



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Промышленная электроника»

**А. С. Храмов, Д. А. Литвинов**

## **АППАРАТНЫЕ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ПЭВМ**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
по одноименной дисциплине для студентов  
специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника»  
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2012

УДК 004.3(075.8)  
ББК 32.973-018.2я73  
Х89

*Рекомендовано научно-методическим советом  
факультета автоматизированных и информационных систем  
ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 11 от 28.05.2012 г.)*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Автоматизированный электропривод»  
ГГТУ им. П. О. Сухого *В. А. Савельев*

**Храмов, А. С.**  
Х89      Аппаратные и программные средства ПЭВМ : лаборатор. практикум по одним.  
дисциплине для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» днев.  
и заоч. форм обучения / А. С. Храмов, Д. А. Литвинов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого,  
2012. – 154 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ;  
свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим  
доступа: [http:// http://alis.gstu.by/StartEK/](http://http://alis.gstu.by/StartEK/). – Загл. с титул. экрана.

Даны необходимые сведения для освоения теоретического материала и практического за-  
крепления знаний по курсу «Аппаратные и программные средства ПЭВМ».

Для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» дневной и заочной  
форм обучения.

**УДК 004.3(075.8)  
ББК 32.973-018.2я73**

© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2012

## Лабораторная работа № 1

### «ОСНОВЫ РАБОТЫ В MS WORD»

**Цель лабораторной работы:** изучить некоторые настройки Word, которые необходимы, если приходится постоянно и много в нем работать. Изучить способы и приемы работы с таблицами в Word.

#### Задание 1.

1. Необходимо набрать основной текст объемом 2 листа и более. Основной текст набирается в текстовом редакторе *MS Word* с использованием шрифта *Times New Roman*, размер – 15 пунктов.

2. Задать параметры страниц авторского оригинала. Для этого нужно выполнить команду *Файл – Параметры страницы...*, раскрывая вкладки *Поля – Размер бумаги – Макет*, установить требуемые поля *Верхнее – 2,5 см, Нижнее – 3 см, Левое – 2,5 см, Правое – 2,5 см*. Размер бумаги – A4 (210 x 297 мм), ориентация – *Книжная*, применить – *Ко всему документу*. Расстояние от края до верхнего колонтитула – 12,5 мм; до нижнего колонтитула – 20 мм.

3. В параметрах пункта меню *Абзац* выровнять текст по ширине страницы.

4. В параметрах пункта меню *Абзац* установить междустрочный интервал (интерлиньяж) – одинарный, абзацный отступ – 1,25 см.

5. Пронумеровать документ. Номер страницы проставляется внизу по центру.

6. Установить автоматическую расстановку переносов (расстановка переносов вручную – *недопустима*).

7. Т.к. страница не должна начинаться с неполной последней строки абзаца и не должна заканчиваться первой строкой абзаца, следует установить запрет висячих строк. Для этого необходимо выполнить команду *Формат – Абзац*, открыть вкладку *Положение на странице* и установить флажок *Запрет висячих строк*.

#### Задание 2.

Используя редактор формул *Microsoft Equation*, необходимо набрать формулы своего варианта. Стиль формул «*математический*». Параметры стиля для *Microsoft Equation* при наборе формул определяются командой *Стиль – Определить...*: шрифт *Times New Roman*; величины *переменных* набираются курсивом, *цифры* – прямо. При написании цифр *дробная часть от целой отделяется запятой*. Размер: *обычный* – 15 пунктов, *крупный индекс* – 10 пунктов, *мелкий индекс* – 8 пунктов, *крупный символ* – 21 пункт, *мелкий символ* – 15 пунктов.

Таблица 1.1

№	Формулы	№	Формулы
1	$y = \frac{ \cos^2 x }{ bx - abc }$ $e^{7,2xy} + \cos(x^2 + y)$	16	$y = \sqrt{\ln \left  \frac{c+b}{c-ab} \right } - \cos(abc)$ $\frac{2}{3} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{y^3} - \frac{4x+y}{y - \sin x}$
2	$z = \sqrt[3]{ x+ay } + \lg \frac{x^2}{y^4}$ $0,17xy + \sqrt{ xy }$	17	$H = \frac{\sqrt{ b-a } + \lg(ab)}{e^{2xab}}$ $\frac{x+2y}{ x-y } + \sin^2(y-3x)$
3	$y = \ln \left( \frac{x\sqrt{2}}{\sin ab} \right) \quad e^{0,25xy} + \sin^2(xy)$	18	$f = \sin(ab) - \frac{\sqrt{2x}}{ x+b } \quad 5,32xy + \sin^3(x^2)$
4	$y = \ln \left  \frac{c+b}{c-ab} \right  - \cos^2(a^3)$ $\frac{y+2}{x^3} - 4,8\cos^2(2xy)$	19	$Y = \operatorname{arctg}(x^{2,5}) - e^{\sin(ab)}$ $\frac{x+y}{\cos x} + e^{2x+y}$
5	$y = \operatorname{arctg}(x^{2,5}) - e^ab$ $\sin(2xy) + \operatorname{tg}(3x^2y^2)$	20	$Y = e^{\operatorname{tg}b} - \sqrt{ab} + \frac{\sin(ax)}{\cos(bx)}$ $5 \ln(2x) - \sqrt{ 2x+3xy }$
6	$y = \sin^2(xg) - \ln(ag)$ $\sin^3(2x^3) - \sqrt{xy}$	21	$Y = \ln \left  \frac{x\sqrt{2}}{\sin(ab)} \right  \quad \operatorname{tg}(x+y) - \sqrt{ x^2 - y^2 }$
7	$x = \sin^3 \frac{a^2}{b+c} - \ln ab+c^3 $ $\cos^2(2x) - xy\sqrt{ 2xy }$	22	$Y = \frac{x\sin(2x)}{2\cos(a+b)} - \sqrt{ab+ax}$ $x \lg(2y) - \sin^2(2xy)$
8	$y = \sin^3(2ab) - \ln \left  \left( c - \frac{b}{a} \right) \right $ $0,17xy - \sqrt{ \sin xy }$	23	$W = \frac{a x \sin(2x)}{b \cdot \ln(\sqrt{ab})} - a$ $\frac{2+2xy}{\operatorname{tg} x - \sqrt{y}} + \sin^2(xy)$
9	$y = \sin^3 2a + \sqrt{bc} - e^{2a}$ $\frac{x+2y}{ x-y } + \sin^2(x-3y)$	24	$Q = \operatorname{arctg}(x^{2,5}) - e^{a+1} \cdot b$ $\frac{2 \sin 2x}{3,6\sqrt{2+x}} \cdot 2x \sin^3(y^3)$

Продолжение таблицы 1.1

№	Формулы	№	Формулы
10	$y = \frac{\sin(ab)}{\cos(2-2x)} - e^{xa}$ $\sin \sqrt{2x+y} - \frac{\sqrt{2xy}}{\sin(2xy)}$	25	$j = \sin^2(2a) + \frac{\sqrt{b}}{c} - e^{2a}$ $2 \operatorname{arctg}(3x) - \sqrt{\sqrt{xy}}$
11	$y = \frac{\sin c \cdot \cos 2x}{\sqrt{a+c}} - \ln(ac)$ $e^{\sqrt{2x}} - 2 \lg  \ln(x+y) $	26	$K = \frac{\cos(\sin(2x))}{\sqrt{a+c}} - \lg(ac)$ $e^{\sin x} + x^2 \sqrt{2 y-x }$
12	$y = \sin^3 2a - \cos^2 2b - abc$ $\sqrt{\left  \frac{2x \sin y}{3y \cos x} \right } - \operatorname{arctg}(xy)$	27	$S = \sin(2x^2) + \lg(\sqrt{a+ b }) - e^b$ $5 \ln(2x) - \sqrt{ \ln(x+y) }$
13	$y = x \sin 2x - \sqrt{ 2 \ln 2x  } + a$ $\frac{2+xy}{\operatorname{tg} x - \sqrt{y}} + \sin^2(xy)$	28	$z = \frac{\sqrt{ a-b } + \operatorname{Ln}(a+b)}{e^{2x} + \sin x + a}$ $\sqrt{ 3xy+x^2 } + \ln \operatorname{tg} x $
14	$y = x \sin(ab) - \frac{\operatorname{tg} x}{a^2 - b^2}$ $\operatorname{tg}^2 \frac{x+y}{y^3} + \frac{4x}{y - \sin x}$	29	$y = \sqrt{\cos x} + \ln \left  \frac{\sqrt{2xa}}{\sin a + b} \right $ $\frac{y+x^2}{x^3} - 3 \cos^2(2x+y)$
15	$y = \ln \left( \frac{\sqrt{2x}}{a + \ln b } - ab \right)$ $\sin(\sqrt{x+y}) - \sqrt{ x-y^3 }$	30	$x = \sin^3 \left( \frac{a^2}{b^2+c} \right) - \ln c^3 $ $\frac{2y^3}{ x-y^2 } + \sin^{2,1}(x-2y)$

**Задание 3.**

Создать таблицу. Вид исходной таблицы следует взять в лабораторной работе №2 исходя из своего варианта. Заполнить таблицу значениями самостоятельно. Количество строк в таблице должно быть не менее 10. *Размер таблицы* – по ширине текстового поля с выделением разделяющих линий.

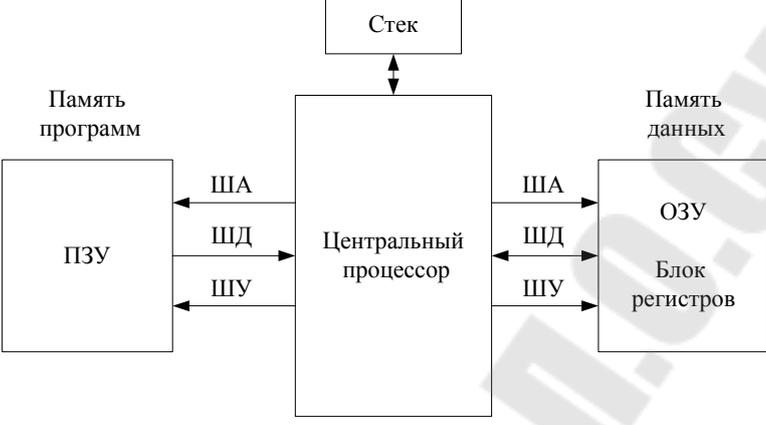
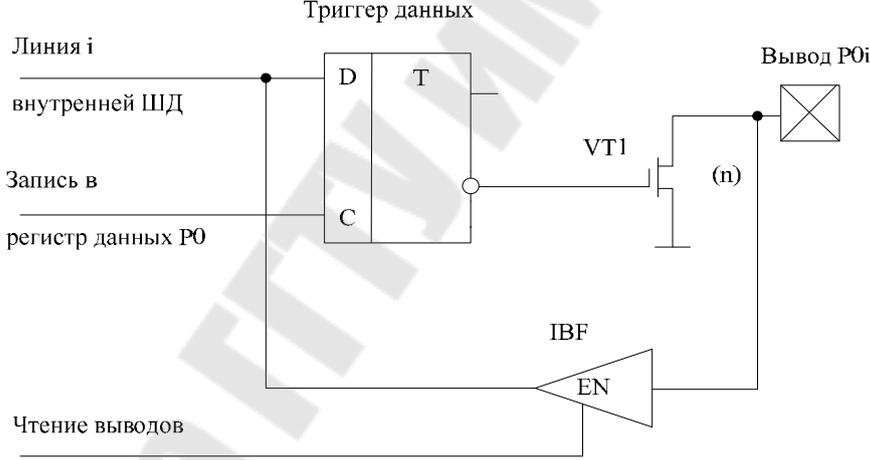
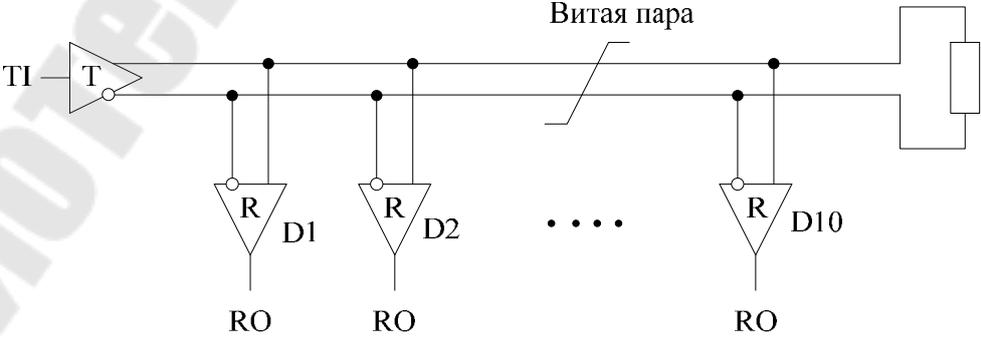
### Задание 4.

Создать рисунок. Варианты рисунков приведены в таблице 1.2.

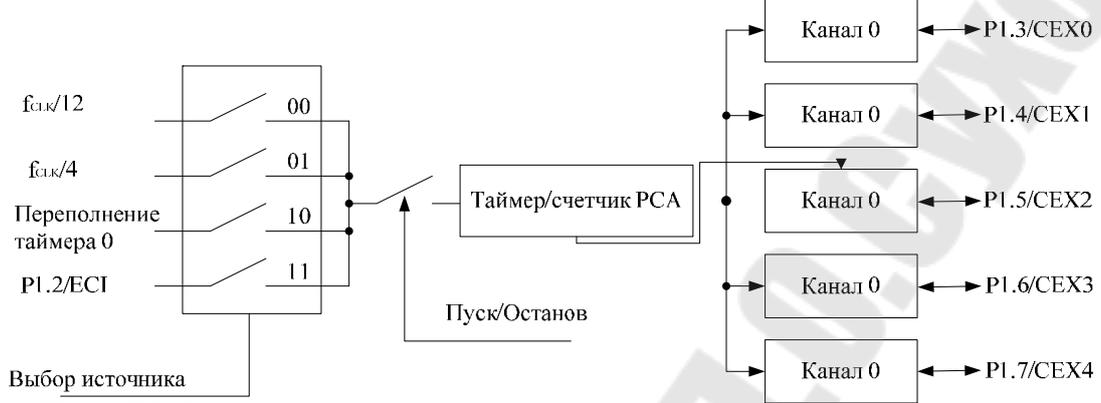
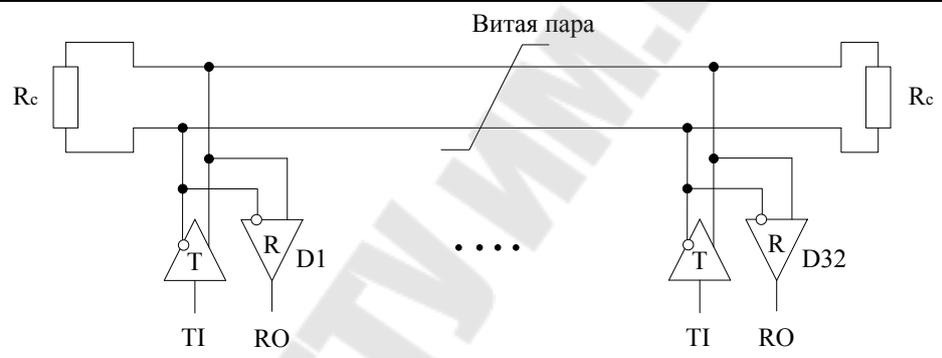
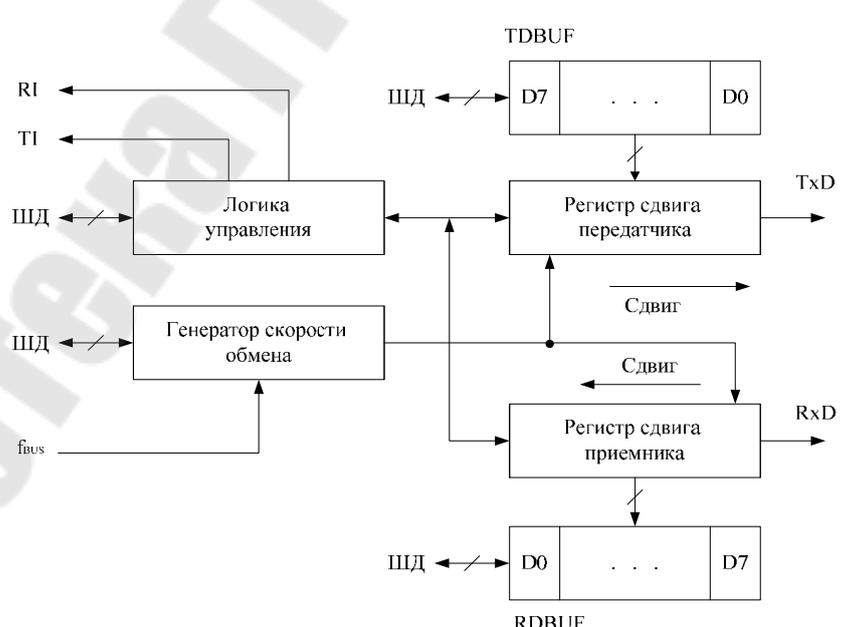
Таблица 1.2

№	Рисунок
1	<p>The diagram shows a clock signal <math>F_{osc}/4</math> entering a 2-to-1 multiplexer. The multiplexer's other input is <math>RA4/TOSC1</math>. The output of the multiplexer goes through a divider by 1 and then a multiplexer controlled by <math>T0CS</math>. The output of this multiplexer is connected to a "Программ. предделитель" (Programmable divider) which is also controlled by <math>PS2:PS0</math>. The output of the divider goes through another multiplexer controlled by <math>PSA</math>. The output of this multiplexer is labeled <math>PSout</math>. This signal is then synchronized with an internal clock signal, with a note "(Задержка 2 такта)" (2-cycle delay). The synchronized signal is connected to a <math>TMR0</math> timer, which is also connected to an 8-bit data bus "Шина данных" and has an output "Установить флаг T0IF" (Set T0IF flag).</p>
2	<p>The diagram illustrates the "Структура модульного микроконтроллера" (Structure of a modular microcontroller). At the top is the "Процессорное ядро" (Processor core), which includes a "Схема синхронизации" (Synchronization scheme), a "Центральный процессор" (Central processor), and a "Схема управления режимами" (Mode control scheme). Below the core is a horizontal bus labeled "ВКМ" (VCM). Connected to this bus are several functional blocks: "Г" (Clock generator), "ПЗУ" (ROM), "ОЗУ" (RAM), "Порты ввода/вывода" (I/O ports), "Таймер" (Timer), and "Доп. модули" (Additional modules). The entire set of blocks below the bus is labeled "Изменяемый функциональный блок" (Changeable functional block).</p>
3	<p>The diagram shows the "Структура МПС с принстонской архитектурой" (Structure of a microcontroller with Princeton architecture). On the left is the "Область памяти" (Memory area), which is divided into "ПЗУ (ОЗУ) программ" (Program ROM (RAM)), "ОЗУ данных" (Data RAM), and "Стек" (Stack). In the center is the "Блок интерфейса с памятью" (Memory interface block). On the right is the "Центральный процессор и внутренние регистры" (Central processor and internal registers). Bidirectional arrows between the memory area and the interface block are labeled "ША" (Memory Address), "ШД" (Memory Data), and "ШУ" (Memory Control). A bidirectional arrow connects the interface block to the central processor and registers.</p>

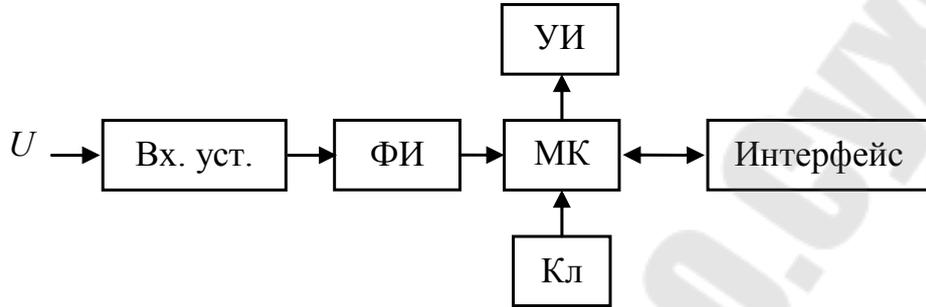
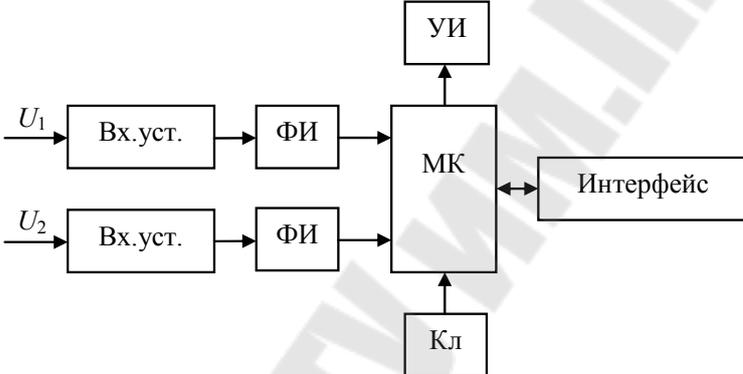
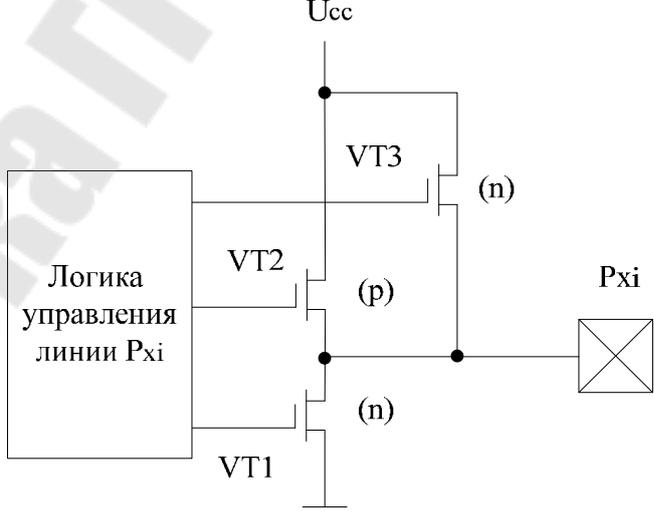
Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
4	 <p style="text-align: center;">Структура МПС с гарвардской архитектурой</p>
5	 <p style="text-align: center;">Схема двунаправленной линии порта P0 МК семейства MCS-51</p>
6	 <p style="text-align: center;">Подключение устройств к линии связи интерфейса RS-422</p>

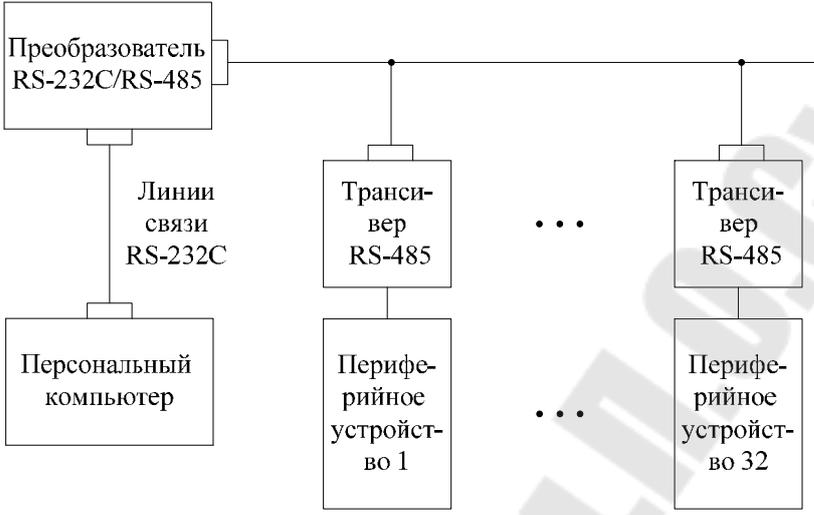
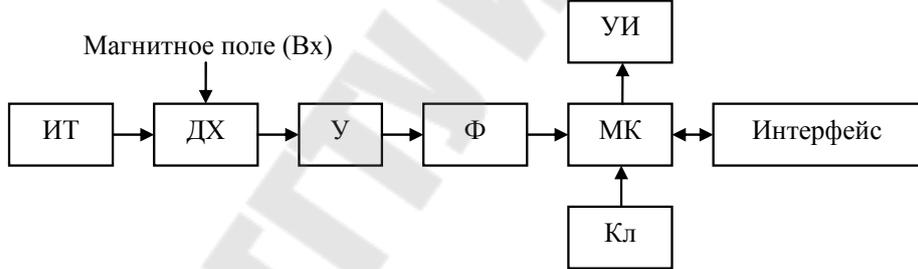
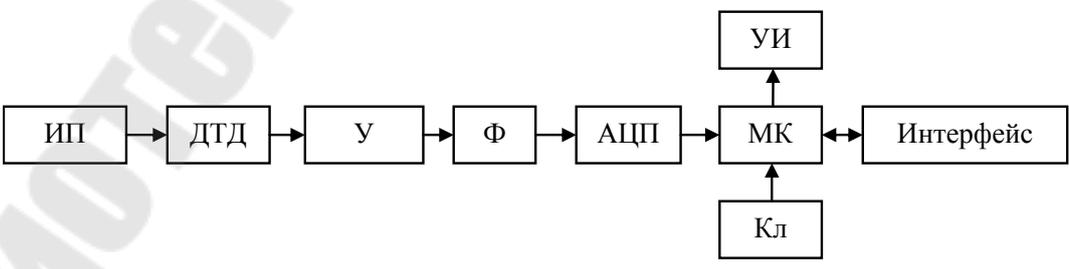
Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
7	 <p>Структурная схема процессора событий PCA</p>
8	 <p>Подключение устройств к линии связи интерфейса RS-485</p>
9	 <p>Структурная схема модуля UART</p>

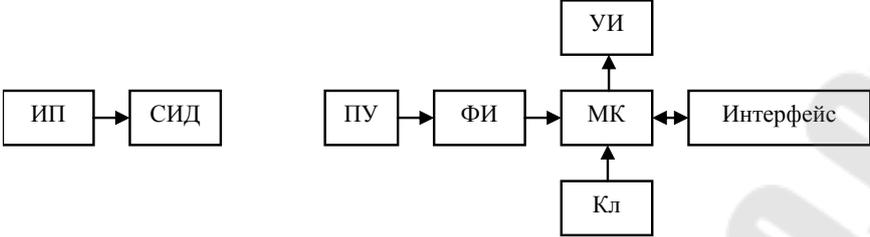
Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
10	 <p style="text-align: center;">Структурная схема измерителя частоты</p>
11	 <p style="text-align: center;">Структурная схема измерителя разности фаз</p>
12	 <p style="text-align: center;">Схема выходного каскада линии порта с программно подключаемым резистором <math>R_{PU}</math></p>

Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
13	 <p style="text-align: center;">Локальная сеть на базе интерфейса RS-485 и персонального компьютера</p>
14	 <p style="text-align: center;">Структурная схема измерителя индукции магнитного поля на основе датчика Холла</p>
15	 <p style="text-align: center;">Структурная схема измерителя перемещения на основе дифференциально-трансформаторного датчика</p>

Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
16	 <p>Измеритель числа оборотов: – примерная структурная схема</p>
17	
18	 <p>Память пользователя для PIC16F84, PIC16CR84</p> <p>для PIC16F83, PIC16CR83</p>

