ \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial c} = -2 \sum_{i=1}^n (Q_{Hi} - Q_{H1}) Q_{H4} = 0 \end{cases} \quad (1.61)$$

Так как  $S'_a \approx -726$ ,  $S'_b \approx -4511296$ ,  $S'_c \approx -31$ , то очевидно, что необходимое условие минимизации функции (1.61) не выполняется.

Уточним оценки параметров регрессии с помощью функции `genfit`. Аргументами функции будут служить переменные  $Q_{ж}$ ,  $Q_H$ ,  $\mathbf{b}_0$ ,  $\mathbf{Q}_H(Q_{ж}, \mathbf{b})$ , где  $\mathbf{b}_0$  – вектор начальных приближений оценок  $a$ ,  $b$  и  $c$ , принятый по результатам МНК.

Оценки параметров регрессии  $a$ ,  $b$  и  $c$ , рассчитанные с помощью функции `genfit`, равные 1,386,  $1,31 \cdot 10^{-4}$ ,  $-3,36$  соответственно, удовлетворяют условию (1.61).

Покажем также, что в найденной точке выполняется достаточное условие минимума функции  $S(a, b, c)$ . Для этого составим матрицу Гессе  $H$  (1.62).

$$H = \begin{pmatrix} S''_{aa} & S''_{ab} & S''_{ac} \\ S''_{ba} & S''_{bb} & S''_{bc} \\ S''_{ca} & S''_{cb} & S''_{cc} \end{pmatrix}. \quad (1.62)$$

Вторые и смешанные производные функции будут рассчитываться по формуле (1.63).

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \mathbf{b}_j \partial \mathbf{b}_k} = -2 \sum_{i=1}^n \left\{ (Q_{Hi} - Q_{H1}) \frac{\partial^2 Q_{H1}}{\partial \mathbf{b}_j \partial \mathbf{b}_k} - \frac{\partial Q_{H1}}{\partial \mathbf{b}_j} \frac{\partial Q_{H1}}{\partial \mathbf{b}_k} \right\}, \quad (1.63)$$

где  $j = \overline{1,3}$ ,  $k = \overline{1,3}$ ,

$$\frac{\partial^2 Q_H}{\partial^2 b} = \frac{2}{b^3} \ln(c + b e^a Q_{ж}) - \frac{e^a Q_{ж} (2c + 3b e^a Q_{ж})}{b^2 (c + b e^a Q_{ж})^2},$$

$$\frac{\partial^2 Q_H}{\partial^2 a} = \frac{c e^a Q_{ж}}{(c + b e^a Q_{ж})^2},$$

$$\frac{\partial^2 Q_H}{\partial^2 c} = -\frac{1}{b (c + b e^a Q_{ж})^2},$$

$$\frac{\partial^2 Q_H}{\partial a \partial b} = -\left( \frac{e^a Q_{ж}}{c + b e^a Q_{ж}} \right)^2,$$

$$\frac{\partial^2 Q_H}{\partial b \partial c} = -\frac{c + 2b e^a Q_{ж}}{b^2 (c + b e^a Q_{ж})^2},$$

$$\frac{\partial^2 Q_H}{\partial a \partial c} = -\frac{e^a Q_{ж}}{(c + b e^a Q_{ж})^2}, \quad \frac{\partial^2 Q_H}{\partial a \partial b} = \frac{\partial^2 Q_H}{\partial b \partial a}, \quad \frac{\partial^2 Q_H}{\partial b \partial c} = \frac{\partial^2 Q_H}{\partial c \partial b}, \quad \frac{\partial^2 Q_H}{\partial a \partial c} = \frac{\partial^2 Q_H}{\partial c \partial a}.$$

Так как в найденной точке все угловые миноры Гессиана положительны, то квадратичная форма положительно определённая по критерию Сильвестра, следовательно, в этой точке имеем минимум.

Итак, использование только МНК в оценке эффективности ГТМ с помощью модифицированной регрессии Арпса привело к завышению абсолютного прироста на 69,4 т. Для долгосрочного прогноза такой подход может приводить к существенным ошибкам.

### 1.4.3 Оценка предельных показателей разработки

Для оценки прогнозных показателей разработки необходимо преобразовать кривую обводнения относительно нефтесодержания  $f$  и, задаваясь последним (например, 0,02, что отвечает экономическому ограничению обводнённости 98 %), определить  $Q_H$ ,  $Q_B$ ,  $Q_{ж}$ .

Для примера определим долгосрочные показатели разработки для аналога метода Ю.П. Борисова. Для этого выражение (1.52) с учётом (1.53) необходимо продифференцировать по  $Q_H$  и решить

относительно  $Q_{\text{ж}}$ . Полученная формула (1.64) позволяет рассчитать  $Q_{\text{ж}}$  как функцию нефтесодержания  $f$ .

$$Q_{\text{ж}} = b_3 \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{b_1 + fb_3}{b_3(b_2 - f)}} \right). \quad (1.64)$$

По формулам (1.52) и (1.54)

$$Q_{\text{ж}}|_{f=0,02} \approx Q_{\text{ж}}|_{f=0} \approx 37066,0 \text{ т}, \quad Q_{\text{н}}|_{f=0,02} \approx Q_{\text{н}}|_{f=0} \approx 28737,6 \text{ т},$$

$$Q_{\text{в}}|_{f=0,02} \approx Q_{\text{в}}|_{f=0} \approx 8328,4 \text{ т}.$$

Таким образом, скважина на 04.2012 г. отобрала 48 % от удельных извлекаемых запасов на скважину. Полученное значение включает ряд допущений. Для сравнения потенциала обработок рекомендуется определять его приращение.

Для преобразования функции относительно нефтесодержания можно воспользоваться таблицей 1.8.

Некоторые методы не позволяют применить описанный подход либо дают неадекватные результаты, что связано с границами их применимости. Так вышло с методом Назарова-Сипачёва в связи со снижением ВНФ.

В работе [2] даны некоторые критерии применимости методов, основанных на характеристиках вытеснения:

1 ошибка аппроксимации  $\bar{A}$  на базовом интервале не должна превышать 20 %;  $\bar{A}$  рассчитывается по формуле (1.65):

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Q_{\text{н}i} - \bar{Q}_{\text{н}i}}{Q_{\text{н}i}} \right| \cdot 100\%; \quad (1.65)$$

2 рассчитанные значения вовлечённых в разработку извлекаемых запасов нефти на момент проведения ГТМ должны быть сопоставимы с числящимися на балансе и быть больше накопленной добычи нефти по скважине. При этом предполагаются удельные запасы нефти в пределах области дренирования скважины.

Несмотря на большую популярность характеристик вытеснения в оценке эффективности ГТМ, критерии их объективного выбора в зависимости от геолого-физических характеристик, стадии разработки, количества точек на кривой в предпрогнозный период и других факторов, к сожалению, не установлены.



Таблица 1.4

**Исходные данные к индивидуальному заданию**  
**[2, с. 74-76; 3, с. 56-121; 4, с. 150; 5]**

Номер варианта $N$	Вид регрессии	Название метода
1	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_B$	Аналог метода С.Н. Назарова, Н.В. Сипачёва
2	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_B$	Модифицированный метод С.Н. Назарова, Н.В. Сипачёва
3	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_H$	Метод Французского нефтяного института
4	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_H$	
5	$\frac{Q_{Ж}}{Q_H} = a + bQ_H$	Аналог метода Французского нефтяного института
6	$\frac{Q_{Ж}}{Q_H} = a + bQ_{Ж}$	Метод Н.В. Сипачёва, Е.В. Посевича
7	$\ln \frac{Q_H}{Q_{Ж}} = a + bQ_H$	Модифицированный метод Н.В. Сипачёва, Е.В. Посевича
8	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_{Ж}$	Метод Д.К. Гайсина, Э.М. Тимашёва
9	$Q_H = a - be^{-cQ_{Ж}}$	Метод В.В. Стасенкова
10	$\frac{Q_H}{Q_{Ж}} = a + bQ_H$	Метод Д.К. Гайсина
11	$Q_B = \beta \alpha^{Q_H}$	Метод М.И. Максимова
12	$Q_H = a + b \ln Q_{Ж}$	Метод Б.Ф. Сазонова
13	$Q_H = a + \frac{b}{\sqrt{Q_{Ж}}}$	Метод А.М. Пирвердяна
14	$Q_H \sqrt{Q_{Ж}} = a + b \sqrt{Q_{Ж}}$	Модифицированный метод А.М. Пирвердяна

Номер варианта $N$	Вид регрессии	Название метода
15	$Q_H = a + \frac{b}{Q_{Ж}}$	Метод Г.С. Камбарова
16	$Q_H Q_{Ж} = a + b Q_{Ж}$	Модифицированный метод Г.С. Камбарова
17	$Q_H = a + b Q_{Ж}$	Метод постоянного нефтесодержания
18	$Q_H = a + \frac{b}{Q_{Ж}^\lambda}$	Метод А.А. Казакова
19	$Q_H Q_{Ж}^\lambda = a + b Q_{Ж}^\lambda$	Модифицированный метод А.А. Казакова
20	$\ln Q_B = a + b \ln Q_H$	Метод Г.Л. Говоровой, З.К. Рябининой
21	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + b \ln Q_H$	Метод Б.Ф. Сазонова, Т.К. Маслянцева, В.Я. Булыгина
22	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + b \ln Q_B$	
23	$\ln Q_H = a + b \ln Q_{Ж}$	Метод Н.И. Абызбаева
24	$\ln \frac{Q_{Ж}}{Q_H} = a + b \ln Q_H$	Модифицированный метод Н.И. Абызбаева
25	$\ln \frac{Q_{Ж}}{Q_H} = a + b \ln Q_{Ж}$	
26	$Q_H = \frac{1}{b} \ln(c + b e^a Q_{Ж})$	Метод Арпса (J.J. Arps)
27	$\left(\frac{Q_{Ж}}{Q_H}\right)^2 = a + b Q_{Ж}^2$	Метод А.С. Захарова
28	$Q_H = a + b Q_{Ж} + c Q_{Ж}^2$	Метод Ткаченко
29	$\frac{Q_B}{Q_H} = \frac{b(Q_H - a)}{c - Q_H}$	Метод Ю.П. Борисова
30	$Q_H = a(1 - b e^{-c Q_{Ж}})$	Метод А.М. Шавалиева

Таблица 1.5

## Рабочая таблица Excel для регрессии Ю.П. Борисова

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	$i$	$\tilde{Q}_{Hi}^{\min}, \text{Т}$	$Q_{Жi}, \text{Т}$	$y_i, \text{Т}$	$x_{i1}$	$x_{i2}, \text{Т}$	$x_{i3}$	$\hat{y}_i, \text{Т}$	$u_i, \text{Т}$	$\sigma_{\hat{y}_i}, \text{Т}$	$\sigma_{ei}, \text{Т}$	$\tilde{Q}_{Hi}^{\min}, \text{Т}$	$\tilde{Q}_{Hi}^{\max}, \text{Т}$
2	1	13 738	17 542	13 738 <sup>3</sup>	1	17 542 <sup>4</sup>	0,78315 <sup>5</sup>	13 708,6 <sup>6</sup>	–	–	3,81 <sup>7</sup>	13 700,3 <sup>8</sup>	13 716,9 <sup>9</sup>
3	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
4	12	12 364	16 052	12 364	1	16 052	0,77025	12 363,5	0,5 <sup>10</sup>	0,15 <sup>11</sup>	–	12 363,2 <sup>12</sup>	12 363,9
5	13	12 199	15 863	12 199	1	15 863	0,76902	12 199,3	-0,3	0,11	–	12 199,0	12 199,5
6	14	12 135	15 782	12 135	1	15 782	0,76891	12 135,2	-0,2	0,06	–	12 135,1	12 135,4
7	15	12 074	15 702	12 074	1	15 702	0,76895	12 074,2	-0,2	0,04	–	12 074,1	12 074,2
8	16	11 993	15 593	11 993	1	15 593	0,76913	11 993,0	0,0	0,11	–	11 992,8	11 993,3
9	17	11 910	15 497	11 910	1	15 497	0,76854	11 910,1	-0,1	0,08	–	11 909,9	11 910,2
10	18	11 833	15 404	11 833	1	15 404	0,76818	11 833,0	0,0	0,10	–	11 832,7	11 833,2
11	19	11 738	15 309	11 738	1	15 309	0,76674	11 737,7	0,3	0,23	–	11 737,2	11 738,2

**Примечания**

1 Формула массива для диапазона ячеек вводится последовательным нажатием клавиш F2 и CTRL+SHIFT+ВВОД

2 Транспонирование и отыскание обратной матрицы  $\mathbf{M}$ , произведение матриц  $\mathbf{M}_1$ ,  $\mathbf{M}_2$  реализуется функциями ТРАНСП( $\mathbf{M}$ ), МОБР( $\mathbf{M}$ ), МУМНОЖ( $\mathbf{M}_1$ ;  $\mathbf{M}_2$ )

3 «=B2»

4 «=C2»

5 «=B2/C2»

6 «=\$O\$6\*E2+\$O\$7\*F2+\$O\$8\*G2»

7 «=КОРЕНЬ(\$O\$9\*(1+МУМНОЖ(МУМНОЖ(E2:G2;МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(\$E\$4:\$G\$11);\$E\$4:\$G\$11))); ТРАНСП(E2:G2))))»

8 «=H2-\$O\$14\*K2»

9 «=H2+\$O\$14\*K2»

10 «=D4-H4»

11 «=\$O\$9\*МУМНОЖ(МУМНОЖ(E4:G4;МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(\$E\$4:\$G\$11);\$E\$4:\$G\$11))); ТРАНСП(E4:G4))»

12 «=H4-\$O\$14\*J4»

13 «=H4+\$O\$14\*J4»

Окончание табл. 1.5

	N	O	P	Q
1	$n$	8		
2	$m$	2		
3	$f_1$	2		
4	$f_2$	5		
6	$\alpha$	0,05		
5	$j$	1...(m+1)		
7	$t_{f_2, \alpha}$	2,179 <sup>14</sup>		
8	$b_{1, T}$	11818,6 <sup>15</sup>		
9	$b_2$	-0,769769		
10	$b_{3, T}$	15353,2		
11	$\sigma_u, T$	0,294 <sup>16</sup>		
12	$\sigma_{1j}$	171,681 <sup>17</sup>	0,378756	#ЧИСЛО!
13	$\sigma_{2j}$	0,378756	0,000965	#ЧИСЛО!
14	$\sigma_{3j}$	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	240,549
15	$ t_{b_0} $	68,84 <sup>18</sup>		
16	$ t_{b_1} $	797,55 <sup>19</sup>		
17	$ t_{b_2} $	63,83 <sup>20</sup>		
18	$R_{Q_H Q_J}$	0,999964 <sup>21</sup>		

**Примечания**

14 «=СТЬЮДРАСПОБР(О5;12)»

15 «=МУМНОЖ(МУМНОЖ(МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(Е4:G11);Е4:G11));ТРАНСП(Е4:G11));D4:D11)»

16 «=КОРЕНЬ(ДИСП(I4:I11)\*(O1-1)/O4)»

17 «=\$O\$11\*КОРЕНЬ(МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(Е4:G11);Е4:G11)))»

18 «=ABS(O8/O12)»

19 «=ABS(O9/P13)»

20 «=ABS(O10/Q14)»

21 «=КОРЕНЬ(1-СУММКВРАЗН(D4:D11;H4:H11)/ДИСП(D4:D11)\*(P1-1))»

Таблица 1.6

## Эквивалентные преобразования функций

$N$	Аналитическое выражение функции	Линейная замена	Связи между параметрами	
1	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_B$	$y = \frac{Q_B}{Q_H}, x = Q_B$	—	
2	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_B$	$y = \ln \frac{Q_B}{Q_H}, x = Q_B$		
3	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_H$	$y = \frac{Q_B}{Q_H}, x = Q_H$		
4	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_H$	$y = \ln \frac{Q_B}{Q_H}, x = Q_H$		
5	$\frac{Q_{Ж}}{Q_H} = a + bQ_H$	$y = \frac{Q_{Ж}}{Q_H}, x = Q_H$		
6	$\frac{Q_{Ж}}{Q_H} = a + bQ_{Ж}$	$y = \frac{Q_{Ж}}{Q_H}, x = Q_{Ж}$		
7	$\ln \frac{Q_H}{Q_{Ж}} = a + bQ_H$	$y = \ln \frac{Q_H}{Q_{Ж}}, x = Q_H$		
8	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_{Ж}$	$y = \frac{Q_B}{Q_H}, x = Q_{Ж}$		
9	$Q_H = a - be^{-cQ_{Ж}}$	$y^{(1)} = \ln f, x^{(1)} = Q_{Ж}$		$c = -b^{(1)}$
		$y^{(2)} = Q_H, x^{(2)} = e^{b^{(1)}Q_{Ж}}$		$a = a^{(2)} \quad b = -b^{(2)}$
10	$\frac{Q_H}{Q_{Ж}} = a + bQ_H$	$y = \frac{Q_H}{Q_{Ж}}, x = Q_H$		—
11	$Q_B = \beta\alpha^{Q_H}$	$y = \ln(Q_{Ж} - Q_H), x = Q_H$		$\alpha = e^b \quad \beta = e^a$
12	$Q_H = a + b \ln Q_{Ж}$	$y = Q_H, x = \ln Q_{Ж}$		—
13	$Q_H = a + \frac{b}{\sqrt{Q_{Ж}}}$	$y = Q_H, x = \frac{1}{\sqrt{Q_{Ж}}}$		
14	$Q_H \sqrt{Q_{Ж}} = a + b\sqrt{Q_{Ж}}$	$y = Q_H \sqrt{Q_{Ж}}, x = \sqrt{Q_{Ж}}$		

Продолжение табл. 1.6

15	$Q_H = a + \frac{b}{Q_{\text{ж}}}$	$y = Q_H, x = \frac{1}{Q_{\text{ж}}}$	-	
16	$Q_H Q_{\text{ж}} = a + b Q_{\text{ж}}$	$y = Q_H Q_{\text{ж}}, x = Q_{\text{ж}}$		
17	$Q_H = a + b Q_{\text{ж}}$	$y = Q_H, x = Q_{\text{ж}}$		
18	$Q_H = a + \frac{b}{Q_{\text{ж}}^\lambda}$	$y^{(1)} = f, x^{(1)} = Q_{\text{ж}}$	$\lambda = -(1 + b^{(1)})$	
		$y^{(2)} = Q_H, x^{(2)} = Q_{\text{ж}}^{1+b^{(1)}}$	$a = a^{(2)}$	$b = -b^{(2)}$
19	$Q_H Q_{\text{ж}}^\lambda = a + b Q_{\text{ж}}^\lambda$	$y^{(1)} = f, x^{(1)} = Q_{\text{ж}}$	$\lambda = -(1 + b^{(1)})$	
		$y^{(2)} = Q_H Q_{\text{ж}}^{-(1+b^{(1)})},$ $x^{(2)} = Q_{\text{ж}}^{-(1+b^{(1)})}$	$a = a^{(2)}$	$b = -b^{(2)}$
20	$\ln Q_B = a + b \ln Q_H$	$y = \ln(Q_{\text{ж}} - Q_H),$ $x = \ln Q_H$	-	
21	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + b \ln Q_H$	$y = \ln\left(\frac{Q_{\text{ж}} - Q_H}{Q_H}\right),$ $x = \ln Q_H$		
22	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + b \ln Q_B$	$y = \ln\left(\frac{Q_{\text{ж}} - Q_H}{Q_H}\right),$ $x = \ln(Q_{\text{ж}} - Q_H)$		
23	$\ln Q_H = a + b \ln Q_{\text{ж}}$	$y = \ln Q_H, y = \ln Q_{\text{ж}}$		
24	$\ln \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} = a + b \ln Q_H$	$y = \ln \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H}, x = \ln Q_H$		
25	$\ln \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} = a + b \ln Q_{\text{ж}}$	$y = \ln \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H}, x = \ln Q_{\text{ж}}$		
26	$Q_H = \frac{1}{b} \ln(c + b e^a Q_{\text{ж}})$	$y^{(1)} = \frac{1}{f}, x^{(1)} = Q_{\text{ж}}$		
		$y^{(2)} = e^{b^{(1)} Q_H}, x^{(2)} = Q_{\text{ж}}$	$a = \ln \frac{b^{(2)}}{b^{(1)}}$	$c = a^{(2)}$
27	$\left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H}\right)^2 = a + b Q_{\text{ж}}^2$	$y = \left(\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H}\right)^2, x = Q_{\text{ж}}^2$	-	