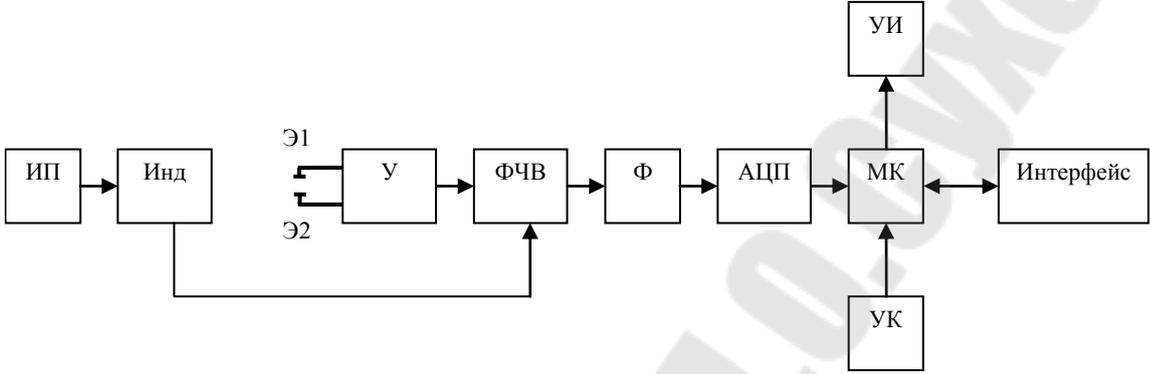
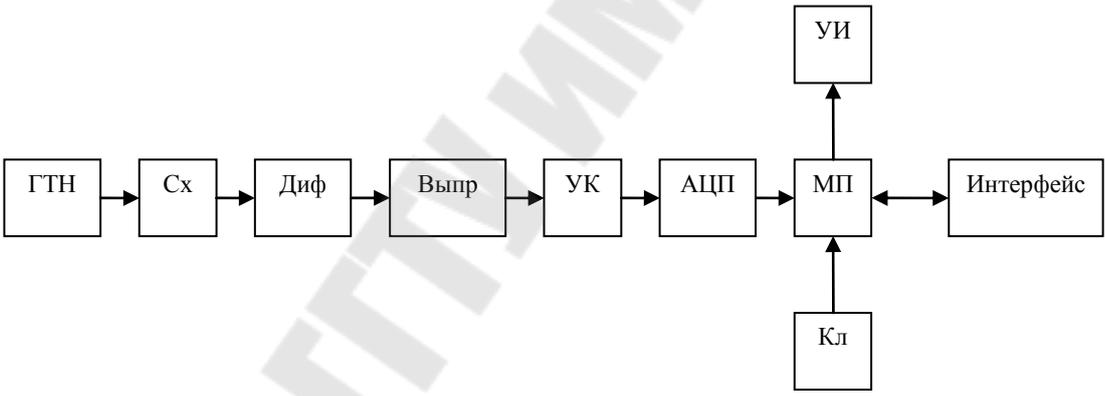
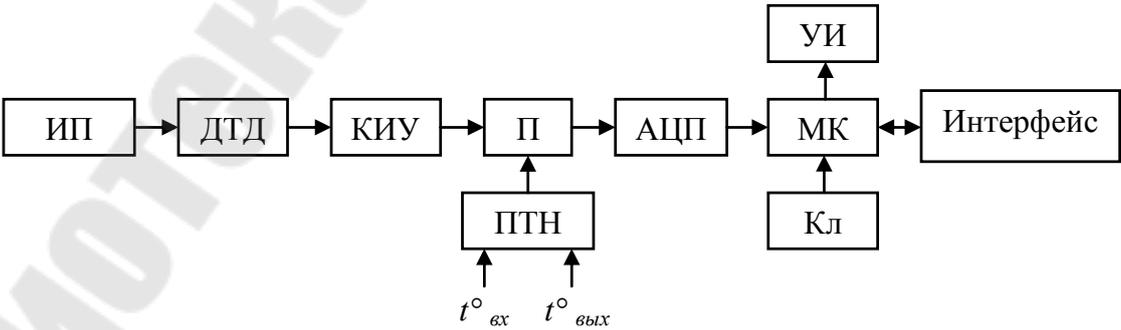
Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
19	<p>1) Регистр косвенной адресации (INDF) (не является физическим регистром)</p>
20	

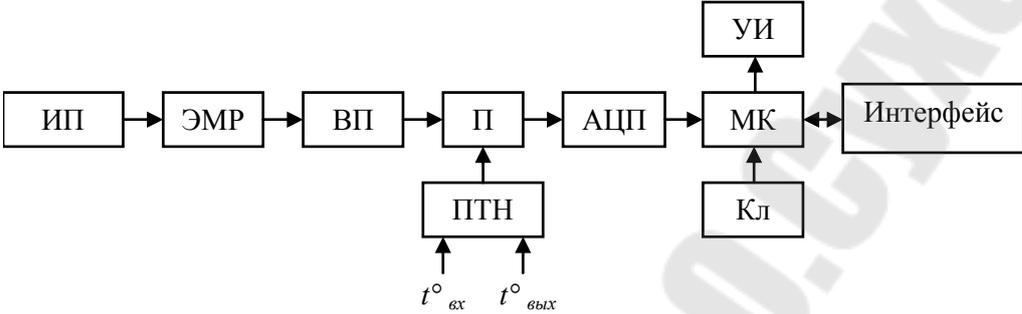
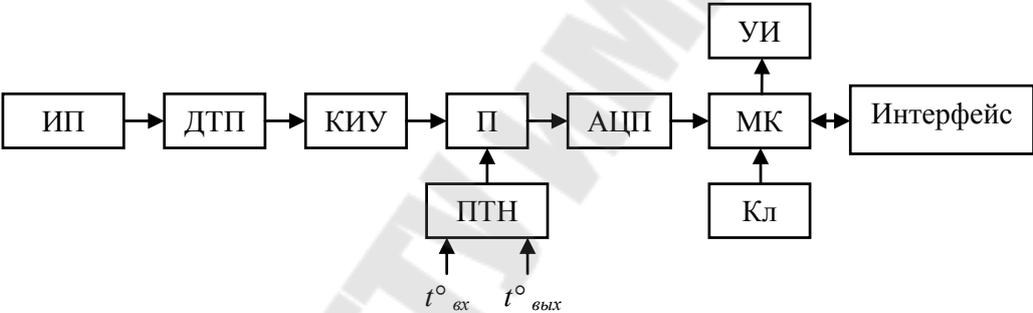
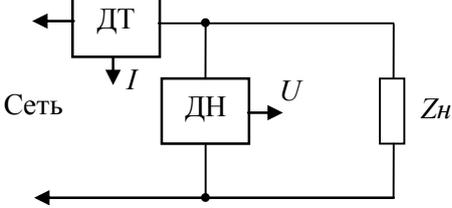
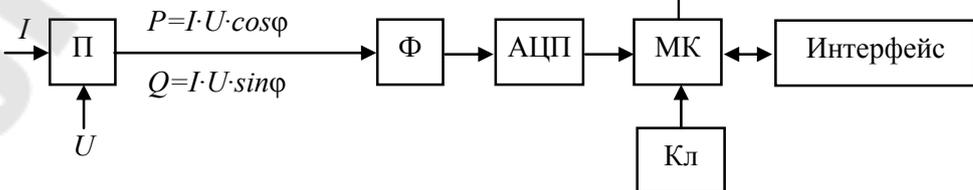
Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
21	<p>Структурная схема контроллера температуры с использованием в качестве датчика термоэлектрического преобразователя</p>
22	<p>Структурная схема контроллера температуры с использованием в качестве датчика термопреобразователя сопротивления</p>
23	<p>Структурная схема электронных весов</p>

Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
24	 <p data-bbox="316 768 1455 846">Структурная схема расходомера на основе электромагнитного датчика расхода</p>
25	 <p data-bbox="284 1305 1487 1384">Структурная схема измерителя уровня жидкости с питанием напряжением треугольной формы</p>
26	 <p data-bbox="331 1776 1436 1859">Структурная схема расходомера теплоносителя с дифференциально-трансформаторным датчиком</p>

Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
27	 <p data-bbox="336 703 1433 786">Структурная схема счетчика тепловой энергии с электромагнитным расходомером</p>
28	 <p data-bbox="336 1180 1433 1263">Структурная схема счетчика тепловой энергии с дифференциально-трансформаторным преобразователем</p>
29	<p data-bbox="379 1285 405 1321">а)</p>  <p data-bbox="379 1581 405 1617">б)</p>  <p data-bbox="272 1798 1500 1917">Структурная схема измерителя активной (реактивной) мощности однофазной сети: а) – подключение датчиков; б) – функциональная схема.</p>

Продолжение таблицы 1.2

№	Рисунок
30	<div style="text-align: center;"> </div> <p>Структурная схема измерителя активной (реактивной) энергии однофазной сети: а) – подключение датчиков; б) – функциональная схема.</p>

**Контрольные вопросы**

1. Какие настройки содержатся в шаблоне?
2. Какие бывают шаблоны?
3. Что определяет стиль, как его настраивать и применять?
4. Для чего служат формы, как их создавать и применять?
5. Как создавать горячие клавиши?
6. Как настраивать кнопки на панели инструментов?
7. Как изменять и переносить форматирование?
8. Как вставлять математические формулы в текст?
9. Какие таблицы можно вставлять в Word и как их можно вставлять?
10. Какие возможности автоформата таблиц?
11. Какими способами можно вставлять данные в таблицу и как их перемещать?
12. Как выполнять вычисления в таблицах?
13. Как использовать формы для таблиц?

## **Лабораторная работа № 2**

### **«РАБОТА С ПРОЦЕССОРОМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ EXCEL»**

**Цель лабораторной работы:** изучение навыков работы с Excel: методами оформления и заполнения таблиц, расчетом множества типовых значений для различных областей науки, техники и экономики, построения наглядных диаграмм.

#### **Задание 1.**

1. По заданному преподавателем варианту, необходимо создать исходную таблицу.

2. Заполнить таблицу известными значениями. Количество строк в таблице должно быть не мене 25.

#### **Задание 2.**

1. Провести необходимые вычисления в программе Excel для дальнейшего заполнения столбцов исходной таблицы.

2. Выполнить требуемые расчеты по данным исходной таблицы, согласно своего варианта.

#### **Задание 3.**

По данным исходной таблицы построить диаграммы и гистограммы своего варианта.

Исходные данные для работы с процессором электронных таблиц EXCEL

Вариант № 1

Расчет выручки от продажи театральных билетов

Составить таблицу вида:

N п/п	Название спектакля	Дата	Время	Ложа		Партер		амфитеатр		Сумма выручки
				Продано билетов	Стоимость билетов	Продано билетов	Стоимость билетов	Продано билетов	Стоимость билетов	
			ИТОГО							

Известно:

- Стоимость билетов на спектакль в ложу.
- Стоимость билета в партер=80% от стоимости билета в ложу, а в амфитеатр-50%.

Необходимо:

- Найти максимальную и среднюю сумму выручки, сумму выручки на дневные (до 17.00) спектакли и количество вечерних спектаклей.
- Определить число спектаклей с максимальной для всех спектаклей суммой выручки и общее число проданных билетов на эти спектакли.
- Построить гистограмму суммы выручки для всех спектаклей.
- Создать новую таблицу «Спектакли с суммой выручки меньше средней».

Вариант № 2  
Расчет стоимости проезда по железной дороге

Составить таблицу вида:

N поезда	Расстояние	Станция отправления	Станция прибытия	Время отправления	Время прибыт.	Стоимость проезда		
						общ.	купе	мягк.

Известно:

- Время отправления и время прибытия поездов и стоимость проезда 100 км в общем вагоне для всех маршрутов.
- Стоимость проезда в купе на 40% выше, чем в общем, а в мягком - выше в 2 раза.

Необходимо:

- Найти максимальную стоимость проезда во всех видах вагонов и среднюю стоимость проезда в купе до Москвы.
- Определить количество поездов, время проезда на которых меньше заданной величины
- Построить гистограмму стоимости проезда для всех поездов и круговую диаграмму распределения общей стоимости проезда по всем видам вагонов.
- Создать новую таблицу «Поезда со временем проезда до 2 час. 30 мин.»

Вариант № 3  
Расчет платы за энергоресурсы за текущий месяц

Составить таблицу вида:

N п/п	Предприятие	Израсходовано			Стоимость тыс. руб.			Всего по предприятию тыс. руб.
		эл. энергии квт/ч	воды м <sup>3</sup>	Тепла гкал	эл. энергии	воды	тепла	
	ИТОГО							

Известно:

- Стоимость 1 квт/ч электроэнергии., 1м<sup>3</sup> воды., 1 гкал тепла и количество израсходованных предприятиями ресурсов.

Необходимо:

- Найти максимальную стоимость всех видов платежей и средний расход воды.
- Определить количество предприятий, которые за воду платят в 2 раза больше, чем за тепло и общую плату за ресурсы таких предприятий.
- Построить линейчатую диаграмму стоимости электроресурсов по всем предприятиям и кольцевую диаграмму распределения стоимости ресурсом всех предприятий по видам ресурсов.
- Создать новую таблицу «Предприятия, потребляющие электроэнергию больше, чем тепло»

Вариант № 4  
Расчет стоимости электроэнергии за один месяц.

Составить таблицу вида:

№ квартиры	Наличие электроплиты	Показание счетчика		Расход кВт/ч	Сумма к оплате, руб.
		предыдущее	последнее		
1	нет				
2	нет				
3	есть				
4	нет				
...	...				
Итого					

Известно:

- Показания счетчика и тарифы на электроэнергию при наличии электроплиты и газовой плиты.
- Тарифы занести в ячейки под таблицей.

Необходимо:

- Вычислить максимальный расход электроэнергии. Найти общую сумму оплаты за те месяцы, когда расход превышал заданную величину.
- Представить в виде гистограммы сумму оплаты за электроэнергию по квартирам и график расхода электроэнергии по квартирам.
- Создать новую таблицу «Квартиры, расход электроэнергии в которых больше среднего расхода за месяц».

Вариант № 5  
Расчет стоимости прямоугольных заготовок

Составить таблицу вида:

Наименование заготовки	Длина (мм)	Высота (мм)	Толщина (мм)	Объем (см <sup>3</sup> )	Масса (кг)	Труд. затраты (руб.)	Общая стоимость (руб.)
Всего:				Σ	Σ	Σ	Σ

Известно:

- Плотность материала заготовок (г/см<sup>3</sup>).
- Цена в руб. за 1 кг веса материала для всех заготовок.
- Длина, высота, толщина и стоимость трудозатрат для каждого наименования.

Необходимо:

- Найти максимальный объем и среднюю массу заготовки, определить количество заготовок, у которых длина больше 50 мм и суммарный объем таких заготовок.
- Найти общую стоимость заготовок, у которых длина и высота совпадают.
- Построить гистограмму трудовых и материальных затрат по видам заготовок и круговую диаграмму объема заготовок.
- Создать новую таблицу «Заготовки, масса которых превышает среднюю массу заготовки».

Вариант № 6  
Анализ использования газа в прошлом году

Составить таблицу вида:

Наименование	янв	фев	мар	апр	май	июнь	июль	авг	сент	окт	нояб	дек	За год
Факт. раб. дней													
Нормо/часов													

Известно:

- Фактически раб. дней, нормо/часов и общий расход газа (всего, тут) за 12 месяцев.

Составить таблицу вида:

Газ

Всего, тут													
Откл. от среднемес.													
В % к среднемес.													

Необходимо:

- Определить среднемесячный расход газа, отклонение от среднемес. и в % к среднемес. для каждого месяца.
- Найти максимальный расход газа и средний расход за те месяцы, в которые % к среднемес. был больше 100%.
- Определить число месяцев, в которых число рабочих дней было меньше среднего за год. и общий.
- Построить график среднемесячных отклонений и круговую диаграмму распределения общего расхода по месяцам.
- Создать новую таблицу «Расход газа за месяцы, в которых отклонение от среднемесячного меньше 20%».

Вариант № 7  
Подведение итогов выполнения плана

Составить таблицу вида:

Изделие	План выпуска (шт)	Фактич. выпуск (шт)	Продано		Отбраковано (шт)	Отправлено на склад	Выполнение плана (%)
Всего	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	%	$\Sigma$	$\Sigma$	%

Известно:

- План выпуска, фактический выпуск, количество проданных и отбракованных изделий по каждому изделию.

Необходимо:

- Вычислить % проданных изделий по отношению к выпущенным и % выполнения плана (отношение фактически выпущенных без брака к плану выпуска в %).
- Найти максимальное число отбракованных и максимальное число отправленных на склад деталей, средний фактический выпуск изделий, выпущенных без брака.
- Определить количество названий изделий, по которым план не выполнен, и общее число таких отбракованных изделий.
- Построить кольцевую диаграмму отбракованных и отправленных на склад деталей и графики фактического и планового выпуска всех изделий (графики на одной диаграмме).
- Создать новую таблицу «План перевыполнен по следующим изделиям».

Вариант № 8  
Расчет отходов производства

Составить таблицу вида:

Наименование детали	Объем заготовки (см <sup>3</sup> )	Масса заготовки (кг)	Масса детали (кг)	Отходы %
Всего:	Σ	Σ	Σ	%

Известно:

- Плотность материалов для всех деталей в г/см<sup>3</sup>, объем заготовки и масса детали.
- Отходы вычисляются как отношение разности между массой заготовки и массой детали к массе заготовки и выражаются в %.

Необходимо:

- Найти максимальные массы заготовок и деталей, определить общий объем заготовок для деталей с массой, больше средней массы детали.
- Найти количество деталей, массы которых меньше среднего значения и суммарный объем заготовок, для которых % отходов не больше заданного значения.
- Построить график зависимости % отходов от объема заготовки и гистограмму масс заготовок и деталей по всем наименованиям.
- Создать новую таблицу «Детали, у которых отходы больше 10%».

## Вариант № 9

### Анализ использования теплоэнергии в текущем году

Составить таблицу вида:

Месяц	Факт. дней	Факт. часов	Всего, Гкал	Отклонение от среднемес., Гкал	Отклонение от среднемес., %
январь					
февраль					
...					
декабрь					
За год					

Известно:

- Норма расхода теплоэнергии за 1 час, количество часов в день и количество дней использования теплоэнергии.

Необходимо:

- Найти общий за год и среднемесячный расход теплоэнергии, средний расход за месяцы с отрицательным отклонением от среднемесячного, найти общий расход теплоэнергии за месяцы, когда отработано рабочих дней больше среднего.
- Построить график значений расхода теплоэнергии и круговую диаграмму распределения рабочих дней по месяцам.
- Создать новую таблицу «Месяцы, для которых отклонение от среднемесячного не больше 20%».

Вариант № 10  
Расчет плановой стоимости выпускаемой продукции

Составить таблицу вида:

Наименование продукции	План выпуска (шт)			План выпуска	Цена за ед. (тыс. р)	Стоимость выпускаемой продукции
	1 декада	2 декада	3 декада			
Всего						$\Sigma$

Известно:

- План выпуска продукции по декадам, цена единицы продукции.

Необходимо:

- Найти минимальную цену продукции и максимальную стоимость, среднюю стоимость продукции с ценой меньше 1000 руб.
- Определить общую стоимость продукции с ценой выше средней.
- Построить кольцевую диаграмму подекадного плана выпуска продукции для нескольких наименований продукции и гистограмму планового выпуска продукции для всех наименований.
- Создать новую таблицу «Продукция, у которой план выпуска для всех декад одинаковый».

Вариант № 11

Расчет стоимости материалов для производства цилиндрических заготовок

Составить таблицу вида:

Наименование заготовок	Радиус основания (мм)	Длина заготовок (мм)	Объем (см <sup>3</sup> )	Масса (кг)	Стоимость (руб)
Итого			Σ	Σ	Σ

Известно:

- Плотность материала в г/см<sup>3</sup>, цена в руб за 1 кг для всех заготовок, радиус основания и длина каждой заготовки.

Необходимо:

- Найти максимальный объем всех заготовок и среднюю массу деталей с радиусом основания меньше 20 мм.
- Определить число заготовок с массой ниже средней и общую стоимость заготовок, у которых радиус основания больше 20 мм.
- Построить график зависимости стоимости заготовок от ее длины, круговую диаграмму распределения стоимости по заготовкам.
- Создать новую таблицу «Заготовки с радиусом основания больше 20 мм».

Вариант № 12  
Расчет расхода рабочей жидкости

Составить таблицу вида:

Тип насоса	Расход (л/час)	Время работы (час)	Количество насосов	Общий расход (л)	Стоимость (руб)
Итого:				$\Sigma$	$\Sigma$

Известно:

- Стоимость 1 л жидкости, расход жидкости, время работы и количество насосов для каждого типа насосов.

Необходимо:

- Найти максимальный расход для всех типов насосов и среднюю стоимость рабочей жидкости для насосов с количеством меньше 5.
- Определить количество насосов, у которых расход больше заданной величины и общий расход насосов со стоимостью выше средней.
- Построить гистограмму стоимости рабочей жидкости и график общего расхода по типам насосов.
- Создать новую таблицу «Насосы, у которых расход жидкости выше средней».

Вариант № 13  
Ведомость движения материалов за год

Составить таблицу вида:

Наименование товара	Остаток на начало года, штук	Поступило за год, штук	Израсходовано за год, штук	Остаток на конец года, штук	Стоимость единицы руб	Стоимость остатка, руб
ИТОГО:						

Известно:

- Информация о движении товаров на предприятии за год (остаток на начало года, поступило за год, израсходовано за год).
- Стоимость единицы материала.

Необходимо:

- Найти среднюю стоимость остатка и максимальный расход за год.
- Определить количество товаров, для которых поступление за год было больше расхода и среднюю стоимость остатков тех товаров, которых в начале года не было.
- Построить объемную круговую диаграмму долей остатков на конец года в общем остатке всех материалов и гистограмму остатков на начало и конец года для всех наименований товаров.
- Создать новую таблицу «Товары, остаток на конец года которых больше 250 штук».

Вариант № 14  
Оплата за электроэнергию и воду жильцами дома

Составить таблицу вида:

№ квар- тиры	Расход электроэнергии, кВт				Стоимость электроэн.	Расход воды, м <sup>3</sup>				Стоим ость воды	Итого к оплате	Оплата произве дена
	январь	февраль	март	квартал		январь	февраль	март	квартал			
1												да
2												нет
...20												... нет
Итого по дому												

Известно:

- Данные по расходу электроэнергии и воды за январь, февраль и март для каждой квартиры.
- Стоимость 100 кВт электроэнергии и стоимость 1 м<sup>3</sup> воды.

Необходимо:

- Рассчитать общий расход электроэнергии и воды за квартал, их стоимость и общую сумму оплаты за услуги для каждой квартиры, а также итоговые показатели для всего дома.
- Определить максимальный расход воды за квартал и минимальный расход электроэнергии в марте.
- Определить число квартир, которые за воду заплатили больше, чем за электроэнергию и общий расход электроэнергии для таких квартир.
- Построить графики расхода воды за три месяца по квартирам и круговую диаграмму распределения итоговой оплаты по квартирам.
- Создать новую таблицу «Должники по оплате».

Вариант № 15  
Программа выпуска изделий

Составить таблицу вида:

Наименование изделия	Кол-во произведенной продукции (шт)	Вес единицы изделия (кг)	Цена ед. изделия (руб.)	Стоимость выпуска (руб.)	Предполагаемая прибыль от продажи изделия (руб.)
Всего:	$\Sigma$			$\Sigma$	$\Sigma$

Известно:

- Все изделия изготавливаются из одного типа заготовки весом 1 кг и стоимостью 10500 рублей.
- Вес одного изделия, количество выпущенных и проданных изделий по каждому наименованию.

Необходимо:

- Найти изделия с максимальной предполагаемой прибылью от продажи.
- Определить число изделий, вес единицы которых ниже среднего и среднюю стоимость этих изделий.

Определить количество изделий с минимальными отходами производства.

- Построить график зависимости произведенных изделий от веса одного изделия и кольцевую диаграмму распределения стоимости выпущенной продукции по изделиям.
- Создать новую таблицу «Изделия с прибылью большей средней».

Вариант № 16  
Анализ выпуска продукции по объединению

Составить таблицу вида:

Предприятия объединения	Выпуск продукции, тыс. руб		Отклонение фактического выпуска от				
	за предыдущий период	за отчетный период		предыдущего периода		плана	
		по плану	фактич.	тыс. р	%	тыс. р	%
итого по объединению							

Известно:

- Известны: информация о выпуске продукции за предыдущий и отчетный периоды по плану и фактически.

Необходимо:

- Найти max отклонение фактического выпуска от плана и средний % отклонения от плана.
- Определить число предприятий, фактический выпуск которых в отчетном периоде больше, чем в предыдущем и суммарный фактический выпуск предприятий, отклонение от плана которых в % выше среднего.
- Построить круговую диаграмму участия в общем отклонения от плана (тыс.руб) и гистограмму выпуска продукции по плану и фактически за два периода.
- Создать новую таблицу «Предприятия, у которых фактический выпуск продукции совпадает с плановым».

Вариант № 17  
Распределение нагрузки преподавателей

Составить таблицу вида:

ФИО	Кафедра	Часы по видам нагрузки				Общая нагрузка в часах	% аудиторной нагрузки	% лекций
		Лекции	Практические	Лабораторные	Курсовые работы			
Итого		Σ	Σ	Σ	Σ	Σ		

Известно:

- Часы по видам нагрузки преподавателей.

Необходимо:

- Найти максимальную и минимальную лекционную нагрузку, средний % аудиторной нагрузки, среднюю нагрузку по заданной кафедре. Вывести фамилии преподавателей, имеющих максимальную нагрузку по институту.
- Определить общую нагрузку, % аудиторной нагрузки (лекции, лабораторные, практические занятия) в общем объеме нагрузки каждого преподавателя и % лекций в общем лекционном фонде.
- Построить кольцевую диаграмму распределения нагрузки по видам для трех первых преподавателей, диаграмму площадей всех видов нагрузки для всех преподавателей.

Вариант № 18  
Использование оборудования в цехе

Составить таблицу вида:

Изделие	Время обработки по видам оборудования			Общее время обработки	Стоимость обработки	План выпуска	Стоимость выпуска
	Фрезерное	Токарное	Шлифовальное				
ИТОГО					Σ		Σ

Известно:

- Стоимости одной минуты работы на фрезерном, токарном и шлифовальном оборудовании (стоимость работы на оборудовании задается разная).
- Время обработки изделий на каждом виде оборудования, план выпуска изделий.

Необходимо:

- Найти максимальное время обработки для каждого вида оборудования, определить общий план выпуска изделий, время обработки которых на всех видах оборудования одинаково.
- Построить диаграмму времени обработки на каждом виде оборудования для всех изделий, график зависимости стоимости обработки от общего времени обработки.
- Создать новую таблицу «Изделия, не обрабатываемые на шлифовальном оборудовании».

Вариант № 19  
Получение деталей со склада

Составить таблицу вида:

Изделие	План выпуска	Комплекующие детали	Количество на 1 изделие	Всего для выпуска	Наличие в цехе	Получить со склада
Изделие 1	план 1	дет 11				
...		дет 12				
Изделие 2	план 2	дет 21				
...		дет 22				

Известно:

- План выпуска изделий.
- Количество деталей, необходимых на 1 изделие.
- Наличие деталей в цехе.

Необходимо:

- Найти общее количество деталей по всем изделиям, максимальный план выпуска и количество комплекующих, которых получить со склада нужно больше, чем есть в цехе.
- Определить общее количество деталей необходимых для выпуска, если на изделие их нужно больше двух штук.
- Построить график зависимость количества полученных со склада деталей от необходимого их числа и гистограмму наличия деталей в цехе и получения их со склада.
- Создать новую таблицу «Комплекующие, которые нужно получить со склада».

Вариант № 20  
Расчет стоимости материалов для изделий

Составить таблицу вида:

Деталь					
А		Б		В	
вес	стоимость	вес	стоимость	вес	стоимость

Известно:

- Вес и стоимость трех видов деталей из которых собираются изделия, цена в руб. за 1 кг веса материала.

Составить таблицу вида:

Изделие	Количество комплектующих			Вес изделия	Стоимость изделия
	А	Б	В		
Всего:	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$

Известно:

- Количество комплектующих деталей для каждого изделия.

Необходимо:

- Определить средний вес, максимальную стоимость изделия и среднюю стоимость изделий, имеющих не больше 3 комплектующих вида А, общую стоимость тех изделий, у которых вес больше среднего значения.
- Построить круговую диаграмму распределения суммарного количества комплектующих по видам А, Б, В и график стоимости изделий.
- Создать новую таблицу «Изделия, которые собираются из равного количества комплектующих А, Б, В».

Вариант № 21  
Расчет массы прямоугольных заготовок

Составить таблицу вида:

Наименование заготовок	Габариты (мм)			Объем (см <sup>3</sup> )	Масса (кг)
	Длина	Ширина	Толщина		
				Σ	Σ

Известно:

- Плотность материала всех заготовок (Г/см).
- Габариты заготовок.

Необходимо:

- Найти средний объем заготовки, минимальную массу и количество заготовок с длиной больше 50 мм.
- Определить количество заготовок, у которых длина и ширина совпадают.
- Построить график зависимости объемов заготовок от их длин и кольцевую диаграмму распределения суммарной массы по заготовкам.
- Создать новую таблицу «Заготовки с объемом меньше среднего».

Вариант № 22  
Заготовка древесины

Составить таблицу вида:

Вид древесины	Объем в начале года (кубометров)	План вырубki (кубометров)	Прирост за год (кубометров)	Объем в конце года (кубометров)
.....				
ИТОГО				

Известно:

- Первоначальный объем.
- План вырубki на год по видам древесины
- Ежегодный прирост в % - один для всех видов древесины.

Необходимо:

- Определить объем древесины в конце года.
- Подсчитать итоговые показатели по всем видам древесины, средний план вырубki, максимальный прирост, количество видов и суммарный план для тех видов древесины, у которых план вырубki был выше среднего.
- Построить круговые диаграммы распределения объема в начале и конце года по видам древесины.
- Создать новую таблицу «Прирост видов древесины, которые полностью вырубili».

Вариант № 23  
Ведомость на оплату

Составить таблицу вида:

ФИО	Кафедра	Отработано часов	Ученая степень	Начислено	Налог	К выдаче
.....						
ИТОГО		$\Sigma$		$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$

Известно:

Нормы оплаты за час занятий для преподавателей имеющих и не имеющих ученую степень.

Количество отработанных часов каждым преподавателем.

Ставка подоходного налога (одна для всех, в %).

Необходимо:

Составить ведомость на оплату.

- Найти максимальный налог, среднюю сумму к выдаче, количество преподавателей заданной кафедры, не имеющих ученую степень, среднее число отработанных часов преподавателями без ученой степени.
- Построить график зависимости суммы к выдаче от числа отработанных часов и гистограмму начисленных, налоговых и выданных сумм по преподавателям.
- Создать новую таблицу «Преподаватели, имеющих ученую степень».

Вариант № 24  
Движение материала на предприятии

Известно:

- Информация о движении материала на предприятии за год, представленная в таблице вида:

Шифр материала	остаток на начало года	поступило за год	израсходовано за год

- Дана таблица - справочник:

Шифр материала	Наименование материала	Стоимость единицы материала

Необходимо:

- Составить ведомость движения материалов за год в виде:

Шифр материала	Остаток на конец года	Стоимость остатка
Итого:		

- Найти минимальный остаток и среднюю стоимость остатка.
- Определить среднюю стоимость единицы тех материалов, у которых не было остатка на начало года и общую стоимость тех остатков, которые больше среднего значения по всем материалам.
- Построить круговую диаграмму долей стоимостей остатков в общей стоимости всех остатков и графики поступления и расходов материалов (оба графика на одной диаграмме).

Вариант № 25

Анализ выполнения плана по освоению новых видов продукции

Составить таблицу вида:

Виды продукции	Единица измерения	Производство новых видов изделий				Отклонения от плана выпуска	
		по плану		фактически		в абсолютной сумме	в процентах к плану
		срок освоения	кол-во	срок освоения	кол-во		

Известно:

- Сроки освоения новых видов продукции и их количество по плану и фактически произведенных.

Необходимо:

- Найти общее и среднее количество продукции по плану и фактически, число видов продукции с отклонением от плана меньше 10% и общее количество видов продукции, по которым план по количеству не выполнен.
- Построить гистограмму производства новых видов изделий по плану и фактически и график процента отклонения от плана.
- Создать новую таблицу «Продукция, по которой нет отклонения от плана по срокам».

Вариант № 26  
Аттестационная ведомость

Составить таблицу вида:

№ п/п	ФИО	Оценки по предметам				Пропущенно часов					Средний балл
		математ.	физика	химия	ин. яз.	математ.	физика	химия	ин. яз.	всего часов	
Итого											

Известно:

- Оценки по предметами количество пропущенных часов.

Необходимо:

- Найти средние баллы по всем предметам.
- Вывести список студентов, имеющих оценки по предметам выше 7.
- Найти студентов с максимальным количеством пропущенных часов.
- Построить гистограмму «Средний балл по предметам», построить диаграмму пропущенных часов студентами.
- Создать новую таблицу «Позвонить родителям неуспевающих студентов». Выбор неуспевающих студентов осуществляется по условию «средний балл»  $< 5$  или «пропущено часов»  $> 20$ .

Вариант № 27  
Товарная накладная

Составить таблицу вида:

№ п/п	наименование товара	дата получения товара	кол-во, шт.	цена за единицу, руб.	ставка НДС, %	сумма с НДС, руб.	стоимость товара	поставщик товара

Известно:

- Дата получения товара, его количество, цена за единицу, ставка НДС и поставщик товара.

Необходимо:

- Найти среднюю цену за единицу товара. Определить количество товара, полученного от заданного преподавателем поставщика, наименование товара с максимальной стоимостью.
- Построить гистограмму зависимости количества товара от наименования товара, построить диаграмму стоимости товара.
- Создать новую таблицу, в которой будет содержаться информация о поставке товара от заданного преподавателем поставщика с заданной датой получения товара.

Вариант № 28  
Оплата за посещение группы «Фантазеры» за месяц

Составить таблицу вида:

№ п/п	Фамилия и имя ребенка	Кол-во дней посещения	Оплата за детский сад	Кружок «Родина», руб.	Танцевал. кружок, руб.	Театрал. кружок, руб.	Спортивн. кружок, руб.	Материал. помощь	Итого
Итого									

Известно:

- Стоимость пребывания одного дня в саду, стоимость одного посещения кружка «Родина», стоимость одного посещения танцевального кружка, стоимость одного посещения театрального кружка, стоимость одного посещения спортивного кружка.
- Размер материальной помощи.
- Кружки проводятся 3 раза в неделю.
- Количество дней, проведенных в саду каждым ребенком.

Необходимо:

- Найти вывести фамилии детей с максимальной итоговой оплатой за детский сад. Определить среднюю оплату по всем кружкам.
- Построить диаграмму сравнения оплаты за посещение кружков, построить диаграмму нагрузки группы «Фантазеры» за месяц (сколько каждый ребенок провел дней в саду).
- Создать новую таблицу «Дети, посещающие кружок «Родина».

Вариант № 29  
Оплата коммунальных услуг за месяц

Составить таблицу вида:

№ п/п	ФИО владельца	Вода		Газ		Электроэнергия		Итого	Оплата произведена
		Израсход., м <sup>3</sup>	Стоим., руб	Израсход., м <sup>3</sup>	Стоим., руб	Израсход., кВт	Стоим., руб		
1									да
...									да
25									нет
Итого									

Известно:

- Известны: цена 1 м<sup>3</sup> воды, 1 м<sup>3</sup> газа, 1 кВт электроэнергии.

Необходимо:

- Найти квартиры с минимальным расходом газа.
- Определить среднее потребление за месяц воды, газа и электроэнергии в доме.
- Определить количество квартир, у которых потребление воды больше среднего по дому.
- Построить круговую диаграмму «Распределение электроэнергии по квартирам», построить гистограмму оплаты за месяц.
- Создать новую таблицу «Должники».

Вариант № 30  
Товарная накладная

Составить таблицу вида:

№ п/п	наименование товара	цена за единицу, руб.	кол-во, шт.	стоимость товара	вид доставки	стоимость товара с доставкой	заказчик
1					курьер		
...					почта		
25					... почта		

Известно:

- Известны: наименование товара, его количество, цена за единицу, вид доставки, стоимость доставки с курьером и стоимость доставки почтой, имя заказчика.
- Заказчик покупает, как минимум 2 наименования товара.

Необходимо:

- Найти среднюю стоимость товара с доставкой.
- Определить количество товара, который следует отправить почтой.
- Найти заказчика с максимальной стоимостью всего заказа.
- Посчитать количество одинаковых наименований товаров по всей таблице.
- Построить круговую диаграмму стоимости товаров заказчиков.
- Создать новую таблицу, в которой будет содержаться информация о поставке товара почтой. При этом необходимо таблицу отсортировать по заказчикам.

## Контрольные вопросы

1. Как пользоваться автозаполнением в таблицах.
2. Как копировать, перемещать и редактировать данные в ячейках таблицы.
3. Как копировать и перемещать диапазоны ячеек в таблицах.
4. Каковы общие правила выполнения вычислений в таблицах.
5. Что такое имена и как ими пользоваться.
6. Как готовить документ к печати и выполнять печать в Excel.
7. Каковы общие правила построения диаграмм в Excel.
8. Что такое абсолютные и относительные ссылки.

### Лабораторная работа № 3

## «БАЗОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MATHCAD»

**Цель работы:** получение навыков работы в математическом пакете Mathcad: вычисление арифметических выражений, создание пользовательских функций.

#### Задание 1. Вычисление арифметических выражений

Вычислить значение числового арифметического выражения (таблица 3.1) в соответствии с вариантом.

Таблица 3.1

№	Выражение	№	Выражение
1	$\sqrt[3]{\cos(0,8) + 2\operatorname{tg}(3,24)}$	2	$1,5 + 6,2^2 + \sqrt{2,1^3} + \operatorname{tg}(1,2)$
3	$\sin(0,4^2) - e^{-1,2} \cdot \sqrt{2,14}$	4	$\frac{1}{\operatorname{tg}^2(0,6) + \sin(0,9)}$
5	$\frac{\sin(0,35^2) + \sqrt[3]{1,75}}{e^{-2,3}}$	6	$\frac{1,45}{\sqrt{\ln 3,15 + 1,3^2}}$
7	$1,2^{2,1} + (e^{-4+5,2})^2 + \lg(3,1)$	8	$\sqrt[3]{2\sin(1,2) + e^{-4,1}}$
9	$\frac{\sin(0,06)}{e^{-3,1} + 2,67^2} + \sqrt{1,2}$	10	$\sqrt{\sin(1,578) + \cos(0,777^{2,1})}$
11	$\ln(3,7) + \lg(2\sin(1,2)) - \sqrt{1,45}$	12	$\operatorname{ctg}(1,2^2 + \lg(5)) - \sqrt{5,23}$
13	$1,06 + 2,79e^{-3,2} + \sin^{2,1}(1,2)$	14	$\frac{\ln(3,98^{2,3}) + 6,3}{2,765\sin(0,4)}$
15	$e^{-5+2,876} + \sin\left(1,2^3 + \frac{5,45}{1,2}\right)$	16	$\lg(\sin(1,23 + 4,12^{2,45})) - \sqrt{5,45}$
17	$2\cos(2e^{-3+4}) + \sqrt[3]{1,5}$	18	$\lg^2(2,6) + \sin 4,83 \frac{\sqrt{56,92}}{1,63 + \cos 3,894}$
19	$\operatorname{tg}(0,45^2) + \operatorname{ctg}\left(\frac{0,45}{5}\right)$	20	$\sin(4,2^2) + 3\operatorname{tg}(2,16) \cdot \sqrt{8,25}$
21	$e^{-6^2} + 2\sin(\sqrt{2})$	22	$\frac{\sin(3,5)}{e^{-2,1}} + \sqrt{1,25}$

Продолжение таблицы 3.1

№	Выражение	№	Выражение
23	$tg(\sqrt[3]{0.9 + 4e^{-2.1}})$	24	$\frac{2,3 + \sqrt{5,56}}{2.4 + \sin(1.1 + 0.5^2)}$
25	$\sin(4.4) + \cos(\sqrt{0.3 + 0.2}) + \lg(2)$	26	$\frac{\ln^2(3.1)}{1 - \sqrt{0.5}} + \operatorname{ctg}(1.75)$
27	$e^{6-4.1\sin(1.2)} - 1.2\sqrt{2.4}$	28	$\frac{1 + \sqrt{2.1}}{\cos(1.2) + 2\ln(3)}$
29	$\sqrt[3]{\cos(3^2)} + \operatorname{tg}(0.5^2)$	30	$\frac{\sin(0.2^2) + e^{-3.1}}{0.25 + 1.23}$

**Пример 1**

Вычислить значение числового арифметического выражения

$$\frac{2.3 \cdot e^{3.7} - \cos(0.375)}{\sqrt{2.686}}$$

**Решение**

Последовательность действий для вычисления простого арифметического выражения такова:

- 1) с помощью мыши вызвать панель арифметических операторов и установить визир в место ввода;
- 2) используя клавиатуру и/или кнопки панели арифметических операторов, набрать арифметическое выражение;
- 3) после завершения ввода нажать клавишу (=) или кнопку (=) панели арифметических операторов.

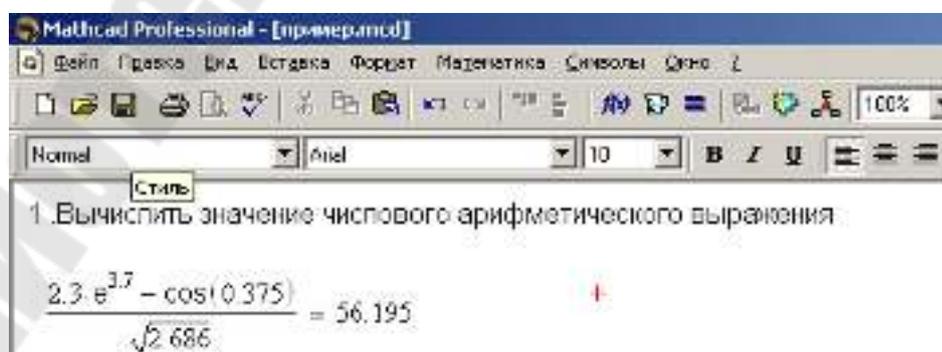


Рисунок 3.1. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 2. Вычисление арифметических выражений

Вычислить значение числового арифметического выражения (таблица 3.2) в соответствии с вариантом.

Таблица 3.2

№	Функция	Значения переменных
1	$y = \left  \frac{\cos^2 x}{bx - abc} \right $	$x = 51,6 \quad a = 3,8 \quad b = 0,14 \quad c = 4,13$
2	$z = \sqrt[3]{ x + ay } + \lg \frac{x^2}{y^4}$	$x = 1,2 \quad y = 0,9 \quad a = -0,3$
3	$y = \ln \left( \frac{x\sqrt{2}}{\sin ab} \right)$	$x = 13 \quad a = 0,09 \quad b = 1,2$
4	$y = \ln \left  \frac{c+b}{c-ab} \right  - \cos^2(a^3)$	$a = 0,4 \quad b = -0,6 \quad c = 0,8$
5	$y = \arctg(x^{2,5}) - e^a b$	$x = 1,26 \quad a = 0,24 \quad b = 7,28$
6	$y = \sin^2(xg) - \ln(ag)$	$x = 0,2 \quad g = 8,3 \quad a = 1,06$
7	$x = \sin^3 \frac{a^2}{b+c} - \ln ab + c^3 $	$a = 2,1 \quad b = -1,3 \quad c = 0,8$
8	$y = \sin^3(2ab) - \ln \left( c - \frac{b}{a} \right)$	$a = 0,73 \quad b = -1,27 \quad c = 0,27$
9	$y = \sin^3 2a + \sqrt{bc} - e^{2a}$	$a = 0,3 \quad b = 4,83 \quad c = 2,385$
10	$y = \frac{\sin(ab)}{\cos(2-2x)} - e^{xa}$	$x = 0,83 \quad a = 1,23 \quad b = 0,438$
11	$y = \frac{\sin c \cdot \cos 2x}{\sqrt{a+c}} - \ln(ac)$	$x = 0,783 \quad a = 2,6 \quad c = 0,326$
12	$y = \sin^3 2a - \cos^2 2b - abc$	$a = 2,63 \quad b = 3,81 \quad c = 2,386$
13	$y = x \sin 2x - \sqrt{ 2 \ln  2x  } + a$	$x = 0,78 \quad a = 0,93$
14	$y = \frac{x \sin(ab) - \operatorname{tg} x}{a^2 - b^2}$	$x = 0,62 \quad a = 3,23 \quad b = -0,368$
15	$S = \sin(2x^2) + \lg(\sqrt{a+ b }) - e^b$	$x = 0,432 \quad a = 1,354 \quad b = -4,43$

Продолжение таблицы 3.2

№	Функция	Значения переменных
16	$y = \ln\left(\frac{\sqrt{2x}}{a + \ln b } - ab\right)$	$x = 1,37 \quad a = 0,84 \quad b = -2,648$
17	$y = \sqrt{\ln\left \frac{c+b}{c-ab}\right } - \cos(abc)$	$a = 0,27 \quad b = 2,326 \quad c = 0,8$
18	$H = \frac{\sqrt{ b-a } + \lg(ab)}{e^{2xab}}$	$x = 0,73 \quad a = 1,62 \quad b = 8,32$
19	$f = \sin(ab) - \frac{\sqrt{2x}}{ x+b }$	$x = 934 \quad a = 2,36 \quad b = -0,0462$
20	$Y = \arctg(x^{2,5}) - e^{\sin(ab)}$	$a = 1,26 \quad a = 0,273 \quad b = 7,32$
21	$Y = e^{\lg b} - \sqrt{ab} + \frac{\sin(ax)}{\cos(bx)}$	$x = 1,6 \quad a = 8,2 \quad b = 0,37$
22	$Y = \ln\left \frac{x\sqrt{2}}{\sin(ab)}\right $	$x = 0,18 \quad a = 0,1 \quad b = 1,2$
23	$Y = \frac{x \sin(2x)}{2 \cos(a+b)} - \sqrt{ab+ax}$	$x = 0,138 \quad a = 5,23 \quad b = 0,721$
24	$W = \frac{a x \sin(2x)}{b \cdot \ln(\sqrt{ab})} - a$	$x = 0,205 \quad a = 1,3 \quad b = 0,231$
25	$Q = \arctg(x^{2,5}) - e^{a+1} \cdot b$	$x = 1,5 \quad a = 0,5 \quad b = 7,28$
26	$j = \sin^2(2a) + \frac{\sqrt{b}}{c} - e^{2a}$	$a = 0,3 \quad b = 4,5 \quad c = 2,8$
27	$K = \frac{\cos(\sin(2x))}{\sqrt{a+c}} - \lg(ac)$	$x = 0,8 \quad a = 2,45 \quad c = 0,327$
28	$z = \frac{\sqrt{ a-b } + \ln(a+b)}{e^{2x} + \sin x + a}$	$x = 0,73 \quad a = 1,62 \quad b = 8,32$
29	$y = \sqrt{\cos x} + \ln\left \frac{\sqrt{2xa}}{\sin a + b}\right $	$x = 0,18 \quad a = 0,1 \quad b = 1,2$
30	$x = \sin^3\left(\frac{a^2}{b^2 + c}\right) - \ln c^3 $	$a = 1,025 \quad b = 1,3 \quad c = -0,68$

### Пример 2

Вычислить значение числового арифметического выражения

$$x = 0.62 \quad a = 3.23 \quad b = -0.68$$

$$y = x \cdot \sin(a \cdot b) - \frac{\tan(x)}{a^2 - b^2}$$

### Решение

Для определения переменных и функций пользователя необходимо выполнить следующие действия:

- 1) с помощью мыши вызвать панель арифметических операторов и установить визир в место ввода;
- 2) для определения переменной необходимо:
  - a. ввести имя переменной (x) после чего, нажать одновременно клавиши (Shift + :) или кнопку (:=) панели арифметических операторов и ввести величину переменной (0,62);
- 3) для определения выражения пользователя:
  - a. ввести имя переменной в которой будет храниться результат (y) после чего, нажать одновременно клавиши (Shift + :) или кнопку (:=) панели арифметических операторов и ввести функцию ;
  - b. используя клавиатуру и/или кнопки панели арифметических операторов, набрать арифметическое выражение;
  - c. для определения значения функции ввести её имя (y) и нажать клавишу (=) или кнопку (=) панели арифметических операторов.

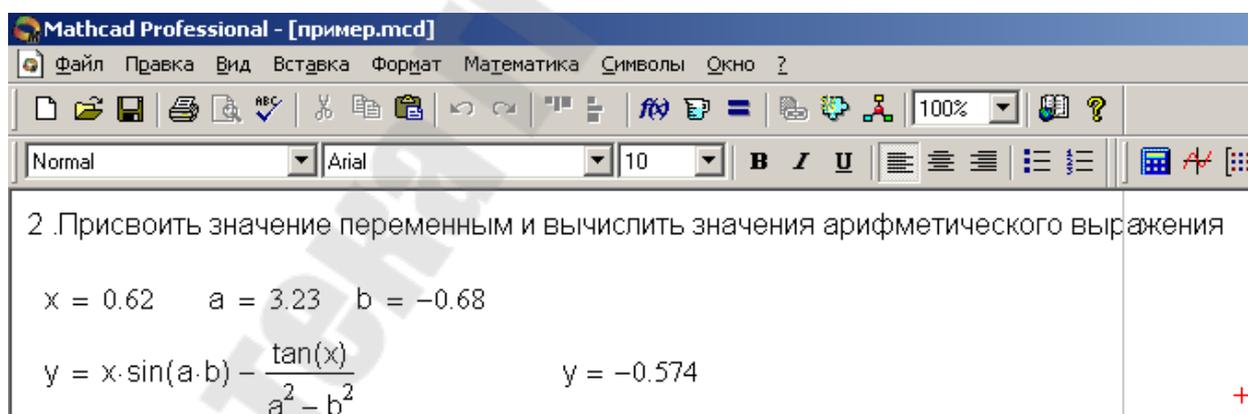


Рисунок 3.2. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 3. Создание пользовательских функций

Создать функцию  $Z(x,y)$  и вычислить ее значения в двух заданных точках  $(x_1,y_1)$ ,  $(x_2,y_2)$  (таблица 3.3).

Таблица 3.3

№	Функция Z(x,y)	x1	x2	y1	y2
1	$e^{7,2xy} + \cos(x^2 + y)$	0,15	1,3	1,01	1,81
2	$\frac{2}{3}tg^2 \frac{x}{y^3} - \frac{4x+y}{y-\sin x}$	1,3	2,8	0,8	2,1
3	$0,17xy + \sqrt{ xy }$	1,12	1,87	1,38	2,03
4	$\frac{x+2y}{ x-y } + \sin^2(y-3x)$	0,1	-0,4	0,6	1,8
5	$e^{0,25xy} + \sin^2(xy)$	0,01	5,73	0,09	6,01
6	$5,32xy + \sin^3(x^2)$	0,23	0,26	0,87	0,79
7	$\frac{y+2}{x^3} - 4,8\cos^2(2xy)$	-0,7	1,5	0,83	0,4
8	$\frac{x+y}{\cos x} + e^{2x+y}$	1,8	0,73	0,386	-2,683
9	$\sin(2xy) + tg(3x^2y^2)$	0,263	0,352	0,35	0,0753
10	$5 \ln(2x) - \sqrt{ 2x+3xy }$	0,271	-0,73	0,384	0,236
11	$\sin^3(2x^3) - \sqrt{xy}$	0,265	0,361	0,387	2,63
12	$tg(x+y) - \sqrt{ x^2-y^2 }$	0,326	0,368	0,263	0,786
13	$\cos^2(2x) - xy\sqrt{ 2xy }$	2,32	0,363	2,032	-0,43
14	$x \lg(2y) - \sin^2(2xy)$	0,621	1,23	1,37	0,384
15	$0,17xy - \sqrt{ \sin xy }$	0,236	2,68	2,32	-6,83
16	$\frac{2+2xy}{tg x - \sqrt{y}} + \sin^2(xy)$	0,1	-0,4	0,6	1,8
17	$\frac{x+2y}{ x-y } + \sin^2(x-3y)$	0,15	0,65	-0,38	1,785
18	$\frac{2 \sin 2x}{3,6\sqrt{2+x}} \cdot 2x \sin^3(y^3)$	0,263	0,785	1,734	-2,364

Продолжение таблицы 3.3

№	Функция $Z(x,y)$	x1	x2	y1	y2
19	$\sin \sqrt{2x+y} - \frac{\sqrt{2xy}}{\sin(2xy)}$	0,357	1,635	0,231	0,035
20	$2\arctg(3x) - \sqrt{\sqrt{xy}}$	0,174	0,012	2,235	2,121
21	$e^{\sqrt{2x}} - 2\lg  \ln(x+y) $	0,23	1,238	2,735	1,385
22	$e^{\sin x} + x^2 \sqrt{2 y-x }$	0,157	0,152	4,35	3,51
23	$\sqrt{\frac{2x \sin y}{3y \cos x}} - \arctg(xy)$	1,23	2,684	2,783	0,378
24	$5 \ln(2x) - \sqrt{ \ln(x+y) }$	0,1	0,42	0,61	1,74
25	$\frac{2+xy}{\operatorname{tg} x - \sqrt{y}} + \sin^2(xy)$	0,123	-0,41	1,51	0,81
26	$\sqrt{ 3xy+x^2 } + \ln \operatorname{tg} x $	0,268	0,384	-0,73	0,45
27	$\operatorname{tg}^2 \frac{x+y}{y^3} + \frac{4x}{y - \sin x}$	1,3	2,8	0,8	2,1
28	$\frac{y+x^2}{x^3} - 3\cos^2(2x+y)$	-0,71	1,52	0,831	0,423
29	$\sin(\sqrt{x+y}) - \sqrt{ x-y^3 }$	0,33	0,361	0,2	0,76
30	$\frac{2y^3}{ x-y^2 } + \sin^{2,1}(x-2y)$	0,15	0,65	-0,38	1,785

**Пример 3**

Вычислить значение числового арифметического выражения

$$x1 = 0.62 \quad y1 = 1.23 \quad x2 = 1.37 \quad y2 = 0.384$$

$$z(x,y) = x \cdot \log(2 \cdot y) - \sin(2 \cdot x \cdot y)^2$$

### Решение

Для определения функции двух переменных в заданных точках необходимо выполнить следующие действия:

- 1) с помощью мыши вызвать панель арифметических операторов и установить визир в место ввода;
- 2) определить переменные  $x_1, y_1, x_2, y_2$ ;
- 3) ввести функцию двух переменных;
  - а. с помощью клавиатуры ввести имя функции ( $z$ ), затем в круглых скобках через запятую указать ее переменные ( $x, y$ ) после чего, нажать одновременно клавиши (Shift + :) или кнопку (:=) панели арифметических операторов и ввести функцию
- 4) используя клавиатуру и/или кнопки панели арифметических операторов, набрать арифметическое выражение;
- 5) для определения значения функции ввести её имя ( $z$ ), затем в круглых скобках через запятую указать переменные в которых вычисляется значение функции ( $x_1, y_1$ ) в и нажать клавишу (=) или кнопку (=) панели арифметических операторов.

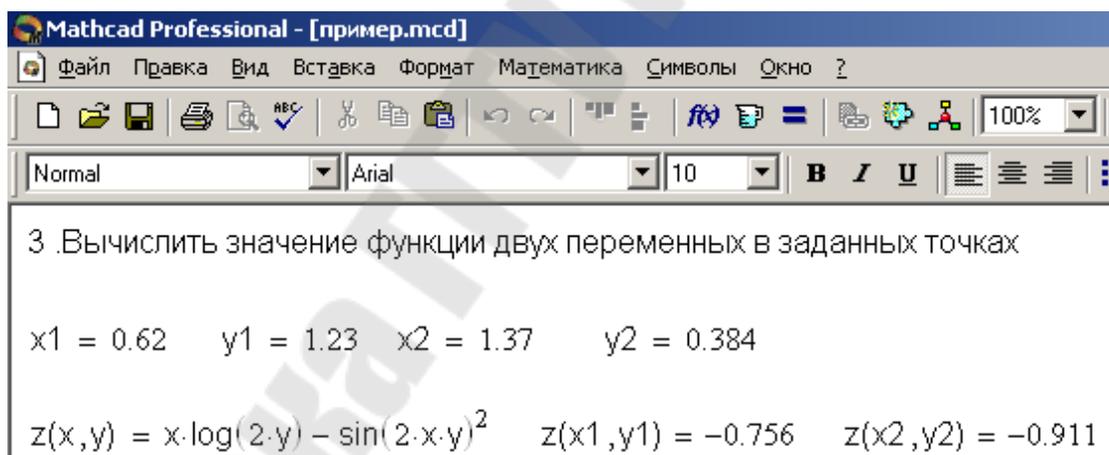


Рисунок 3.3. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 4. Вычисления с комплексными числами

Задать два комплексных числа  $x, y$  и вычислить их сумму, вещественную и мнимые части их произведения, модуль и аргумент их произведения. Вычислить произведение каждой из переменных с их комплексно сопряженным числом.

#### Пример 4

При решении необходимо использовать функции комплексного аргумента –  $\text{Re}(z), \text{Im}(z), \text{arg}(z), \text{Shift}+''$  – комплексно сопряженное число.

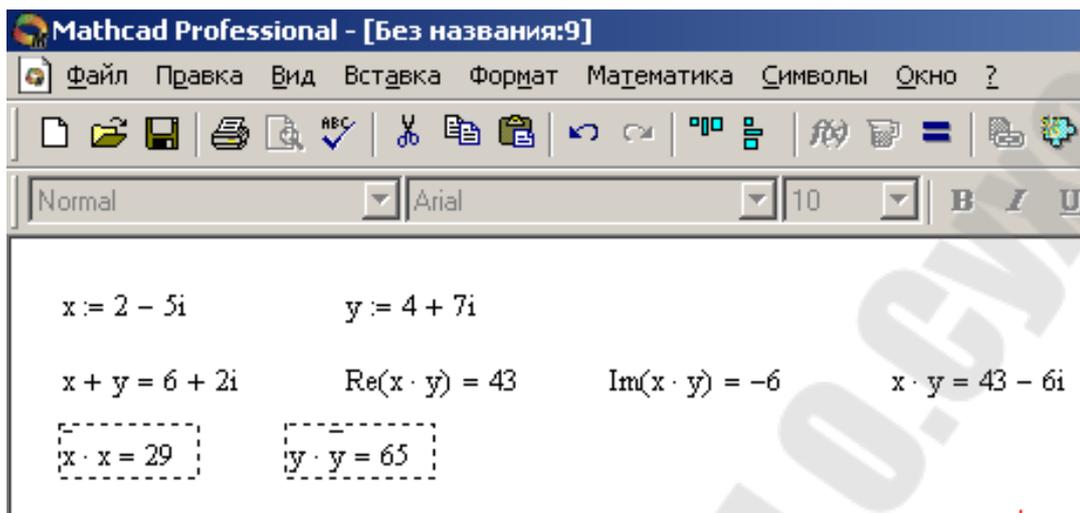


Рисунок 3.4. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 5. Дискретные переменные, функции дискретных переменных

Создать дискретную переменную, изменяющуюся в заданных пределах от  $x_n$  до  $x_k$  и вычислить значения функции от этой переменной. Значение шага выбрать самостоятельно так, чтобы переменная имела не менее 15-20 значений (таблица 3.4).