Окончание табл. 1.6

28	$Q_H = a + bQ_{ж} + cQ_{ж}^2$	$y = Q_H, x_2 = Q_{ж}$ $x_3 = Q_{ж}^2$	$a = b_1$	$b = b_2$
			$c = b_3$	
29	$\frac{Q_B}{Q_H} = \frac{b(Q_H - a)}{c - Q_H}$	$y = Q_{ж} - Q_H,$ $x_2 = \frac{Q_{ж} - Q_H}{Q_H}, x_3 = Q_H$	$a = -\frac{b_1}{b_3}$	$b = -b_3$
			$c = b_2$	
30	$Q_H = a(1 - be^{-cQ_{ж}})$	$y^{(1)} = \ln f, x^{(1)} = Q_{ж}$	$c = -b^{(1)}$	
		$y^{(2)} = Q_H, x^{(2)} = e^{b^{(1)}Q_{ж}}$	$a = a^{(2)}$	$b = -\frac{b^{(2)}}{a^{(2)}}$
<p><b>Примечания</b>            1 верхний индекс, взятый в скобки, отвечает порядку применения МНК            2 <math>b</math> с нижним индексом отвечает соответствующему параметру регрессии вида (1.52)</p>				

Таблица 1.7

**Распределение эффективности ГТМ по кривым обводнения**

Номер варианта $N$	Значение параметра по МНК			$\Delta Q_H$	$R_{Q_H Q_{ж}}$
	$a$	$b$	$c$		
1	0,4112	-3,05E-05	–	195	0,948394
2	-0,8344	-1,01E-04	–	195	0,948426
3	0,3902	-7,42E-06	–	121	0,973354
4	-0,9046	-2,46E-05	–	123	0,973458
5	1,3902	-7,42E-06	–	121	0,973354
6	1,3950	-6,01E-06	–	134	0,969378
7	-0,3317	5,70E-06	–	121	0,973379
8	0,3950	-6,01E-06	–	134	0,969378
9	16396	84808	1,90E-04	388	0,971080
10	0,7160	4,38E-06	–	122	0,973402
11	1,0001	1793	–	195	0,956472
12	-112723	12917	–	232	0,972920
13	37881	-3233585	–	272	0,973421
14	-3233548	37880	–	272	0,973421
15	24964	-202358141	–	310	0,973290
16	-202375316	24965	–	310	0,973290
17	-870	0,8243	–	148	0,970007
18	-872	0,8258	-0,9998	148	0,970008
19	0,8261	-877	-0,9998	147	0,970005
20	1,5912	0,7028	–	169	0,955181

Окончание табл. 1.7

Номер варианта $N$	Значение параметра по МНК			$\Delta Q_H$	$R_{Q_H Q_{\text{ж}}}$
	$a$	$b$	$c$		
21	1,5912	-0,2972	–	131	0,973797
22	1,8095	-0,3674	–	196	0,948509
23	-0,9636	1,0725	–	141	0,969694
24	0,9093	-0,0688	–	129	0,973719
25	0,9636	-0,0725	–	141	0,969694
26	2,3676	2,13E-04	-22,6	353	0,972159
27	1,8144	-4,99E-10	–	127	0,969056
28	-10965	2,1130	-4,11E-05	289	0,973244
29	11754	-0,2989	11755	44	0,998429
30	16396	5,1724	1,90E-04	388	0,971080

Таблица 1.8

**Преобразование функции относительно нефтесодержания**

Номер варианта $N$	Аналитическое выражение функции	Преобразование функции относительно нефтесодержания
1	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_B$	$Q_H = \frac{1}{b} \left( 1 - \sqrt{\frac{af}{1-f}} \right)$
2	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_B$	$Q_B = -\frac{1}{b} \left( 1 + W \left( -\frac{e^{a-1} f}{1-f} \right) \right)$ , $Q_H = \frac{Q_B}{e^{a+bQ_B}}$
3	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_H$	$Q_H = \frac{1 - (a+1)f}{2bf}$
4	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_H$	$Q_H = -\frac{1}{b} \left( 1 - W \left( \frac{1-f}{e^{a-1} f} \right) \right)$
5	$\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} = a + bQ_H$	$Q_H = \frac{1-af}{2bf}$
6	$\frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} = a + bQ_{\text{ж}}$	$Q_{\text{ж}} = \frac{1}{b} \left( \sqrt{\frac{a}{f}} - a \right)$ , $Q_H = \frac{Q_{\text{ж}}}{a + bQ_{\text{ж}}}$
7	$\ln \frac{Q_H}{Q_{\text{ж}}} = a + bQ_H$	$Q_H = -\frac{1}{b} \left( 1 + W \left( -\frac{e^{a-1}}{f} \right) \right)$



Продолжение табл. 1.8

Номер варианта $N$	Аналитическое выражение функции	Преобразование функции относительно нефтесодержания
8	$\frac{Q_B}{Q_H} = a + bQ_{\text{ж}}$	$Q_{\text{ж}} = -\frac{1}{b} \left( 1 - \sqrt{\frac{1+ab}{f}} \right), Q_H = \frac{Q_{\text{ж}} - a}{1 + bQ_{\text{ж}}}$
9	$Q_H = a - be^{-cQ_{\text{ж}}}$	$Q_H = a - \frac{f}{c}$
10	$\frac{Q_H}{Q_{\text{ж}}} = a + bQ_H$	$Q_{\text{ж}} = \frac{1}{b} \left( 1 - \sqrt{\frac{a}{f}} \right), Q_H(f) = \frac{aQ_{\text{жс}}}{1 - bQ_{\text{жс}}}$
11	$Q_B = \beta \alpha^{Q_H}$	$Q_H = \frac{1}{\ln \alpha} \ln \left( \frac{1-f}{\beta f \ln \alpha} \right)$
12	$Q_H = a + b \ln Q_{\text{ж}}$	$Q_H = a + b \ln \frac{b}{f}$
13	$Q_H = a + \frac{b}{\sqrt{Q_{\text{ж}}}}$	$Q_H = a - \sqrt[3]{2b^2 f}$
14	$Q_H \sqrt{Q_{\text{ж}}} = a + b \sqrt{Q_{\text{ж}}}$	$Q_H = b - \sqrt[3]{2a^2 f}$
15	$Q_H = a + \frac{b}{Q_{\text{ж}}}$	$Q_H = a - \sqrt{-bf}$
16	$Q_H Q_{\text{ж}} = a + bQ_{\text{ж}}$	$Q_H = b - \sqrt{-af}$
17	$Q_H = a + bQ_{\text{ж}}$	-
18	$Q_H = a + \frac{b}{Q_{\text{ж}}^\lambda}$	$Q_{\text{ж}} = \left( -\frac{b\lambda}{f} \right)^{\frac{1}{\lambda+1}}$
19	$Q_H Q_{\text{ж}}^\lambda = a + bQ_{\text{ж}}^\lambda$	$Q_{\text{ж}} = \left( -\frac{a\lambda}{f} \right)^{\frac{1}{\lambda+1}}$
20	$\ln Q_B = a + b \ln Q_H$	$Q_H = \left( \frac{1-f}{e^a b f} \right)^{\frac{1}{b-1}}$

Номер варианта $N$	Аналитическое выражение функции	Преобразование функции относительно нефтесодержания
21	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + b \ln Q_H$	$Q_H = \left( \frac{1-f}{e^a(b+1)f} \right)^{\frac{1}{b}}$
22	$\ln \frac{Q_B}{Q_H} = a + b \ln Q_B$	$Q_B = \left( \frac{(1-b)(1-f)}{e^a f} \right)^{\frac{1}{b}}, Q_H = \frac{1}{e^a Q_B^{b-1}}$
23	$\ln Q_H = a + b \ln Q_{\text{ж}}$	$Q_{\text{ж}} = \left( \frac{f}{e^a b} \right)^{\frac{1}{b-1}}, Q_H = e^a Q_{\text{ж}}^b$
24	$\ln \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} = a + b \ln Q_H$	$Q_H = \left( \frac{1}{e^a(b+1)f} \right)^{\frac{1}{b}}$
25	$\ln \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} = a + b \ln Q_{\text{ж}}$	$Q_{\text{ж}} = \left( \frac{1-b}{e^a f} \right)^{\frac{1}{b}}, Q_H = e^{-a} Q_{\text{ж}}^{1-b}$
26	$Q_H = \frac{1}{b} \ln(1 + b e^a Q_{\text{ж}})$	$Q_{\text{ж}} = \frac{e^a - f}{e^a b f}$
27	$\left( \frac{Q_{\text{ж}}}{Q_H} \right)^2 = a + b Q_{\text{ж}}^2$	$Q_{\text{ж}} = \sqrt{\frac{1}{b} \left( \sqrt[3]{\left( \frac{a}{f} \right)^2} - a \right)}, Q_H = \frac{1}{\sqrt{b + \frac{a}{Q_{\text{ж}}^2}}}$
28	$Q_H = a + b Q_{\text{ж}} + c Q_{\text{ж}}^2$	$Q_{\text{ж}} = \frac{f-b}{2c}$
29	$\frac{Q_B}{Q_H} = \frac{b(Q_H - a)}{c - Q_H}$	$Q_H = c - \sqrt{\frac{bc(c-a)f}{1-f+fb}}$
30	$Q_H = a(1 - b e^{-c Q_{\text{ж}}})$	$Q_{\text{ж}} = \frac{1}{c} \ln \frac{abc}{f}$
<p><b>Примечание</b> Здесь <math>W</math> – <math>W</math>-функция Ламберта</p>		

## 1.5 Тестовые задания

1.5.1 Модели, построенные на основе характеристик вытеснения, относятся к группе

- 1) масштабных;
- 2) аналоговых;
- 3) элементарных;
- 4) цифровых;
- 5) эмпирических.

1.5.2 Зависимости между накопленными отборами носят название

- 1) ИД;
- 2) КВУ;
- 3) кривых депрессии;
- 4) кривых падения;
- 5) кривых обводнения.

1.5.3 Какому значению коэффициента корреляции  $r_{yx}$  отвечает линейно-убывающая функциональная зависимость между переменными  $y$  и  $x$ ?

- 1)  $+1$ ;
- 2)  $-1$ ;
- 3)  $\pm 1$ ;
- 4)  $+0,9$ ;
- 5)  $-0,9$ .

1.5.4 Рост ширины доверительного интервала соотносится с ростом

- 1) объёма выборки;
- 2) числа степеней свободы;
- 3) уровня значимости;
- 4) дисперсии остатков;
- 5) дисперсии признака.

1.5.5 Об отсутствии линейной связи между переменными не свидетельствует

- 1) равенство углового коэффициента нулю;
- 2) перпендикулярность сопряжённых регрессионных прямых;
- 3) параллельность регрессионной прямой оси абсцисс;
- 4) параллельность сопряжённой регрессионной прямой оси ординат;
- 5) значение ковариации, отличное от нуля.

1.5.6 Направление зависимости можно определить по знаку

- 1) коэффициента корреляции;
- 2) индекса корреляции;
- 3) коэффициента детерминации;
- 4) индекса детерминации;
- 5) постоянной регрессии.

1.5.7 Укажите неверное тождество.

- 1)  $r_{yx} = r_{xy}$ ;
- 2)  $R_{yx} \neq R_{xy}$ ;
- 3)  $B_{yx} \neq B_{xy}$ ;
- 4)  $\hat{y}(\bar{x}) = \bar{y}$ ;
- 5)  $\sum_{i=1}^n \hat{u}_i \neq 0$ .

1.5.8 Какая из регрессий относится к классу квазилинейных?

- 1)  $Q_H = a + bQ_J^{-1}$ ;
- 2)  $Q_H = aQ_J^{-b}$ ;
- 3)  $Q_H = a + bQ_J$ ;
- 4)  $Q_H = \log_a \frac{Q_J}{b}$ ;
- 5)  $Q_H = \frac{Q_J}{aQ_J + b}$ .

1.5.9 Нулевая и альтернативная гипотезы при установлении различий в тесноте связи (коэффициентов корреляции  $\rho^{(1)}$  и  $\rho^{(2)}$  генеральных совокупностей) однопипных кривых обводнения двух скважин одного месторождения, построенных по результатам различных объёмов выборок, формулируются в виде

- 1)  $H_0 : \rho^{(1)} = \rho^{(2)}, H_1 : \rho^{(1)} \neq \rho^{(2)}$ ;
- 2)  $H_0 : \rho^{(1)} \neq \rho^{(2)}, H_1 : \rho^{(1)} = \rho^{(2)}$ ;
- 3)  $H_0 : \rho^{(1)} = \rho^{(2)}, H_1 : \rho^{(1)} > \rho^{(2)}$ ;
- 4)  $H_0 : \rho^{(1)} = \rho^{(2)}, H_1 : \rho^{(1)} < \rho^{(2)}$ ;
- 5) 1, 3, 4.

1.5.10 Установите верное тождество для регрессий

$$\hat{Q}_J = a_1 + b_1 Q_H \text{ и } \left( \frac{\hat{Q}_J}{Q_H} \right) = \frac{a_2}{Q_H} + b_2.$$

- 1)  $a_1 = a_2, b_1 = b_2$  при  $r_{Q_H Q_J} \neq 1$ ;
- 2)  $a_1 \neq a_2, b_1 \neq b_2$  при  $r_{Q_H Q_J} \neq 1$ ;
- 3)  $a_1 = a_2, b_1 = b_2$  при  $r_{Q_H Q_J} = 1$ ;
- 4)  $a_1 \neq a_2, b_1 \neq b_2$  при  $r_{Q_H Q_J} = 1$ ;
- 5) 2, 3.

## 2 Исследование функции Бакли-Левретта

### 2.1 Постановка задачи

Цель работы – определить основные показатели вытеснения нефти водой с использованием функции Бакли-Левретта.

Задача работы – исследовать функцию Бакли-Левретта в программном пакете Mathcad (на примере Mathcad 14).

### 2.2 Описание математической модели

Функция Бакли-Левретта  $f(s)$  позволяет определять графоаналитическими методами эффективные фильтрационные характеристики вытеснения нефти водой или газом, задаваясь лишь видом относительных фазовых проницаемостей (далее ОФП). Физический смысл функции состоит в том, что она соответствует объёмной доле воды (газа) в суммарном потоке двух фаз. Его скорость  $w$  и расход  $Q$  не зависят от координаты. Функция  $f(s)$  может быть получена из обобщённого закона Дарси, записанного в дифференциальной форме (2.1):

$$\begin{aligned} v_B &= -k \frac{k_B(s)}{\mu_B} \frac{\partial p_B}{\partial x}, \frac{\text{м}}{\text{с}}; \\ v_H &= -k \frac{k_H(s)}{\mu_H} \frac{\partial p_H}{\partial x}, \frac{\text{м}}{\text{с}}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $v_B, v_H$  – скорости фильтрации воды и нефти;  $k$  – абсолютная проницаемость породы,  $\text{м}^2$ ;  $k_B(s), k_H(s)$  – относительные фазовые проницаемости для воды и нефти как функции водонасыщенности  $s$ ;  $\frac{\partial p_B}{\partial x}, \frac{\partial p_H}{\partial x}$  – градиенты давлений для воды и нефти,  $\frac{\text{Па}}{\text{м}}$ ;  $\mu_B, \mu_H$  – коэффициенты динамической вязкости фаз,  $\text{Па} \cdot \text{м}$ .

Пренебрежение капиллярным давлением на границе раздела фаз и почленное деление уравнений (2.1) позволяет исключить градиент давления, а решение его относительно суммарной скорости  $w$  двухфазного потока – получить формулу (2.2) для функции насыщенности  $f(s)$ :

$$f(s) = \frac{k_B(s)}{k_B(s) + \mu_0 k_H(s)}, \quad (2.2)$$

где  $\mu_0$  – относительная вязкость, определяемая по формуле (2.3):

$$\mu_0 = \frac{\mu_B}{\mu_H}. \quad (2.3)$$

Уравнение Бакли-Левретта представляет собой дифференциальное уравнение неразрывности относительно производной функции Бакли-Левретта  $f'(s)$ . Его решение позволяет сделать важные выводы, сводящие определение параметров вытеснения к простым геометрическим построениям:

- фронтальная насыщенность  $s_c$  (насыщенность за фронтом вытеснения) может быть определена как абсцисса точки касания касательной, проведённой из точки  $(s_0, f(s_0))$  к кривой  $f(s)$ , где  $s_0$  – начальная водонасыщенность;
- средняя насыщенность в безводный период  $\bar{s}$  (отношение объёма воды, содержащейся в пласте, к объёму порового пространства в зоне смеси) может быть определена как абсцисса точки пересечения касательной к кривой  $f(s)$ , определяющей фронтальную насыщенность  $s_c$ , с прямой  $f = 1$ ;
- средняя насыщенность после прорыва воды  $\bar{s}_0$  может быть определена как абсцисса точки пересечения касательной к кривой  $f(s)$ , определяющей насыщенность на выходной границе пласта  $s_L$ , с прямой  $f = 1$ .

Значения  $s_0$ ,  $\bar{s}$ ,  $\bar{s}_0$  позволяют рассчитать коэффициенты безводной  $\eta_H$  и конечной  $\eta_H^0$  нефтеотдачи по формулам (2.4) и (2.5):

$$\eta_H = \frac{\bar{s} - s_0}{1 - s_0}; \quad (2.4)$$

$$\eta_H^0 = \frac{\bar{s}_0 - s_0}{1 - s_0}. \quad (2.5)$$

При этом  $s_L$  определяется как абсцисса пересечения прямой  $f = f_L$ , ордината которой соответствует предельной обводнённости продукции, с кривой  $f(s)$ .

## 2.3 Реализация модели в Mathcad

2.3.1 Зададим ОФП по эмпирическим формулам Чень-Чжун-Сяна (2.6) и (2.7) [6, с. 28]:

$$k_B(s) = \begin{cases} 0 & 0 \leq s \leq s_0 \\ \left( \frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^{3,5} & s_0 < s \leq 1 \end{cases}; \quad (2.6)$$

$$k_H(s) = \begin{cases} \left( \frac{1 - s_{HO} - s}{1 - s_{HO}} \right)^{2,8} (1 + 2,4s) & 0 \leq s \leq 1 - s_{HO} \\ 0 & 1 - s_{HO} < s \leq 1 \end{cases}, \quad (2.7)$$

где  $s_{HO}$  – остаточная нефтенасыщенность.

Для этого в Mathcad можно воспользоваться либо оператором программирования if, либо одноимённой функцией, либо булевыми операторами. Реализация первого способа отражена на рис. 2.1.

$$k_B(s) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq s \leq s_0 \\ \left( \frac{s - s_0}{1 - s_0} \right)^{3.5} & \text{if } s_0 < s \leq 1 \end{cases}$$

Рис. 2.1. Использование оператора if для записи кусочно-заданной функции

2.3.2 Построим кривые ОФП с помощью шаблона плоского графика X-Y Plot на панели инструментов График (Graph). Результаты построения приведены на рис. 2.2.