Таблица 3.4

№	Функция	$x_n$	$x_k$	№	Функция	$x_n$	$x_k$
1.	$y = x^2 \sqrt{4 - x^2}$	0	2	2.	$y = \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 9}}$	$2\sqrt{3}$	6
3.	$y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2}$	1	$\sqrt{2}$	4.	$y = \sqrt{1 - x^2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
5.	$y = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^4}$	3	6	6.	$y = \frac{1}{(9 + x^2)\sqrt{9 + x^2}}$	0	3
7.	$y = \sqrt{4 - x^2}$	0	1	8.	$y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x}$	2	4
9.	$y = \frac{x^3 + 1}{x^2 \sqrt{4 - x^2}}$	1	$\sqrt{3}$	10.	$y = \frac{1}{(1 - x^2)\sqrt{1 - x^2}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
11.	$y = \sqrt{3 - x^2}$	0	$\sqrt{3}$	12.	$y = \frac{1}{(5 - x^2)^3}$	0	$\sqrt{2,5}$
13.	$y = x^2 \sqrt{9 - x^2}$	-3	3	14.	$y = \frac{x^4}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}$	0	$\frac{1}{2}$
15.	$y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^6}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	16.	$y = \frac{1}{x^4 \sqrt{x^2 - 3}}$	$\sqrt{3}$	2

Продолжение таблицы 3.4

№	Функция	$x_n$	$x_k$	№	Функция	$x_n$	$x_k$
17.	$y = \sqrt{(1-x^2)^3}$	0	1	18.	$y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4}$	2	4
19.	$y = \frac{1}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	20.	$y = x^3 \sqrt{7+x^2}$	0	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$
21.	$y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$	1	2	22.	$y = \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4}$	3	5
23.	$y = \frac{1}{(x^2+3)^{3/2}}$	0	1	24.	$y = \frac{1}{x^5 \sqrt{x^2-0,5}}$	1	$\sqrt{2}$
25.	$y = \sqrt{2-x^2}$	1	$\sqrt{2}$	26.	$y = x^4 \sqrt{9-x^2}$	0	3
27.	$y = \frac{x^2}{(x^2+1)}$	0	1	28.	$y = \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}$	0	3
29.	$y = \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	30.	$y = \sqrt{6-x^2}$	0	$\sqrt{6}$

**Пример 5**

Вычислить значение функции  $y(x)$ , в зависимости от переменной  $x$  изменяющейся в диапазоне от  $x_n$  до  $x_k$  в 8 точек.

$$x_n := 0 \quad x_k := 3 \quad n := 8 \quad y(x) := (\sin(x) - 2)^2$$

**Решение**

Последовательность действий для создания *дискретной переменной* такова:

- 1) установить курсор в свободное место рабочего окна документа;
- 2) с помощью оператора «:=» присвоить числовые значения переменным -  $x_n$  (начальное значение дискретной переменной),  $x_k$  (ее конечное значение) и  $dx$  (шаг изменения дискретной переменной необходимо рассчитать дополнительно в соответствии с заданием);
- 3) задать имя дискретной переменной, например,  $x$ ; задать оператор «:=»;
- 4) в качестве начального значения набрать  $x_n$ ;
- 5) через запятую ввести второе значение дискретной переменной  $x_n+dx$ ;
- 6) с помощью кнопки **m..n** или клавиши «;» задать знак диапазона дискретной переменной;
- 7) задать конечное значение дискретной переменной  $x_k$ ;
- 8) получить значение дискретной переменной в виде таблицы с помощью оператора «=>».

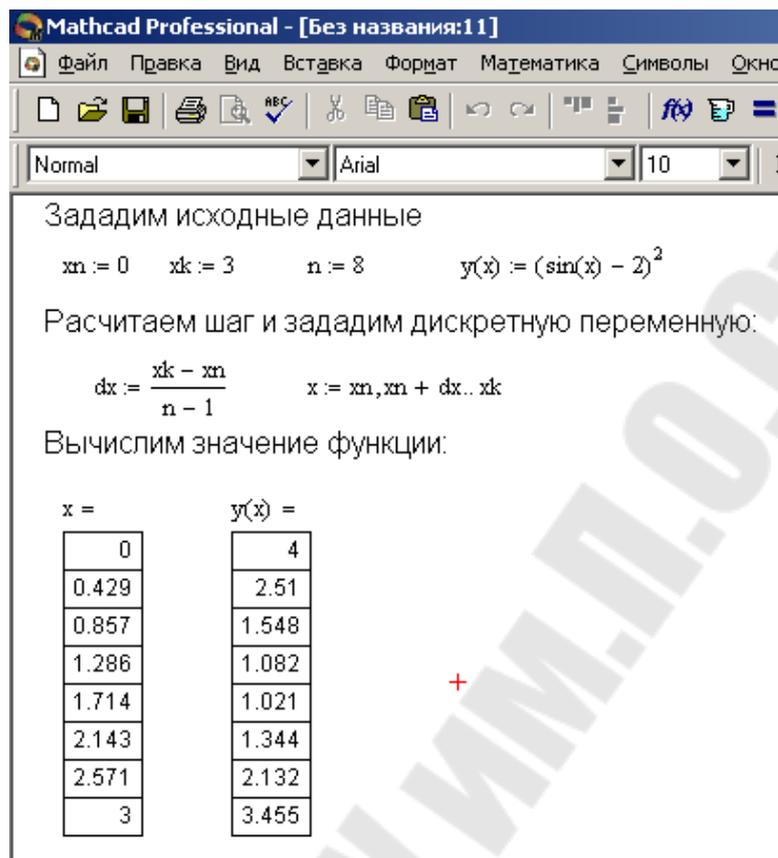


Рисунок 3.5. Окно математического пакета Mathcad

**Контрольные вопросы:**

1. Перечислите основные функции системы Mathcad.
2. Укажите назначение каждой строки сервисно-командной области.
3. Какие виды курсоров вы знаете?
4. Как создать текстовую область?
5. Файл с каким типом формируется системой для хранения документа на диске?
6. Основные типы данных Mathcad.
7. Операторы присваивания в пакете Mathcad.
8. Как задать комплексную переменную?
9. Для чего служат системные переменные?
10. Как формируется имя переменной в Mathcad?
11. Дискретная переменная и способы ее задания.

## Лабораторная работа № 4

### «ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММ, ПРОИЗВЕДЕНИЙ, ПРОИЗВОДНЫХ, ИНТЕГРАЛОВ»

**Цель работы:** получение навыков вычисления сумм, произведений, производных и интегралов в математическом пакете Mathcad.

#### Краткие теоретические сведения

Шаблоны для вычисления сумм, произведений, интегралов, производных, пределов расположены в палитре  (таблица 4.1).

Таблица 4.1

Оператор	Функция	Палитра	Клавиши
$\sum_{i=m}^n X$	Суммирование X по $i = m, m + 1, \dots, n$		[Ctrl][Shift] 4
$\sum_i X$	Суммирование X по дискретному аргументу $i$		\$
$\prod_{i=m}^n X$	Перемножение X по $i = m, m + 1, \dots, n$		[Ctrl][Shift] 3
$\prod_i X$	Перемножение X по дискретному аргументу $i$		#
$\int_a^b f(t)dt$	Вычисление определенного интеграла $f(t)$ на интервале $[a, b]$		&
$\int f(t)dt$ *	Вычисление определенного интеграла $f(t)$		[Ctrl] I
$\frac{d}{dt} f(t)$	Вычисление производной $f(t)$ по $t$		?
$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	Вычисление производной n-го порядка функции $f(t)$ по $t$		[Ctrl] ?
$\lim_{t \rightarrow a} f(t)$ *	Предел функции $f(t)$ при $t$ стремящемся к $a$		[Ctrl] L
$\lim_{t \rightarrow a^+} f(t)$ *	Предел функции $f(t)$ при $t$ стремящемся к $a$ справа		[Ctrl] A
$\lim_{t \rightarrow a^-} f(t)$ *	Предел функции $f(t)$ при $t$ стремящемся к $a$ слева		[Ctrl] B

Примечание: \* – только для символьных вычислений.

#### Задание 1. Вычисление суммы рядов

Вычислить значение суммы ряда двумя способами. Задание выбрать в соответствии с вариантом (таблица 4.2)

Таблица 4.2

№	Выражение	№	Выражение
1	$\sum_{i=1}^8 [(i+3) \times (i-6)]$	2	$\sum_{i=1}^9 (i+1)^{\frac{1}{i}}$
3	$\sum_{i=1}^{10} [i \times (i-1)]$	4	$\sum_{i=3}^9 \frac{(-1)^{i+1}}{i!}$
5	$\sum_{i=1}^7 [i \times (3i-1)]$	6	$\sum_{i=1}^7 [1.5 - (-1)^i \times (i+0.25)]$
7	$\sum_{i=1}^{12} \frac{i-6}{i^2}$	8	$\sum_{i=3}^9 [10 - (i+5)^{\frac{1}{i}}]$
9	$\sum_{i=3}^{13} \frac{i+6}{i-2}$	10	$\sum_{i=4}^{12} [15 - \frac{i+2}{i-3}]$
11	$\sum_{i=5}^{16} \frac{(-1)^i}{(i-4)^2}$	12	$\sum_{i=6}^{15} (i^2 - 2i - 1)$
13	$\sum_{i=1}^{10} \frac{(-1)^{-i}}{(i+1)^2}$	14	$\sum_{i=1}^{10} \frac{i^2 - 6}{i^3 + 1}$
15	$\sum_{i=1}^{12} \frac{(i+4)^2}{(i+3)^3}$	16	$\sum_{i=1}^{11} \frac{i^2 + i}{2 \times i^2 - 6}$
17	$\sum_{i=1}^{11} \frac{(i-0.5) \times (i+1.5)}{(i+1)^2}$	18	$\sum_{i=1}^9 (2 \times i^2 - 6i + 10)$
19	$\sum_{i=1}^{12} \frac{(i+6) \times (i-3)}{(i+3)^3}$	20	$\sum_{i=3}^{10} [(-1)^i \times (3i+6)]$
21	$\sum_{i=3}^{16} \frac{(-1)^{i+1}}{(i-2)^3}$	22	$\sum_{i=2}^8 \frac{i^3 - 10}{i^4 + 25}$
23	$\sum_{i=6}^{14} \frac{(-1)^i}{i}$	24	$\sum_{i=1}^{11} [(-1)^{i+1} \frac{10}{i^2 - 6}]$
25	$\sum_{i=8}^{17} \frac{1}{(i-1) \times (i-7)}$	26	$\sum_{i=2}^9 \frac{i^4 + 20}{i^4 - 20}$
27	$\sum_{i=2}^{10} [\frac{1}{i-1} + 1.5i]$	28	$\sum_{i=1}^{12} [i^2 (i^2 - 200)]$
29	$\sum_{i=1}^{10} [\frac{1}{4} + \frac{1}{i \times (i+1)}]$	30	$\sum_{i=3}^7 \frac{i^2}{i^2 + 1}$

### Пример 1

Вычислить сумму первых 10 элементов ряда

$$\sum_{x=1}^{10} \frac{1}{x}$$

### Решение

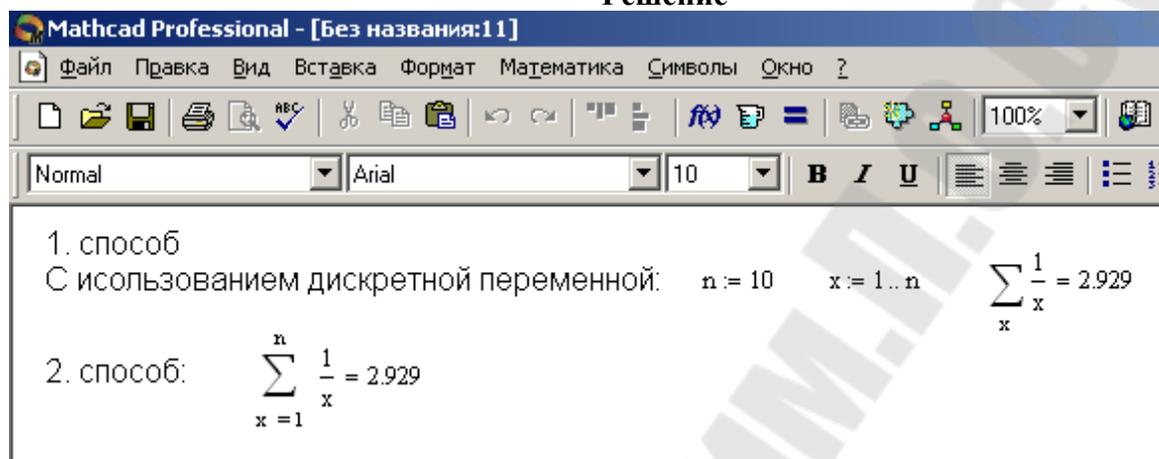


Рисунок 4.1. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 2. Вычисление произведения рядов

Вычислить значение произведения элементов ряда двумя способами. Задание выбрать в соответствии с вариантом (таблица 4.3).

Таблица 4.3

№	Выражение	№	Выражение	№	Выражение
1	$\prod_{i=1}^5 (i + 2i - 1)$	2	$\prod_{i=3}^7 \frac{i^3}{i^3 + i^2 + 3}$	3	$\prod_{i=3}^7 [(i - 1) \cdot (i + 2)]$
4	$\prod_{i=1}^6 \frac{(1)^i}{i - 5.5}$	5	$\prod_{i=2}^8 \frac{(i - 6) \cdot (i + 5)}{i^2 + 6}$	6	$\prod_{i=5}^8 \frac{(-1)^i}{i^2 - i + 3}$
7	$\prod_{i=1}^8 \frac{i + 1}{i - 3.5}$	8	$\prod_{i=3}^9 \left( \frac{i - 3}{i + 3} \right)^{i-2}$	9	$\prod_{i=1}^5 \frac{(i^2 - 0.5)}{(i^2 + 0.5)}$
10	$\prod_{i=1}^9 \frac{i - 10}{25 - i}$	11	$\prod_{i=1}^6 \frac{i^2}{i^3 - 0.5}$	12	$\prod_{i=6}^{12} \frac{(12 - i)}{25 - i^2}$
13	$\prod_{i=1}^7 \frac{i^2 - 40}{(-1)^i}$	14	$\prod_{i=1}^6 \frac{(i - 25)^2}{500 - i}$	15	$\prod_{i=1}^8 \frac{i^2 + 16i - 3}{(i + 6)^2}$

Продолжение таблицы 4.3

№	Выражение	№	Выражение	№	Выражение
16	$\prod_{i=3}^6 [i \cdot (i - 10)]$	17	$\prod_{i=1}^5 (i^2 - 6)^{i-3}$	18	$\prod_{i=2}^7 (\pi - i^{0.25})$
19	$\prod_{i=4}^{10} \frac{i^2}{i!}$	20	$\prod_{i=2}^7 (1 + i^{0.5})$	21	$\prod_{i=1}^8 \left( \frac{\pi}{4} - i^{0.33} \right)$
22	$\prod_{i=5}^{10} \frac{i^3}{(i-1)!}$	23	$\prod_{i=3}^6 (i - \sqrt{i})$	24	$\prod_{i=5}^9 \frac{i \cdot (-1)^i}{\pi + i}$
25	$\prod_{i=1}^7 \frac{i^2}{i^3 - 6.2}$	26	$\prod_{i=1}^5 (i^{1/3} - 2)$	27	$\prod_{i=6}^{11} \frac{i-5}{20-i}$
28	$\prod_{i=2}^7 \frac{i^2 - 15}{i^2 + 1}$	29	$\prod_{i=1}^6 (i^{1/4} + 0.25)$	30	$\prod_{i=1}^5 \frac{6-i}{2 \cdot i + \pi}$

**Пример 2**

Вычислить сумму первых 10 элементов ряда

$$\prod_{x=1}^n \frac{x}{x+1}$$

**Решение**

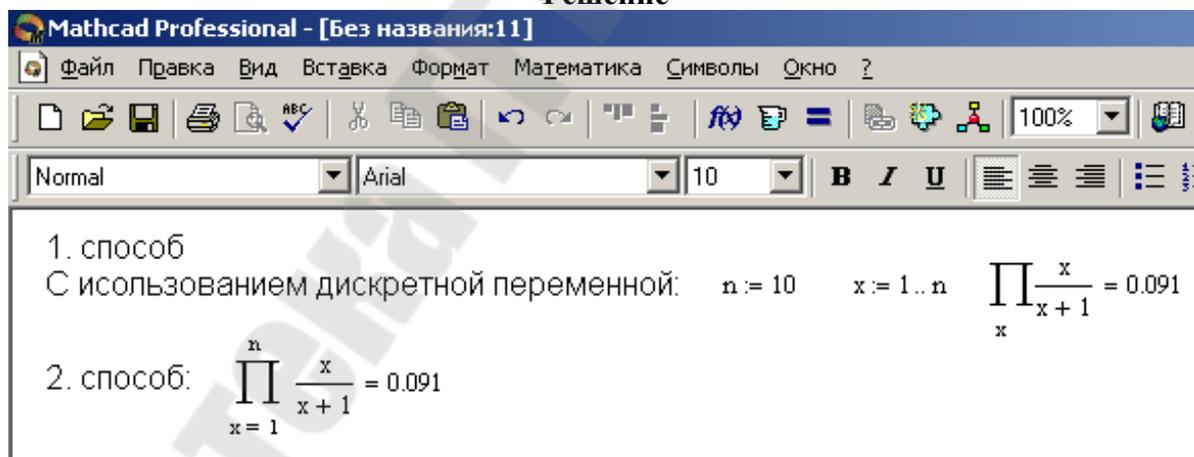


Рисунок 4.2. Окно математического пакета Mathcad

**Задание 3. Вычисление производных в точках**

Вычислить значения первой и второй производной заданной функции в двух исходных точках  $x_1$  и  $x_2$ . Задание выбрать в соответствии с вариантом (таблица 4.4).

Таблица 4.4

№	Функция	x1	x2
1	$3x^2 + 16.2 - x$	-2.16	3.62
2	$\frac{1}{x} + \frac{\sin x}{x^2}$	3.21	7.63
3	$\frac{x^2 - 6x + 1}{x - 3}$	5.1	8.31
4	$x^2 - 16.5x + 6$	-10.02	3.2
5	$\frac{\arctg x}{x^3 - 5}$	-1.2	0.8
6	$\frac{1}{x^2} + \sin \frac{x}{6}$	-12.5	6.2
7	$(x - 6.5) \cdot (x + 2)$	0.53	0.831
8	$\sqrt{(x^2 + 16 - 3)}$	3.251	2.16
9	$0.5x^2 + 16x - 3$	-25.6	13.1
10	$\frac{\arcsin x}{x^2 - 2.5}$	1.4	0.65
11	$\frac{1}{x^3} + \sin 2x$	1.56	7.25
12	$x^3 - 2x^2 + 16$	3.61	10.2
13	$25x^2 - \ln x$	3.25	7.83
14	$\ln  x^2 - 16x + 1 $	86.6	-4.2
15	$x \sin x - x^2$	36.2	5.5
16	$\lg(x^2 + x + 6)$	10.3	22
17	$\arccos\left(\frac{3x + 25}{100}\right)$	-3.25	5.125
18	$x^2 - 6x + 18$	-10.35	7.3
19	$\sin^4(x^2 - 6.1)$	7.5	10.3
20	$16.1x^3 - x + 25$	3.2	5.5
21	$48 - x - x^2$	-2.51	4.12
22	$\frac{x^2 - x - 1}{e^x}$	-3.1	1.52
23	$2^{x \sin x - 1.25}$	0.5	2.79
24	$64 - x + x^3$	-15.1	11.2
25	$\ln  \sin(2x - 6) $	0.66	10.55
26	$25 \sin x \cdot \cos^2(x - 1)$	0.835	3.65

Продолжение таблицы 4.4

№	Функция	x1	x2
27	$10 \cdot \sin x - x^3$	36.51	21.06
28	$(x - 2.2) \cdot (x - 1.2) \cdot (x + 6.1)$	1.2	2.5
29	$0.6 \cdot x^2 + 30 \cdot x - 10$	-5.29	11.1
30	$\sin^2 x + \cos(x^{0.5} - 0.5)$	5	7.6

**Пример 3**

Вычислить значения первой и второй производной заданной функции в заданных точках.

$$x1 := 4.3 \quad x2 := 8.2 \quad y(x) := \sin(x)^2 - 2 \cdot x$$

**Решение**

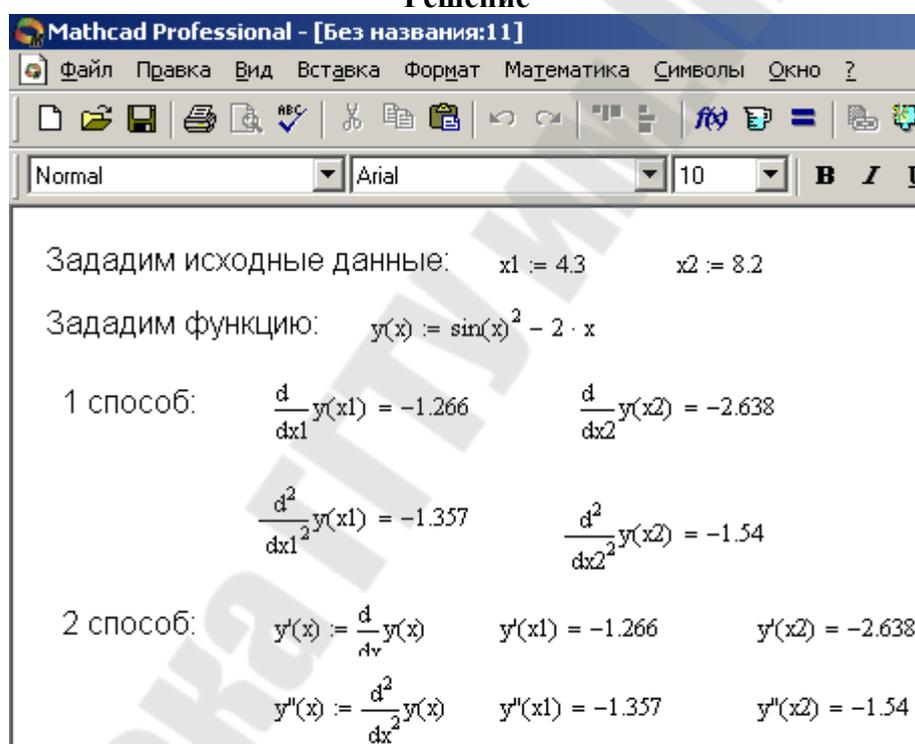


Рисунок 4.3. Окно математического пакета Mathcad

**Задание 4. Вычисление производной в диапазоне изменения аргумента**

Вычислить значение производной заданной функции в дискретном интервале изменения аргумента. Шаг изменения аргумента выбрать самостоятельно так, чтобы функция имела не менее 10-15 значений. Задание выбрать в соответствии с вариантом (таблица 4.5).

Таблица 4.5

№	Функция	Интервал	№	Функция	Интервал
1	$x^2 + 25x - 5$	[-25;0]	2	$x^2 + 5x \sin x - 7$	[-15;-5]
3	$0,625x^2 + 0,75 \sin x - 3$	[-15;15]	4	$4x^2 + 10 \sin x - 3 + 0,1x^3$	[-10;10]
5	$\arctg\left(\frac{x-5}{x+5}\right)$	[0;20]	6	$x \cos\left(\frac{x}{25}\right)$	[-10;30]
7	$x \cos\left(\frac{x}{5}\right) \sin\left(\frac{x}{10}\right)$	[0;25]	8	$\sin(0,1x) \cos(0,3x)$	[0;25]
9	$\frac{10 \cos(0,65x)}{x^2 + 10x - 200}$	[-15;5]	10	$e^{0,02x \sin x}$	[-4;4]
11	$x(x-5)(x+3)$	[-5;5]	12	$(x-3) \arctg(x)$	[-1;1]
13	$10e^{-0,2x} \sin x$	[-10;10]	14	$3e^{-x/6} \sin x^2$	[-5;5]
15	$2e^{-0,1x} \cos\left(\frac{x}{6}\right)$	[-10;10]	16	$e^{-x/7,5} \cos(0,1x) \sin(0,2x)$	[-10;10]
17	$10^{-0,01x} \cos(0,125x)$	[-5;7,5]	18	$x^{3-0,2x}$	[0;5]
19	$\sqrt{x^2 - 2x + 100}$	[-5;5]	20	$\sqrt[3]{2x \sin x + 10}$	[10;25]
21	$\frac{\sqrt{x-5}}{5-4 \sin x}$	[0;10]	22	$\sqrt{x^2 - 5x + 50}$	[-5;15]
23	$\ln(x^2 - 0,2x + 10)$	[-10;10]	24	$\ln(5 - 4,5 \sin(0,1x) )$	[-5;5]
25	$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{15} - 10\right) + 0,5x^2$	[-10;10]	26	$x^{2 \sin(x)} + 10 \cos x$	[2;10]
27	$10^{2 \sin(0,1x)} + 2 \cos x$	[-5;10]	28	$3^{0,1x} + \sin(0,2x)$	[-20;5]
29	$\sqrt[4]{ x^4 + 3x^3 - x + 100 }$	[-10;10]	30	$\sqrt[3]{ x^3 - 25x + 50 }$	[-10;0]

**Пример 4**

Вычислить значение производной заданной функции в дискретном интервале изменения аргумента. Шаг изменения аргумента выбрать самостоятельно так, чтобы функция имела 5 значений.

$$xn := 4 \quad xk := 8.2 \quad n := 5 \quad y(x) := \sin(x)^2 - 2 \cdot x$$

### Решение

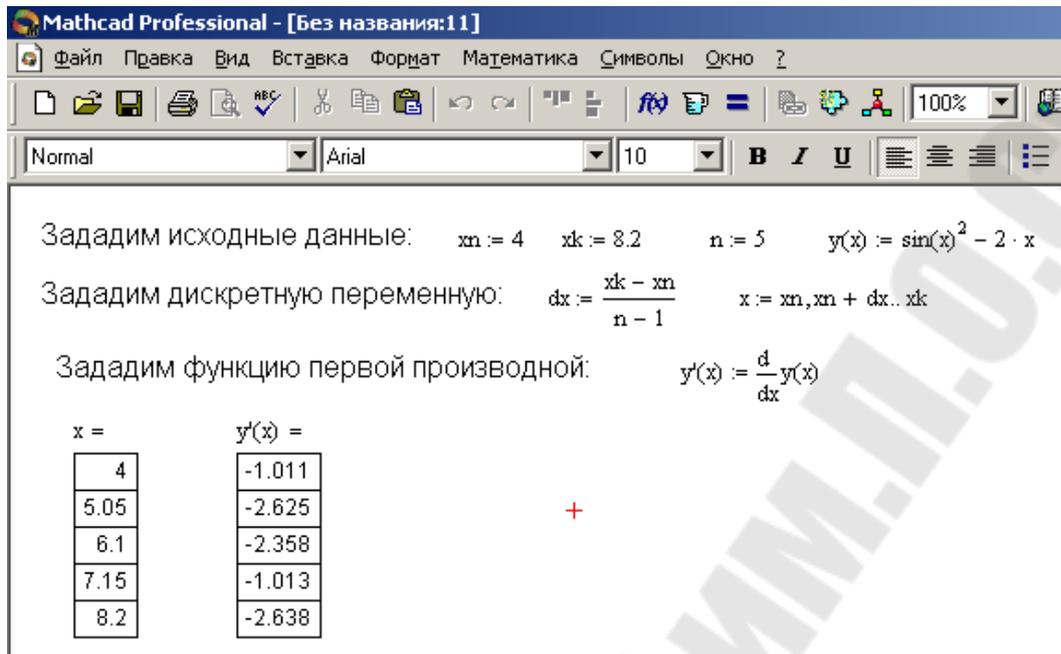


Рисунок 4.4. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 5. Вычисление определенного интеграла

Вычислить определенный интеграл. Задание выбрать в соответствии с вариантом (таблица 4.5).