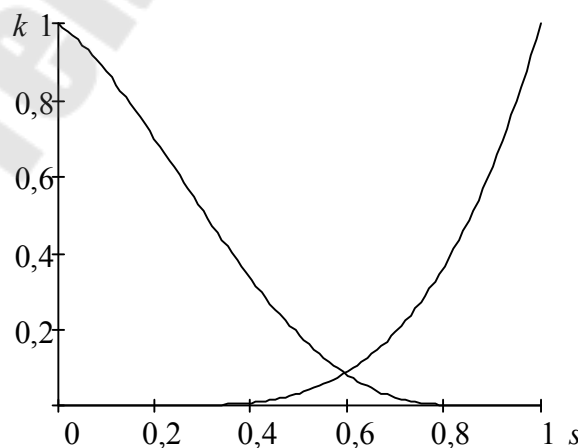


Рис. 2.2. Кривые ОФП:  $s_0 = 0,20$ ,  $s_{HO} = 0,15$

2.3.3 Зададим функцию Бакли-Левретта в соответствии с формулой (2.2) для  $\mu_0 = 0,1$ . Для определения фронтальной насыщенности  $s_c$  воспользуемся вычислительным блоком, заключающим уравнение касательной к кривой  $f(s)$  ключевым словом Given и функцией Find. Результаты работы решающего блока отражены на рис. 2.3.

$$\begin{aligned}
 s &:= 0.50 \\
 \text{Given} \\
 f(s) &= \frac{d}{ds} f(s)(s - s_0) + f(s_0) \\
 s_c &:= \text{Find}(s) = 0.56
 \end{aligned}$$

Рис. 2.3. Решение ДУ с помощью функции Find

2.3.4 На пересечении касательной к  $f(s)$  в точке  $(s_c, f(s_c))$  с  $f = 1$  получим точку с абсциссой  $\bar{s}$ . Примем  $f_L = 0,98$ . Блочным методом определим абсциссу  $s_L$ , соответствующую точке пересечения прямой  $f_L$  с кривой  $f(s)$ . По аналогии с  $\bar{s}$  на пересечении касательной к  $f(s)$  в точке  $(s_L, f_L)$  с  $f = 1$  получим точку с абсциссой  $\bar{s}_0$ . Результаты вычислений представлены на рис. 2.4.

$$\begin{aligned}
 f(s) &:= \frac{d}{ds} f(s) \\
 f_L &:= 0.98 \quad s := 0.80 \\
 \text{Given} \\
 f_L &= f(s) \\
 s_L &:= \text{Find}(s) = 0.67 \\
 f_1(s) &:= f(s_L) \cdot (s - s_L) + f_L \\
 s_{\text{mean}} &:= \frac{1 - f(s_0)}{f(s_c)} + s_0 = 0.63 \\
 s_{\text{mean1}} &:= \frac{1 - f_L}{f(s_L)} + s_L = 0.72
 \end{aligned}$$

Рис. 2.4. Определение параметров  $\bar{s} \equiv s_{\text{mean}}$ ,  $s_L$ ,  $\bar{s}_0 \equiv s_{\text{mean1}}$

2.3.5 По полученным значениям  $\bar{s}$ ,  $\bar{s}_0$  рассчитаем коэффициенты безводной и конечной нефтеотдачи по формулам (2.4) и (2.5), которые составят 0,54 и 0,65 соответственно.

2.3.6 Расчёты сопроводим графическими построениями. На рис. 2.5 приведена иллюстрация к графическому определению



параметров  $s_c$ ,  $\bar{s}$ ,  $s_L$ ,  $\bar{s}_0$ , на рис. 2.6 – профиль насыщенности в отдельный момент времени, на рис. 2.7 – поверхность изосат. Для всех вычислений и построений допускатось, что  $s_0 = s_{wl}$ , где  $s_{wl}$  – связанная водонасыщенность.

Из рис. 2.6 видно, что функция насыщенности от координаты неоднозначна за исключением значения в точке экстремума. Устранение многозначности решения уравнения Бакли-Лeverетта достигается введением скачка насыщенности. Другими словами, задаётся точка конечного разрыва, в которой левосторонний предел стремится к значению фронтальной насыщенности, а правосторонний – связанной водонасыщенности. При этом положение скачка насыщенности определяется из условия материального баланса на скачке. Геометрически его можно интерпретировать как равенство площадей заштрихованных сегментов  $S_1$  и  $S_2$ , которые могут быть определены по формулам (2.8) и (2.9):

$$S_1 = \int_{s_0}^A \left( f'(s_c) - \frac{df(s)}{ds} \right) ds; \quad (2.8)$$

$$S_2 = \int_A^{s_c} \left( \frac{df(s)}{ds} - f'(s_c) \right) ds. \quad (2.9)$$

Из формул (2.8) и (2.9) следует тождество (2.10):

$$S_1 - S_2 = \frac{df(s_c)}{ds} (s_c - s_0) + f(s_0) - f(s_c) = 0. \quad (2.10)$$

Тождество (2.10) известно как условие на скачке.

Профиль насыщенности представляет собой график распределения насыщенности вдоль координаты  $x$  в декартовой и  $r$  в цилиндрической системе координат в сечении пласта с коэффициентом пористости  $m$  и мощностью  $h$  в отдельный момент времени  $t$ . Функционально он задаётся условием получения нетривиального решения (2.11) системы уравнений, физический смысл которых заключается в существовании изосат (линий равных насыщенностей) и сохранении массы фазы [6, с. 234].

$$\left| \begin{matrix} m & wf'(s) \\ dt & dx \end{matrix} \right| = 0. \quad (2.11)$$

Из (2.11) можно получить функцию координаты изосаты в явном виде для прямолинейно-параллельного (2.12) и плоскорадиального (2.13) вытеснения.

$$x(s, t) = \frac{w}{m} f'(s)t + x_0, \text{ м}; \quad (2.12)$$

$$r^2(s, t) = \frac{Q}{\pi m h} f'(s)t + r_0^2, \text{ м}^2, \quad (2.13)$$

где  $x_0 = x(s_0, 0)$ ,  $r_0 = r(s_0, 0)$ .

Графики на рис. 2.6, 2.7 построены с учётом формул (2.12), (2.13) для граничных условий  $\frac{w}{m}t = 1$  и  $x_0 = 0$ ,  $\frac{Q}{\pi m h} = 1$  и  $r_0 = 0$  соответственно.

Поверхности  $s(x, y)$  и  $s(r)$  построены с использованием шаблона Surface Plot и параметрическим заданием функций координат. Определение матриц значений функций координат для плоскорадиального вытеснения отражено на рис. 2.8. Имена матриц вводятся в шаблоне в скобках через запятую.

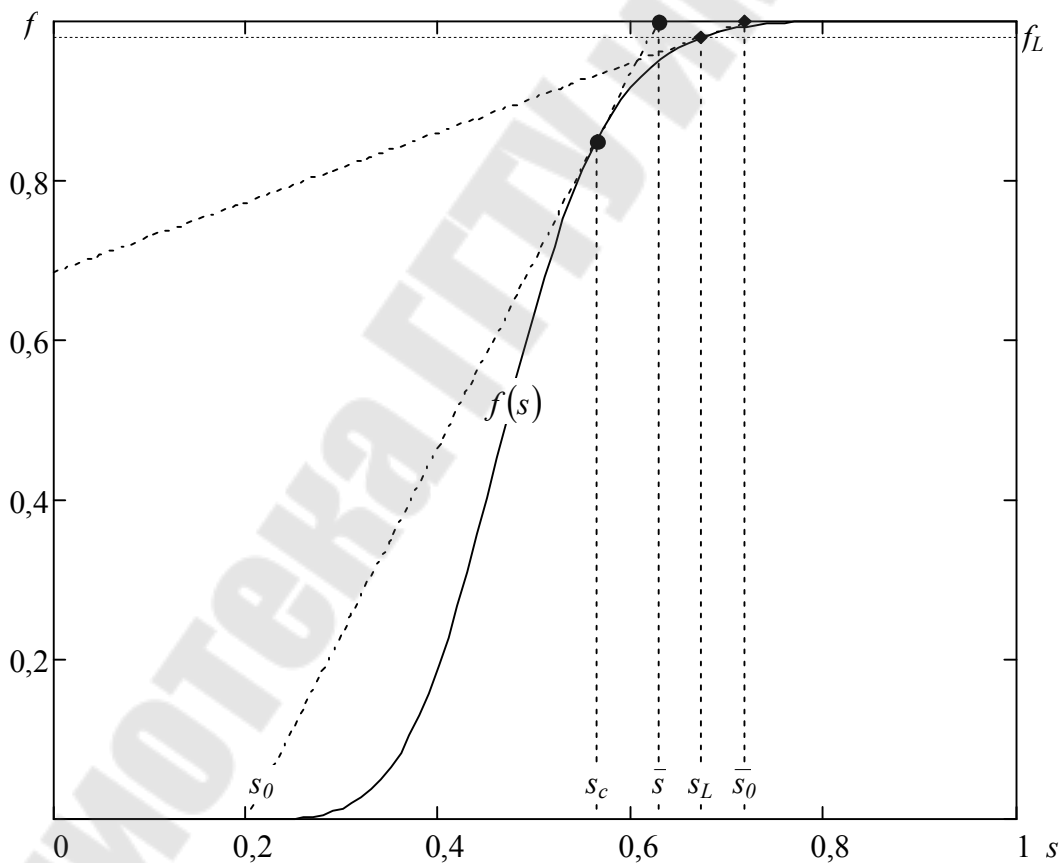


Рис. 2.5. Графическое определение параметров вытеснения



$$r(s) := \begin{cases} \sqrt{\frac{d}{ds} f(s)} & \text{if } s_c \leq s < 1 - s_{HO} \\ \sqrt{f(s_c)} & \text{if } s_0 \leq s < s_c \\ 0 & \text{if } 1 - s_{HO} \leq s \end{cases}$$

$$N := 20 \quad i := 0..N \quad j := 0..N$$

Таблица 2.1

**Ответы для самопроверки к практической части**

$N$	$s_0$	$s_{HO}$	$\mu_0$	$s_c$	$\bar{s}$	$s_L$	$\bar{s}_0$	$\eta_H$	$\eta_H^0$
1	0,120	0,106	0,01	0,382	0,455	0,547	0,614	0,381	0,562
2	0,140	0,120	0,07	0,530	0,605	0,663	0,718	0,540	0,672
3	0,160	0,134	0,13	0,578	0,646	0,689	0,736	0,579	0,686
4	0,180	0,148	0,19	0,605	0,667	0,699	0,742	0,593	0,685
5	0,200	0,160	0,25	0,622	0,678	0,705	0,743	0,598	0,678
6	0,220	0,172	0,31	0,634	0,685	0,706	0,741	0,596	0,668
7	0,240	0,182	0,37	0,642	0,690	0,707	0,739	0,592	0,657
8	0,260	0,192	0,43	0,648	0,692	0,706	0,736	0,584	0,643
9	0,280	0,202	0,49	0,653	0,693	0,705	0,732	0,573	0,628
10	0,300	0,210	0,55	0,656	0,693	0,704	0,729	0,562	0,613
11	0,110	0,098	0,61	0,704	0,761	0,774	0,813	0,732	0,790
12	0,120	0,106	0,67	0,707	0,762	0,772	0,809	0,729	0,783
13	0,130	0,113	0,73	0,710	0,762	0,771	0,806	0,726	0,778
14	0,140	0,120	0,79	0,712	0,761	0,769	0,803	0,723	0,771
15	0,150	0,128	0,85	0,712	0,760	0,766	0,799	0,717	0,763
16	0,160	0,134	0,91	0,713	0,759	0,764	0,796	0,713	0,757
17	0,170	0,141	0,97	0,714	0,757	0,761	0,792	0,707	0,749
18	0,180	0,148	1,03	0,713	0,755	0,758	0,787	0,701	0,741
19	0,190	0,154	1,09	0,713	0,753	0,756	0,784	0,695	0,733
20	0,200	0,160	1,15	0,713	0,751	0,753	0,780	0,689	0,725
21	0,210	0,166	1,21	0,712	0,749	0,750	0,777	0,682	0,717
22	0,220	0,172	1,27	0,711	0,747	0,748	0,773	0,675	0,709
23	0,230	0,177	1,33	0,711	0,745	0,745	0,770	0,669	0,701
24	0,240	0,182	1,39	0,710	0,743	0,743	0,766	0,662	0,693
25	0,250	0,188	1,45	0,708	0,740	0,740	0,762	0,653	0,683
26	0,260	0,192	1,51	0,708	0,738	0,738	0,760	0,647	0,676
27	0,270	0,197	1,57	0,707	0,736	0,736	0,757	0,639	0,667
28	0,280	0,202	1,63	0,705	0,734	0,733	0,753	0,630	0,657
29	0,290	0,206	1,69	0,705	0,732	0,731	0,751	0,623	0,649
30	0,300	0,210	1,75	0,704	0,730	0,729	0,748	0,615	0,640

## 2.5 Тестовые задания

2.5.1 Учёт какого из явлений по отношению к участвующим в фильтрации фазам распространяется на математическую модель вытеснения Бакли-Левверетта:

- |                   |  |
|-------------------|--|
| 1) сжимаемость;   | 4) капиллярное давление на границе контакта; |
| 2) сила тяжести;  | 5) нерастворимость.                          |
| 3) инерционность; |  |

2.5.2 Какое свойство не характерно для функции Бакли-Левверетта:

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| 1) монотонность;           | 4) ограничение по области определения; |
| 2) наличие экстремума;     | 5) зависимость от двух переменных.     |
| 3) наличие точки перегиба; |  |

2.5.3 Однозначный рост фронтальной насыщенности отвечает следующему условию:

- |                        |          |
|------------------------|----------|
| 1) рост $\mu_v$ ;      | 4) 1, 2; |
| 2) рост $\mu_n$ ;      | 5) 1, 3. |
| 3) понижение $\mu_n$ ; |          |

2.5.4 Однозначность решения уравнения Бакли-Левверетта достигается введением следующего значения водонасыщенности:

- |                                |               |
|--------------------------------|---------------|
| 1) фронтальной;                | 4) связанной; |
| 2) средней в безводный период; | 5) начальной. |
| 3) средней после прорыва воды; |               |

2.5.5 Линии на плоскости, вдоль которых насыщенность принимает заданное постоянное значение, носят название

- |              |             |
|--------------|-------------|
| 1) изобар;   | 4) изосат;  |
| 2) изогипс;  | 5) изоперм. |
| 3) изопахит; |             |

2.5.6 Область смеси на рис. 2.9 изображается сегментом

- |            |                        |
|------------|------------------------|
| 1) $S_2$ ; | 4) $S_2 + S_4$ ;       |
| 2) $S_4$ ; | 5) $S_2 + S_4 + S_6$ . |
| 3) $S_6$ ; |                        |

2.5.7 Область на рис. 2.9, занятая нефтью, изображается сегментом

- |            |                        |
|------------|------------------------|
| 1) $S_1$ ; | 4) $S_3 + S_5$ ;       |
| 2) $S_3$ ; | 5) $S_1 + S_3 + S_5$ . |
| 3) $S_5$ ; |                        |

2.5.8 Область на рис. 2.9, занятая подвижной нефтью, изображается сегментом

- |            |                        |
|------------|------------------------|
| 1) $S_1$ ; | 4) $S_3 + S_5$ ;       |
| 2) $S_3$ ; | 5) $S_1 + S_3 + S_5$ . |
| 3) $S_5$ ; |                        |

2.5.9 Укажите номер сегмента на рис. 2.9, деление площади которого на координату фронта даёт значение средней насыщенности.

- |            |                        |
|------------|------------------------|
| 1) $S_2$ ; | 4) $S_2 + S_4$ ;       |
| 2) $S_4$ ; | 5) $S_2 + S_4 + S_6$ . |
| 3) $S_6$ ; |                        |

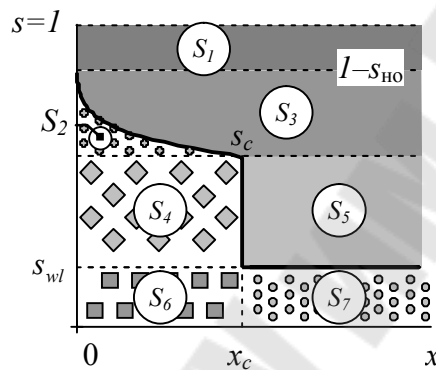


Рис. 2.9. График функции насыщенности  $s$  от координаты  $x$  для фиксированного момента времени:  $x_c$  – координата фронта,  $s_{wl}$  – связанная водонасыщенность,  $s_{но}$  – остаточная нефтенасыщенность

2.5.10 Каким кривым на рис. 2.10 отвечает максимальное значение коэффициента относительной вязкости:

- |            |            |
|------------|------------|
| 1) 1 и 1'; | 4) 2 и 2'; |
| 2) 2 и 1'; | 5) 2 и 3'. |
| 3) 1 и 2'; |            |

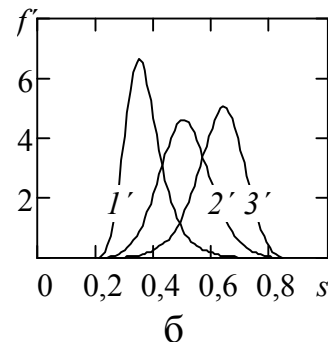
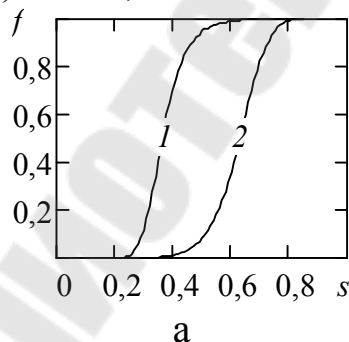


Рис. 2.10. Графики функции Бакли-Левретта (а) и её производной для различных значений коэффициента относительной вязкости

## **3 Сеточные модели месторождений в оценке коэффициента извлечения нефти**

### **3.1 Постановка задачи**

Цель работы – определить коэффициент извлечения нефти для конкретных геолого-физических условий.

Задача работы – произвести расчёт показателей разработки на секторной модели месторождения нефти в программном пакете Schlumberger Eclipse (на примере Schlumberger Eclipse 2008.1).

### **3.2 Описание математической модели**

Коэффициент извлечения нефти – отношение начальных извлекаемых запасов к начальным геологическим запасам, выражаемый в долях единицы.

Извлекаемые запасы нефти, растворённого в нефти газа и содержащихся в них компонентов определяются по результатам повариантных расчётов технико-экономических показателей разработки.

Расчётные варианты различаются между собой выделением эксплуатационных объектов, системами размещения и плотностью сеток скважин, способами воздействия на залежи нефти, очередностью и темпами разбуривания залежей и месторождения в целом.

Коэффициент извлечения нефти по эксплуатационным объектам (залежам) и месторождению в целом определяется за расчётный срок (период) разработки.

Расчётный срок (период) разработки – время, прошедшее с начала ввода в эксплуатацию месторождения (эксплуатационного объекта, залежи) до отключения последних скважин эксплуатационного фонда по ограничивающим критериям при наиболее полном охвате залежей процессом вытеснения.

Прогноз технологических показателей разработки эксплуатационных объектов и месторождений и определение КИН осуществляется с использованием геолого-фильтрационных моделей объектов и месторождения. Такое положение дел закреплено Законом «О недрах» [7, с. 4] и стандартами предприятий [8].

Моделирование процессов разработки осуществляется с помощью специальных программных комплексов, именуемых гидродинамическими симуляторами. Наиболее широкое применение



получили симуляторы Eclipse (Schlumberger), Tempest (Roxar), VIP (Landmark), TimeZYX (группа компаний «ТРАСТ»), t-Navigator (RF Dinamics, г. Москва).

Все гидродинамические симуляторы базируются на численном совместном решении уравнения Дарси (3.1) и неразрывности фильтрационного потока (3.2), записанного для  $j$ -го компонента [9, с. 59].

Уравнение (3.1) выражает линейную зависимость вектора скорости фильтрации  $\vec{v}_l$  фазы  $l$  от соответствующего градиента давления  $\nabla p_l$  для однородной жидкости.

$$\vec{v}_l = -\frac{\vec{k}_l}{\mu_l}(\nabla p_l - \rho_l g \nabla z), \quad (3.1)$$

где  $\vec{k}_l$  – тензор ЭФП;  $\mu_l$  – динамическая вязкость фазы;  $\rho_l$  – плотность фазы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $z$  – абсолютная отметка.

$$-\sum_{l=1}^{n_l} \nabla(\rho_l c_{lj} v_l) = \frac{\partial}{\partial t} \left( m \sum_{l=1}^{n_l} s_l c_{lj} \rho_l \right) + \sum_{l=1}^{n_l} \tilde{q}_l \alpha_{lj} \delta(x), \quad (3.2)$$

где  $n_l$  – количество фаз;  $j = \overline{1, n_c}$ ;  $n_c$  – количество компонентов;  $c_{lj}$  – массовая концентрация  $j$ -го компонента в  $l$ -й фазе;  $m$  – коэффициент пористости;  $s_l$  – насыщенность  $l$ -й фазой;  $\tilde{q}_l$  – интенсивность источника  $l$ -й фазы, т. е. массовый расход фазы с единичного объёма пласта;  $\alpha_{lj}$  – массовая концентрация  $j$ -го компонента в  $l$ -й фазе;  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака.