Таблица 4.5

№	Выражение	№	Выражение	№	Выражение
1	$\int_{5.1}^{8.3} \frac{xdx}{x + 2.5}$	2	$\int_{0.5}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx$	3	$\int_3^{6.1} \frac{x + 6.25}{(x + 1.5)^2} dx$
4	$\int_3^{4.5} (5 - x^2)^{0.5} dx$	5	$\int_{0.1}^{1.5} \frac{dx}{\sin x \cos x}$	6	$\int_{3.1}^{4.6} \frac{xdx}{\sqrt{x^4 - x}}$
7	$\int_{0.5}^{6.1} \frac{dx}{x^2(x + 1.3)}$	8	$\int_{0.1}^{1.6} \frac{2 - \sin x}{1 + \cos x} dx$	9	$\int_{-1.3}^3 \frac{x^3 dx}{(9 + x^2)^{3/2}}$
10	$\int_{1.1}^{3.6} \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x + x^4}}$	11	$\int_{0.1}^{4.2} \frac{dx}{x^2 + 3x}$	12	$\int_2^{4.5} \frac{dx}{\sqrt{(x + 2)(x + 0.5)}}$
13	$\int_{2.5}^{7.5} \frac{dx}{x(x + 1.6)^2}$	14	$\int_{2.6}^{7.1} \frac{(x^2 + 3)^{3/2}}{x^3} dx$	15	$\int_{0.56}^{1.5} \frac{dx}{\cos^3 x \sin^3 x}$
16	$\int_{-1.5}^{1.5} \frac{x + 2.5}{x + 6.1} dx$	17	$\int_2^{6.5} \frac{xdx}{x^2 + 6x + 1}$	18	$\int_{0.5}^{\pi} \sin^4 x dx$

Продолжение таблицы 4.5

№	Выражение	№	Выражение	№	Выражение
19	$\int_0^{2.1} \frac{dx}{(x+3)\sqrt{9-x^2}}$	20	$\int_{\pi/2}^{3.2} \cos^3 x dx$	21	$\int_{0.8}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\sqrt{3+2 \sin x}}$
22	$\int_{-1.23}^3 x \frac{x+1.5}{x+0.6} dx$	23	$\int_{-1.5}^{4.5} \frac{x^2 dx}{x^2 - 3x + 10}$	24	$\int_7^9 \sqrt{\frac{x-6}{(x+7)(x-3)}} dx$
25	$\int_{0.1}^3 \frac{dx}{\sin^3 x}$	26	$\int_{7.1}^{9.9} x^3 (7+x^2)^{0.5} dx$	27	$\int_{3.1}^{6.9} \frac{x^3 dx}{2x^2 + 6x + 1}$
28	$\int_{0.6}^{1.1} \frac{\sin^4 x}{\cos x} dx$	29	$\int_{0.1}^{1.5} \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x} dx$	30	$\int_{1.1}^{3.6} \left( \frac{x+3}{x+4} \right)^2 dx$

**Пример 5**

Вычислить определенный интеграл функции на интервале  $[0, 1]$

$$\sin(x)^2 - 2 \cdot x$$

**Решение**

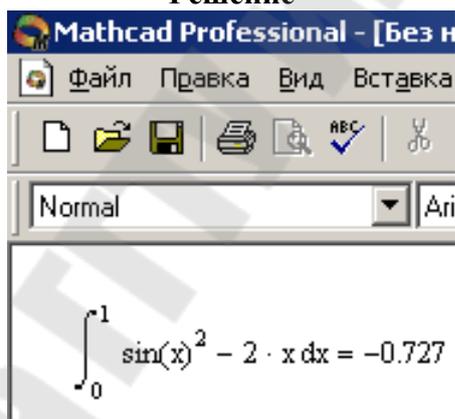


Рисунок 4.5. Окно математического пакета Mathcad

**Контрольные вопросы:**

12. Дать понятие функции, аргументы и параметры функции.
13. Классификация стандартных функций.
14. Вычисление сумм, произведений, производных, интегралов, пределов.

## Лабораторная работа № 5

### «РАБОТА С ВЕКТОРАМИ И МАССИВАМИ»

**Цель работы:** получение навыков работы с векторами и массивами в математическом пакете Mathcad.

#### Краткие теоретические сведения

**Массив** – имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных некоторым образом и имеющих определенные адреса. В пакете MathCAD используются массивы двух наиболее распространенных типов: одномерные (векторы), двумерные (матрицы).

Порядковый номер элемента, который является его адресом, называется **индексом**. Индексы могут иметь только целочисленные значения. Они могут начинаться с нуля или другого целого числа, в соответствии со значением системной переменной **ORIGIN**. Значение этой переменной может быть переопределено непосредственно в документе, либо с помощью меню **Математика–Параметры**.

Векторы и матрицы можно задавать различными способами:

1. с помощью команды **Вставка – Матрица**, комбинации клавиш **Ctrl + M**, щелчком на кнопке  панели «**Векторные и матричные операторы**». В появившемся окне задают размерность массива. Пустые поля заполняют, перемещаясь между ними клавишей **Tab**;
2. как переменные с индексами (номер элемента в массиве). Нижний индекс вводится нажатием клавиши **]**, либо щелчком на кнопке  панели «**Векторные и матричные операторы**». Незаданные элементы по умолчанию задаются нулевыми;
3. с использованием дискретного аргумента, когда имеется некоторая явная зависимость для вычисления элементов через их индексы.

Массивы могут использоваться в выражениях целиком или поэлементно. Для обращения к элементам массива нужно указать числовые значения индексов элементов (нижний индекс вводится нажатием клавиши **]**, либо щелчком на кнопке ). Также можно обращаться к конкретному столбцу матрицы с помощью – верхнего индекса выделения столбца (**CTRL+^** или  на панели инструментов).

$$a := \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 0 & 6 & 2 \\ 8 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad a_{0,0} = 1 \quad a_{2,1} = 4 \quad (a^{<1>})_1 = 6 \quad i := 0..2 \quad f_i := \cos(a_{i,1})$$

$$v := a^{<1>} \quad v = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} a_{i,0} \\ 1 \\ 0 \\ 8 \end{matrix} \quad f = \begin{bmatrix} 0.7539 \\ 0.96017 \\ -0.65364 \end{bmatrix}$$

Большинство вычислений с дискретными переменными и массивами строятся на принципе поэлементных вычислений. Точно такая же операция может быть выполнена с помощью векторизации. **Векторизация** – проведение некоторой операции над всеми элементами вектора или матрицы поочередно. Операция векторизации  $\vec{f}(M)$  находится в панели «Векторные и матричные операторы». Операция векторизации позволяет применить математические операции и функции к каждому элементу массива поочередно.

$$a := \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \quad b := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \quad i := 0..1 \quad j := 0..1 \quad c_{i,j} := a_{i,j} \cdot b_{i,j} \quad c = \begin{bmatrix} 3 & 14 \\ 36 & 35 \end{bmatrix} \quad \vec{(a \cdot b)} = \begin{bmatrix} 3 & 14 \\ 36 & 35 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\sqrt{a}} = \begin{bmatrix} 1.73205 & 2.64575 \\ 3 & 2.23607 \end{bmatrix} \quad \vec{\vec{(b^2)} \cdot a} = \begin{bmatrix} 3 & 28 \\ 144 & 245 \end{bmatrix}$$

Основные встроенные функции для работы с векторами и матрицами представлены в таблице, где V – вектор, M – матрица.

Таблица 5.1

Функция	Назначение
length(V)	число элементов вектора
last(V)	индекс последнего элемента вектора
max(M), min(M)	максимум, минимум матрицы
augment(M1,M2)	объединяет в одну матрицу матрицы M1 и M2, имеющие одинаковое число строк (объединение бок о бок)
stack(M1,M2)	объединяет две матрицы M1 и M2 имеющие одинаковое количество столбцов, располагая M1 над M2
submatrix(A,ir,jr,ic,jc)	возвращает подматрицу состоящую из элементов расположенных в строках от ir до jr и столбцах от ic до jc
matrix(m,n,f)	создает матрицу в которой (i, j) – элемент равен f(i, j)
cols(M), rows(M)	число столбцов и строк матрицы
sort(V)	сортировка вектора по возрастанию
reverse(V)	сортировка вектора по убыванию

Продолжение таблицы 5.1

Функция	Назначение
csort(M,n)	перестановка строк матрицы так чтобы отсортированным оказался n-й столбец
rsort(M,n)	перестановка столбцов матрицы так чтобы отсортированной оказалась n-я строка

Примечание: во всех примерах к лабораторной работе системная переменная ORIGIN=1.

**Задание 1. Создание векторов**

Задать три вектора с помощью:

1. V1 4 элемента – с помощью палитры «Векторные и матричные операторы» ;
2. V2 3 элемента – с помощью индексов;
3. V3 7 элементов – с использованием генератора случайный чисел.

**Задание 2. Создание массивов**

Задать три вектора с помощью:

1. M1 размерность 4x4 – с помощью палитры «Векторные и матричные операторы» ;
2. M2 размерность 2x3 – с помощью индексов;
3. M3 размерность 7x4 – с использованием генератора случайный чисел.

## Пример 1

ORIGIN := 1

Создание векторов :

Задание 1.1:

$$V1 := \begin{pmatrix} 2.2 \\ 4.1 \\ -2.3 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

Задание 1.2:

$$V2_1 := 2.3$$

$$V2_3 := 4.3$$

$$V2_2 := -5.1$$

$$V2 = \begin{pmatrix} 2.3 \\ -5.1 \\ 4.3 \end{pmatrix}$$

Задание 1.3:

$$i := 1..7$$

$$V3_i := \text{rnd}(10)$$

$$V3 =$$

$$\begin{pmatrix} 0.013 \\ 1.933 \\ 5.85 \\ 3.503 \\ 8.228 \\ 1.741 \\ 7.105 \end{pmatrix}$$

Создание массивов :

Задание 2.1

$$M1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & -8 \\ 2 & -3 & -6 & 4 \\ 4 & -7 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

Задание 2.2:

$$M2_{1,1} := 2$$

$$M2_{1,2} := 4$$

$$M2_{1,3} := 7$$

$$M2_{2,1} := 2$$

$$M2_{2,2} := 4$$

$$M2_{2,3} := -7$$

$$M2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

Задание 2.3:

$$i := 1..7$$

$$j := 1..4$$

$$M3_{i,j} := \text{rnd}(10)$$

$$M3 = \begin{pmatrix} 3.04 & 0.914 & 1.473 & 9.885 \\ 1.191 & 0.089 & 5.317 & 6.018 \\ 1.662 & 4.508 & 0.571 & 7.833 \\ 5.199 & 8.76 & 9.559 & 5.393 \\ 4.621 & 8.622 & 7.797 & 9.968 \\ 6.115 & 2.662 & 8.401 & 3.759 \\ 6.772 & 0.088 & 2.759 & 5.879 \end{pmatrix}$$

Рисунок 5.1. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 3. Встроенные функции работы с векторами и матрицами

С помощью встроенных функций пакета MathCAD (см. таблицу в пункте 4 теоретической части) вычислить:

1. Количество элементов в векторах  $V1$ ,  $V2$ ,  $V3$ ;
2. Количество строк и столбцов в массивах  $M1$ ,  $M2$ ,  $M3$ ;
3. Среднее значение элементов вектора  $V1$ , максимальный элемент вектора  $V2$ , минимальный элемент вектора  $V3$ ;
4. Среднее значение массива  $M1$ , максимальный элемент массива  $M2$ , минимальный элемент массива  $M3$ ;
5. Определитель, обратную и транспонированную матрицы для массива  $M1$ ;
6. Присоединить к матрице  $M1$  массив  $M3$  (объединение по столбцам), полученному массиву дать имя  $M4$  и отсортировать его по первому столбцу;
7. Создать два вектора  $X1$  и  $X2$  из первого столбца и последней строки матрицы  $M1$ .

## Пример 2

### Задание 3.1:

$k1 := \text{rows}(V1) \quad k1 = 4 \quad k2 := \text{rows}(V2) \quad k2 = 3 \quad k3 := \text{rows}(V3) \quad k3 = 7$

### Задание 3.2:

$n1 := \text{rows}(M1) \quad n1 = 4 \quad n2 := \text{rows}(M2) \quad n2 = 2 \quad n3 := \text{rows}(M3) \quad n3 = 7$   
 $m1 := \text{cols}(M1) \quad m1 = 4 \quad m2 := \text{cols}(M2) \quad m2 = 3 \quad m3 := \text{cols}(M1) \quad m3 = 4$

### Задание 3.3:

$sr1 := \text{mean}(V1) \quad sr1 = 0.7 \quad \max1 := \text{max}(V2) \quad \max1 = 4.3 \quad \min1 := \text{min}(V3) \quad \min1 = 0.013$

### Задание 3.4:

$sr2 := \text{mean}(M1) \quad sr2 = 0.5 \quad \max2 := \text{max}(M2) \quad \max2 = 7 \quad \min2 := \text{min}(M3) \quad \min2 = 0.088$

### Задание 3.5:

$\det1 := |M1| \quad \det1 = 2.648 \times 10^3$

$$M1^{-1} = \begin{pmatrix} 0.149 & 0.207 & 0.224 & -2.644 \times 10^{-3} \\ 0.086 & 0.13 & 0.013 & -0.093 \\ 0.051 & -0.045 & -0.08 & 0.05 \\ 0.067 & -0.074 & 0.028 & 6.42 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$M1^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -3 & -7 \\ 5 & 3 & -6 & 8 \\ 5 & -8 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

### Задание 3.6:

$M4 := \text{stack}(M1, M3)$

	1	2	3	4
1	1	3	5	5
2	2	1	3	-8
3	2	-3	-6	4
4	4	-7	8	-6
5	3.04	0.914	1.473	9.885
6	1.191	0.089	5.317	6.018
7	1.662	4.508	0.571	7.833
8	5.199	8.76	9.559	5.393
9	4.621	8.622	7.797	9.968
10	6.115	2.662	8.401	3.759
11	6.772	0.088	2.759	5.879

$M5 := \text{csort}(M4, 1)$

	1	2	3	4
1	1	3	5	5
2	1.191	0.089	5.317	6.018
3	1.662	4.508	0.571	7.833
4	2	-3	-6	4
5	2	1	3	-8
6	3.04	0.914	1.473	9.885
7	4	-7	8	-6
8	4.621	8.622	7.797	9.968
9	5.199	8.76	9.559	5.393
10	6.115	2.662	8.401	3.759
11	6.772	0.088	2.759	5.879

### Задание 3.7:

Способ 1:  $X1 := M1^{(1)} \quad X1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Способ 2:  $X1_i := M1_{i,1} \quad X11 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$X2 := M1_{4,i} \quad X2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 8 \\ -6 \end{pmatrix}$

Рисунок 5.2. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 4. Вычисление с векторами и массивами

Выполнить вычисления:  $V1 + X1$ ,  $V1 \cdot X2$ ,  $|M1| \cdot V2$ ,  $M^{<1>} \cdot M^{<2>} \cdot M^{<3>}$ ,  $|M1| \cdot M1^{-1}$ ,  $M1^{-1} \cdot M1$ ,  $M3^T \cdot 2$ .

#### Пример 3

##### Задание 4:

$$V1 + X1 = \begin{pmatrix} 3.2 \\ 6.1 \\ -0.3 \\ 2.8 \end{pmatrix} \quad V1 \cdot X2 = -31.1 \quad |M1| \cdot V2 = \begin{pmatrix} 6.09 \times 10^3 \\ -1.35 \times 10^4 \\ 1.139 \times 10^4 \end{pmatrix}$$
$$M1^{<1>} \cdot M1^{<2>} \cdot M1^{<3>} = \begin{pmatrix} -145 \\ -87 \\ 174 \\ -232 \end{pmatrix} \quad |M1| \cdot M1^{-1} = \begin{pmatrix} 394 & 548 & 593 & -7 \\ 228 & 344 & 34 & -246 \\ 136 & -120 & -212 & 132 \\ 178 & -196 & 73 & 17 \end{pmatrix}$$
$$M1^{-1} \cdot M1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M3^T \cdot 2 = \begin{pmatrix} 6.08 & 2.382 & 3.325 & 10.398 & 9.241 & 12.23 & 13.544 \\ 1.828 & 0.178 & 9.016 & 17.519 & 17.244 & 5.324 & 0.176 \\ 2.946 & 10.633 & 1.141 & 19.118 & 15.593 & 16.802 & 5.518 \\ 19.77 & 12.035 & 15.666 & 10.787 & 19.936 & 7.517 & 11.758 \end{pmatrix}$$

Рисунок 5.3. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 5. Вычисления с векторами

Создать, с помощью генератора случайных чисел, вектор  $V$  из 10 элементов. Вычислить значение функции  $f(x)$  от элементов вектора  $V$ , результаты поместить в вектор  $Z$ . Задание выполнить двумя способами: с помощью дискретной переменной и поэлементных вычислений (векторизация).

### Пример 4

#### Задание 5:

$i := 1..10$

$V_i := \text{rnd}(10)$

$$f(x) := \frac{\cos(x^2)^2 - 2}{2 + x}$$

#### Способ 1:

$Z1_i := f(V_i)$

	1
1	8.376
2	4.849
3	7.437
4	4.58
5	7.444
6	5.99
7	7.39
8	5.724
9	1.516
10	4.252

$V =$

	1
1	-0.168
2	-0.292
3	-0.2
4	-0.262
5	-0.193
6	-0.243
7	-0.143
8	-0.253
9	-0.443
10	-0.238

$Z1 =$

#### Способ 2:

$Z2 := f(V)$

	1
1	-0.168
2	-0.292
3	-0.2
4	-0.262
5	-0.193
6	-0.243
7	-0.143
8	-0.253
9	-0.443
10	-0.238

$Z2 =$

Рисунок 5.4. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 6. Вычисления с массивами

Задать, с помощью генератора случайных чисел, матрицу  $M$  размерностью  $4 \times 4$ . Вычислить:

1. Возвести каждый элемент массива  $M$  в квадрат (вычисление выполнить с использованием дискретной переменной);
2. Возвести каждый элемент массива  $M$  в квадрат (вычисление выполнить с помощью поэлементных вычислений (векторизация));
3. Рассчитать матрицу  $Y$ , элементы которой значения функции  $f(x)$  от элементов массива  $M$ , двумя способами: с помощью дискретной переменной и поэлементных вычислений (векторизация);
4. Определить сумму и произведение всех элементов матрицы  $M$ ;
5. Для массива  $M$  определить: сумму элементов главной диагонали, произведение элементов побочной диагонали, сумму элементов 1 строки и произведение элементов первого столбца.

## Пример 5

### Задание 6:

Создание массива:  $i := 1..4$      $j := 1..4$      $M_{i,j} := \text{rnd}(1)$

### Задание 6.1:

$$M11_{i,j} := (M_{i,j})^2 \quad M11 = \begin{pmatrix} 0.267 & 0.565 & 0.029 & 0.242 \\ 0.49 & 0.022 & 0.02 & 0.48 \\ 0.182 & 0.934 & 0.023 & 0.675 \\ 0.037 & 0.668 & 0.024 & 0.536 \end{pmatrix}$$

### Задание 6.2:

$$\vec{M}^2 = \begin{pmatrix} 0.267 & 0.565 & 0.029 & 0.242 \\ 0.49 & 0.022 & 0.02 & 0.48 \\ 0.182 & 0.934 & 0.023 & 0.675 \\ 0.037 & 0.668 & 0.024 & 0.536 \end{pmatrix}$$

### Задание 6.3:

$$f(x) := x^2 + \cos(x - 1)$$

### Способ 1:

$$M31_{i,j} := f(M_{i,j}) \quad M31 = \begin{pmatrix} 1.153 & 1.534 & 0.703 & 1.116 \\ 1.445 & 0.68 & 0.674 & 1.433 \\ 1.022 & 1.934 & 0.686 & 1.659 \\ 0.727 & 1.651 & 0.688 & 1.5 \end{pmatrix}$$

### Способ 2:

$$\vec{M32} := f(\vec{M}) \quad M32 = \begin{pmatrix} 1.153 & 1.534 & 0.703 & 1.116 \\ 1.445 & 0.68 & 0.674 & 1.433 \\ 1.022 & 1.934 & 0.686 & 1.659 \\ 0.727 & 1.651 & 0.688 & 1.5 \end{pmatrix}$$

### Задание 6.4:

$$\sum_i \sum_j M_{i,j} = 7.875 \quad \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 M_{i,j} = 7.875 \quad \prod_i \prod_j M_{i,j} = 3.025 \times 10^{-7} \quad \prod_{i=1}^4 \prod_{j=1}^4 M_{i,j} = 3.025 \times 10^{-7}$$

### Задание 6.5:

$$\prod_{i=1}^{\text{rows}(M)} (M_{i,i}) = 8.558 \times 10^{-3} \quad \prod_i M_{i, \text{cols}(M)-i+1} = 0.013 \quad \sum_{j=1}^{\text{cols}(M)} M_{1,j} = 1.93 \quad \prod_{i=1}^{\text{rows}(M)} M_{i,1} = 0.03$$

Рисунок 5.5. Окно математического пакета Mathcad

### Контрольные вопросы:

15. Дискретная переменная, способы задания;
16. Вектора и массивы. Создание различными способами;
17. Обращение к элементам вектора и массива;
18. Параллельные вычисления с массивами (векторизация);
19. Основные встроенные функции для работы с векторами и матрицами;
20. Назначение системной переменной ORIGIN.

## Лабораторная работа № 6

### «ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ»

**Цель работы:** получение навыков построения графиков функций в математическом пакете Mathcad.

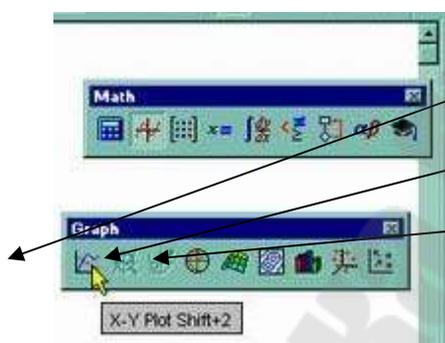
#### Краткие теоретические сведения

MathCAD позволяет обрабатывать различные виды графической информации. Возможности системы по работе с графикой таковы:

- построение двумерных графиков в декартовой и полярной системах координат,
- построение трехмерных поверхностных графиков,
- внесение рисунков, созданных другими компьютерными системами;
- создание анимационных клипов.

Соответственно, графические области делятся на четыре основных типа – область двумерных графиков, трехмерных графиков, область внешних графических объектов и область анимации.

Для построения графиков используется палитра графиков, вид которой приведен ниже. Перечень возможных типов графиков приведен в основном меню *Insert – Graph*, например:



- *X-Y Plot* – график в декартовой системе координат;
- *Polar Plot* – график в полярной системе координат;
- *Surface Plot* – трехмерный график (график поверхности);

После построения график может быть отформатирован по следующим направлениям: форматирование осей графика, форматирование линий графика, форматирование надписей на графике. Для вызова окна форматирования графика нужно либо дважды щелкнуть левой кнопкой мыши на поле графика, либо, выделив график, выбрать из основного меню команду *Format – Graph*. Вид окна форматирования осей графика приведен ниже.



**Log Scale** (Лог. масштаб) — установка логарифмического масштаба;

**Crid Lines** (Линии сетки) — установка линий масштабной сетки;

**Numbered** (Пронумеровать) — установка цифровых данных по осям;

**Autoscale** (Автомасштаб) — автоматическое масштабирование графика;

**Show Markers** (Нанести риски) — установка фоновых линий по осям;

**Auto Grid** (Автосетка) — автоматическая установка масштабных линий;

**Number of Grids** (Число интервалов) — установка заданного числа масштабных линий.

**Boxed** (Рамка) — оси в виде прямоугольника;

**Crossed** (Репер) — оси в виде креста;

**None** (Ничего) — отсутствие осей;

При форматировании линий графика выбирается закладка **Traces** в окне форматирования, вид окна форматирования линий приведен ниже.



**Legend Label** (Имя кривой) — указание названий линий в легенде графика;

**Symbol** (Маркер) — установка символа отметки базовых точек графика;

**Line** (Линия) — установка типа линий;

**Color** (Цвет) — установка цвета линии и базовых точек;

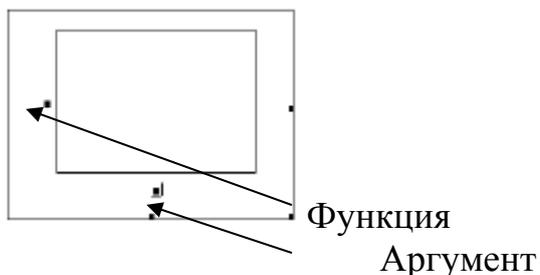
**Type** (Тип) — тип графиков;

**Weight** (Толщина) — толщина линий.

**Hide Argument** — скрываются обозначения математических выражений по осям графика;

**Hide Legend** — скрываются обозначения имен кривых графика.

При построении двумерных графиков после нажатия соответствующей кнопки на панели графических инструментов появляется шаблон вида:



В шаблоне графика по вертикали задаются через запятую функции, а по горизонтали – аргументы. График строится по точкам соединяющихся между собой разнообразными линиями (сплошной, пунктирной и т. д.). Исходные (узловые) точки могут быть показаны в виде маркеров (квадратов, ромбов, окружностей и т. д.). Крайние шаблоны данных служат для указания предельных значений абсцисс и ординат, т. е. они задают масштабы графика. Если оставить эти шаблоны незаполненными, то масштабы по осям графика будут устанавливаться автоматически.

Построение графиков:

1. упрощенный способ построения без предварительного задания дискретной переменной (изменение переменной по умолчанию от  $-10$  до  $+10$ ). Шаг вычисляется автоматически, из расчета 100 точек;

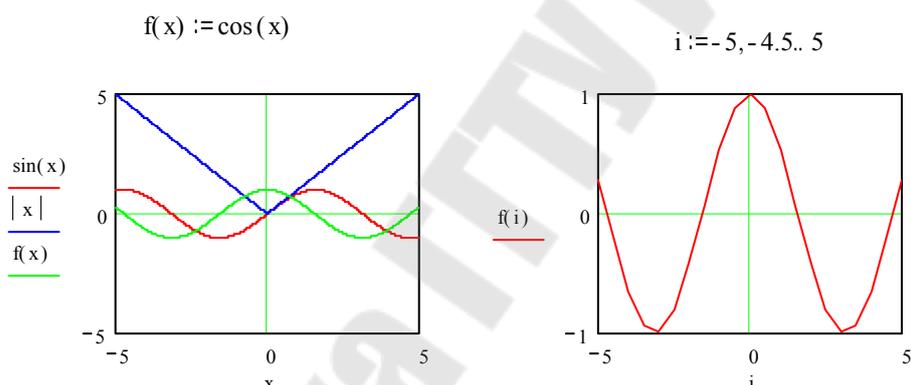


Рисунок 6.1. Окно математического пакета Mathcad

2. с заданием дискретной переменной.

В полярной системе координат каждая точка задается углом ( $a$ ), радиусом и длиной радиус – вектора  $R(a)$ . График функции обычно строится при изменении угла ( $a$ ) в определенных пределах, чаще всего от  $0$  до  $2\pi$ . При построении графика в полярной системе координат с использованием шаблона графика в прямоугольной системе координат надо по оси  $X$  установить  $R(a) \cdot \cos(a)$ , а по оси  $Y$  —  $R(a) \cdot \sin(a)$ .

$$a := 0, \frac{\pi}{50} .. 2 \cdot \pi \quad R(x) := \sin(3 \cdot x)$$

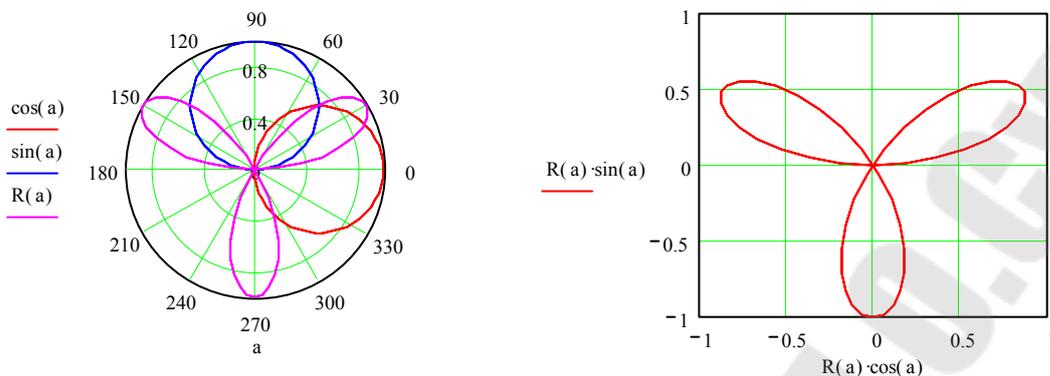


Рисунок 6.2. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 1. Построение графиков функции и ее производных

Построить график функции  $f(x) = \cos(0.25x^2 - 1) + 2\sin(x)$ , и её первой и второй производных на интервале  $[-2\pi, 2\pi]$  в  $n=1000$  точках. На график нанести сетку, изменить цвет и тип линии, задать легенду, подписать график. Нанести на график маркеры в местах экстремума функции.