Наибольшее распространение при моделировании нефтяных месторождений получила модель нелетучей нефти Маскетта-Мереса или Black Oil Model, которая может использоваться для условий несмешивающегося вытеснения нефти водой или газом.

Модель нелетучей нефти основана на следующих положениях:

1  $j = \overline{1, 2}$ , где 1, 2 соответствуют нефтяному и газовому компонентам;

2  $l = o, w, g$ , где  $o$ ,  $w$ ,  $g$  соответствуют нефтяной, водной и газовой фазам;

3 фильтрация является изотермической;

4  $c_{g1} = 0$ ,  $c_{g2} = 1$ ,  $c_{w1} = c_{w2} = 0$ , т. е. вода и нефть не смешиваются, газ растворим в нефти и нерастворим в воде;

5 PV-зависимость выражается с помощью объёмных коэффициентов  $B_l$  и газосодержания  $R$  в виде (3.3), (3.4):

$$B_l = \frac{V_{lr}}{V_{l0}}, \quad (3.3)$$

где  $V_{lr}$ ,  $V_{l0}$  – объём жидкости  $l$ -й фазы в пластовых и стандартных условиях;

$$R = \frac{V_{dg0}}{V_{o0}}, \quad (3.4)$$

где  $V_{dg0}$ ,  $V_{o0}$  – объём газа и сепарированной нефти в стандартных условиях.

С учётом компонентного состава нефтяной фазы имеем (3.5).

$$M_{o0} = c_{o1}M_{or}, \quad M_{dg0} = c_{o2}M_{or}, \quad (3.5)$$

где  $M_{or}$  – масса нефти с учётом растворённого газа в пластовых условиях;  $M_{o0}$  – масса дегазированной нефти;  $M_{dg0}$  – масса газа сепарации.

Выразим плотности фаз через объёмы, объёмные коэффициенты (3.3) и газосодержание (3.4) – получим (3.6).

$$\begin{aligned} c_{o1}\rho_o &= \frac{c_{o1}M_{or}}{V_{or}} = \frac{M_{o0}}{B_o V_{o0}} = \frac{\rho_{o0}}{B_o}, \\ c_{o2}\rho_o &= \frac{c_{o2}M_{or}}{V_{or}} = \frac{M_{dg0}}{B_o V_{o0}} = \frac{V_{dg0}\rho_{g0}}{B_o V_{o0}} = \frac{R\rho_{g0}}{B_o}, \\ \rho_g &= \frac{M_g}{V_{gr}} = \frac{M_g}{B_g V_{g0}} = \frac{\rho_{g0}}{B_g}, \quad \rho_w = \frac{M_w}{V_{wr}} = \frac{M_w}{B_w V_{w0}} = \frac{\rho_{w0}}{B_w}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где  $M_g$  – масса свободного газа;  $M_w$  – масса воды.

С учётом (3.2), (3.6) получим уравнения сохранения для трёхфазной системы с нелетучей нефтью (3.7):

$$\begin{aligned} -\nabla\left(\frac{v_o}{B_o}\right) &= \frac{\partial}{\partial t}\left(m\frac{s_o}{B_o}\right) + Q_o, \quad -\nabla\left(\frac{v_w}{B_w}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(m\frac{s_w}{B_w}\right) + Q_w, \\ -\nabla\left(\frac{v_g}{B_g} + R\frac{v_o}{B_o}\right) &= \frac{\partial}{\partial t}\left(m\left\{\frac{s_g}{B_g} + R\frac{s_o}{B_o}\right\}\right) + Q_{fg} + RQ_o, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $Q_o$ ,  $Q_w$ ,  $Q_g$  – объёмы соответствующих компонентов, отбираемые из единичного объёма пласта в поверхностных условиях в единицу времени.

$Q_g$  определяется из расчёта, что газовый компонент присутствует в свободном состоянии  $Q_{fg}$  и нефтяной фазе  $RQ_o$ .

Из уравнений (3.1), (3.7) получим уравнение нестационарной трёхфазной фильтрации нефти, газа и воды (3.8) в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} \nabla \left( \frac{\vec{k}_o}{\mu_o B_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \right) &= \frac{\partial}{\partial t} \left( m \frac{s_o}{B_o} \right) + Q_o, \\ \nabla \left( \frac{\vec{k}_w}{\mu_w B_w} (\nabla p_w - \rho_w g \nabla z) \right) &= \frac{\partial}{\partial t} \left( m \frac{s_w}{B_w} \right) + Q_w, \\ \nabla \left( \frac{\vec{k}_g}{\mu_g B_g} (\nabla p_g - \rho_g g \nabla z) + R \frac{\vec{k}_o}{\mu_o B_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \right) &= \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left( m \left\{ \frac{s_g}{B_g} + R \frac{s_o}{B_o} \right\} \right) + Q_{fg} + RQ_o. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Система уравнений замыкается суммой насыщенностей фаз (3.9) и функциями капиллярных давлений  $f_1, f_2$  (3.10):

$$s_g + s_o + s_w = 1, \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} p_o - p_w &= f_1(s_g, s_o, s_w), \\ p_g - p_o &= f_2(s_g, s_o, s_w). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Численное решение уравнений фильтрации сводится к дискретизации времени и пространства с использованием метода конечных разностей.

Создание геолого-фильтрационной модели предусматривает выполнение следующих этапов:

1 обоснование типа модели (двухфазная, трёхфазная, композиционная);

2 описание свойств пластов и насыщающих флюидов, предполагающее задание следующих функций и характеристик:

2.1 относительные фазовые проницаемости (капиллярные кривые), увязанные с принятым коэффициентом вытеснения, как функции насыщенности;

2.2 объёмный коэффициент и вязкость нефти как функции давления и газосодержания;

2.3 объёмный коэффициент и вязкость газа как функции давления;

2.4 параметры уравнения состояния в случае композиционного моделирования;

2.5 плотность нефти, воды и газа в стандартных условиях;

2.6 сжимаемость/деформационные свойства пород;

3 адаптация модели по данным истории разработки (решение обратной задачи моделирования, направленной на воспроизведение моделью истории разработки посредством уточнения параметров модели, характеризующихся наибольшей неопределённостью);

4 описание начальных и граничных условий и способа учёта воздействия на пласты и призабойные зоны скважин.

Так как при расчёте технологических показателей вариантов разработки предполагается выбытие скважин, то необходимо предусмотреть задание определённых ограничений на их работу. Ограничения могут носить геологический, технологический и экономический характер. Сформулируем возможную комбинацию ограничений, вызываемых одновременно, для случая двухфазной изотермической фильтрации нелетучей нефти.

1 Ограничение нижней границы забойного давления в добывающих скважинах в соответствии с давлением насыщения.

2 Ограничение отборов жидкости и нефти в добывающих скважинах в соответствии с историческими отборами (максимальными значениями).

3 Ограничение верхней границы забойного давления в нагнетательных скважинах в соответствии с давлением гидроразрыва пород.

4 Задание компенсации отборов закачкой на уровне 100 %.

5 Установка ограничений на остановку скважин по экономическим причинам:

5.1 минимальный дебит нефти – 1 т/сут;

5.2 предельная объёмная обводнённость – 98 %;

5.3 экономический минимум приёмистости – 10 м<sup>3</sup>/сут.

Пункты 1..4 позволяют достигнуть физически обоснованных режимов работы скважин, пункт 5 позволяет получить динамику выбытия скважин.

Давление гидроразрыва пород оценивается в ходе проведения гидравлического теста и мини-ГРП.

С другой стороны, в дополнение к геолого-технологическим причинам следует приобщить технические причины ограничения значения забойного давления в нагнетательной скважине. В частности, забойное давление следует ограничивать давлением опрессовки эксплуатационной колонны. Согласно СТП «Крепление скважин» [10, с. 43] минимальное давление опрессовки эксплуатационных колонн составляет 21,0 МПа.

Расчёт вариантов разработки в рамках ТЭО КИН всегда сопровождается построением карт остаточных подвижных запасов на начало и конец расчётного периода. Построение карт позволяет грамотно наметить области сгущения сетки скважин и проконтролировать равномерность выработки запасов.

### **3.3 Реализация модели в Eclipse**

#### **3.3.1 Подготовка исходных данных**

Коэффициент извлечения нефти рассчитаем на секторной модели залежи размером  $1 \times 1$  км на модели трёхслойного продуктивного пласта, геолого-физическая характеристика (ГФХ) которого представлена в таблице 3.1.

Количество ячеек в плане определим исходя из условия обеспечения между забоями скважин не менее 3 ячеек. На практике наиболее распространён размер ячеек в плане  $50 \times 50$  м.

Количество ячеек в разрезе определим исходя из условия обеспечения не менее одной ячейки на каждый геологический слой или подсчётный объект.

Для корректного описания притока к стволу скважины необходимо, чтобы отношение размеров сеточных блоков в направлениях, перпендикулярных оси скважины, не превышало 100 [11, с. 164-165].

Этим условиям отвечает средний размер ячейки  $50 \times 50 \times 1$  м. Тогда число блоков сетки по трём направлениям составит  $20 \times 20 \times 30$ .

Так как водонапорный режим из всех форм естественного проявления пластовой энергии является оптимальным с точки зрения достижения максимального коэффициента извлечения нефти, предусмотрим поддержание давления в пласте не ниже давления насыщения нефти газом. Такие расчёты могут быть проведены с использованием двухфазной модели изотермической фильтрации нелетучей нефти и воды.

Положим, что скважины несовершенны по степени вскрытия пласта. С позиции достижения наибольшего коэффициента извлечения нефти для массивно-сводовой залежи наиболее эффективен вариант перфорации добывающими скважинами 20 % от нефтенасыщенной толщи пласта, отсчитывая от кровли коллектора, и перфорация нагнетательными скважинами толщи коллектора под ВНК [12, с. 113].

Диаметр эксплуатационной колонны скважин – 0,140 м.

Верхнюю границу забойного давления в нагнетательной скважине ограничим по техническому критерию в соответствии с давлением опрессовки эксплуатационной колонны. Таким образом, давление на ВДП в ходе опрессовки составит 331 атм.

Предусмотрим 5 вариантов разработки залежи.

**1 вариант.** По первому варианту предусмотрена неполная пятиточечная система площадного заводнения. Предусмотрено бурение четырёх вертикальных скважин. Всего по первому варианту общий фонд скважин составит 4 ед., в том числе 3 добывающие скважины и 1 нагнетательная скважина.

**2 вариант.** По второму варианту предусмотрена неполная семиточечная система площадного заводнения. Предусмотрено бурение семи вертикальных скважин. Всего по второму варианту общий фонд скважин составит 7 ед., в том числе 6 добывающих скважин и 1 нагнетательная скважина.

**3 вариант.** По третьему варианту предусмотрена неполная линейная система площадного заводнения. Предусмотрено бурение семи вертикальных скважин. Всего по третьему варианту общий фонд скважин составит 7 ед., в том числе 5 добывающих скважин и 2 нагнетательные скважины.

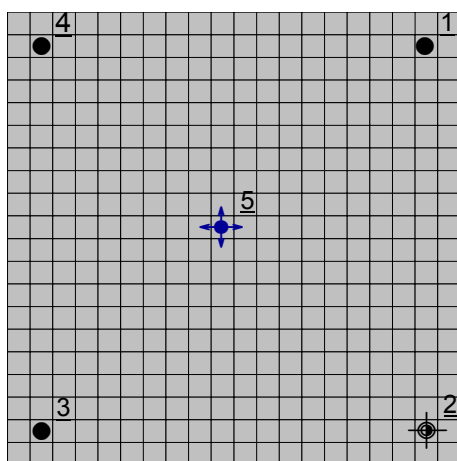
**4 вариант.** По четвёртому варианту предусмотрена неполная пятиточечная система площадного заводнения, отличающаяся от системы в первом варианте усиленной активностью воздействия на залежь. Предусмотрено бурение девяти вертикальных скважин. Всего по четвёртому варианту общий фонд скважин составит 9 ед., в том числе 4 добывающие скважины и 5 нагнетательных скважин.

**5 вариант.** По пятому варианту предусмотрена блоковая интенсивная система внутриконтурного заводнения с тремя рядами добывающих скважин между двумя нагнетательными рядами. Предусмотрено бурение двенадцати вертикальных скважин. Всего по

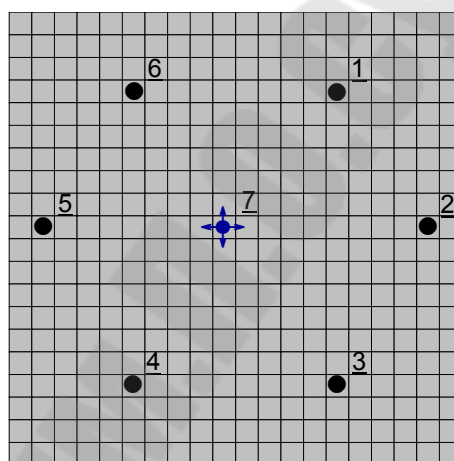
пятому варианту общий фонд скважин составит 12 ед., в том числе 6 добывающих и 6 нагнетательных скважин.

Компенсация отборов закачкой во всех вариантах – 100 %.

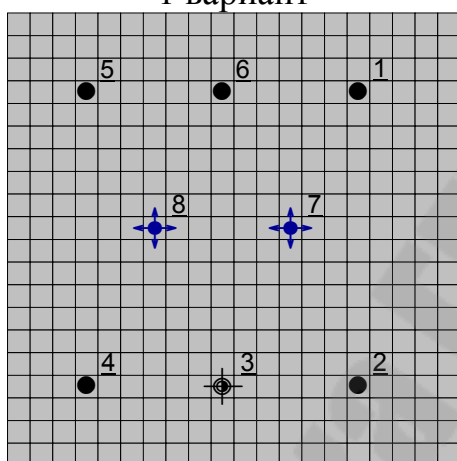
Схемы размещения скважин по вариантам представлены на рис. 3.1.



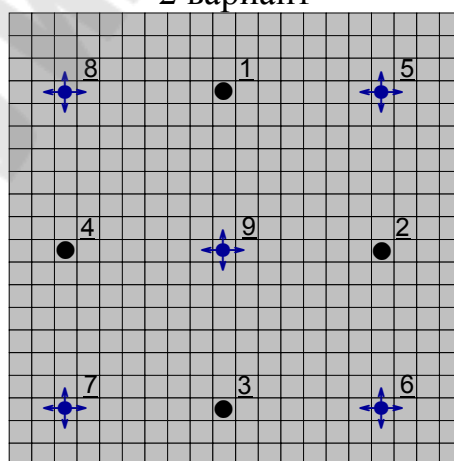
1 вариант



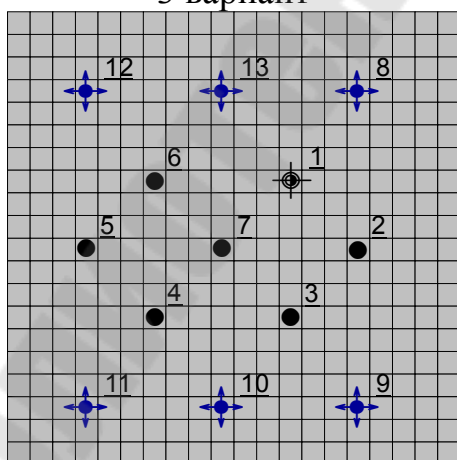
2 вариант



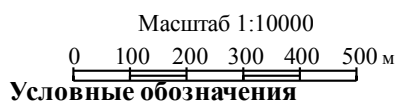
3 вариант



4 вариант



5 вариант



- 1 – номер скважины
- добывающая по нефти
- ★ нагнетательная по воде
- ⊕ ликвидированная по техническим причинам

Рис. 3.1. Схемы размещения скважин

Таблица 3.1

## ГФХ продуктивного пласта гипотетического месторождения

Параметр	Единица измерения	Продуктивный пласт		
		слой С	слой В	слой А
1 Номер варианта	–	–		
2 Залежь по фазовому состоянию	–	нефтяная		
3 Средняя глубина залегания кровли	м	–	–	1 185
4 Тип залежи	–	массивная		
5 Тип коллектора	–	терригенный		
6 Средняя общая толщина пласта,	м	30		
6.1 в том числе		10	15	5
7 Коэффициент пористости	доли ед.	0,190	0,200	0,220
8 Коэффициент нефтенасыщенности пласта	доли ед.	0,880		
9 Проницаемость по ГДИ для нефтяной залежи	мкм <sup>2</sup>	0,026	0,129	0,495
10 Коэффициент анизотропии пласта	доли ед.	3,2		
11 Начальная пластовая температура для нефтяной залежи	°С	27,0		
12 Начальное пластовое давление для нефтяной залежи	МПа	13,8		
13 Вязкость нефти в пластовых условиях	мПа·с	13,1		
14 Плотность в поверхностных условиях				
14.1 нефти	кг/м <sup>3</sup>	885		
14.2 газа		1,342		
14.3 пластовой воды		1 176		
15 Абсолютная отметка ВНК	м	-1 205		
16 Давление насыщения нефти газом	МПа	7,40		
17 Объемный коэффициент нефти	доли ед.	1,049		
18 Газовый фактор	м <sup>3</sup> /т	24		
19 Сжимаемость				
19.1 нефти	1/МПа·10 <sup>4</sup>	8,44		
19.2 породы		5,00		
20 Коэффициент вытеснения	доли ед.	0,633		
21 Схема размещения скважин	–	1...5		

## 3.3.2 Создание модели насыщения

При моделировании технологического процесса вытеснения нефти различными агентами ведущую роль в правомерности описания процесса играет относительная фазовая проницаемость (ОФП) пористой среды. В этой связи определение ОФП часто входит



в обязательный комплекс специальных петрофизических работ при составлении проектов разработки и планировании МУН.

При задании функций относительных фазовых проницаемостей ОФП за основу принимаются результаты лабораторных исследований по вытеснению нефти водой на образцах керна. При этом очевидно, что петрофизическая модель насыщения не будет совпадать с геологической моделью насыщения, так как керн характеризует элементарный объём пласта. В этой связи кривые, полученные в ходе эксперимента, нормализуют по насыщенности с целью дальнейшего пересчёта на концевые точки по насыщенности для увязки с коэффициентом вытеснения.

Для удобства изложения материала введём следующие обозначения:

$s_{wl}$  – связанная (неуменьшающаяся) водонасыщенность;

$s_{wcr}$  – критическая водонасыщенность начала фильтрации воды;

$s_{owcr}$  – остаточная нефтенасыщенность;

$k_{RW}$  – ОФП по воде при максимальной водонасыщенности;

$k_{rwr}$  – ОФП по воде при остаточной нефтенасыщенности;

$k_{RO}$  – ОФП по нефти при максимальной нефтенасыщенности

$1 - s_{wl}$ ;

$k_{rorw}$  – ОФП по нефти при критической водонасыщенности  $s_{wcr}$ .

При построении ОФП существуют следующие методы нормализации.

1 Нормализация фазовых проницаемостей по абсолютной проницаемости [6, с. 27], при этом справедливо

$$k_{RW} = 1, k_{RO} = 1, k_{rwr} \ll 1, k_{rorw} < 1.$$

2 Нормализация фазовых проницаемостей по фазовой проницаемости для воды при 100 % водонасыщенности [13, с. 17-18], при этом справедливо

$$k_{RW} = 1, k_{RO} = 1, k_{rwr} \ll 1, k_{rorw} < 1.$$

3 Нормализация фазовых проницаемостей по фазовой проницаемости для нефти при максимальной нефтенасыщенности [14, с. 153], при этом справедливо

$$k_{RW} = 1, k_{RO} = 1, k_{rwr} \ll 1, k_{rorw} = 1.$$

4 Нормализация фазовых проницаемостей по одноимённым фазовым проницаемостям при предельном насыщении фазами [15, с. 362-363], при этом справедливо

$$k_{RW} = 1, k_{RO} = 1, k_{rwr} \ll 1, k_{rorw} = 1.$$

В зарубежной практике распространён 3 подход, в отечественной – 2.

Для аппроксимации ОФП можно воспользоваться следующей методикой.

1 Нормализовать результаты эксперимента по водонасыщенности в соответствии с формулой (3.11).

$$s_n = \frac{s - s_{wcr}}{1 - s_{wcr} - s_{owcr}}, \quad (3.11)$$

где  $s_n$  – нормализованная водонасыщенность, д. ед.