#### Замечания:

1. для определения точек экстремума функции выполнить команду меню **Формат – График – След...**, либо в контекстном меню к графику выбрать **«Трассировка...»**, после чего будет открыто окно **X-Y Trace**. В точках экстремума первая производная функции равна нулю.

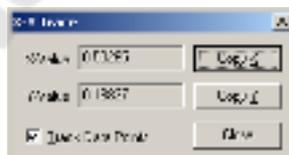


Рисунок 6.3. Окно математического пакета Mathcad

### Пример 1

Зададим исходные данные:  $y(x) := \cos(0.2 \cdot x^2)$   $x_n := -2 \cdot \pi$   $x_k := 2 \cdot \pi$   $n := 1000$

Зададим дискретную переменную для построения графика:

$$x := x_n, x_n + \frac{x_k - x_n}{n} .. x_k$$

Определим функции производных:  $y'(x) := \frac{d}{dx}y(x)$   $y''(x) := \frac{d^2}{dx^2}y(x)$

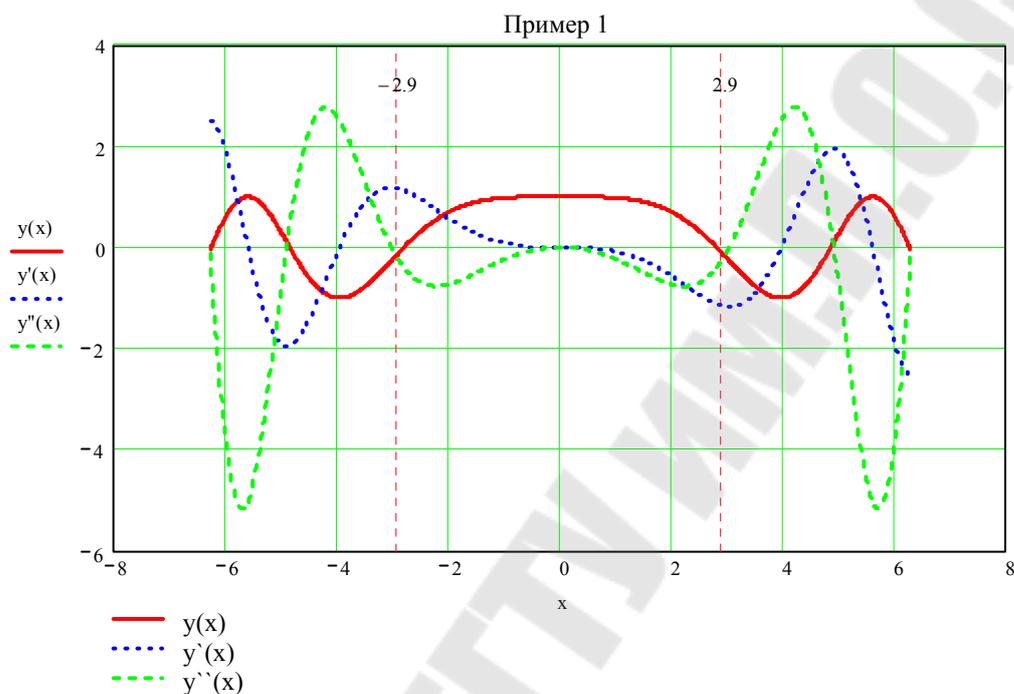


Рисунок 6.4. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 2. Построение графиков функции с несколькими параметрами

Задать функцию двух переменных и построить ее графики на заданном интервале для трех различных значений параметра  $a$  (заданы самостоятельно). Графики построить на одном поле. Функция должна рассчитываться не менее, чем в 50 точках. Для каждой линии выбрать цвет, толщину, задать легенду и подписать график.

Таблица 6.1

№ вар.	Функция	$x_n$	$x_k$	№ вар.	Функция	$x_n$	$x_k$
1.	$y = \frac{ax}{1 + \sin^2 x}$	2	5	2.	$y = \frac{1 + a\sqrt{0,5x}}{0,5 + a\sin^2 x}$	2	4
3.	$y = \cos(x^2 + ax + a)$	-3	0	4.	$y = a \sin x \cos^3 x$	-1	1

Продолжение таблицы 6.1

№ вар.	Функция	$x_n$	$x_k$	№ вар.	Функция	$x_n$	$x_k$
5.	$y = \frac{a \sin^2 x}{\sqrt{x+x}}$	2	5	6.	$y = \frac{e^{x/a} + 1}{1 + a \cos^2 x}$	0	3
7.	$y = 2x^3 - 6ax^2 - 18x + 7$	-2	2	8.	$y = 2ax^3 - 3ax^2$	1	2
9.	$y = a\sqrt{1+x^2} \cdot \sin x$	1	5	10.	$y = \frac{ax(x^2 - 4x + 5)}{2x}$	1	4
11.	$y = e^{x/a}(\sin 3x - 3 \cos 3x)$	1	4	12.	$y = (x^2 - 2x)a - \frac{3}{2}x^2 + 4x$	1	4
13.	$y = \frac{\sin^3 x}{ax + 2}$	0	3	14.	$y = \frac{3x^2 + 4ax + 4}{ax^2 + x + 1}$	-1	1
15.	$y = \frac{(1+2x)^2}{a + \cos^3 x}$	2	4	16.	$y = \frac{a}{\sin(x^4 + 4ax^3 + 30)}$	-1	3
17.	$y = a \sin(x) + \cos(x) - \frac{a}{4}x^2$	-1, 1, 5	1, 5	18.	$y = 3a \cos^2 x - \cos^3 ax$	1	5
19.	$y = \frac{a - x + x}{a + x + x^2}$	-2	0	20.	$y = \frac{0,5 + \sin^2 x}{-ax + 1}$	0	4
21.	$y = \frac{a \sin^2 x - 0,5}{2ax}$	1	4	22.	$y = ax(\sqrt[3]{1+x^2})$	-2	2
23.	$y = 2a \sin x + \cos 2ax$	-3	0	24.	$y = xe^{x/a}(\cos x + \sin x)$	-3	0
25.	$y = \frac{5 - \sqrt{ax}}{1 + \cos^2 ax}$	1	3	26.	$y = 3a \sin^2 ax - \sin^3 x$	3	7
27.	$y = \sin(\sqrt{a+x^2})$	-2	2	28.	$y = x \sin x + \cos^2 ax$	0	4
29.	$y = \frac{a}{8}x^2 - \frac{x-1}{2}$	-1	3	30.	$y = 3a \sin 3x - \frac{2 \cos x}{a}$	0	2

### Пример 2

Зададим исходные данные:  $y(x, a) := \cos(a \cdot x^2)$   $x_n := -2 \cdot \pi$   $x_k := 2 \cdot \pi$   $n := 100$

Зададим дискретную переменную для построения графика:  $x := x_n, x_n + \frac{x_k - x_n}{n} .. x_k$

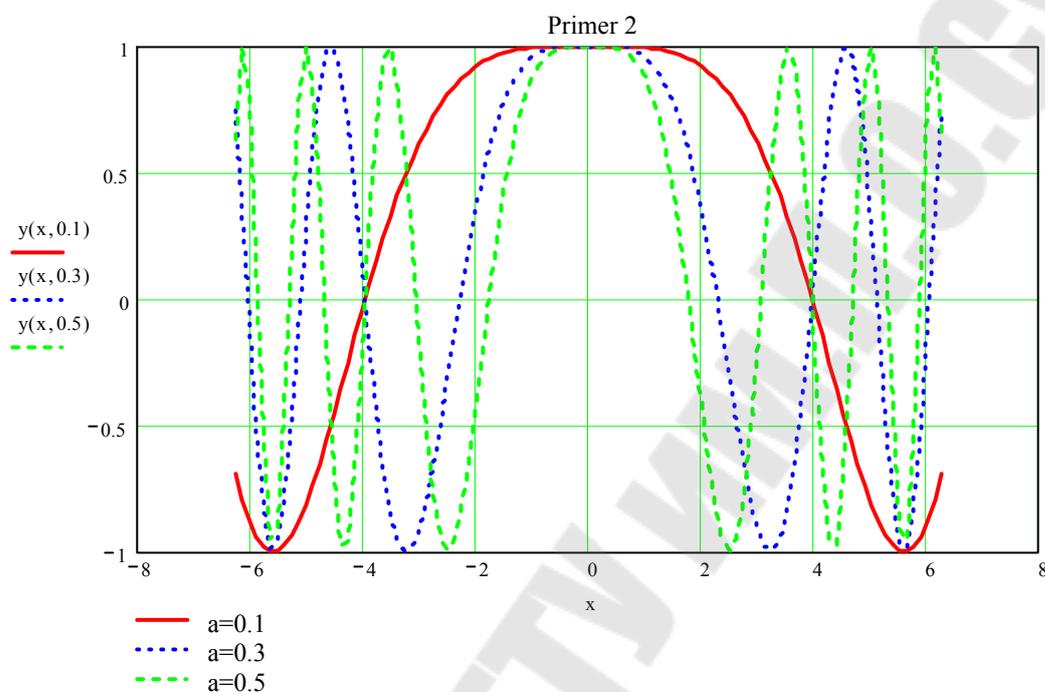


Рисунок 6.5. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 3. Построение графиков кусочно – непрерывных функции

Построить график кусочно-непрерывной функции. Пределы изменения аргумента подобрать так, чтобы перекрывались все три диапазона. При задании вида функции необходимо использовать программный фрагмент. На график нанести сетку, изменить цвет и тип линии, задать легенду, подписать график.

Таблица 6.2

№	Вид функции	№	Вид функции
1.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{если } x > 20 \\ x^3 & \text{если } 1 \leq x \leq 20 \\ 4x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	2.	$y = \begin{cases} 3x^2 & \text{если } x > 10 \\ 3x & \text{если } x \leq 2 \\ 4x & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

Продолжение таблицы 6.2

№	Вид функции	№	Вид функции
3.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{если } x > 20 \\ \frac{1}{x} & \text{если } 1 \leq x \leq 20 \\ x^2 + 2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	4.	$y = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{2} & \text{если } x > 20 \\ \sqrt{x} & \text{если } 1 \leq x \leq 2 \\ \cos(x) & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
5.	$y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{если } x > 10 \\ \sqrt[3]{x} & \text{если } 1 \leq x \leq 8 \\ \frac{x}{5} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	6.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 3x^2 - 2 & \text{если } x \geq 5 \\ \frac{1}{x} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
7.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{если } x > 2 \\ \sqrt{ x } & \text{если } -10 \leq x \leq -3 \\ 2x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	8.	$y = \begin{cases} \sin(x) & \text{если } x > 3 \\ \cos(x) & \text{если } x \leq 0 \\ x^2 + 2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
9.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{если } x > 10 \\ \sqrt[3]{x} & \text{если } 1 \leq x \leq 9 \\ x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	10.	$y = \begin{cases} x^3 & \text{если } x > 8 \\ 2x^2 & \text{если } x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
11.	$y = \begin{cases} \sqrt{x^3} & \text{если } x > 5 \\ \frac{1}{x} & \text{если } -10 \leq x \leq -1 \\ \cos(x) & \text{в ост. случаях} \end{cases}$	12.	$y = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{если } x > 20 \\ \lg(x) & \text{если } 1 \leq x \leq 20 \\ x & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
13.	$y = \begin{cases} 8x & \text{если } x > 5 \\ x^2 & \text{если } -5 \leq x \leq 5 \\ \sin(x) & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	14.	$y = \begin{cases} \operatorname{tg}(x) & \text{если } x > 8 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{если } 1 \leq x \leq 8 \\ x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

Продолжение таблицы 6.2

№	Вид функции	№	Вид функции
15.	$y = \begin{cases} 1 - 3x & \text{если } x > 0 \\ x - \sin(x) & \text{если } -5 \leq x \leq 0 \\ x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	16.	$y = \begin{cases} \ln(x^2) & \text{если } x < 10 \\ \sqrt[3]{ \cos(x) } & \text{если } x > 15 \\ 5 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
17.	$y = \begin{cases} x^3 & \text{если } x > 8 \\ 2x^2 & \text{если } x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{в ост. случаях} \end{cases}$	18.	$y = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{если } x > 20 \\ \lg(x) & \text{если } 1 \leq x \leq 20 \\ x & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
19.	$y = \begin{cases} \sqrt{x+4} & \text{если } x > 20 \\ \lg(x) & \text{если } 1 \leq x \leq 20 \\ x & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	20.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{если } x > 20 \\ \frac{\sin(x)}{1-x} & \text{если } 2 \leq x \leq 20 \\ x - x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
21.	$y = \begin{cases} \operatorname{tg}(x) & \text{если } x > 8 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{если } 1 \leq x \leq 8 \\ x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	22.	$y = \begin{cases} \frac{\cos(x)}{2} & \text{если } -3 < x < 3 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{если } x \geq 3 \\ x^3 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
23.	$y = \begin{cases} \ln(x^2) & \text{если } x < 10 \\ \sqrt[3]{ \cos(x) } & \text{если } x > 15 \\ 5 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	24.	$y = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg}(x)}{x-1} & \text{если } x > 3 \\ \ln(x) & \text{если } 1 \leq x \leq 3 \\ 4x^2 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
25.	$y = \begin{cases} \cos(\sqrt{x}) & \text{если } x > 2 \\ \frac{5}{ x +1} & \text{если } -10 \leq x \leq 0 \\ \operatorname{tg}(x) & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	26.	$y = \begin{cases} \sqrt{x+2} & \text{если } x > 8 \\ \ln( x ) & \text{если } x < 0 \\ \cos(x^2) & \text{в ост. случаях} \end{cases}$

Продолжение таблицы 6.2

№	Вид функции	№	Вид функции
27.	$y = \begin{cases} 3x^2 & \text{если } x > 10 \\ 3x & \text{если } x \leq 2 \\ \sin(x) & \text{в остальных случаях} \end{cases}$	28.	$y = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{если } x > 2 \\ \frac{1}{x} & \text{если } -5 \leq x < 0 \\ 4x^2 - 2 & \text{в ост. случаях} \end{cases}$
29.	$y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{если } x > 20 \\ \frac{\sin(x)}{1-x} & \text{если } 2 \leq x \leq 20 \\ x - x^2 & \text{в ост. случаях} \end{cases}$	30.	$y = \begin{cases} \frac{\cos(x)}{2} & \text{если } -3 < x < 3 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{если } x \geq 3 \\ x^3 & \text{в ост. случаях} \end{cases}$

**Пример 3**

Построить график кусочно – непрерывной функции, интервал и число расчетных точек выбрать самостоятельно:

$$f(x) = \begin{cases} 5 \sin(4x) & \text{при } x \in (-2; 2], x > 10; \\ 3 \cos(2x) & \text{при } x < -4], x = 6; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Зададим исходные данные:  $x_n := -10$      $x_k := 15$      $n := 250$

Зададим дискретную переменную для построения графика:  $x := x_n, x_n + \frac{x_k - x_n}{n} .. x_k$

Зададим кусочно - непрерывную функцию:

$$f(x) := \begin{cases} (5 \cdot \sin(x \cdot 4)) & \text{if } (-2 < x \leq 2) + (x > 10) \\ (3 \cdot \cos(2 \cdot x)) & \text{if } (x < -4) + (x = 6) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

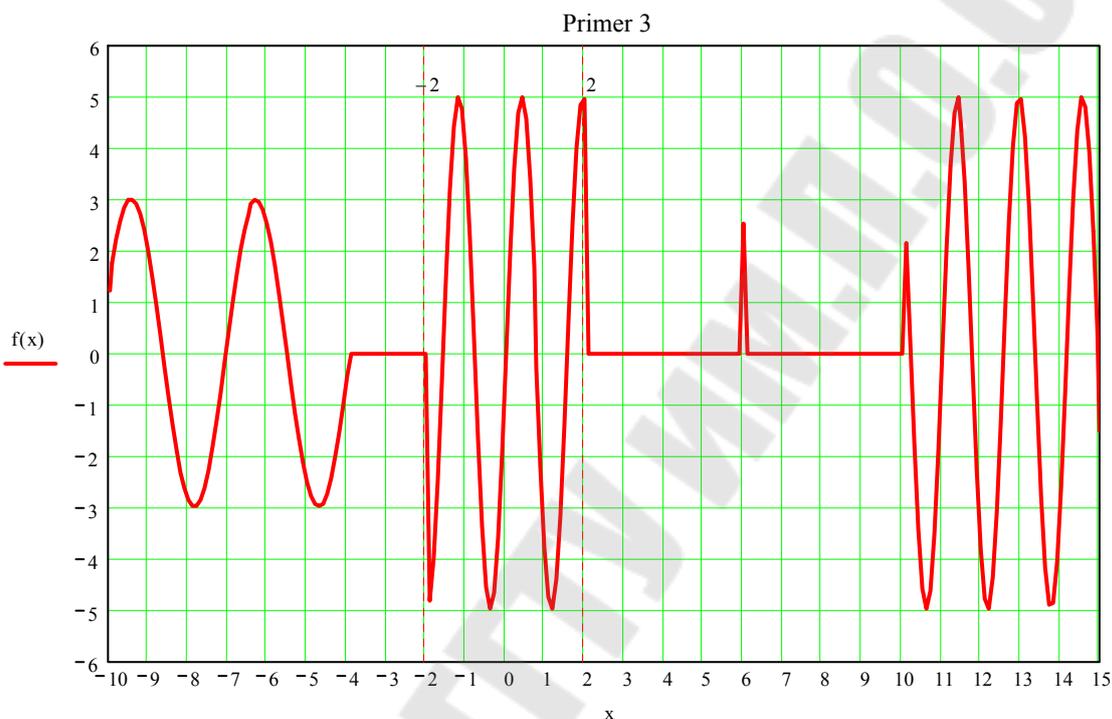


Рисунок 6.6. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 4. Построение графиков кусочно – непрерывных гармонической функции

Построить в соответствии с вариантом, график функции аналога ускорения толкателя кулачкового механизма, если время  $t$  изменяется от  $t_n$  до  $t_k$  с шагом  $\Delta t$ . При задании вида функции необходимо использовать программный фрагмент. На график нанести сетку, изменить цвет и тип линии, задать легенду, подписать график.

$$S(t) = \begin{cases} a \sin b_1 \omega_0 t & \text{при } 0 \leq t < t_1 \\ 0 & \text{при } t_1 \leq t < t_2 \\ -a_2 \sin(b_2 \omega_0 t) & \text{при } t_2 \leq t < t_3 \\ 0 & \text{при } t_3 \leq t < \frac{2\pi}{\omega_0} \end{cases}$$

$$\text{где, } t_1 = \frac{2\pi}{b_1\omega_0} \quad t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega_0} \quad t_3 = t_2 + \frac{2\pi}{b_2\omega_0} \quad b_1 = \frac{2\pi}{\varphi_1} \quad b_2 = \frac{2\pi}{\varphi_3 - \varphi_2}$$

Таблица 6.3

№ варианта	Параметры закона S					
	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$a_1$	$a_2$	$\omega_0$
1	1,75	3,18	5,22	8,2	6,0	1,256
2	1,57	3,05	5,7	8,5	3,0	1,256
3	1,63	2,14	4,64	9,5	4,0	1,256
4	1,45	3,14	4,92	8,0	5,3	1,256
5	1,87	3,05	5,12	8,5	7,0	1,256
6	1,65	3,85	5,15	6,0	9,5	1,256
7	1,98	3,85	5,68	8,0	9,3	1,256
8	1,82	3,45	5,44	9,0	7,5	1,256
9	1,61	3,27	5,0	9,8	8,5	1,256
10	1,52	3,89	4,02	8,0	9,5	1,256
11	1,12	3,02	4,50	6,3	6,5	1,256
12	1,23	3,56	4,78	3,9	8,8	1,256
13	1,69	3,14	4,87	7,8	7,6	1,256
14	1,89	3,89	5,01	7,2	9,2	1,256
15	1,99	4,02	5,06	9,9	6,4	1,256

**Контрольные вопросы:**

21. Как вызвать окно форматирования графика.
22. Как установить линии масштабной сетки.
23. Как установить заданное число масштабных линий.
24. Как задать цифровые данные по осям.
25. Где в шаблоне графика задаются функции и аргументы.
26. Как задаются масштабы графика.

## Лабораторная работа № 7

### «РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ»

**Цель работы:** получение навыков работы в математическом пакете Mathcad: решение уравнений и систем уравнений.

#### Краткие теоретические сведения

Для простейших уравнений вида  $f(x)=0$  решение в MathCad находится с помощью функции `root`.

`root(f(x1, x2, ...), x1)`, где

$f(x1, x2, \dots)$  – функция описывающая левую часть выражения вида  $f(x)=0$ .

Выражение должно возвращать скалярные значения;

$x1$  – имя переменной, относительно которой решается уравнение.

Функция реализует вычисления итерационными методами и требует предварительного задания начального приближения искомой переменной ( $x1$ ). Эта переменная называется варьируемой. Функция позволяет найти как вещественные корни, так и комплексные. В этом случае начальное приближение нужно задать как комплексное число.

Приближенные значения корней (начальные приближения) могут быть:

1. Известны из физического смысла задачи;
2. Известны из решения аналогичной задачи при других исходных данных;
3. Найдены графическим способом.

Наиболее распространен графический способ определения начальных приближений. В этом случае достаточно построить график функции  $f(x)$  и отметить точки пересечения  $f(x)$  с осью  $Ox$ , или отметить на оси  $Ox$  отрезки, содержащие по одному корню. Построение графиков часто удается сильно упростить, заменив уравнение  $f(x) = 0$  равносильным ему уравнением  $f_1(x) = f_2(x)$ , где функции  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  – более простые, чем функция  $f(x)$ . Тогда, построив графики функций  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$ , искомые корни получим как абсциссы точек пересечения этих графиков. Для решения уравнений вида  $f(x) = g(x)$  его необходимо привести к виду  $f(x) - g(x) = 0$ .

$$f(x) := x \cdot \log(x) - 1 \quad x := 2.5 \quad x1 := \text{root}(f(x), x) \quad x1 = 2.506$$

$$f1(x) := \log(x) \quad f2(x) := \frac{1}{x} \quad x := 0, 0.01.. 5$$

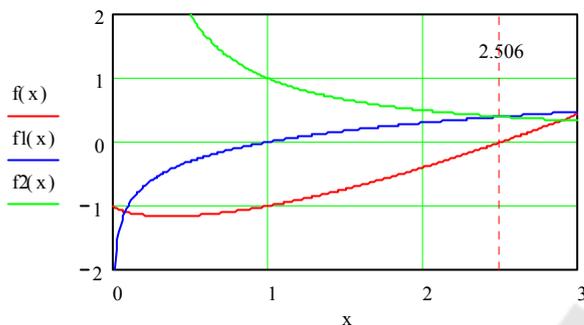


Рисунок 7.1. Окно математического пакета Mathcad

Часто возникает необходимость многократного решения уравнения при изменении одного из параметров.

$$e^x = a \cdot x^2 \quad a := 1.. 5 \quad x_0 := 1$$

$$f(a, x) := \text{root}(e^x - a \cdot x^2, x) \quad x_a := f(a, x_{a-1})$$

a	$x_a$
1	-0.703
2	-0.54
3	-0.459
4	-0.408
5	-0.371

↑  
 начальное приближение – корень полученный от  
 решения уравнения при предыдущем значении  
 параметра a

#### Отсутствие сходимости функции root

Если после многих итераций Mathcad не находит подходящего приближения, то появится сообщение Can't converge to a solution. (отсутствует сходимость). Эта ошибка может быть вызвана следующими причинами:

1. Уравнение не имеет корней.
2. Корни уравнения расположены далеко от начального приближения.
3. Выражение имеет локальные **max** и **min** между начальным приближением и корнями.
4. Выражение имеет разрывы между начальными приближениями и корнями.
5. Выражение имеет комплексный корень, но начальное приближение было вещественным.

Чтобы установить причину ошибки, исследуйте график  $f(x)$ . Он поможет выяснить наличие корней уравнения  $f(x) = 0$  и, если они есть, то определить приблизительно их значения. Чем точнее выбрано начальное приближение корня, тем быстрее будет **root** сходиться.

## Рекомендации по использованию функции root

Для изменения точности, с которой функция `root` ищет корень, нужно изменить значение системной переменной `TOL`. Если значение `TOL` увеличивается, функция `root` будет сходиться быстрее, но ответ будет менее точен. Если значение `TOL` уменьшается, то функция `root` будет сходиться медленнее, но ответ будет более точен. Значение `TOL` можно определить непосредственно в рабочем документе, либо в меню `Math – Option`. Если два корня расположены близко друг от друга, следует уменьшить `TOL`, чтобы различить их.

Если функция  $f(x)$  имеет малый наклон около искомого корня, функция `root(f(x), x)` может сходиться к значению, отстоящему от корня достаточно далеко. В таких случаях для нахождения более точного значения корня необходимо уменьшить значение `TOL`. Другой вариант заключается в замене уравнения  $f(x) = 0$  на  $g(x) = 0$  где  $g(x) = f(x) / \frac{d}{dx} f(x)$ .

$$TOL := 0.1 \quad f(x) := x^3 - 10 \cdot x + 2 \quad x := -2 \quad \text{root}(f(x), x) = -3.25856$$

$$TOL := 0.01 \quad f(x) := x^3 - 10 \cdot x + 2 \quad x := -2 \quad \text{root}(f(x), x) = -3.2577$$

$$TOL := 0.0001 \quad f(x) := x^3 - 10 \cdot x + 2 \quad x := -2 \quad \text{root}(f(x), x) = -3.2579$$

Для выражения  $f(x)$  с известным корнем ( $a$ ) нахождение дополнительных корней  $f(x)$  эквивалентно поиску корней уравнения  $h(x) = f(x)/(x-a)$ . Подобный прием полезен для нахождения корней, расположенных близко друг к другу. Проще искать корень выражения  $h(x)$ , чем пробовать искать другой корень уравнения  $f(x) = 0$ , выбирая различные начальные приближения.

## Нахождение корней полинома

Для нахождения корней выражения, вида  $a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$  используется функция `polyroots`. В отличие от функции `root`, `polyroots` не требует начального приближения и возвращает сразу все корни, как вещественные, так и комплексные. Общий вид `polyroots(v)`, где  $v$  – вектор коэффициентов полинома длины  $n+1$ ,  $n$  – степень полинома. Возвращает вектор длины  $n$ , состоящий из корней полинома. Вектор  $v$  удобно создавать используя команду меню `Symbolics – Polynomial Coefficients`.

$$\begin{array}{l} x^3 - 10 \cdot x + 2 = 0 \\ v := \begin{bmatrix} 2 \\ -10 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{polyroots}(v) = \begin{bmatrix} -3.258 \\ 0.201 \\ 3.057 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{l} x^3 + (3+2i) \cdot x^2 + (-4+6i) \cdot x - 8i = 0 \\ v := \begin{bmatrix} -8 \cdot i \\ -4+6i \\ 3+2i \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{polyroots}(v) = \begin{bmatrix} -4 \\ -2i \\ 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

## Решение систем уравнений и неравенств

`MathCAD` дает возможность решать также и системы уравнений. Максимальное число уравнений и переменных равно 50. Результатом решения системы будет численное значение искомого корня.

Наиболее распространенным является блочный метод. Mathcad решает систему с помощью итерационных методов. Для решения системы этим методом необходимо выполнить следующее:

1. Задать начальное приближение для всех неизвестных, входящих в систему уравнений;
2. Напечатать ключевое слово Given. Оно указывает, что далее следует система уравнений;
3. Введите уравнения и неравенства в любом порядке. Используйте [Ctrl] += либо палитру, для печати символа =. Между левыми и правыми частями неравенств может стоять любой из символов <, >, ≥ и ≤;
4. Введите любое выражение, которое включает функцию Find, например:  $v := \text{find}(x, y)$ .