Кривые на участке  $s \in [0; s_{wcr}] \cup (s_{owcr}; 1]$  можно определить по данным лабораторных исследований, но на практике они не соответствуют реальным процессам вытеснения в пласте. В этой связи нормализация кривых по формуле (3.11) является обоснованной.

2 Нормализовать результаты эксперимента по проницаемости в виде  $k_{rwr} = 1, k_{rorw} = 1$ .

Кривые ОФП, совпадающие при наложении в нормализованных координатах, характеризуют один литотип породы.

3 Итерационным методом Левенберга-Марквардта определить параметры нелинейной регрессии. Наиболее близкое приближение к результатам лабораторных исследований при описании ОФП по воде  $k_{rw}$  и нефти  $k_{ro}$  можно получить с помощью корреляции LET [16, с. 23], которая в нормализованных координатах описывается выражениями (3.12) и (3.13). Из формул (3.12) и (3.13) видно, что LET-корреляция представляет, по сути, функцию Бакли-Левверетта, заданную для водяной и нефтяной фаз соответственно.

$$k_{rw} = \frac{s_n^{L_w}}{s_n^{L_w} + E_w(1 - s_n)^{T_w}}, \quad (3.12)$$

$$k_{ro} = \frac{(1 - s_n)^{L_o}}{(1 - s_n)^{L_o} + E_o s_n^{T_o}}, \quad (3.13)$$

где  $L_w, E_w, T_w, L_o, E_o, T_o$  – эмпирические коэффициенты.

4 Отмасштабировать полученные зависимости по проницаемости в соответствии с исходной/требуемой системой координат.

5 Отмасштабировать полученные зависимости по насыщенности в соответствии с принятыми коэффициентами вытеснения и нефтенасыщенности пласта.

Описанный метод позволяет жёстко зафиксировать положение конечных точек без дополнительных пересчётов, нарушающих условие минимизации квадратов отклонений.

Проиллюстрируем графически сущность методики, используя результаты лабораторных исследований, представленных на рис. 3.2.

Регрессию произведём в программном пакете MathCAD с помощью встроенной функции Genfit. Листинг программы представлен на рис. 3.3.

Этапы построения функций ОФП отражены на рис. 3.4.

File: **ARP-05011**

**WATER - OIL RELATIVE PERMEABILITY**  
Unsteady-State Method at Reservoir Conditions  
Temperature: 180 °F, Effective Confining Stress: 2656 psig

Occidental Exploration & Production  
EY D10  
Eden Yuturi  
Sand M1  
Ecuador

Sample Number: 21  
Sample Depth, feet: 6595.4  
Permeability to Air, md: 2100.  
Porosity, fraction: 0.288  
Initial Water Saturation, fraction: 0.241  
Effective Permeability to Oil at Swi, md: 1851.

Water Saturation, fraction	Water-Oil Relative Permeability, Ratio	Relative Permeability to Water*, fraction	Relative Permeability to Oil*, fraction
0.241	0.0000	0.0000	1.000
0.306	0.0168	0.0142	0.844
0.362	0.0347	0.0247	0.711
0.411	0.0645	0.0361	0.560
0.449	0.106	0.0466	0.440
0.479	0.164	0.0563	0.343
0.503	0.241	0.0650	0.270
0.532	0.417	0.0769	0.185
0.571	1.15	0.0958	0.0833
0.601	4.14	0.113	0.0273
0.612	10.4	0.120	0.0116
0.633	---	0.135	---

\* Relative to the effective permeability to oil at initial water saturation

*Core Laboratories  
Advanced Rock Properties*

Рис. 3.2. Форма представления результатов по определению ОФП на образце керна

ORIGIN := 1 lnuser(s) :=  $\begin{cases} 0 & \text{if } s = 0 \\ \ln(s) & \text{if } 0 < s \leq 1 \end{cases}$

$$K_{RW}(s, k) := \frac{\frac{\frac{s^{k_1}}{s^{k_1} + k_2 \cdot (1-s)^{k_3}}}{k_2 \cdot s^{k_1} \cdot (1-s)^{k_3} \cdot \lnuser(s)}}{\left[ \frac{s^{k_1} + k_2 \cdot (1-s)^{k_3}}{s^{k_1} \cdot (1-s)^{k_3}} \right]^2} \cdot \frac{\frac{s^{k_1} \cdot (1-s)^{k_3}}{\left[ \frac{s^{k_1} + k_2 \cdot (1-s)^{k_3}}{s^{k_1} \cdot (1-s)^{k_3}} \right]^2}}{k_2 \cdot s^{k_1} \cdot (1-s)^{k_3} \cdot \lnuser(1-s)}}{\left[ \frac{s^{k_1} + k_2 \cdot (1-s)^{k_3}}{s^{k_1} \cdot (1-s)^{k_3}} \right]^2}$$

$$K_{RO}(s, k) := \frac{\frac{\frac{(1-s)^{k_1}}{(1-s)^{k_1} + k_2 \cdot s^{k_3}}}{k_2 \cdot (1-s)^{k_1} \cdot s^{k_3} \cdot \lnuser(1-s)}}{\left[ \frac{(1-s)^{k_1} + k_2 \cdot s^{k_3}}{(1-s)^{k_1} \cdot s^{k_3}} \right]^2} \cdot \frac{\frac{(1-s)^{k_1} \cdot s^{k_3}}{\left[ \frac{(1-s)^{k_1} + k_2 \cdot s^{k_3}}{(1-s)^{k_1} \cdot s^{k_3}} \right]^2}}{k_2 \cdot (1-s)^{k_1} \cdot s^{k_3} \cdot \lnuser(s)}}{\left[ \frac{(1-s)^{k_1} + k_2 \cdot s^{k_3}}{(1-s)^{k_1} \cdot s^{k_3}} \right]^2}$$

s :=  $\begin{pmatrix} 0.241 \\ 0.306 \\ 0.362 \\ 0.411 \\ 0.449 \\ 0.479 \\ 0.503 \\ 0.532 \\ 0.571 \\ 0.601 \\ 0.612 \\ 0.633 \end{pmatrix}$       k<sub>rw</sub> :=  $\begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.014 \\ 0.025 \\ 0.036 \\ 0.047 \\ 0.056 \\ 0.065 \\ 0.077 \\ 0.096 \\ 0.113 \\ 0.120 \\ 0.135 \end{pmatrix}$       k<sub>ro</sub> :=  $\begin{pmatrix} 1.000 \\ 0.844 \\ 0.711 \\ 0.560 \\ 0.440 \\ 0.343 \\ 0.270 \\ 0.185 \\ 0.083 \\ 0.027 \\ 0.012 \\ 0.000 \end{pmatrix}$

LET :=  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

i := 1 .. rows(s)

s<sub>wcr<sub>i</sub></sub> := min(s)

s<sub>owcr<sub>i</sub></sub> := 1 - max(s)

s<sub>n</sub> :=  $\frac{s - s_{wcr}}{1 - s_{wcr} - s_{owcr}}$

k<sub>rw<sub>n</sub></sub> :=  $\frac{k_{rw}}{\max(k_{rw})}$

k<sub>w</sub> := genfit(s<sub>n</sub>, k<sub>rw<sub>n</sub></sub>, LET, K<sub>rw</sub>) =  $\begin{pmatrix} 0.8264188476 \\ 2.4473553543 \\ 1.0427565966 \end{pmatrix}$       k<sub>o</sub> := genfit(s<sub>n</sub>, k<sub>ro</sub>, LET, K<sub>ro</sub>) =  $\begin{pmatrix} 1.6293896114 \\ 0.6384474086 \\ 0.8693351835 \end{pmatrix}$

K<sub>rw</sub>(s) := max(k<sub>rw</sub>) · K<sub>rw</sub>(s, k<sub>w</sub>)<sub>1</sub>      K<sub>ro</sub>(s) := K<sub>ro</sub>(s, k<sub>o</sub>)<sub>1</sub>      s := 0, 0.01 .. 1

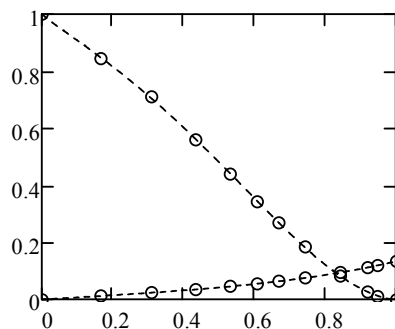
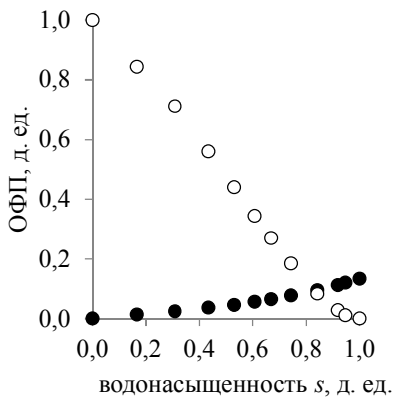
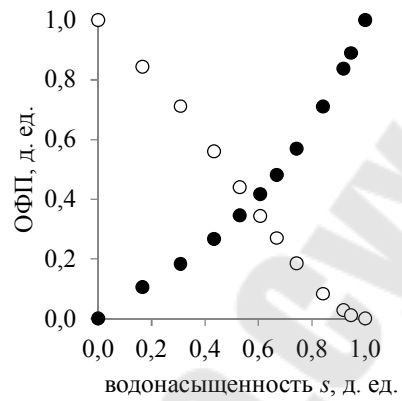


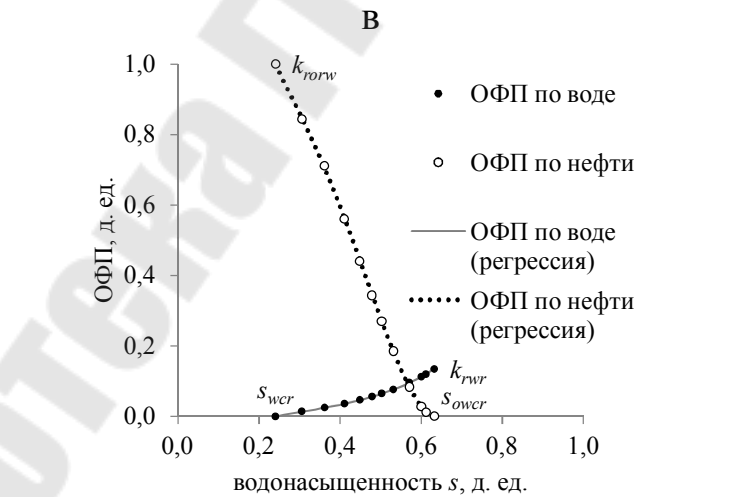
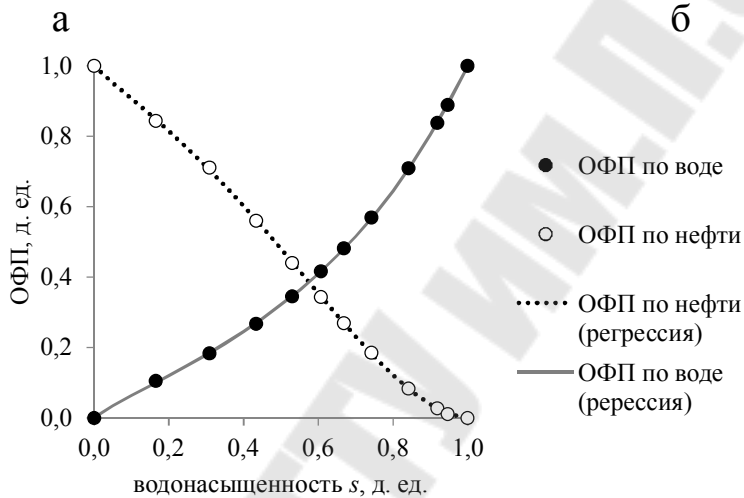
Рис. 3.3. Нелинейная регрессия ОФП в MathCAD



● ОФП по воде ○ ОФП по нефти



● ОФП по воде ○ ОФП по нефти



Г

Рис. 3.4. Этапы аппроксимации ОФП:

а – масштабирование по насыщенности, б – масштабирование по проницаемости, в – аппроксимация в нормализованных координатах, г – регрессия в исходных координатах

Из рис. 3.3 видно, что при аппроксимации могут возникать неопределённости в точках  $s = 0$  и  $s = 1$ . Так как  $\lim_{s \rightarrow 0} s^L \ln s = -0$ ,  $\lim_{s \rightarrow 0} s^T \ln s = -0$ ,  $\lim_{s \rightarrow 1} (1-s)^L \ln(1-s) = -0$ ,  $\lim_{s \rightarrow 1} (1-s)^T \ln(1-s) = -0$  при значениях  $L > 0$ ,  $T > 0$  по правилу Лопиталя, то для регрессии вводилась фиктивная функция  $\ln_{user} s$ , устраняющая неопределённость:

$$\ln_{user} s = \begin{cases} 0 & s = 0 \\ \ln s & 0 < s \leq 1 \end{cases}$$

Расчёт насыщенности в концевых точках  $s_{wcr}^{mod}$ ,  $s_{owcr}^{mod}$  для увязки с коэффициентами нефтенасыщенности пласта  $s_{oil}$  и вытеснения  $k_e$  осуществляется согласно формулам (3.14) и (3.15).

$$s_{wcr}^{mod} = 1 - s_{oil}, \quad (3.14)$$

$$s_{owcr}^{mod} = (1 - s_{wcr}^{mod})(1 - k_e). \quad (3.15)$$

Для данных, представленных на рис. 3.2 и в таблице 3.1, получим  $L_w = 0,826$ ,  $E_w = 2,447$ ,  $T_w = 1,043$ ,  $L_o = 1,629$ ,  $E_o = 0,638$ ,  $T_o = 0,869$ ,  $s_{wcr}^{mod} = 0,120$ ,  $s_{owcr}^{mod} = 0,323$ .

Табличная форма записи ОФП изображена на рис. 3.5.

SWOF			
--s	--k <sub>rw</sub>	--k <sub>ro</sub>	--p <sub>c</sub>
0.120	0.000	1.000	0
0.148	0.005	0.951	0
0.176	0.009	0.907	0
0.204	0.012	0.862	0
0.231	0.016	0.815	0
0.259	0.020	0.766	0
0.287	0.024	0.714	0
0.315	0.029	0.659	0
0.343	0.033	0.602	0
0.371	0.038	0.542	0
0.399	0.043	0.480	0
0.426	0.049	0.418	0
0.454	0.055	0.354	0
0.482	0.062	0.292	0
0.510	0.070	0.231	0
0.538	0.078	0.174	0
0.566	0.087	0.121	0
0.593	0.097	0.076	0
0.621	0.109	0.039	0
0.649	0.121	0.012	0
0.677	0.135	0.000	0
1.000	1.000	0.000	0
/			

Рис. 3.5. Табличная форма записи ОФП в Schlumberger Eclipse

### 3.3.3 Создание PVT-модели нефти

Объём физико-химических исследований нефти и форма представления результатов исследований закреплены стандартом отрасли ОСТ 153-39.2-048-2003. В условиях ограниченности данных о физико-химических свойствах нефти, получаемых в ходе специальных исследований типа контактного разгазирования, дифференциального разгазирования, дифференциальной конденсации и др., для месторождений нефти, находящихся на поздних стадиях разработки, может быть оправдана следующая методика построения зависимостей физико-химических свойств нефти от давления для модели нелетучей нефти [17, с. 72-80].

1 Расчёт газосодержания  $\Gamma$  [м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>] на единицу объёма по формуле (3.16) исходя из массового газосодержания  $\Gamma_m$  [м<sup>3</sup>/т] и плотности сепарированной нефти  $\rho_n^{20}$  [г/см<sup>3</sup>].

2 Расчёт вязкости пластовой нефти  $\mu_s$  при давлении насыщения  $p_s$  исходя из вязкости пластовой нефти  $\mu_{пл}$  при начальном пластовом давлении  $p_{пл}$  по корреляциям Била (3.17) и построение зависимости вязкости пластовой нефти от давления  $\mu(p)$  для значений  $p \in [p_s, p_{пл}]$ .

3 Построение зависимости объёмного коэффициента пластовой нефти от давления  $b(p)$  по корреляции (3.18) для значений  $p \in [p_s, p_{пл}]$ .

4 Смещение полученной кривой  $b = f(p)$  на значение объёмного коэффициента пластовой нефти  $b_{пл}$  при начальном пластовом давлении  $p_{пл}$ . Применение метода является оправданным при погрешности не более 5 %.

$$\Gamma = \Gamma_m \rho_n \quad (3.16)$$

$$\mu(p) = \mu_s + \delta(p - p_s), \quad (3.17)$$

где  $p$  – давление, МПа;

$$\delta = \begin{cases} 0,0114\mu_s & \mu_s < 5 \text{ мПа} \cdot \text{с} \\ 0,057 + 0,023(\mu_s - 5) & 5 \leq \mu_s < 10 \text{ мПа} \cdot \text{с} \\ 0,171 + 0,031(\mu_s - 10) & 10 \leq \mu_s < 25 \text{ мПа} \cdot \text{с} \\ 0,643 + 0,045(\mu_s - 25) & 25 \leq \mu_s < 45 \text{ мПа} \cdot \text{с} \\ 1,539 + 0,058(\mu_s - 45) & 45 \leq \mu_s < 75 \text{ мПа} \cdot \text{с} \\ 3,286 + 0,100(\mu_s - 75) & 75 \leq \mu_s < 85 \text{ мПа} \cdot \text{с} \end{cases}$$

$$b(p) = 1 + \lambda \Gamma + \alpha_n (t_{пл} - 20) - \beta_n p, \quad (3.18)$$

где  $t_{пл}$  – пластовая температура, °С;  $\beta_n$  – коэффициент сжимаемости нефти, МПа<sup>-1</sup>;

$$\lambda = 10^{-3} \left[ 4,30 + 0,858 \rho_r + 5,2 \cdot 10^{-3} (1 - 1,50 \cdot 10^{-3} \Gamma) \Gamma - 3,54 \rho_n^{20} \right];$$

$$\alpha_n = \begin{cases} 10^{-3} (3,083 - 2,638 \rho_n^{20}) & 0,780 \leq \rho_n^{20} \leq 0,860 \\ 10^{-3} (2,513 - 1,975 \rho_n^{20}) & 0,860 < \rho_n^{20} \leq 0,960 \end{cases};$$

$\rho_r$  – плотность газа сепарации, кг/м<sup>3</sup>.

PVT-зависимости построим по данным таблицы 3.1.

Результаты расчёта представлены в таблице 3.2.

Реализация расчётной схемы в MathCAD представлена на рис. 3.6.

Таблица PVT-свойств для модели нелетучей нефти в формате ключевых слов Schlumberger Eclipse представлена на рис. 3.7.

Таблица 3.2

### Определение свойств нефти по корреляционным зависимостям

Параметр	Ед. измерения	Значение
Газосодержание	м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	21,24
Вязкость нефти при давлении насыщения	мПа·с	11,67
Температурная поправка $\alpha_n$	1/°С	0,00077
Поправка на объём нефти $\lambda$	доли ед.	0,00243
Объёмный коэффициент при давлении насыщения (исправленное значение)	доли ед.	1,054



ORIGIN := 1

$\Gamma_m := 24$

Библиотека ГГТУ им. П.О.Сухого

PVDO		
--p	--b	--μ
74.00	1.0544	11.674
82.00	1.0537	11.852
90.00	1.0531	12.030
98.00	1.0524	12.208
106.0	1.0517	12.387
114.0	1.0510	12.565
122.0	1.0504	12.743
130.0	1.0497	12.922
138.0	1.0490	13.100
146.0	1.0483	13.278

Рис. 3.7. Табличная форма записи PVT-свойств нелетучей нефти без растворённого газа в Schlumberger Eclipse

### 3.3.4 Работа с графическим интерфейсом Eclipse Office

Порядок решения задачи в Eclipse Office рассмотрим на примере 1 варианта разработки залежи. Расчёт технологических показателей разработки по остальным вариантам производится в соответствии с той же методологией.

1 Создадим рабочую директорию.

2 Запустим ECLIPSE Office из ECLIPSE Launcher с помощью кнопки Office. При необходимости следует изменить разрядность пакета.

3 Выберем директорию, в которой будет находиться новый проект.

4 Создадим новый проект в рабочей директории, используя опции File | New Project из верхней строки меню окна ECLIPSE Office.

5 Запустим Data Manager, нажав кнопку Data на основной панели для запуска Менеджера данных Data Manager Module.

6 Определим основные свойства модели. Для этого кликнем по кнопке Case Definition (Описание варианта) в окне Data Manager Module.

6.1 Установим переключатель на режим моделирования нелетучей нефти BlackOil. Дадим новое имя модели в поле Title, зададим количество ячеек в полях Number of cells in XYZ directions по направлениям, изменим дату начала расчёта в окне Simulation Start Date, установим метрическую систему единиц измерения Metric в поле Units.

6.2 Выберем файловую закладку Reservoir в верхней части окна. Пласт будем моделировать при помощи декартовой сетки, заданной с помощью блочно-центрированного типа геометрии. Для этого в поле Grid Type установим Cartesian, а в поле Geometry Type – BlockCentred.

6.3 Выберем файловую закладку PVT в верхней части окна. Зададим две фазы в окне Oil-Gas-Water Properties: Water и Oil, соответствующие воде и нефти.

6.4 Нажмём кнопку ОК внизу окна для сохранения параметров секции RUNSPEC и выхода из раздела Case Definition, запишем файл DATA, выполнив File | Write Data.

7.1 На панели инструментов окна Grid Section выберем опции Subsection | GRID Keywords для доступа к ключевым словам раздела.

7.2 Переключимся в режим отображения ключевых слов, используя опции View | Keywords. Для удобства работы с ключевыми словами это действие необходимо выполнять в каждой секции.

7.3 Выберем из списка Keyword Type опцию Geometry для задания геометрии.

7.4 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово DX. Повторим эти действия для ключевых слов DY и DZ, определяющих размеры сеточных блоков в соответствующих направлениях.

7.5 В поле Keywords определим трёхмерный массив значений DX. Для этого выберем опции Edit | Box. В окне Array Box Selection зададим диапазон значений  $I, J, K$  ( $I = J = \overline{1,20}, K = \overline{1,30}$ ), а в поле Data Value введём значение 50 м в режиме присвоения, когда для параметра Operation установлено Equals. Подтвердим изменения кнопкой Apply.

7.6 В поле Keywords определим массив значений DY. Для этого выберем опции Edit | Box. В окне Array Box Selection зададим диапазон значений  $I, J, K$  ( $I = J = \overline{1,20}, K = \overline{1,30}$ ), для параметра Operation установим значение Copy, а в поле Copy from – DX. В этом случае всем ячейкам массива DY будут присвоены значения соответствующих ячеек массива DX.

7.7 Размеры сеточных блоков в разрезе зададим пропорционально толщинам слоёв при условии представления каждого геологического слоя 10 ячейками. Для этого кубу толщин DZ присвоим значение 0,5 м для ячеек  $I = \overline{1,20}, J = \overline{1,20}, K = \overline{1,10}$ , 1,5 м для ячеек  $I = \overline{1,20}, J = \overline{1,20}, K = \overline{11,20}$  и 1,0 м для ячеек  $I = \overline{1,20},$

$J = \overline{1,20}$ ,  $K = \overline{21,30}$ . Следует отметить, что в Eclipse Office в качестве разделителя целой и дробной частей используется точка.

7.8 Определим глубину кровли коллектора. Для этого добавим ключевое слово TOPS и присвоим ячейкам  $I = \overline{1,20}$ ,  $J = \overline{1,20}$ ,  $K = 1$  значение 1 185 м, используя опцию Box.

7.9 Выберем из списка Keyword Type опцию Properties для ввода значений пористости и проницаемости, за которые отвечают ключевые слова PORO и PERMX, PERMY, PERMZ. Ввод осуществим по вышеописанной методике за тем исключением, что для PERMX и PERMY значения будут задаваться поинтервально. Т. е. ячейкам  $I = \overline{1,20}$ ,  $J = \overline{1,20}$ ,  $K = \overline{1,10}$  геологических кубов проницаемости PERMX и PERMY будет задано значение 495 мД, ячейкам  $I = \overline{1,20}$ ,  $J = \overline{1,20}$ ,  $K = \overline{11,20}$  присвоено 129 мД, а ячейкам  $I = \overline{1,20}$ ,  $J = \overline{1,20}$ ,  $K = \overline{21,30}$  – 26 мД. Такой подход позволяет упрощённо описать слоистую неоднородность коллектора при отсутствии изменчивости проницаемости по латерали. Для куба пористости PORO поинтервально будут заданы значения 0,220, 0,200 и 0,190 соответственно.

Для задания PERMZ целесообразно последовательное использование режимов Copy и Multiply в окне Array Box Selection. Использование режима Multiply позволяет умножить массив на постоянное число, заданное в поле Multiplier. В нашем случае это 0,1.

7.10 Выберем из списка Keyword Type опцию Operational keywords.

7.11 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово INIT для записи файла начальных данных с целью их последующего отображения в пакетах графики.

7.12 Выберем команду File | Close, чтобы выйти из панели GRID Keywords.

7.13 Выберем опции File | Save File, чтобы сохранить данные геометрии.

7.14 Выберем опции GridView | From Keywords, чтобы создать файл сетки, подтвердим запрос кнопкой YES.

7.15 Выберем опции GridView | 3D, чтобы просмотреть трёхмерное изображение сетки моделирования. Отображение сетки проницаемости в направлении X дано на рис. 3.8.

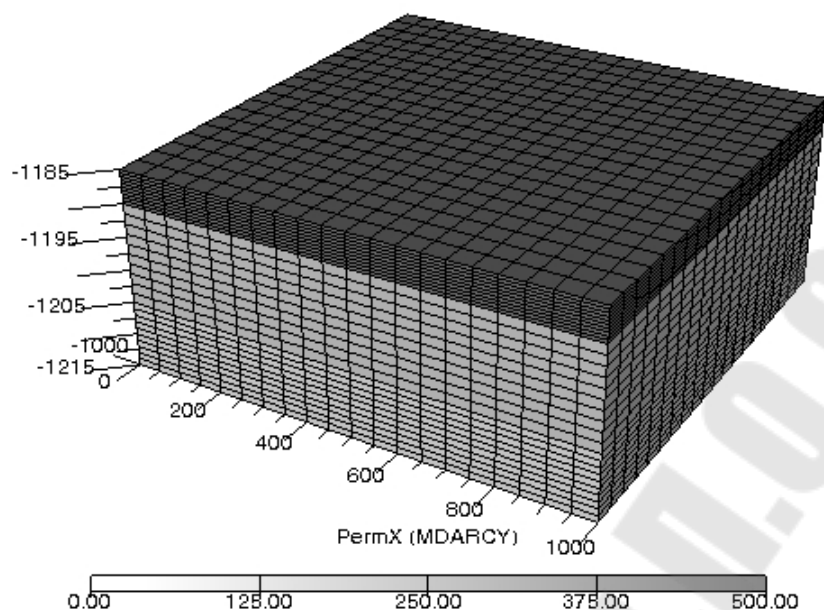


Рис. 3.8. Сетка абсолютной проницаемости в направлении X, построенная в визуализаторе FloViz

7.16 Выберем опции File | Close, чтобы выйти из раздела.

8 Зададим PVT-свойства флюидов и породы. Для этого кликнем по кнопке PVT в окне Data Manager Module.

8.1 Выберем опции Section | Keywords из панели меню.

8.2 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово PVTW, отвечающее за PVT-функции для воды. Присвоим полю Reference pressure ( $p_{ref}$ ) значение 1 атм. Это поле отвечает опорному давлению, т. е. давлению, при котором определены 2 и 4 параметры таблицы – объёмный коэффициент и динамическая вязкость. Остальные поля можно оставить пустыми. В этом случае значения будут приняты по умолчанию.

8.3 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово PVDO, отвечающее за PVT-свойства нефти в модели нелетучей нефти. Столбцы 2 и 3 соответствуют объёмному коэффициенту и динамической вязкости нефти при давлении, записанном в столбце 1. Для заполнения таблицы воспользуемся ранее подготовленными данными, представленными на рис. 3.7.

8.4 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово DENSITY, отвечающее за плотности фаз в поверхностных условиях. Зададим значения 885, 1 176 и 1,342 кг/м<sup>3</sup> для нефти, воды и газа соответственно.

8.5 Выберем опции Keyword Types | Rock Tables, а затем Edit | Insert Keyword и ключевое слово ROCK, чтобы задать сжимаемость породы. Первому элементу присвоим значение 1 атм, второму –  $5E-5$  атм<sup>-1</sup>, которые соответствуют стандартным значениям опорного давления и сжимаемости породы. Если опция Rock Tables недоступна, можно воспользоваться опцией поиска ключевых слов Edit | Explore Keywords. В одноимённом окне следует нажать кнопку Toggle Desc | Keys, а в поле Keyword's Name прописать ROCK, затем нажать клавишу ВВОД, кликнуть по найденному слову, закрыть окно.

8.6 Каждый ввод подтверждаем кнопкой Apply, перед выходом из раздела сохраним введённые данные.

9 Зададим кривые ОФП. Для этого кликнем по кнопке SCAL в окне Data Manager Module.

9.1 Выберем опции Section | Keywords из панели меню.

9.2 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово SWOF. Столбцы таблицы соответствуют значениям водонасыщенности, ОФП по воде и нефти и капиллярному давлению. Для простоты примем нулевую разность давлений на границе контакта фаз. Для заполнения таблицы воспользуемся ранее подготовленными данными, представленными на рис. 3.5.

9.3 Для проверки корректности заполнения таблицы при помощи опции View | Plot построим графики ОФП.

9.4 Закроем окно SCAL Keywords, сохраним изменения и закроем окно SCAL Section.

10 Зададим начальные условия моделирования. Для этого кликнем по кнопке Initialization в окне Data Manager Module.

10.1 Выберем опции Edit | Insert Keyword, а затем ключевое слово EQUIL, чтобы задать условия начального равновесия. Первым параметром зададим опорную глубину (1 205 м), вторым – давление на опорной глубине (138,0 атм), третьим – абсолютную отметку ВНК (1 205 м).

10.2 Сохраним изменения и закроем окно Initialization Section.

11 Введём скважины. Для этого кликнем по кнопке Schedule в окне Data Manager Module.

11.1 Выберем опции Event | New, в списке Event Types выделим Output, перейдём в режим отображения ключевых слов, нажав кнопку Toggle Desc/Keys, и добавим мнемонику RPTRST для управления выводом динамических свойств в RESTART-файл. В поле Keyword data: на новой строке после ключевого слова пропишем

‘BASIC=4’ /. В этом случае трёхмерные массивы расчётных динамических свойств будут записываться на начало каждого года.

11.2 Выберем опции Event | New, в списке Event Types выделим Define Wells, Groups & Connections, перейдём в режим отображения ключевых слов, нажав кнопку Toggle Desc/Keys, и добавим мнемонику GRUPTREE, устанавливающую структуру дерева для многоуровневого группового управления. В первом столбце зададим две дочерние группы PROD, INJ, относящиеся к материнской группе FIELD, записанной для каждой дочерней во втором столбце.

11.3 Добавим мнемонику WELSPECS для введения общих данных по скважине. Опишем добывающую скважину 1. Первым элементом зададим имя скважины 1, вторым – имя группы, которой принадлежит скважина, т. е. PROD, третьим и четвёртым – координаты вскрытия кровли коллектора. Из рис. 3.1 для первого варианта разработки видно, что продуктивный пласт перфорируется скважинами в следующих ячейках: скв. 1 – (19, 2), скв. 2 – (19, 19), скв. 3 – (2, 19), скв. 4 – (2, 2), скв. 5 – (10, 10). Координаты скважин определены из условия расположения начала координат в верхнем левом углу модели.

Скважина 5 по условию является нагнетательной, поэтому относится к группе INJ.

11.4 Зададим данные о перфорации с помощью мнемоники COMPDAT. Для скважины 1 первым элементом введём согласованное имя 1, четвёртым и пятым – координаты верхних и нижних дыр перфорации в интервале вскрытия пласта в направлении  $K$ , девятым – диаметр ствола скважины в соединении – 0,140 м. Так как добывающие скважины вскрывают 20 % нефтенасыщенной толщины пласта, тогда  $K$  Upper и  $K$  Lower примут значения 1 и 8 соответственно.

По аналогии опишем оставшиеся четыре скважины при условии, что нагнетательная скважина перфорирует толщу коллектора под ВНК, т. е.  $K = 21,30$ .

11.5 Зададим данные управления добывающими скважинами с помощью мнемоники WCONPROD. Ключевые слова, описывающие граничные условия на скважинах, находятся в разделе Well Controls and Limits окна New Event.

Для скважины 1 первым элементом введём согласованное имя 1, третьим – режим управления ВНР, т. е. управление целевым значением забойного давления – 74 атм. По аналогии опишем

остальные добывающие скважины. Так как скважина 2 ликвидирована по техническим причинам, для неё нужно установить флаг закрытой скважины. Для этого установим SHUT вторым элементом мнемоники.

Граничные условия для нагнетательной скважины запишем с помощью мнемоники WCONINJP, отвечающей за управление нагнетательными скважинами при площадном заводнении. Ключевое слово WCONINJP позволяет для каждой нагнетательной скважины задавать список добывающих скважин и долю компенсации отборов закачкой в пластовых условиях. Для скважины 5 первым элементом введём согласованное имя 5, вторым определим закачиваемый агент (WATER), четвертым – верхний предел забойного давления – 331 атм.

Сформируем список добывающих скважин для компенсации отборов. Для этого добавим необходимое количество строк в таблице ключевого слова. В первом столбце таблицы Production Wells запишем имена добывающих скважин. Против каждой добывающей скважины пропишем долю компенсации в пластовых условиях – 1,0.

11.6 Установим экономические ограничения на работу скважин. Для этого в окне New Event выберем тип события Well Economic Limits and Coning Control в поле Event Types, затем из поля Events добавим мнемонику WECON.

Для скважины 1 первым элементом введём согласованное имя 1, вторым – минимальный дебит нефти (1 т/сут или 1,13 м<sup>3</sup>/сут), четвертым – значение предельной объёмной обводнённости (0,98), седьмым – действие на скважине при выполнении одного из условий. Для остановки скважины по экономическим ограничениям седьмым параметром нужно установить значение WELL. По аналогии опишем остальные добывающие скважины.

11.7 Выберем опции Time | Insert, чтобы открыть панель New Time, затем положение Time Step поля Time Entry Choice. В поле Time Step введём значение 1, из раскрывающегося списка против связанного поля выберем yr, а полю Num присвоим значение 120. Таким образом, будет добавлено 120 шагов моделирования, каждый из которых продолжительностью в год.

11.8 Сохраним изменения и закроем окно Schedule Section.

12 Добавим отчётные векторы. Для этого кликнем по кнопке Summary в окне Data Manager Module. В закладке General выберем вектор ALL, добавим его с помощью кнопки Add to List.



Ключевое слово ALL запрашивает следующий основной набор ключевых слов для всех групп и скважин, представленных в задаче:

ALL =	{	FOPR	GOPR	WOPR	FOPT	GOPT	WOPT
		FOIR	GOIR	WOIR	FOIT	GOIT	WOIT
		FWPR	GWPR	WWPR	FWPT	GWPT	WWPT
		FWIR	GWIR	WWIR	FWIT	GWIT	WWIT
		FGPR	GGPR	WGPR	FGPT	GGPT	WGPT
		FGIR	GGIR	WGIR	FGIT	GGIT	WGIT
		FVPR	GVPR	WVPR	FVPT	GVPT	WVPT
		FVIR	GVIR	WVIR	FVIT	GVIT	WVIT
		FWCT	GWCT	WWCT	FGOR	GGOR	WGOR
		FWGR	GWGR	WWGR			
		WBHP	WTHP	WPI			
		FOIP	FOIPL	FOIPG			
		FGIP	FGIPL	FGIPG			
		FAQR	AAQR	FAQT			

Аббревиатура итогового вектора строится по следующему принципу:

1 позиция – отношение вектора к месторождению, группе или скважине: F – отношение вектора к месторождению (Field); G – отношение вектора к группе (Group); W – отношение вектора к скважине (Well) и т. д.;

2 позиция – отношение вектора к участвующим фазам: O – нефть (Oil); W – вода (Water); L – нефть (Liquid); G – газ (Gas); другие (others) – используется для вывода давления, пластовых объёмов (V), параметров аналитической модели водоносного пласта и т. д.;

3/4 позиции – тип вектора: PR – дебит (Production Rate); PT – накопленная добыча (Production Total); IR – приёмистость (Injection Rate); IT – накопленная закачка (Injection Total); другие (others) – используется для вывода запасов в поверхностных условиях (IP – In Place), запасов в жидкой и газовой фазе (IPL, IPG), коэффициента извлечения нефти (E – Efficiency) и т. д.

Дополнительно запросим RPTONLY из закладки General, FOE, FLPR, FLPT, FPR, FMWPR, FMWPT, FMWIN, FMWIT из закладки

FIELD, WLPR из закладки Well. RPTONLY запрашивает вывод итоговых данных только при выдаче отчётов, т. е. векторы будут записываться только на временные шаги, определённые в секции SCHEDULE. FOE позволяет записывать значения текущего коэффициента извлечения нефти, векторы FMWPR, FMWPT отвечают за количество добывающих скважин (действующих и общее), векторы FMWIN, FMWIT за количество нагнетательных.

13 Сохраним изменения и закроем окно Summary Section.

14 Выберем опцию File | Close в окне Data Manager Module, чтобы вернуться к основной панели проекта ECLIPSE Office.

15 Выберем опцию File | Save Project для сохранения файла проекта.

16 Вызовем менеджер расчётов нажатием кнопки Run на основной панели. В выпадающем меню Environment выберем пункт NON-PVM LOCAL. Выберем опции Submit | Runs, чтобы назначить задание по расчёту.

17 По окончании расчёта закроем отчёт о текущей сессии и выберем опции File | Close.

18 Для просмотра итоговых данных в основном окне ECLIPSE Office выберем опцию Result, затем опции File | Open Current Case | SUMMARY, чтобы открыть файл заголовка неформатированных отчётов для выбранного варианта. В верхней части панели Extract/Load Summary Vectors зададим опции Read All Summary Vectors и Read All Reports. Нажмём кнопку Load в нижней части панели для загрузки отчётных данных. Создадим пользовательский график изменения коэффициента извлечения нефти во времени. Для этого выберем опции LinePlot | User. В списке X-Axis Vectors выберем DATE, а в списке Y-Axis Vectors – FOE. Нажатием кнопки Add to List добавим его в список Vectors to Plot/Save. Нажмём кнопку ОК, чтобы построить график и закрыть окно User Templates. Для вызова динамического ряда коэффициента извлечения нефти вызовем окно Result Viewer: Active graph vectors data с помощью команд Options | Table. Результаты расчёта могут быть экспортированы с помощью функции Table Export, вызываемой из контекстного меню окна.

Результаты построения графика изменения коэффициента нефтеизвлечения в графическом постпроцессоре Result представлены на рис. 3.9.