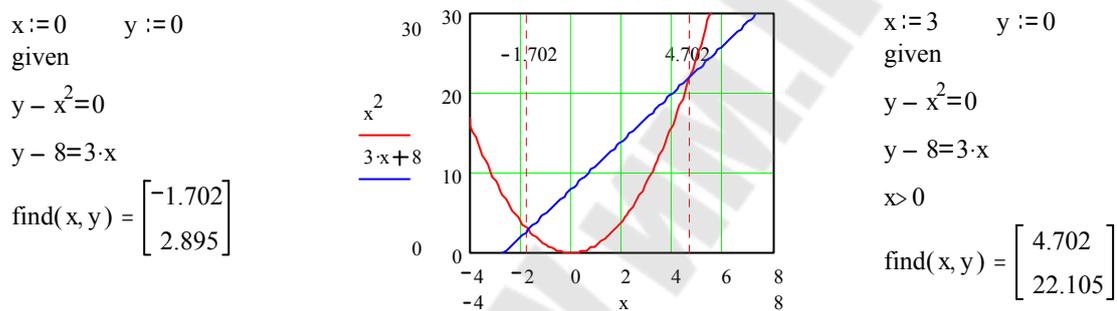


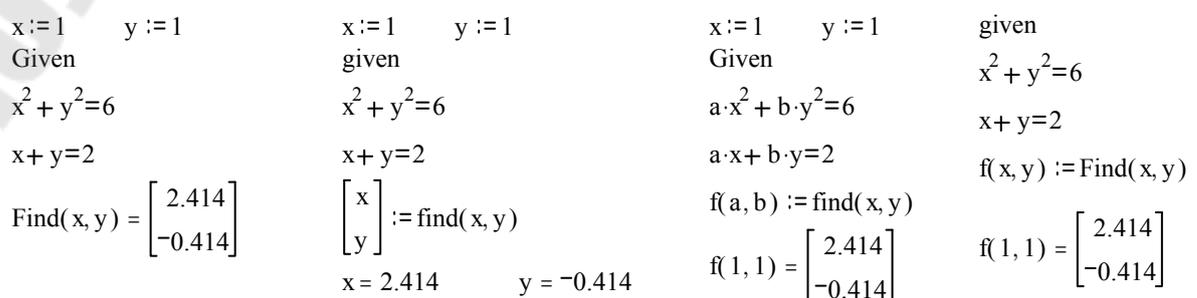
Рисунок 7.2. Окно математического пакета Mathcad

Mathcad возвращает точное решение системы уравнений. Число аргументов должно быть равно числу неизвестных. Решающим блоком – называется част документа, расположенная между ключевыми словами Given и Find. Внутри блока недопустимы следующие символы: ≠, дискретный переменные или выражения, содержащие дискретный аргумент в любой форме, неравенства вида  $a < b < c$ , вложенные блоки решения уравнений.

Функция, Find может возвращать результат следующими способами:

1.  $\text{Find}(\text{var1}, \text{var2}, \dots) =$ .
2.  $a := \text{Find}(x)$  – скаляр,  $\text{var} := \text{Find}(\text{var1}, \text{var2}, \dots)$  – вектор. Удобно при использовании решения системы в другом месте рабочего документа.
3.  $f(a, b, c, \dots) := \text{Find}(x, y, z, \dots)$ . Определить другую функцию с помощью Find. Эта конструкция удобна для многократного решения системы уравнений для различных значений некоторых параметров  $a, b, c, \dots$ , непосредственно входящих в систему уравнений;
4.  $f(x, y, z, \dots) := \text{Find}(x, y, z, \dots)$ . Если необходимо найти решение при различных начальных приближениях, имеет смысл определить новую функцию.

Последние два способа можно комбинировать.



## Отсутствие сходимости решения

Сообщение об ошибке No solution was found. Try changing the guess value or the value of TOL or CTOL. (Решение не найдено) при решении уравнений появляется, когда:

1. система не имеет решения;
2. для уравнения, которое не имеет вещественных решений, в качестве начального приближения взято вещественное число и наоборот;
3. в процессе поиска решения последовательность приближений попала в точку локального минимума невязки. Для поиска искомого решения нужно задать различные начальные приближения;
4. возможно, поставленная задача не может быть решена с заданной точностью. Попробуйте увеличить значение TOL.

## Приближенные решения

Функция `Minerr` очень похожа на функцию `Find` (использует тот же алгоритм). Если в результате поиска не может быть получено дальнейшее уточнение текущего приближения к решению, `Minerr` возвращает это приближение. Функция `Find` в этом случае возвращает сообщение об ошибке. Правила использования функции `Minerr` такие же, как и функции `Find`. Общий вид `Minerr Minerr(z1, z2, ...)`. Число аргументов должно быть равно числу неизвестных. При использовании `Minerr` используется в блоке решения уравнений, необходимо всегда включать дополнительную проверку достоверности результатов.

`x:=0`    `y:=1`

given

$$(x^2 + 1)^2 + (y^2 + 1)^2 = 5.5$$

$$x + y = -1$$

$$\text{minerr}(x, y) = \begin{bmatrix} -1.058 \\ 0.058 \end{bmatrix}$$

`x:=0`    `y:=1`

given

$$(x^2 + 1)^2 + (y^2 + 1)^2 = 5.5$$

$$x + y = -1$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{bmatrix} -1.058 \\ 0.058 \end{bmatrix}$$

## Решение матричных уравнений

Система  $n$  линейных алгебраических уравнений относительно  $n$  неизвестных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  может быть записана в матричном виде  $ax=b$  где:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Если матрица  $a$  – неособенная, то есть  $\det(a) \neq 0$  то система, имеет единственное решение. Для решения систем линейных уравнений можно использовать общепринятые математические методы: метод Крамера, матричный метод и т.д.

Системы линейных уравнений удобно решать с помощью функции `Isolve(a, b)` – где **a** – матрица коэффициентов (не сингулярная), **b** – вектор свободных членов.

### Задание 1. Решение нелинейных уравнений

В соответствии с вариантом, вычислить корень уравнения с помощью функции `root`, в окрестности заданной точки. Выполнить графическую интерпретацию решения (корень нанести на график в виде маркера).

Таблица 7.1

№	Выражение	
1.	$\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x+6} = \sqrt{12x+25}$	$x \approx 1$
2.	$2(\cos(4x) - \sin(x)\cos(3x)) = \sin(4x) + \sin(2x)$	$x \approx 2$
3.	$\left(1 + \frac{1}{2x}\right) \lg(3) + \lg(2) = \lg(27 - 3^{\frac{1}{x}})$	$x \approx 0.5$
4.	$x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$	$x \approx 0$
5.	$\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{3x}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin(2x) = \sin\left(\frac{3x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)$	$x \approx 7$
6.	$\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} + \sqrt{5 - \sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x}$	$x \approx 50$
7.	$\lg(5) + \lg(x+10) = 1 - \lg(2x-1) + \lg(21x-20)$	$x \approx 1$
8.	$\sqrt{3x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 3} = \sqrt{6x^2 + 10}$	$x \approx 1$
9.	$5(1 + \cos(x)) = 2 + \sin^4(x) - \cos^4(x)$	$x \approx 2$
10.	$x \lg(\sqrt[5]{5^{2x-8}}) - \lg(25) = 0$	$x \approx 5$
11.	$\sqrt{x^2 - x - 1} + \sqrt{x^2 + x + 3} = \sqrt{2x^2 + 8}$	$x \approx 5$
12.	$1 + \sin(2x) = (\cos(3x) + \sin(3x))^2$	$x \approx 3$
13.	$\lg(3^x - 2^{4-x}) = 2 + 0.25 \lg(16) - 0.5x \lg(4)$	$x \approx 3$
14.	$\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = x - 1$	$x \approx 3$
15.	$\arcsin(x) - 0.2x - 0.1 = 0$	$x \approx 0$
16.	$\lg(x^2 + 1) = 2 \lg^{-1}(x^2 + 1) - \lg(6)$	$x \approx 3$
17.	$\sin(3x) + 0.5x \cos(2x - 3) = \operatorname{tg}(x + 2)$	$x \approx 1$
18.	$0.5(\lg(x^2 - 55x + 90) - \lg(x - 36)) = 0$	$x \approx 70$
19.	$x^2 - 3x + 5 = \frac{1}{3}x + 3$	$x \approx 1$
20.	$\sin(2x) - \sin(3x) + \sin(8x) = \cos\left(7x + \frac{3\pi}{2}\right)$	$x \approx 2$
21.	$\sqrt{x-2} + 2\sqrt{3x-2} = -5x + 20$	$x \approx 2$
22.	$\sqrt{x^2 - 19x + 204} - \sqrt{x^2 - 25x - 150} = 3\sqrt{\frac{x+5}{x-30}}$	$x \approx 0$
23.	$\sin(2x) + \cos(2x) = \sqrt{x} \sin(3x)$	$x \approx 5$

Продолжение таблицы 7.1

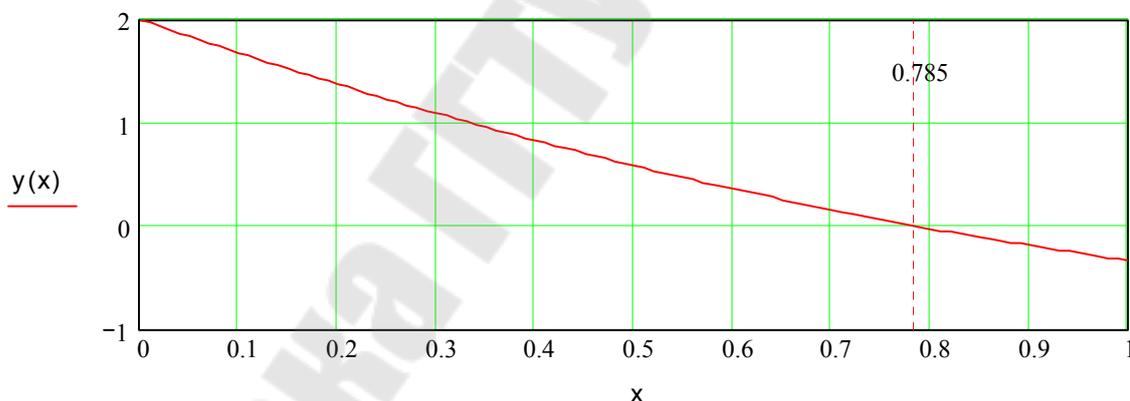
№	Выражение	
24.	$5^{x+6} - 3^{x+7} = 43 \cdot 5^{x+4} - 19 \cdot 3^{x+5}$	$x \approx 0$
25.	$(x-1)x(x+1) + x(x+1)(x+2) = 3x^2 + x + 18x\sqrt{x} - 16$	$x \approx 0$
26.	$\sin(3x) + \sin(5x) = 2(\cos^2 2x - \sin^2 3x)$	$x \approx 0$
27.	$\operatorname{arctg}(x) - 2x + 1 = 0$	$x \approx 0$
28.	$\sqrt{3x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 3} = \sqrt{6x^2 + 10}$	$x \approx 0$
29.	$6 \sin^2 x + \sin x \cos x = 2 + \cos^2 x$	$x \approx 1$
30.	$2^{x+2} \cdot 3^{x+1} = 5^{-x+3}$	$x \approx 1$

### Пример 1

Вычислить корень уравнения с помощью функции *root*, в окрестности заданной точки. Выполнить графическую интерпретацию решения (корень нанести на график в виде маркера).

$x^2 - 3x + 5 = \frac{1}{3}x + 3$ , в окрестности  $x \approx 1$ .

$$y(x) := x^2 - 3 \cdot x + 5 - \frac{1}{3} \cdot x - 3 \quad x := 0, 0.01 \dots 1$$



$$x := 1 \quad \operatorname{root}(y(x), x) = 0.785$$

Рисунок 7.3. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 2. Решение полиномиального уравнения

В соответствии с вариантом, вычислить корни уравнения с использованием функции *polyroots*.

Таблица 7.2

№	Выражение	№	Выражение
1	$x^4 - 5.67x^3 - 1.906x^2 + 15.81x + 3.282 = 0$	16	$x^4 - 5.8x^3 - 4.2x^2 - 18.6x - 3.6 = 0$
2	$x^4 - 2.5x^3 - 2.54x^2 + 6.3x + 1.38 = 0$	17	$x^4 + 9.65x^3 - 4.97x^2 - 30.15x - 5.91 = 0$

3	$x^4 - 1.2x^3 - 2.8x^2 + 2.4x + 0.6 = 0$	18	$x^4 - 0.4x^3 - 7.07x^2 + 8.73x - 1.98 = 0$
---	--	----	---

Продолжение таблицы 7.2

№	Выражение	№	Выражение
4	$x^4 + 4.65x^3 - 7.575x^2 - 27.125x + 31.36 = 0$	19	$x^4 - 10.2x^3 - 6.09x^2 + 78.31x - 66.66 = 0$
5	$x^4 + 11.33x^3 - 8.243x^2 - 74.553x + 75.4 = 0$	20	$x^4 - 1.1x^3 - 7x^2 + 13.7x - 6.6 = 0$
6	$x^4 - 12.8x^3 + 2.15x^2 - 2.8x + 1.15 = 0$	21	$x^4 - 17.6x^3 + 36.2x^2 - 17.61x + 35.2 = 0$
7	$x^4 + 17.87x^3 - 45.39x^2 + 17.87x - 46.4 = 0$	22	$x^4 - 1.3x^3 - 1.3x^2 - 1.3x - 2.3 = 0$
8	$x^3 + 4x^2 - 6x + 2 = 0$	23	$x^3 - 0.2x^2 - 0.2x - 1.2 = 0$
9	$x^4 - 3x^2 + 50x - 100 = 0$	24	$x^5 + 0.814x^3 - x - 0.2 = 0$
10	$0.123x^4 - 5.6x^3 + 2.431x^2 + 2x - 0.32 = 0$	25	$0.213x^3 - 0.541x^2 + 2.1 + 3 = 0$
11	$x^4 + 2x^2 - x - 1 = 0$	26	$0.9x^3 - 2.813x^2 - 3.6929x + 3.282 = 0$
12	$x^5 - 4x^3 + 2.59x - 8.58 = 0$	27	$1.2755x^3 + 3.601x^2 + 1.37x + 6.76 = 0$
13	$x^4 + 4.34x^3 - 3.66x^2 - 30.38x - 23.38 = 0$	28	$x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 14x - 7 = 0$
14	$1.245x^4 + 0.5x^3 + x^2 + 3x + 0.456 = 0$	29	$x^4 + 0.58x^3 - 2.431x^2 + 1.48x + 0.2 = 0$
15	$x^4 - 2x^2 + 3x + 4 = 0$	30	$1.2x^4 - 2.1x^3 - 3x^2 - 1.37x + 6 = 0$

### Пример 2

Вычислить корни уравнения с использованием функции *polyroots*.

$$0.123x^4 - 5.6x^3 + 2.431x^2 + 2x - 0.32 = 0$$

Решение

$$\text{polyroots} \left( \begin{pmatrix} -0.32 \\ 2 \\ 2.431 \\ -5.6 \\ 0.123 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -0.501 \\ 0.143 \\ 0.804 \\ 45.082 \end{pmatrix} .$$

### Задание 3. Решение систему линейных уравнений

В соответствии с вариантом, решить систему линейных уравнений тремя методами: Крамера, матричным и блочным. Сравнить полученные результаты. Начальные значения корней при использовании блочного метода выбрать самостоятельно.

Таблица 7.3

№	Выражение	№	Выражение
1.	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$	4.	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$

Продолжение таблицы 7.3

№	Выражение	№	Выражение
5.	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$	6.	$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$	8.	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$
9.	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$	10.	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$
11.	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$	14.	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$
25.	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

27.	$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 3x_3 = -6 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases}$
-----	--	-----	---

Продолжение таблицы 7.3

№	Выражение	№	Выражение
29.	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$

### Пример 3

Решить систему линейных уравнений тремя методами: Крамера, матричным и блочным. Сравнить полученные результаты. Начальные значения корней при использовании блочного метода выбрать самостоятельно.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

### Решение

Метод Крамера

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C := \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A1 := A \quad A1^{(0)} := C \quad A2 := A \quad A2^{(1)} := C \quad A3 := A \quad A3^{(2)} := C$$

$$A1 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x1 := \frac{|A1|}{|A|} \quad x1 = -1 \quad x2 := \frac{|A2|}{|A|} \quad x2 = 2 \quad x3 := \frac{|A3|}{|A|} \quad x3 = 0$$

Матричный метод

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x := A^{-1} \cdot C \quad x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Блочный метод

$$x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad x_3 := 0$$

Given

$$2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + x_3 = 4$$

$$2 \cdot x_1 + x_2 + 3 \cdot x_3 = 0$$

$$3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 = 1$$

$$\text{Find}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1.495 \times 10^{-14} \end{pmatrix}$$

#### Задание 4. Решение системы линейных уравнений

В соответствии с вариантом, решить систему нелинейных уравнений блочным методом. Начальные значения корней выбрать самостоятельно.

Таблица 7.4

№	Выражение	№	Выражение
1.	$\begin{cases} x + yz = 2 \\ y + zx = 2 \\ z + xy = 2 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x(y + z) = 5 \\ y(x + z) = 8 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3 \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3 \\ \frac{1}{xyz} = 1 \end{cases}$	4.	$\begin{cases} \frac{3}{uv} + \frac{15}{vw} = 2 \\ \frac{15}{vw} + \frac{5}{wu} = 2 \\ \frac{5}{wu} + \frac{3}{uv} = 2 \end{cases}$
5.	$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \\ x + yz + zx = 3 \end{cases}$	6.	$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} \sqrt{x + y} + \sqrt{y + z} = 3 \\ \sqrt{y + z} + \sqrt{z + x} = 5 \\ \sqrt{z + x} + \sqrt{x + y} = 4 \end{cases}$	8.	$\begin{cases} \sqrt[3]{u + v} + \sqrt[3]{v + w} = 3 \\ \sqrt[3]{w + v} + \sqrt[3]{u + w} = 1 \\ \sqrt[3]{u + w} + \sqrt[3]{v + u} = 0 \end{cases}$

Продолжение таблицы 7.4

№	Выражение	№	Выражение
9.	$\begin{cases} uvx^2 = 8 \\ vx^2w = 24 \\ x^2wu = 12 \\ u + v + w = x + 4 \end{cases}$	10.	$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \\ 3(x+2)^3 + 2(y+1)^3 + (z+1)^3 = 27 \end{cases}$
11.	$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 3 \\ \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = 3 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} \\ \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{4} \\ 2x + 3y - 5z = -19 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 8 \end{cases}$	14.	$\begin{cases} x - y + z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ x^3 - y^3 + z^3 = 36 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1.5 \\ xyz = 8 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 2x + y + z = 6 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ (x-1)^3 + (y+2)^3 + (z-3)^3 = 7 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} \sqrt{x-4} + \sqrt{y} + \sqrt{z+4} = 6 \\ 2\sqrt{x-4} - \sqrt{y} - 4\sqrt{z+4} = -12 \\ x + y + z = 14 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} (u^2 + v^2)(u + v) = 15uv \\ (u^4 + v^4)(u^2 + v^2) = 85u^2v^2 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} 9(u^4 + v^4) = 17(u + v)^2 \\ 3uv = -2(u + v) \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 8x + \frac{8}{y} = 3y^2 \\ y + \frac{1}{x} = 3x^2 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} \sqrt[3]{x-y} = \sqrt{x-y} \\ \sqrt[3]{x+y} = \sqrt{x+y-4} \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 10(x^2 + y^2) = -17(x^3y + xy^3) \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} 5\sqrt{x^2 - 3y - 88} + \sqrt{x + 6y} = 19 \\ 3\sqrt{x^2 - 3y - 88} = 1 + 2\sqrt{x + 6y} \end{cases}$	24.	$\begin{cases} \sqrt{\frac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \\ \sqrt{\frac{16x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \end{cases}$
25.	$\begin{cases} xy + yz = 8 \\ yz + zx = 9 \\ zx + xy = 5 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} \sqrt{x + \frac{1}{y}} + \sqrt{y + \frac{1}{x}} = 2\sqrt{2} \\ (x^2 + 1)y + (y^2 + 1)x = 4xy \end{cases}$
27.	$\begin{cases} (x + y)^2 + 2x = 35 - 2y \\ (x - y)^2 - 2y = 3 - 2x \end{cases}$	28.	$\begin{cases} y^{x+y} = x^{y-x} \\ y^2x = 1 \end{cases}$

Продолжение таблицы 7.3

№	Выражение	№	Выражение
29.	$\begin{cases} y^{-5x+10} = 1 \\ xy = 5 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x^{-7y+10} = 1 \end{cases}$

**Пример 4**

Решить систему нелинейных уравнений блочным методом. Начальные значения корней выбрать самостоятельно.

$$\begin{cases} 9(u^4 + v^4) = 17(u + v)^2 \\ 3uv = -2(u + v) \end{cases}$$

**Решение**

$$u := 1 \quad v := 1$$

Given

$$9 \cdot (u^2 + v^2) = 17 \cdot (u + v)^2$$

$$3 \cdot u \cdot v = -2(u + v)$$

$$\text{Find}(u, v) = \begin{pmatrix} 2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

**Контрольные вопросы:**

27. Как задается функция `root`.
28. Для чего служит системная переменная `tol`. Что происходит при ее изменении.
29. Какая функция используется для нахождения корней выражения, вида  $a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ .
30. Опишите функцию `Find`.
31. Для чего служит функция `lsolve(a, b)`.

## Лабораторная работа № 8

### «ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ»

**Цель работы:** получение навыков работы в математическом пакете Mathcad: интерполяция и аппроксимация данных.

#### Краткие теоретические сведения

MathCAD позволяет проводить линейную регрессию общего вида, в которой аппроксимирующая функция задается линейной комбинацией функций, причем сами функции  $f_i(x)$  могут быть не линейными:

$$f(x, K_1, K_2, \dots, K_n) = K_1 \cdot f_1(x) + K_2 \cdot f_2(x) + \dots + K_n \cdot f_n(x).$$

Линейная регрессия общего вида реализуется с помощью функции  $\text{linfit}(VX, VY, F)$  – возвращающей вектор коэффициентов  $K$ , при котором среднеквадратичная погрешность приближения "облака" исходных точек с координатами  $VX$ ,  $VY$ , минимальна. Вектор  $VX$  должен быть возрастающим. Вектор  $F$  содержит функции  $f_i(x)$  записанные в символьном виде:

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \dots \\ f_n(x) \end{bmatrix}.$$

Полиномиальная регрессия позволяет аппроксимировать зависимость полиномом произвольной степени. Вычисление коэффициентов полинома осуществляется с помощью встроенной функции  $\text{regress}(VX, VY, n)$ , где  $VX$ ,  $VY$  – вектора с координатами исходных данных,  $n$  – порядок полинома (первые три возвращаемые коэффициенты служебные, а далее искомые значения, расположенные по возрастанию степени полинома). Для построения аппроксимирующей зависимости можно воспользоваться либо встроенной функцией  $\text{interp}(VK, VX, VY, x)$ , либо функцией  $S(x) = \sum_{i=0}^n VK_{i+3} \cdot x^i$ , где  $VK$  – вектор коэффициентов рассчитанных функцией  $\text{regress}$ ;  $x$  – рассчитываемая точка. Для проведения регрессии необходимо что бы вектор  $VX$  был возрастающим и его количество его элементов было больше степени полинома на 1.

Для выполнения нелинейной регрессии общего вида необходимо определить параметры произвольной аппроксимирующей функции  $f(x, K_1, K_2, \dots, K_n)$ , при которой обеспечивается минимальная среднеквадратичная ошибка. Для этого используется встроенная функция  $\text{genfit}(VX, VY, VS, F)$  – которая возвращает вектор  $K$  параметров функции  $f(x, K_1, K_2, \dots, K_n)$ . Вектор  $VS$  – задает начальные приближения элементов вектора  $K$  рассчитываемых итерационным способом, вектор  $F$  содержит искомую функцию и ее частные производные по параметрам  $K$ , в аналитическом виде:

$$F(x, k) = \begin{bmatrix} f(x, K_1, K_2, \dots, K_n) \\ d f(x, K_1, K_2, \dots, K_n) / dK_1 \\ \dots \\ d f(x, K_1, K_2, \dots, K_n) / dK_n \end{bmatrix}.$$

Кусочная линейная интерполяция является простейшим случаем локальной. Интерполяционной функцией является полином первой степени, то есть узловые точки соединяются прямой. Линейная интерполяция осуществляется с помощью встроенной функции `linterp(VX, VY, x)`, где `VX`, `VY` – вектора узловых точек; `x` – рассчитываемая точка.

Среди методов локальной интерполяции наибольшее распространение получила интерполяция сплайнами (от англ. `spline` – гибкая линейка). Идея **сплайн-интерполяции** в том, что полином высокой степени проходящий через все опорные точки заменяется фрагментами полиномов малых порядков. В MathCAD используются кубические полиномы. При таком способе приближения не появляется множества не связанных со значениями узловых точек экстремумов, и аппроксимирующая функция точно проходит через все узлы и имеет непрерывную первую и вторую производные.

На каждом интервале  $[x_i, x_{i+1}]$  интерполирующую функцию можно представить как полином 3-ей степени  $f_i(x) = a_{3,i}(x - x_i)^3 + a_{2,i}(x - x_i)^2 + a_{1,i}(x - x_i) + a_{0,i}$  удовлетворяющий условию  $f(x_i) = y_i$ .

В MathCAD для проведения сплайновой аппроксимации предлагается три встроенные функции (`VX`, `VY` – вектора узловых точек):

1. `cspline(VX, VY)` – возвращает вектор вторых производных (`VK`) при приближении в опорных точках к кубическому полиному;
2. `pspline(VX, VY)` – возвращает вектор вторых производных (`VK`) при приближении к опорным точкам к параболической кривой;
3. `lspline(VX, VY)` – возвращает вектор вторых производных (`VK`) при приближении к опорным точкам к прямой.

Аппроксимирующая функция строится с помощью `interp(VK, VX, VY, x)`, где `VK` – вектор вторых производных сплайна в опорных точках; `x` – рассчитываемая точка.

#### Задание

В результате экспериментального исследования параметра `X` на величину `Y` были получены данные представленные в таблице. В соответствии с вариантом, выполнить аппроксимацию полученных экспериментальных данных.

Таблица 8.1

№	Предполагаемая зависимость	Значения X	Значения Y
1.	$y = a + \frac{b}{x}$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	11;10;9.2;8.7;8.3; 8; 7.7
2.	$y = a - \frac{b}{x-1}$	1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2; 2.4	-27; -7; -0.3 ; 3; 5; 6.3;7.2
3.	$y = \frac{a(x+1)}{x^3} + bx^2$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	4;4.1;4.7;5.7;6.9;8.3;9.9
4.	$y = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	8;6.2;5.1;4.2;3.7;3.2;2.8
5.	$y = \frac{a(x-3)}{x} + xb$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	-8;-5;-2;-1.1 ; 0.2;1.5;2.5
6.	$y = \frac{ax}{x+x^2} + b$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	4.5;4.2;4;3.9;3.7;3.6;3.5
7.	$y = a \cdot e^x + bx$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	2.4;3;3.9;5.1;6.6;8.7;11.4
8.	$y = b \sin(x) + \frac{a}{x^3}$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	-1.3;0.1;0.8; .2;1.4;1.5;1.3
9.	$y = \frac{a}{e^{-x}} + bx^2$	1; 1.2; 1.4; 1.6; 1.8; 2; 2.2	-3.4; -4; -4.7;-5; -6; -6.5; - 7
10.	$y = a \cdot x^2 + b \cdot x$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	-3;-2;-0.6; 0.7;2.2;4;5.8
11.	$y = a + b \cdot \ln(x)$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	5.2;5.4;5.6;5.8;6;6.1;6.3
12.	$y = \frac{a \cdot x - b}{x^3 + 1}$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	2.5;2.1;1.8;1.5;1.3;1.2;1;
13.	$y = \frac{a + b \cdot x}{1 + x}$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	1.7;1.8;1.9;2;2.1;2.2;2.3;
14.	$y = \frac{a}{\ln(x+1)} + \frac{b}{x}$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	4.6;4.4;4.2;4.1;4;3.8;3.7
15.	$y = \frac{a \cdot x}{\ln( x )} + b$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	3.6;3.7;3.8;4;4.2;4.4;4.6;
16.	$y = a \cdot e^x + b \cdot x^2$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	-4;-2; 2; 8; 17; 29; 45
17.	$y = a + b \cdot x^2$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	46;41;35;30;24;18;11
18.	$y = \frac{a \cdot x^2}{x-1} + b \cdot x$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	33;34;35;37;38;40;41
19.	$y = a \cdot x + b$	3;3.2;3.4;3.6;3.8;4;4.2	9;10;10.8;11; 1.6;12;12.4;
20.	$y = \frac{a+b}{x}$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	2;1.8;1.7;1.6;1.5;1.4;1.3
21.	$y = \frac{b \cdot x + a}{x^2}$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	2.5;2.6;2.7;2.8;2.85; 2.9; 3
22.	$y = \ln(x^2) a + \frac{b}{1-x}$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	4.2;4.6;4.9;5.3;5.6;5.9;6.1

Продолжение таблицы 8.1

№	Предполагаемая зависимость	Значения X	Значения Y
23.	$y = a \cos(x^2) + b \sin(x)$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	-3.2;6;-1.3;4;0.1;3.3;-2.1
24.	$y = ax^3 + bx$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	-68;-51;-30;-4 ;26;63;106;
25.	$y = ax^3 + bx^2$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	-16;-7;4;19 ; 37; 60; 87;
26.	$y = a(x+2) + b \frac{x^2}{4}$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	27;28;29;30;31;32;33;
27.	$y = ax + bx^3$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	128;105;75;39;-6;-60;- 121;
28.	$y = a + \frac{b(x+1)}{x}$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	8.37;8.3;8.26;8.2;8.17;8. 1;8
29.	$y = a + bx$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	6;6.1;6.3;6.4;6.6;6.7;6.9
30.	$y = a(2 \cdot x + 1) + bx$	4;4.3;4.6 ;4.9; 5.2; 5.5; 5.8	17;18;19;20;21;21.5; 22.4

**Задание 1 Линейная регрессия общего вида**

В соответствии с вариантом, выполнить аппроксимацию полученных экспериментальных данных методом *линейной регрессии общего вида*. Вид предполагаемой аппроксимирующей зависимости можно взять из таблицы либо подобрать свой.