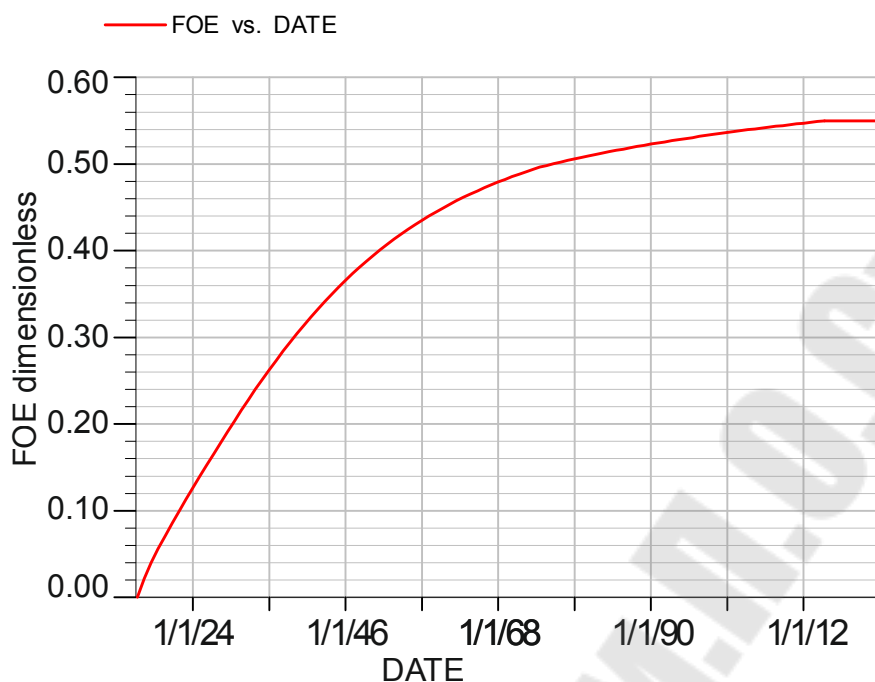


Рис. 3.9. График изменения коэффициента извлечения нефти во времени в графическом постпроцессоре Result программного пакета Schlumberger Eclipse Office для первого варианта разработки

Аналогично построим графики векторов FOPT, FWPT, FOE, FWIT, FVPR, FVIR, FVPT, FVIT, FMWPR, FMWIN от DATE на одном рабочем листе для формирования таблицы 3.3. Такая табличная форма представления технологических показателей разработки в составе материалов по технико-экономическому обоснованию коэффициентов извлечения нефти является обязательной для недропользователей. Таблица 3.3 сформирована с помощью табличного процессора Microsoft Excel.

Для объёмной визуализации начальных данных и данных расчёта выберем опции File | Open Current Case | GRID. В верхней части панели Extract/Load Solutions выберем опции Read INIT File и Read All Data from Restart Files. Нажмём кнопку Load в нижней части панели для загрузки итоговых массивов. Выберем опции View | 3D, чтобы открыть окно визуализатора. Воспроизведём продвижение контура нефтеносности для кровли слоя В во времени. Для этого выберем опции Scene | Grid | IJK Slice, в окне IJK Slice выберем вкладку K Slicing, в нижнем поле окна пропишем диапазон ячеек 11-20 для создания среза. Нажмём кнопку Close, подтвердим запрос. Воспроизведение временного ряда начнётся при нажатии кнопки Animate в верхнем правом углу экрана.

Таблица 3.3

## Результаты гидродинамических расчётов технологических показателей разработки для 1 варианта

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
1	Добыча, тыс. т				Обводнённость весовая, %	Темп отбора от извлекаемых запасов, %		Отбор извлекаемых запасов, %	КИН, д. ед.	Закачка воды, тыс. м <sup>3</sup>		Компенсация отбора закачкой, %		Ввод скважин из бурения			Выбытие скважин			Фонд скважин			Дебит одной скважины, т/сут		Приёмистость одной скважины, м <sup>3</sup> /сут		
2	нефти		жидкости			на начальных	текущих			текущая	накопленная	текущая	накопленная	текущая	накопленная	всего	добывающих	нагнетательных	всего	добывающих	нагнетательных	всего	добывающих	нагнетательных		нефти	жидкости
3	текущая	накопленная	текущая	накопленная																							
4	2016	65,9 <sup>1</sup>	65,9 <sup>2</sup>	76,1 <sup>4</sup>	76,1 <sup>5</sup>	13,4 <sup>7</sup>	3,9 <sup>8</sup>	3,9 <sup>8</sup>	3,9 <sup>10</sup>	0,021 <sup>11</sup>	86,8 <sup>12</sup>	86,8 <sup>13</sup>	100,0 <sup>15</sup>	100,0 <sup>16</sup>	4	3	1	0	0	0	4 <sup>17</sup>	3 <sup>18</sup>	1 <sup>19</sup>	60,0 <sup>20</sup>	69,3 <sup>21</sup>	237,1 <sup>22</sup>	
5	2017	56,1	122,0 <sup>3</sup>	91,3	167,4 <sup>6</sup>	38,5	3,3	3,5 <sup>9</sup>	7,2	0,040	96,4	183,1 <sup>14</sup>	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	51,2	83,3	264,0	
6	2018	50,1	172,1	100,8	268,2	50,3	3,0	3,2	10,2	0,056	102,5	285,7	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	45,8	92,1	280,9	
7	2019	46,2	218,3	107,3	375,5	56,9	2,7	3,1	13,0	0,071	106,8	392,4	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	42,2	98,0	292,5	
8	2020	44,1	262,4	111,8	487,3	60,6	2,6	3,0	15,6	0,086	109,8	502,2	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	40,1	101,8	300,0	
9	2021	42,4	304,8	114,3	601,5	62,9	2,5	3,0	18,1	0,099	111,4	613,6	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	38,7	104,4	305,2	
10	2022	41,5	346,3	116,1	717,7	64,3	2,5	3,0	20,5	0,113	112,7	726,3	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	37,9	106,1	308,6	
11	2023	40,8	387,1	117,5	835,2	65,3	2,4	3,0	23,0	0,126	113,6	839,9	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	37,3	107,3	311,1	
12	2024	40,5	427,6	118,8	954,0	65,9	2,4	3,1	25,4	0,140	114,6	954,4	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	36,9	108,2	313,1	
13	2025	40,1	467,7	119,3	1073,2	66,4	2,4	3,2	27,8	0,153	114,9	1069,3	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	36,6	108,9	314,7	
28	2040	28,8	991,1	148,5	3059,8	80,6	1,7	4,0	58,8	0,323	135,9	2933,6	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	26,2	135,2	371,3	
38	2050	19,9	1229,3	178,1	4702,1	88,8	1,2	4,2	72,9	0,401	158,2	4409,8	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	18,2	162,7	433,3	
48	2060	13,2	1389,6	208,7	6654,8	93,7	0,8	4,3	82,5	0,453	182,0	6124,1	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	12,1	190,1	497,1	
58	2070	8,9	1496,2	231,2	8871,1	96,2	0,5	4,5	88,8	0,488	199,6	8044,5	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	4	3	1	8,1	211,2	546,9	
62	2074	6,3	1527,3	151,2	9727,8	95,8	0,4	3,9	90,6	0,498	130,8	8783,6	100,1	100,0	0	0	0	1	1	0	3	2	1	8,7	207,1	358,5	
68	2080	5,2	1561,1	158,1	10659,0	96,7	0,3	4,0	92,6	0,509	136,2	9586,7	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	7,1	215,9	372,0	
78	2090	4,1	1606,7	165,1	12279,1	97,5	0,2	5,0	95,3	0,524	141,7	10979,7	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	5,6	226,1	388,3	
88	2100	3,4	1643,6	171,0	13962,6	98,0	0,2	7,5	97,5	0,536	146,6	12423,6	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	4,6	233,7	400,5	

Окончание табл. 3.3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
98	2110	2,8	1674,4	174,8	15693,2	98,4	0,2	20,7	99,4	0,546	149,6	13905,6	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	3,9	239,4	409,8
102	2114	2,6	1685,2	176,2	16396,4	98,5	0,2	100,0	100,0	0,550	150,7	14507,2	100,0	100,0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	3,6	241,4	412,9

**Примечания**

1 «=(AB5-AB4)\*0,885/1000»

2 «=B4»

3 «=B5+C4»

4 «=B4+(AC5-AC4)\*1,176/1000»

5 «=D4»

6 «=D5+E4»

7 «=(D4-B4)/D4\*100»

8 «=B4/\$C\$102\*100»

9 «=B5/(\$C\$102-C4)\*100»

10 «=C4/\$C\$102\*100»

11 «=AD5»

12 «=(AE5-AE4)/1000»

13 «=K4»

14 «=K5+L4»

15 «=AG5/AF5\*100»

16 «=AI5/AH5\*100»

17 «=V4+W4»

18 «=AJ5»

19 «=AK5»

20 «=B4/ЕСЛИ(ОСТАТ(A4;4)=0;366;365)/V4\*1000»

21 «=D4/ЕСЛИ(ОСТАТ(A4;4)=0;366;365)/V4\*1000»

22 «=K4/ЕСЛИ(ОСТАТ(A4;4)=0;366;365)/W4\*1000»

23 столбцы AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK отвечают расчётным значениям векторов DATE, FORT, FWPT, FOE, FWIT, FVPR, FVIR, FVPT, FVIT, FMWPR, FMWIN соответственно

24 ячейка \$C\$102 отвечает извлекаемым запасам нефти по варианту

25 в расчётах 0,885 и 1 176 – плотность нефти и пластовой воды в стандартных условиях в г/см<sup>3</sup>

Результаты расчёта сетки нефтенасыщенности для кровли слоя В представлены на рис. 3.10.

19 Выберем File | Close, чтобы вернуться к основной панели модуля просмотра результатов. Аналогичным образом закроем окна Result Viewer Module и ECLIPSE Office.

20 Нажмём кнопку Exit, чтобы закрыть ECLIPSE Launcher.

Аналогичным образом рассчитываются остальные варианты разработки, при этом изменениям подлежит секция SCHEDULE.

Исходные данные по скважинам для секции SCHEDULE по вариантам представлены в таблицах 3.4 и 3.5.

Результаты расчёта по вариантам разработки представлены в сводной таблице 3.6.

Столь высокие значения коэффициента нефтеизвлечения для различных систем разработки обусловлены геологическими и гидродинамическими причинами. С позиций геологии высокие значения КИН связаны со структурой запасов: отсутствием на модели расчленённости, дисперсии пористости, песчаности и насыщенности, что учитывается при создании геологических моделей. В этой же работе этап построения геологической модели был опущен.

С позиций гидродинамики высокие значения КИН обусловлены отсутствием на модели сводов, недренируемых в ходе разработки в результате гравитационной сегрегации флюидов, и законтурной водоносной области. Определяющими являются также вид ОФП, значение коэффициента вытеснения и свойства флюидов.

В этих условиях процесс заводнения залежи становится в большей степени сопоставимым с вытеснением нефти на образце керна. КИН в этом случае контролируется только коэффициентом охвата, который определяется числом добывающих и нагнетательных скважин, их соотношением и конфигурацией расположения. Тем не менее, даже для такой задачи можно подчеркнуть высокую степень его нелинейности. Таким образом, задача по оценке КИН даже в упрощённой её постановке представляет интерес с точки зрения выбора оптимальных схем разработки в зависимости от геолого-физических характеристик залежи.

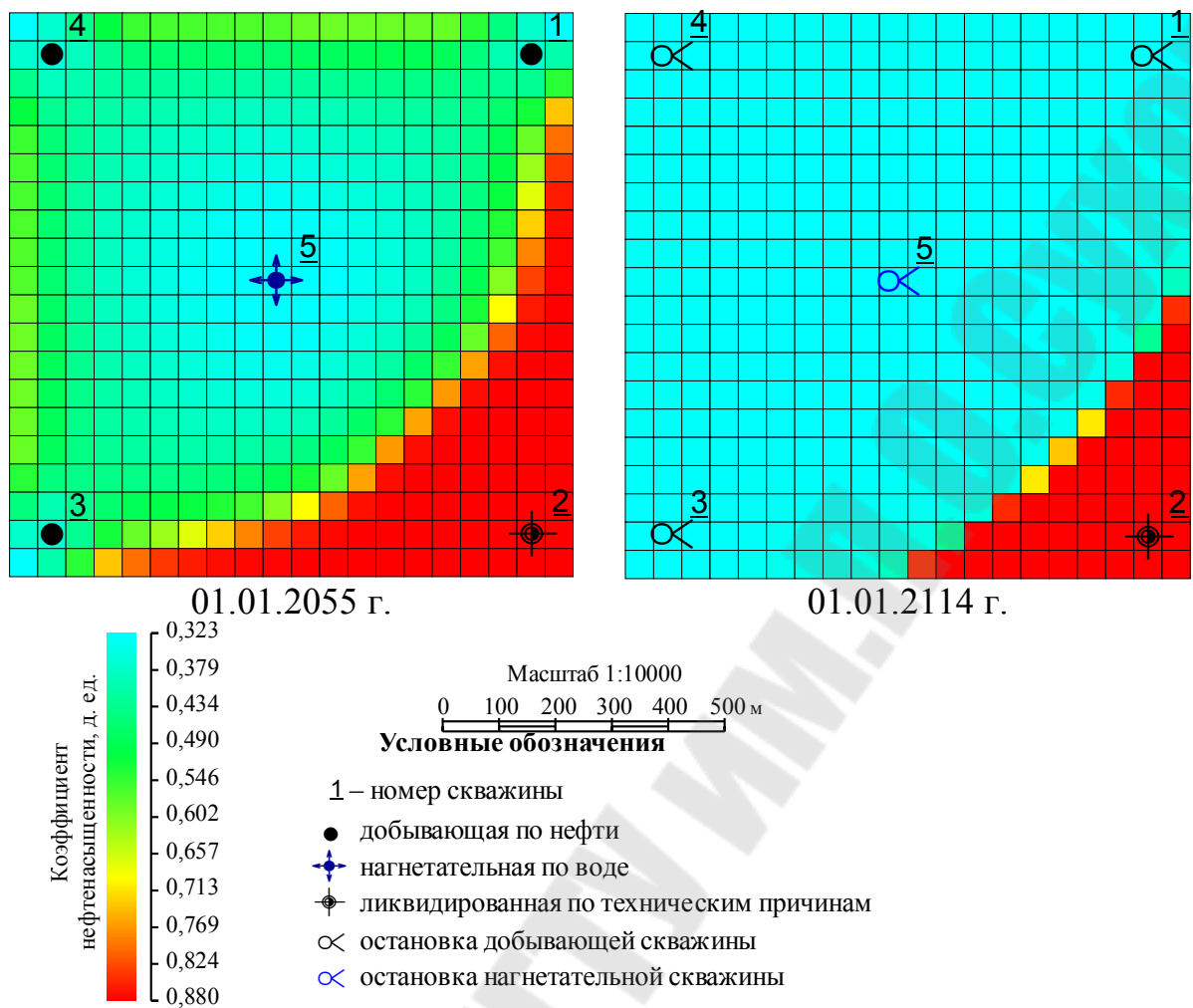


Рис. 3.10. Распределение нефтенасыщенности для кровли слоя В на 01.01.2055 г. и конец расчётного срока (01.01.2112 г.) для первого варианта разработки

Таблица 3.4

**Координаты I, J устья скважин**

Вариант разработки	Номер скважины				
	1	2	3	4	5
1	19, 2	19, 19	2, 19	2, 2	10, 10
2	15, 4	19, 10	15, 17	6, 17	2, 10
3	16, 4	16, 17	10, 17	4, 17	4, 4
4	10, 4	17, 11	10, 18	3, 11	17, 4
5	13, 8	16, 11	13, 14	7, 14	4, 11

Окончание табл. 3.4

Вариант разработки	Номер скважины							
	6	7	8	9	10	11	12	13
1	–	–	–	–	–	–	–	–
2	6, 4	10, 10	–	–	–	–	–	–
3	10, 4	7, 10	13, 10	–	–	–	–	–
4	17, 18	3, 18	3, 4	10, 11	–	–	–	–
5	7, 8	10, 11	16, 4	16, 18	10, 18	4, 18	4, 4	10, 4

Таблица 3.5

**Доля компенсации отборов закачкой**

		Номер нагнетательной скважины											
		1 вариант					4 вариант						
Номер добывающей скважины	5	–					5	6	7	8	9		
	1						1,0	1	0,4	–	–	0,4	0,2
	2						1,0	2	0,4	0,4	–	–	0,2
	3						1,0	3	–	0,4	0,4	–	0,2
	4						1,0	4	–	–	0,4	0,4	0,2
	2 вариант					3 вариант							
		7	–					7	8	–			
	1	1,0						1	1,0				–
	2	1,0						2	1,0				–
	3	1,0						3	0,5				0,5
4	1,0	4						–	1,0				
5	1,0	5						–	1,0				
6	1,0	6						0,5	0,5				
5 вариант							–						
	8	9	10	11	12	13							
1	0,5	–	–	–	–	0,5							
2	0,5	0,5	–	–	–	–							
3	–	0,5	0,5	–	–	–							
4	–	–	0,5	0,5	–	–							
5	–	–	0,5	0,5	0,5	–							
6	–	–	–	–	0,5	0,5							
7	–	–	–	–	–	0,5							



Таблица 3.6

## Сопоставление показателей вариантов разработки залежи

Показатель	Вариант				
	1	2	3	4	5
1 Система разработки	площадная				
2 Вид воздействия	ППД				
3 Расчётный срок разработки, годы	99	86	80	59	85
4 Накопленная добыча за расчётный период, тыс. т					
4.1 нефти	1 685.2	1 779.4	1 824.2	1 842.1	1 799.7
4.2 жидкости	16 396.4	23 558.3	20 272.7	14 657.0	18 684.9
5 Накопленная закачка воды за расчётный период, тыс. м <sup>3</sup>	14 507.2	20 619.9	17 850.0	13 080.5	16 491.5
6 Коэффициент нефтеизвлечения, д. ед.	0.550	0.581	0.595	0.601	0.587
7 Коэффициент вытеснения, д. ед.	0.633				
8 Коэффициент охвата, д. ед.	0.869	0.917	0.940	0.950	0.928
9 Средняя обводнённость продукции (весовая) к концу разработки, %	98.5	98.5	98.5	98.5	98.5
10 Фонд скважин для бурения, всего	4	7	7	9	12
в том числе					
10.1 добывающих	3	6	5	4	6
10.2 нагнетательных	1	1	2	5	6

### 3.4 Индивидуальное задание

3.4.1 В программном пакете Schlumberger Eclipse произвести расчёт технологических показателей разработки для заданных ГФХ залежи, представленных в таблице 3.7 (п. 1-18). Для всех вариантов принять коэффициент анизотропии пласта – 3,2. Данные основаны на ГФХ реальных месторождений: Ватинского, Возейского, Гондыревского, Западно-Талинского, Известинского, Умсейского и Южно-Пурпейского, Яхлинского месторождений.

Расчёт предполагает построение функций ОФП, PVT-зависимостей, сетки моделирования, задание граничных и начальных условий. При масштабировании насыщенности задаться значениями ОФП, представленными на рис. 3.5. Схемы размещения скважин по вариантам представлены на рис. 3.1.

3.4.2 Сформировать таблицу технологических показателей разработки вида 3.3 по результатам гидродинамического моделирования. Ответы для самопроверки даны в таблице 3.7 (п. 19-24).

3.4.3 Выполнить тестовые задания по разделу (подраздел 3.5).

Таблица 3.7

## ГФХ продуктивного пласта по вариантам и ответы для самопроверки

Параметр		Продуктивный пласт																	
		слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А
1	п. 1 таблицы 3.1	1			2			3			4			5			6		
2	п. 3 таблицы 3.1	–	–	1 673	–	–	1 674	–	–	1 675	–	–	1 689	–	–	1 794	–	–	1 803
3	п. 5 таблицы 3.1	терригенный																	
4	п. 6 таблицы 3.1	22,2			25,4			22,8			18,6			22,2			21,8		
4.1	п. 6.1 таблицы 3.1	4,2	8,8	9,2	9,0	7,7	8,7	11,5	5,5	5,8	8,2	4,2	6,2	7,0	7,2	8,0	7,3	8,5	6,0
5	п. 7 таблицы 3.1	0,170	0,200	0,230	0,209	0,220	0,231	0,253	0,230	0,207	0,244	0,230	0,216	0,219	0,230	0,241	0,274	0,240	0,206
6	п. 8 таблицы 3.1	0,390			0,490			0,550			0,530			0,610			0,580		
7	п. 9 таблицы 3.1	0,007	0,006	0,005	0,066	0,073	0,080	0,207	0,244	0,281	0,132	0,161	0,190	0,151	0,175	0,199	0,205	0,214	0,223
8	п. 11 таблицы 3.1	70,0			70,0			72,0			75,0			80,0			80,0		
9	п. 12 таблицы 3.1	17,4			17,4			17,4			17,5			18,3			18,6		
10	п. 13 таблицы 3.1	2,60			1,87			2,00			2,00			1,87			1,17		
11.1	п. 14.1 таблицы 3.1	858			859			858			865			860			852		
11.2	п. 14.2 таблицы 3.1	1,036			1,077			1,043			1,050			1,157			1,240		
11.3	п. 14.3 таблицы 3.1	1 013			1 013			1 013			1 012			1 012			1 012		
12	п. 15 таблицы 3.1	-1 690,0			-1 690,0			-1 690,0			-1 701,0			-1 808,0			-1 817,0		
13	п. 16 таблицы 3.1	7,8			7,7			7,5			7,9			7,6			7,4		
14	п. 17 таблицы 3.1	1,133			1,128			1,129			1,132			1,132			1,131		
15	п. 18 таблицы 3.1	41,2			43,8			43,3			39,3			43,9			49,4		
16.1	п. 19.1 таблицы 3.1	13,90			12,35			11,98			10,65			11,43			13,86		
16.2	п. 19.2 таблицы 3.1	1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80		
17	п. 20 таблицы 3.1	0,487			0,424			0,511			0,511			0,556			0,569		
18	п. 21 таблицы 3.1	3			1			2			4			3			1		
19	п. 3 таблицы 3.6	98			66			33			24			40			26		
20.1	п. 4.1 таблицы 3.6	235,7			504,1			682,9			543,0			804,7			706,2		
20.2	п. 4.2 таблицы 3.6	539,5			3 868,3			6 730,0			3 363,0			6 267,8			4 440,4		
21	п. 5 таблицы 3.6	611,2			3 983,1			6 868,2			3 497,2			6 457,6			4 627,4		
22	п. 6 таблицы 3.6	0,216			0,372			0,480			0,494			0,524			0,511		
23	п. 8 таблицы 3.6	0,444			0,878			0,938			0,967			0,943			0,898		
24	п. 9 таблицы 3.6	72,2			98,3			98,3			98,4			98,3			98,3		

Продолжение табл. 3.7

Параметр	Продуктивный пласт																										
	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А
1	7			8			9			10			11			12			13			14					
2	-	-	1 840	-	-	1 930	-	-	1 959	-	-	1 999	-	-	2 036	-	-	2 112	-	-	2 297	-	-	2 406			
3	терригенный																										
4	22,1			20,3			17,5			22,7			20,2			26,3			19,8			18,3					
4.1	6,5	6,3	9,3	5,7	6,3	8,3	5,8	5,7	6,0	9,0	6,7	7,0	7,5	5,7	7,0	7,0	10,3	9,0	6,3	7,5	6,0	7,3	3,7	7,3			
5	0,197	0,200	0,203	0,236	0,210	0,184	0,236	0,220	0,204	0,275	0,220	0,165	0,212	0,210	0,208	0,242	0,220	0,198	0,178	0,160	0,147	0,144	0,150	0,156			
6	0,470			0,460			0,500			0,580			0,520			0,620			0,480			0,530					
7	0,109	0,106	0,103	0,068	0,070	0,072	0,273	0,280	0,287	0,268	0,233	0,198	0,168	0,158	0,148	0,123	0,136	0,149	0,011	0,011	0,010	0,017	0,017	0,018			
8	80,0			85,0			85,0			87,0			87,0			88,0			90,0			96,0					
9	19,2			19,9			20,9			21,0			21,0			21,5			24,5			25,0					
10	1,51			1,40			1,40			1,27			1,27			1,42			1,17			1,18					
11.1	855			850			850			854			844			850			831			834					
11.2	1,182			1,303			1,113			1,231			1,219			1,347			1,380			1,221					
11.3	1 010			1 010			1 014			1 014			1 014			1 018			1 020			1 016					
12	-1 853,5			-1 943,9			-1 970,0			-2 014,0			-2 049,5			-2 128,5			-2 309,4			-2 417,1					
13	6,9			6,7			6,7			8,2			8,3			9,0			8,3			9,0					
14	1,147			1,142			1,142			1,144			1,178			1,238			1,298			1,302					
15	45,0			46,0			46,0			52,0			77,0			76,0			90,0			99,0					
16.1	12,17			10,40			9,50			15,40			14,80			13,90			14,50			14,50					
16.2	1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80					
17	0,694			0,633			0,628			0,545			0,644			0,598			0,595			0,446					
18	4			5			3			2			4			2			5			3					
19	38			59			13			31			22			44			90			57					
20.1	635,6			554,3			517,9			652,2			655,7			824,2			256,5			220,0					
20.2	4 343,2			3 708,3			4 250,0			5 938,8			3 803,7			7 429,5			900,2			1 061,2					
21	4 523,6			3 867,5			4 376,4			6 087,4			4 019,8			7 689,0			1 031,7			1 171,4					
22	0,662			0,596			0,596			0,504			0,620			0,561			0,437			0,379					
23	0,954			0,942			0,948			0,925			0,963			0,939			0,734			0,849					
24	98,4			98,4			98,3			98,3			98,4			98,4			90,0			93,8					

Продолжение табл. 3.7

Параметр	Продуктивный пласт																										
	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А
1	15			16			17			18			19			20			21			22					
2	-	-	2 053	-	-	2 037	-	-	1 956	-	-	1 530	-	-	1 528	-	-	781	-	-	810	-	-	835			
3	карбонатный																										
4	19,7			29,9			24,1			25,1			22,7			18,1			18,8			22,2					
4.1	6,2	8,3	5,2	11,5	8,7	9,7	8,8	10,3	5,0	10,3	6,5	8,3	7,7	8,8	6,2	5,3	5,5	7,3	7,0	6,0	5,8	7,7	9,5	5,0			
5	0,087	0,100	0,113	0,086	0,100	0,114	0,100	0,090	0,080	0,154	0,160	0,166	0,191	0,170	0,149	0,113	0,120	0,127	0,149	0,140	0,131	0,159	0,160	0,161			
6	0,590			0,600			0,570			0,790			0,810			0,545			0,623			0,740					
7	0,009	0,010	0,010	0,012	0,010	0,007	0,009	0,011	0,013	0,086	0,113	0,140	0,100	0,113	0,126	0,060	0,085	0,110	0,129	0,116	0,103	0,118	0,102	0,086			
8	58,0			58,0			56,0			40,5			38,6			18,6			20,0			18,5					
9	26,8			26,8			20,8			16,3			16,4			9,6			9,8			10,2					
10	1,40			3,80			2,20			3,80			7,70			13,00			13,00			16,40					
11.1	829			833			844			842			860			870			870			885					
11.2	1,375			1,433			1,505			1,363			1,188			1,485			1,485			1,544					
11.3	1 055			1 055			1 082			1 066			1 066			1 152			1 152			1 140					
12	-2 066,0			-2 058,0			-1 970,0			-1 545,0			-1 545,0			-793,0			-821,5			-850,0					
13	8,8			8,8			4,6			2,6			1,9			5,3			5,3			6,3					
14	1,250			1,283			1,120			1,054			1,026			1,020			1,020			1,037					
15	107,6			107,1			32,7			16,6			6,2			11,0			11,0			18,0					
16.1	9,40			20,00			11,50			8,80			7,40			7,18			7,18			7,86					
16.2	1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80					
17	0,477			0,477			0,426			0,677			0,677			0,544			0,587			0,509					
18	1			4			3			5			4			4			3			5					
19	62			90			57			70			90			108			94			89					
20.1	194,3			222,0			178,5			921,2			1 183,0			239,7			201,5			231,1					
20.2	730,5			1 141,9			970,8			10 436,1			13 146,4			2 650,8			2 774,0			2 230,7					
21	801,2			1 213,9			969,1			10 079,0			12 634,1			2 374,0			2 469,4			2 024,9					
22	0,361			0,257			0,343			0,594			0,620			0,346			0,243			0,152					
23	0,757			0,540			0,806			0,878			0,916			0,636			0,414			0,299					
24	91,5			90,3			93,8			98,4			98,4			95,3			95,5			94,6					

Параметр	Продуктивный пласт																										
	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А	слой С	слой В	слой А
1	23			24			25			26			27			28			29			30					
2	-	-	1 186	-	-	2 868	-	-	2 915	-	-	2 678	-	-	2 757	-	-	2 809	-	-	2 412	-	-	2 282			
3	карбонатный						терригенный																				
4	21,1			21,1			24,6			20,8			24,3			20,6			16,3			25,2					
4.1	9,8	7,3	4,0	8,3	5,5	7,3	7,5	8,3	8,8	6,8	7,2	6,8	6,8	11,2	6,3	9,0	7,3	4,3	6,0	5,3	5,0	6,2	11,7	7,3			
5	0,124	0,130	0,136	0,177	0,180	0,183	0,140	0,150	0,160	0,232	0,186	0,140	0,196	0,190	0,184	0,172	0,185	0,198	0,153	0,145	0,137	0,186	0,160	0,133			
6	0,760			0,615			0,560			0,550			0,550			0,470			0,437			0,590					
7	0,098	0,169	0,240	0,016	0,017	0,018	0,037	0,048	0,059	0,010	0,009	0,008	0,032	0,036	0,039	0,062	0,080	0,097	0,050	0,044	0,038	0,027	0,032	0,047			
8	25,0			90,0			91,0			92,0			88,0			87,0			85,0			84,0					
9	14,0			36,1			30,8			27,5			28,4			29,0			24,9			23,3					
10	12,30			0,33			0,33			0,37			0,45			0,64			0,46			0,56					
11.1	885			830			802			816			812			838			818			834					
11.2	1,367			1,018			0,891			1,249			1,181			1,119			1,088			1,362					
11.3	1 180			1 016			1 016			1 008			1 009			1 009			1 002			1 005					
12	-1 200,0			-2 882,0			-2 931,0			-2 692,0			-2 771,0			-2 821,8			-2 422,0			-2 298,0					
13	9,2			27,1			22,5			14,5			16,9			14,5			18,4			13,4					
14	1,063			1,488			1,285			1,455			1,350			1,264			1,420			1,260					
15	29,0			199,3			152,4			183,0			156,0			110,0			150,0			105,0					
16.1	9,02			29,87			29,87			25,22			23,48			11,54			11,19			12,00					
16.2	1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			1,80			2,00					
17	0,612			0,583			0,439			0,421			0,413			0,342			0,530			0,476					
18	4			5			4			3			1			1			2			2					
19	109			57			9			50			38			14			38			44					
20.1	638,0			460,7			372,5			272,9			325,7			238,0			162,4			415,4					
20.2	9 215,8			932,9			776,6			590,2			1 177,0			1 198,3			618,1			1 822,6					
21	8 035,6			1 290,7			994,6			801,4			1 385,3			1 310,6			736,7			2 027,7					
22	0,553			0,527			0,426			0,384			0,373			0,316			0,456			0,449					
23	0,904			0,904			0,969			0,913			0,903			0,925			0,861			0,944					
24	98,5			92,2			97,7			87,2			96,6			98,3			92,7			96,9					

### 3.5 Тестовые задания

3.5.1 К задачам гидродинамического моделирования следует относить построение

- 1) структурного каркаса;
- 2) стратиграфических горизонтов;
- 3) куба пористости;
- 4) карты эффективных нефтенасыщенных толщин;
- 5) карты подвижных запасов УВС.

3.5.2 Модель Black Oil может использоваться для моделирования

- 1) сайклинг-процесса;
- 2) околокритической нефти;
- 3) смешивающегося вытеснения;
- 4) закачки двуокиси углерода;
- 5) выпадения конденсата.

3.5.3 Долю подвижных запасов на начало разработки характеризует насыщенность

- 1) начальная нефтенасыщенность;
- 2) критическая нефтенасыщенность;
- 3) критическая водонасыщенность;
- 4) 1, 2;
- 5) 1, 3.

3.5.4 Сжимаемость породы в симуляторе Eclipse определяется как приращение

- 1) объема пласта в первоначальном объеме;
- 2) порового объема пласта в первоначальном объеме;
- 3) порового объема пласта в первоначальном поровом объеме;
- 4) объема зёрен в первоначальном объеме зёрен породы;
- 5) объемов жидкости и пласта в первоначальном объеме.

3.5.5 При снижении пластового давления до давления насыщения наблюдается

- 1) рост объемного коэффициента и вязкости нефти;
- 2) рост объемного коэффициента и понижение вязкости нефти;
- 3) рост вязкости нефти при постоянном газосодержании;
- 4) понижение объемного коэффициента и рост вязкости нефти;
- 5) понижение газосодержания нефти.

3.5.6 При снижении пластового давления ниже давления насыщения наблюдается

- 1) понижение объёмного коэффициента и рост вязкости нефти;
- 2) рост объёмного коэффициента и понижение вязкости нефти;
- 3) постоянство газосодержания нефти;
- 4) 1, 3;
- 5) 2, 3.

3.5.7 При выбытии скважины по обводнённости не отмечается

- 1) рост обводнённости по залежи;
- 2) снижение обводнённости по залежи;
- 3) снижение объёмов закачки по залежи;
- 4) снижение приёмистости на скважину;
- 5) рост отборов нефти на скважину.

3.5.8 Ограничение отборов  $q_{prod}$  и забойного давления  $p_3$  в добывающей скважине в общем случае отвечает установке

- 1) верхней границы  $q_{prod}$  и нижней границы  $p_3$ ;
- 2) нижней границы  $q_{prod}$  и верхней границы  $p_3$ ;
- 3) верхней границы  $q_{prod}$  и  $p_3$ ;
- 4) верхней границы  $q_{prod}$  при постоянном  $p_3$ ;
- 5) нижней границы  $p_3$  при постоянном  $q_{prod}$ .

3.5.9 Ограничение приёмистости  $q_{inj}$  и забойного давления  $p_3$  в нагнетательной скважине в общем случае отвечает установке

- 1) нижней границы  $q_{inj}$  и верхней границы  $p_3$ ;
- 2) верхней границы  $q_{inj}$  и нижней границы  $p_3$ ;
- 3) верхней границы  $q_{inj}$  и  $p_3$ ;
- 4) верхней границы  $q_{inj}$  при постоянном  $p_3$ ;
- 5) верхней границы  $p_3$  при постоянном  $q_{inj}$ .

3.5.10 Поддержанию постоянства пластового давления на уровне ниже начального пластового отвечают следующие значения текущей  $K$  и накопленной  $K_{нак}$  компенсации отборов жидкости закачкой:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $K = 100 \%$ , $K_{нак} < 100 \%$ ; | 4) $K < 100 \%$ , $K_{нак} < 100 \%$ ; |
| 2) $K = 100 \%$ , $K_{нак} = 100 \%$ ; | 5) $K = 100 \%$ .                      |
| 3) $K = 100 \%$ , $K_{нак} > 100 \%$ ; |  |

## ЛИТЕРАТУРА

1 Фёрстер, Э. Методы корреляционного и регрессионного анализа / Э. Фёрстер, Б. Рёнц ; пер. с нем. и предисл. В.М. Ивановой. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 302 с.

2 Байсеит, Д.К. Выбор эффективного способа тепло-водогазового воздействия на призабойную зону скважины и пласта : дис. ... д-ра филос. наук : 6В070800 / Д.К. Байсеит. – Алматы, 2013. – 123 л.

3 Савельев, В.А. Геолого-промысловые методы прогноза нефтеотдачи : учеб. пособие / В.А. Савельев, М.А. Токарев, А.С. Чинаров. – Ижевск : Издательский дом «Удмуртский университет», 2008. – 147 с.

4 Швецов, И.А. Физико-химические методы увеличения нефтеотдачи пластов. Анализ и проектирование / И.А. Швецов, В.Н. Манырин. – Самара : Российское Представительство Акционерной Компании «Ойл Технолоджи Оверсиз Продакшн Лимитед», 2000. – 350 с.

5 Мегалов, А.Ю. Пути решения проблем выбора и оценки эффективности методов увеличения нефтеотдачи на месторождениях Западной Сибири / А.Ю. Мегалов, Е.Н. Иванов, Ю.М. Кононов, А.Т. Росляк // Известия Самарского НЦ РАН. – 2012. – Т 14 – № 1 (8). – С. 2123-2127.

6 Басниев, К.С. Подземная гидромеханика : учеб. для вузов / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. – М. : Недра, 1993. – 416 с. : ил.

7 Методические рекомендации по составу и правилам оформления представленных на государственную экспертизу материалов по технико-экономическому обоснованию коэффициентов извлечения нефти / Министерство природных ресурсов Российской Федерации ; сост. Л.Д. Америка [и др.]. – М. : 2007. – 58 с.

8 Создание постоянно действующих геолого-гидродинамических моделей нефтяных месторождений : СТП 09100.17015.159-2010. – Введ. 17.05.10. – Гомель : Белорусский государственный концерн по нефти и химии РУП «ПО «Белоруснефть», 2010. – 55 с.



9 Кричлоу, Г.Б. Современная разработка нефтяных месторождений – проблемы моделирования / Г.Б. Кричлоу. – М. : Недра, 1979. – 303 с.

10 Крепление нефтяных скважин : СТП 09100.17015.037-2012. – Введ. 22.02.12. – Гомель : Белорусский государственный концерн по нефти и химии РУП «ПО «Белоруснефть», 2012. – 97 с.

11 Создание отечественного термогидросимулятора – необходимый этап освоения нетрадиционных залежей углеводородов России / В.В. Бетелин [и др.]. – М. : ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 2015. – 206 с.

12 Собин, А.М. Регулирование разработки нефтяных месторождений на основе выявленных закономерностей фильтрации флюидов в призабойной зоне скважины : дис. канд. техн. наук : 25.00.17 / А.М. Собин, Ухтинский государственный технический университет. – Ухта, 2015. – 137 с.

13 Нефть. Метод определения фазовых проницаемостей в лабораторных условиях при совместной стационарной фильтрации : ОСТ 39-235-89. – Введ. 01.07.89. – 1989. – 35 с.

14 Дейк, Л.П. Основы разработки нефтяных и газовых месторождений / Л.П. Дейк ; пер. Б.Л. Фалеева ; под ред. Э.М. Симкина. – М. : ООО «Премиум Инжиниринг», 2009. – 570 с. : ил.

15 Гудок, Н.С. Определение физических свойств нефтеводосодержащих пород : учеб. пособие для вузов / Н.С. Гудок, Н.Н. Богданович, В.Г. Мартынов. – М. : ООО «Недра-Бизнесцентр», 2007. – 592 с. : ил.

16 Хайруллин, А.А. Разработка и исследование модели двухфазного непоршневого вытеснения нефти водой : дис. канд. техн. наук : 25.00.17 / А.А. Хайруллин, Тюменский государственный нефтегазовый университет. – Тюмень, 2014. – 147 с.

17 Справочное руководство по проектированию разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Проектирование разработки / Ш.К. Гиматудинов [и др.] ; под общ. ред. Ш.К. Гиматудинова. – М. : Недра, 1983. – 463 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
1 Промыслово-статистические методы в оценке эффективности ГТМ.....	4
1.1 Постановка задачи.....	4
1.2 Описание математической модели.....	4
1.3 Реализация модели в Excel.....	12
1.4 Индивидуальное задание.....	19
1.4.1 Линеаризация переменных регрессии.....	19
1.4.2 Уточнение оценок параметров нелинейной регрессии.....	20
1.4.3 Оценка предельных показателей разработки.....	23
1.5 Тестовые задания.....	35
2 Исследование функции Бакли-Левретта.....	37
2.1 Постановка задачи.....	37
2.2 Описание математической модели.....	37
2.3 Реализация модели в Mathcad.....	39
2.4 Индивидуальное задание.....	44
2.5 Тестовые задания.....	46
3 Сеточные модели месторождений в оценке коэффициента извлечения нефти.....	48
3.1 Постановка задачи.....	48
3.2 Описание математической модели.....	48
3.3 Реализация модели в Eclipse.....	53
3.3.1 Подготовка исходных данных.....	53
3.3.2 Создание модели насыщения.....	56
3.3.3 Создание PVT-модели нефти.....	63
3.3.4 Работа с графическим интерфейсом Eclipse Office... .....	66
3.4 Индивидуальное задание.....	81
3.5 Тестовые задания.....	86
ЛИТЕРАТУРА.....	88

**Иоффе Максим Дмитриевич**

**ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ  
В РАСЧЕТАХ ПО РАЗРАБОТКЕ,  
ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНЫХ  
И ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

**Пособие**

**по выполнению лабораторных работ  
для слушателей специальности переподготовки  
1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация  
нефтяных и газовых месторождений»  
заочной формы обучения**

Подписано в печать 27.12.17.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 5,35. Уч.-изд. л. 5,61.

Изд. № 31.

<http://www.gstu.by>

Отпечатано на цифровом дуплекаторе  
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.

Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.