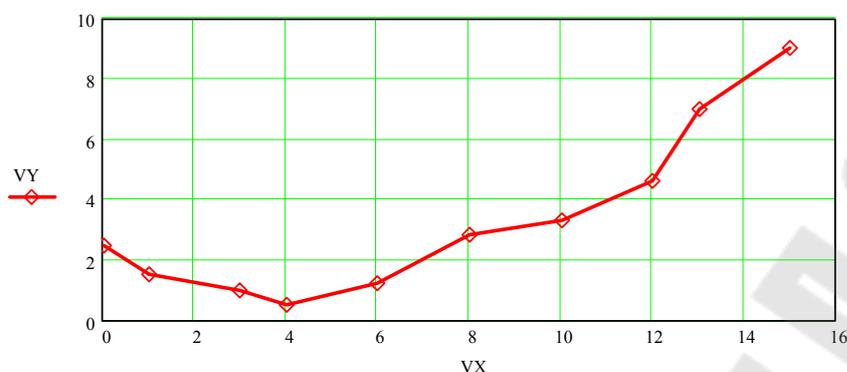
## Пример 1

Зададим вектора с исходными данными:

$$VX := (0 \ 1 \ 3 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 13 \ 15)^T \quad VY := (2.5 \ 1.5 \ 1 \ 0.5 \ 1.2 \ 2.8 \ 3.3 \ 4.6 \ 7 \ 9)^T$$

Определим количество точек:  $n := \text{last}(VX) \quad n = 9$

Построим графическую зависимость полученных данных:



Как видно из графика, аппроксимирующую функцию можно искать в виде:  $y(x) := \frac{a}{x+1} + b \cdot x^2$

Задача аппроксимации найти параметры а и b.

Зададим вектор функций при коэффициентах а и b.  $F(x) := \begin{pmatrix} \frac{1}{x+1} \\ x^2 \end{pmatrix}$

С помощью функции linfit определим коэффициенты а и b

$$K := \text{linfit}(VX, VY, F) \quad K = \begin{pmatrix} 2.42 \\ 0.037 \end{pmatrix}$$

Тогда аппроксимирующую функцию имеет вид:  $f(x) := \frac{K_0}{x+1} + K_1 \cdot x^2$

$$x := VX_0, VX_0 + 0.1.. VX_n$$

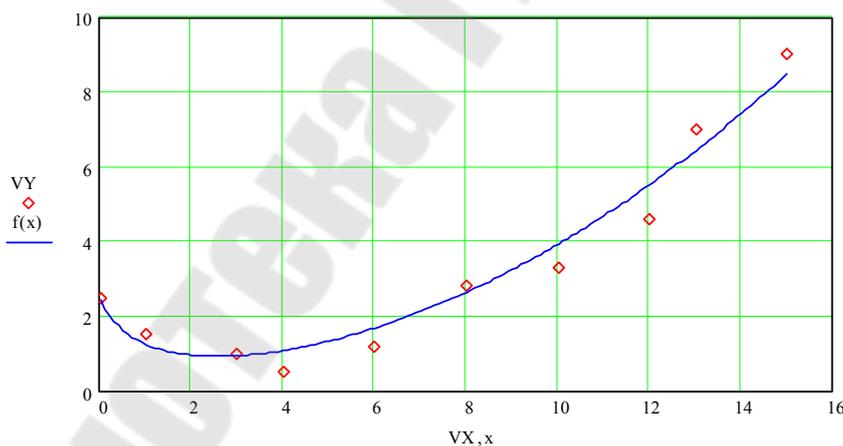


Рисунок 8.1. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 2 Полиномиальная регрессия

В соответствии с вариантом, выполнить аппроксимацию полученных экспериментальных данных методом *полиномиальной регрессии*.

## Пример 2

Зададим вектора с исходными данными:

$$VX := (0 \ 1 \ 3 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 13 \ 15)^T \quad VY := (2.5 \ 1.5 \ 1 \ 0.5 \ 1.2 \ 2.8 \ 3.3 \ 4.6 \ 7 \ 9)^T$$

Определим количество точек:  $k := \text{last}(VX) \quad k = 9$

С помощью функции regress определим коэффициенты полинома степени  $n := 2$

$$VK := \text{regress}(VX, VY, n) \quad VK^T = (3 \ 3 \ 2 \ 2.16 \ -0.565 \ 0.069)$$

Зададим аппроксимирующую функцию:  $f(x) := \text{interp}(VK, VX, VY, x)$

либо:  $g(x) := 2.16 - 0.565 \cdot x + 0.069 \cdot x^2$

либо:  $s(x) := \sum_{i=0}^n VK_{i+3} \cdot x^i$

$$x := VX_0, VX_0 + 0.1.. VX_k$$

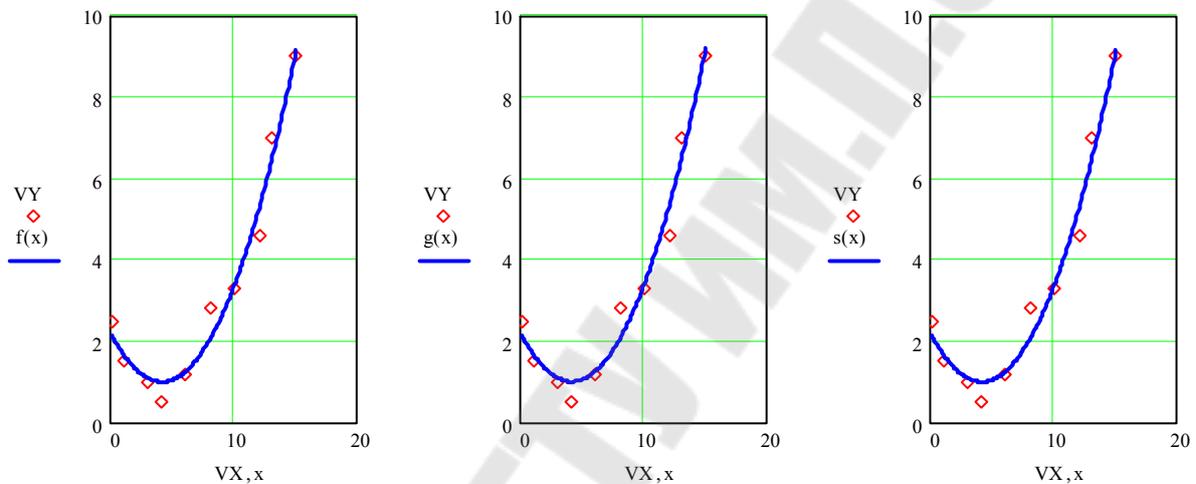


Рисунок 8.2. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 3 Нелинейная регрессия общего вида

В соответствии с вариантом, выполнить аппроксимацию полученных экспериментальных данных методом *нелинейной регрессии общего вида*. Вид предполагаемой аппроксимирующей зависимости можно взять из таблицы либо подобрать свой.

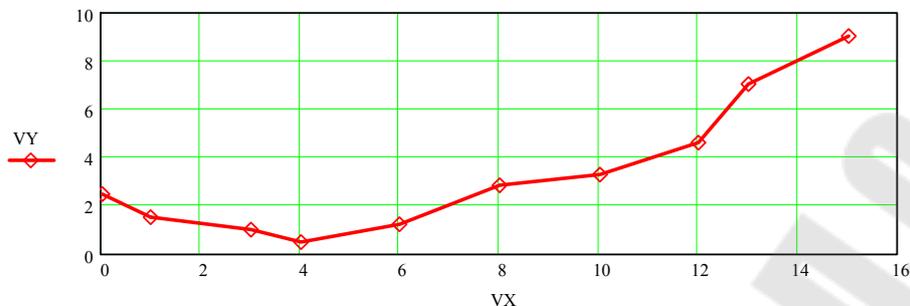
### Пример 3

Зададим вектора с исходными данными:

$$VX := (0 \ 1 \ 3 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 13 \ 15)^T \quad VY := (2.5 \ 1.5 \ 1 \ 0.5 \ 1.2 \ 2.8 \ 3.3 \ 4.6 \ 7 \ 9)^T$$

Определим количество точек:  $k := \text{last}(VX) \quad k = 9$

Построим графическую зависимость полученных данных:



Как видно из графика, аппроксимирующую функцию можно искать в виде параболы:

$$y(x, a, b, c) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \text{Задача аппроксимации найти параметры } a, b \text{ и } c.$$

Зададим вектор функций, состоящий из 4-х элементов - самой функции и трех её частных производных по параметрам a, b, c. Выполним замену переменных (необходимо для MATHCAD; представив коэффициенты a, b, c через элемент вектора k (a->k0, b->k1, c->k2).

$$F(x, k) := \begin{pmatrix} k_0 \cdot x^2 + k_1 \cdot x + k_2 \\ x^2 \\ x \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Зададим вектор начальных значений.} \quad VS := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

С помощью функции genfit определим коэффициенты

$$VK := \text{genfit}(VX, VY, VS, F) \quad VK = \begin{pmatrix} 0.069 \\ -0.565 \\ 2.16 \end{pmatrix}$$

Тогда аппроксимирующая функция имеет вид:  $f(x) := VK_0 \cdot x^2 + VK_1 \cdot x + VK_2$

либо:  $f(x) := F(x, VK)_0 \quad x := VX_0, VX_0 + 0.1.. VX_k$

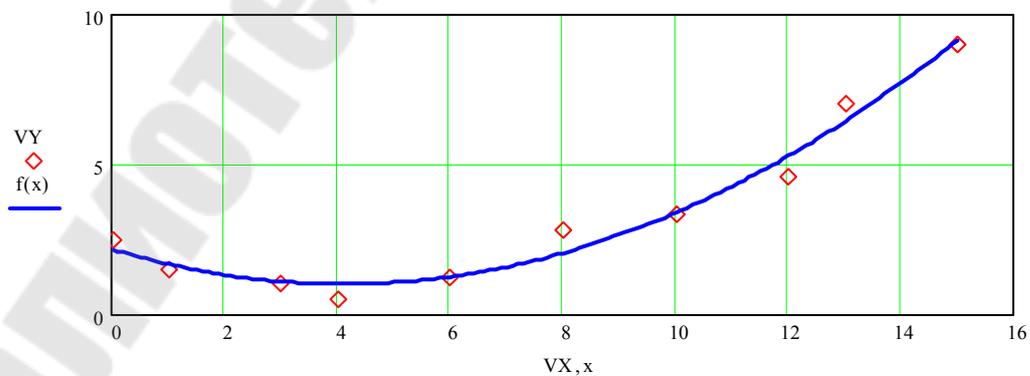


Рисунок 8.3. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 4 Кусочная линейная интерполяция

В соответствии с вариантом, выполнить *кусочную линейную интерполяцию* экспериментальных данных.

##### Пример 4

Зададим вектора с исходными данными:

$$VX := (0 \ 1 \ 3 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 13 \ 15)^T \quad VY := (2.5 \ 1.5 \ 1 \ 0.5 \ 1.2 \ 2.8 \ 3.3 \ 4.6 \ 7 \ 9)^T$$

Определим количество точек:  $k := \text{last}(VX)$   $k = 9$

Зададим аппроксимирующую функцию:  $f(x) := \text{linterp}(VX, VY, x)$   $x := VX_0, VX_0 + 0.1.. VX_k$

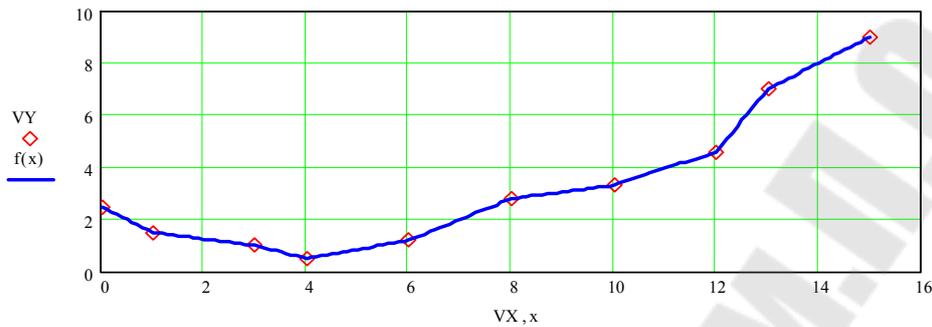


Рисунок 8.4. Окно математического пакета Mathcad

#### Задание 5 Сплайн аппроксимация

В соответствии с вариантом, выполнить *сплайн аппроксимацию* экспериментальных данных.

## Пример 5

Зададим вектора с исходными данными:

$$VX := (0 \ 1 \ 3 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 13 \ 15)^T \quad VY := (2.5 \ 1.5 \ 1 \ 0.5 \ 1.2 \ 2.8 \ 3.3 \ 4.6 \ 7 \ 9)^T$$

Определим количество точек:  $k := \text{last}(VX) \quad k = 9$

Зададим аппроксимирующие функции для расчета коэффициентов различными функциями:

$$VKl := \text{lspline}(VX, VY) \quad fl(x) := \text{interp}(VKl, VX, VY, x) \quad \text{или} \quad fl(x) := \text{interp}(\text{lspline}(VX, VY), VX, VY, x)$$

$$VKp := \text{pspline}(VX, VY) \quad fp(x) := \text{interp}(VKp, VX, VY, x) \quad \text{или} \quad fp(x) := \text{interp}(\text{pspline}(VX, VY), VX, VY, x)$$

$$VKc := \text{cspline}(VX, VY) \quad fc(x) := \text{interp}(VKc, VX, VY, x) \quad \text{или} \quad fc(x) := \text{interp}(\text{cspline}(VX, VY), VX, VY, x)$$

$$x := VX_0, VX_0 + 0.1.. VX_k$$

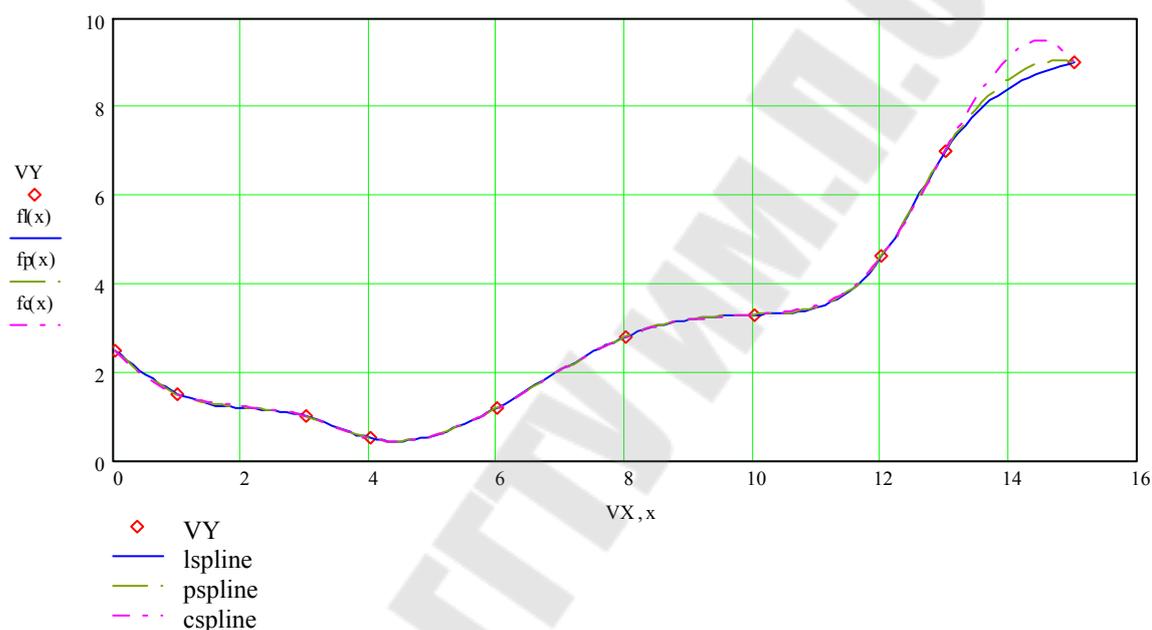


Рисунок 8.5. Окно математического пакета Mathcad

### Контрольные вопросы:

32. При помощи какой функции реализуется линейная регрессия общего вида.
33. Для чего используется встроенная функция **genfit(vx,vy,vs,F)**
34. В чем состоит идея **сплайн – интерполяции**
35. Какие встроенные функции используются в MathCAD для проведения сплайновой аппроксимации

## Лабораторная работа № 9

### «РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ»

**Цель работы:** получение навыков работы в математическом пакете Mathcad: решение дифференциальных уравнений и систем.

#### Краткие теоретические сведения

Для решения дифференциальных однородных дифференциальных уравнений (ОДУ) –  $y' = f(x, y)$  с начальными условиями  $y(x_0) = y_0$  пакет Mathcad имеет ряд встроенных функций:

1. **rkfixed** – функция решения ОДУ и систем ОДУ методом Рунге–Кутты четвертого порядка с постоянным шагом;

2. **Rkadapt** – функция решения ОДУ и систем ОДУ методом Рунге–Кутты с переменным шагом;

3. **Bulstoer** – функция решения ОДУ и систем ОДУ методом – метод Булирша–Штёра если заранее известно, что решением является гладкая функция.

Рассмотрим подробнее каждую из этих функций:

1. **rkfixed**(y, x1, x2, p, D) – возвращает матрицу первый столбец которой содержит точки, в которых получено решение, а остальные столбцы – решения, первые n-1 производные. Функция возвращает матрицу, состоящую из 1+n строк. Аргументы функции: y – вектор начальных условий (k элементов); x1 и x2 – границы интервала, на котором ищется решение ОДУ; p – число точек внутри интервала (x1, x2), в которых ищется решение; D – вектор, состоящий из k элементов, который содержит первые производные искомой функции.

2. **Rkadapt**(y, x1, x2, p, D) – назначение параметров то же, что и для функции **rkfixed**. Существует несколько модифицированная функция **rkadapt**(y,x1,x2, acc,p,D,k,s) – где добавлены параметры k – максимальное число промежуточных точек решения; s – минимально допустимый интервал между точками; acc – погрешность решения (рекомендуется порядка 0.001).

3. **Bulstoer**(y, x1, x2, p, D) – назначение параметров то же, что и для функции **rkfixed**.

#### Рекомендации по использованию

Обычно функция **Rkadapt** благодаря автоматическому изменению шага решения дает более точный результат, но по скорости вычислений она проигрывает функции **rkfixed**, хотя если решение меняется медленно, она может привести к заметному уменьшению числа вычислений. Поэтому функция **Rkadapt** наиболее пригодна для решения ОДУ дающих медленно меняющиеся решения.

### Задание 1 Решение дифференциальных уравнений первого порядка

В соответствии с вариантом, решить дифференциальное уравнение первого порядка, выполнить графическую интерпретацию результатов. Начальное, конечное значения изменения аргумента и количество точек для поиска решения приведены в таблице.

Таблица 9.1

№	Вид уравнения	Начальные условия	$x_H$	$x_K$	$n$
1.	$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$	$y(0) = 0$	0	2	500
2.	$y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\sin x}$	$y(3) = 0,141$	3	6	1000
3.	$(1 - x)(y' + y) = e^{-x}$	$y(0) = 0$	0	0,99	500
4.	$xy' - 2y = 2x^4$	$y(1) = 0$	1	6	1000
5.	$y' - 2x(x^2 + y) = 0$	$y(0) = 0$	0	1	600
6.	$y' - y = e^x$	$y(0) = 1$	0	2	500
7.	$xy' + y + xe^{-x} = 0$	$y(1) = 0,184$	1	2	300
8.	$\cos y = y'(x + 2 \cos y) \sin y$	$y(0) = \frac{\pi}{4}$	0	2	800
9.	$x^2 y' + xy + 1 = 0$	$y(1) = 0$	1	5	900
10.	$xy' + y = 4x^3 + 3x^2$	$y(2) = 1$	2	5	1000
11.	$y'(2x + y - 4y) = y$	$y(0) = 1$	0	0.4	1000
12.	$y'(3x - y) = y$	$y(0) = 1$	0	5	1000
13.	$x(y' - y) = e^x$	$y(1) = 0$	1	3	1100
14.	$y = x(y' - x \cos x)$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$	$\pi/2$	$\pi$	
15.	$(xy' - 1) \ln x = 2y$	$y(e) = 0$	e	5	1200
16.	$(2e^y - x)y' = 1$	$y(0) = 0$	0	5	1500
17.	$xy' + (x + 1)y + 3x^2 e^{-x}$	$y(1) = 0$	1	4	1100
18.	$y'(x + y^2) = y$	$y(0) = 1$	0	7	2600
19.	$(\sin(y) + x \cdot \operatorname{ctg}(y))y' = 1$	$y(0) = \frac{\pi}{2}$	0	0,5	1100
20.	$(x + 1)y' + y = x^3 + x^2 + x$	$y(0) = 0$	0	6	2000
21.	$xy' + y = \sin x$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	2000
22.	$xy' - 2y + x2y + x^2 = 0$	$y(1) = 0$	1	3	1500
23.	$(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$	$y(\sqrt{2}) = 1$	$\sqrt{2}$	4	1200
24.	$(1 - x^2)y' + xy = 1$	$y(0) = 1$	0	0,99	1300

Продолжение таблицы 9.1

№	Вид уравнения	Начальные условия	$x_H$	$x_K$	$n$
25.	$x^2 y' = 2xy + 3$	$y(1) = -1$	1	3	2000
26.	$y' + 2xy = xe^{-x^2}$	$y(0) = 0$	0	2,5	1200
27.	$y' - 3x^2 y - x^2 e^{x^3} = 0$	$y(0) = 0$	0	0,5	2000
28.	$xy' + y = \ln x + 1$	$y(1) = 0$	1	3	1100
29.	$y' + 2y = y^2 e^x$	$y(0) = 1$	0	3	1200
30.	$y' - y \tan x + y^2 \cos x = 0$	$y(0) = 1$	0	0,5	1300

**Пример 1**

Решить дифференциальное уравнение первого порядка, выполнить графическую интерпретацию результатов. Решения найти на интервале  $[0;5]$  в 10 точках.

$$\frac{dy}{dx} + 3y = 0 \quad y(0) = 4.$$

**Решение**

Задаем вектор начальных условий и вектор функцию первой производной неизвестной функции:

$$y_0 := 4 \quad D(x, y) := -3 \cdot y_0$$

Для решения воспользуемся функцией `rkfixed` :

$$z := \text{rkfixed}(y, 0, 5, 10, D)$$

$x \quad y(x)$

	0	1
0	0	4
1	0.5	1.094
2	1	0.299
3	1.5	0.082
4	2	0.022
5	2.5	$6.114 \cdot 10^{-3}$
6	3	$1.672 \cdot 10^{-3}$
7	3.5	$4.572 \cdot 10^{-4}$

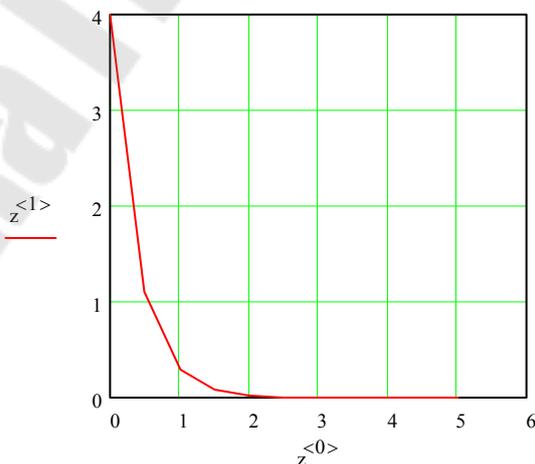


Рисунок 9.1. Окно математического пакета Mathcad

**Задание 2 Решение систем дифференциальных уравнений первого порядка**

В соответствии с вариантом, решить систему дифференциальных уравнений, выполнить графическую интерпретацию результатов. Количество точек для численного решения равно 1000.

Таблица 9.2

№ Вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
1.	$\begin{cases} x' = 3x - 4y + e^{-2t} \\ y' = x - 2y - 3e^{-2t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,9$
2.	$\begin{cases} x' = 6x + 3y \\ y' = -8x - 5y + \sin^2 t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
3.	$\begin{cases} x' = 2x - 3y \\ y' = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
4.	$\begin{cases} x' = -5x + 2y \\ y' = x - 6y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
5.	$\begin{cases} x' = 3x - y + z \\ y' = x + 5y + z \\ z' = 4x - y + z \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
6.	$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = 8x - y + \sin t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
7.	$\begin{cases} x' = 4y - 2z - 3x \\ y' = y + z \\ z' = 6x - 6y + 5z \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
8.	$\begin{cases} x' = 5x - 3y + 2e^{3t} \\ y' = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
9.	$\begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = x + 4y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
10.	$\begin{cases} x' = 2x - 3y + \cos t \\ y' = x - 2y + 3 \sin t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 2$
11.	$\begin{cases} y = z + tg^2 x - 1 \\ z' = -y + tgx \end{cases}$	$\begin{aligned} y(0) &= 0,1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
12.	$\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$

Продолжение таблицы 9.2

№ Вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
13.	$\begin{cases} y' = y - z \\ z' = y + z + e^x \end{cases}$	$\begin{aligned} y(0) &= 0,1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,9$
14.	$\begin{cases} x' = x + 2y - \sin t \\ y' = 4x - 5y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
15.	$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 2$
16.	$\begin{cases} y' = 3y + z - \cos x \\ z' = -2y - z + \sin x + \cos x \end{cases}$	$\begin{aligned} y(0) &= 0,1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 2$
17.	$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = -2x - y + \sin(t) \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 2$
18.	$\begin{cases} y' = -5y + 2z + e^x \\ z' = y + 6z + e^{-2x} \end{cases}$	$\begin{aligned} y(0) &= 0,1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
19.	$\begin{cases} y' = 3y - 2z + x \\ z' = 3y - 4z \end{cases}$	$\begin{aligned} y(0) &= 0,1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
20.	$\begin{cases} x' = x - y + z \\ y' = x + y - z \\ z' = 2x - y + t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0,1 \end{aligned}$	$0 \div 1$
21.	$\begin{cases} y' = 4y - 5z + 4x + 1 \\ z' = y - 2z + x \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 1$
22.	$\begin{cases} x' = 3x - y + z + t \\ y' = -x + 5y - z \\ z' = x - y + 3z \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0,1 \end{aligned}$	$0 \div 1$
23.	$\begin{cases} x' = y + z + t \\ y' = x + z \\ z' = x + y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0,1 \end{aligned}$	$0 \div 1$
24.	$\begin{cases} x' = 4x + 2y \\ y' = 8x + 6y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
25.	$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -6x - 3y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
26.	$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -6x - 3y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$

Продолжение таблицы 9.2

№ Вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
27.	$\begin{cases} x' = 2x + y - \cos t \\ y' = x - 2y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 2$
28.	$\begin{cases} x' = -3x + 2y \\ y' = x - 6y + \cos t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 2$
29.	$\begin{cases} x' = 6x - y \\ y' = 3x + 2y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$
30.	$\begin{cases} x' = 8x - 3y \\ y' = 2x + y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	$0 \div 0,5$

**Пример 2**

Решить систему дифференциальных уравнений первого порядка. Решения найти на интервале  $[0;10]$  в 100 точках.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x^2 - x & x(0) = 0 \\ \frac{dy}{dt} = 3x - x^2 - y & y(0) = 1 \end{cases}$$

**Решение**

$$y := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad D(t,y) := \begin{bmatrix} y_1 - (y_0)^2 - y_0 \\ 3 \cdot y_0 - (y_0)^2 - y_1 \end{bmatrix} \quad Z := \text{rkfixed}(y, 0, 10, 100, D)$$

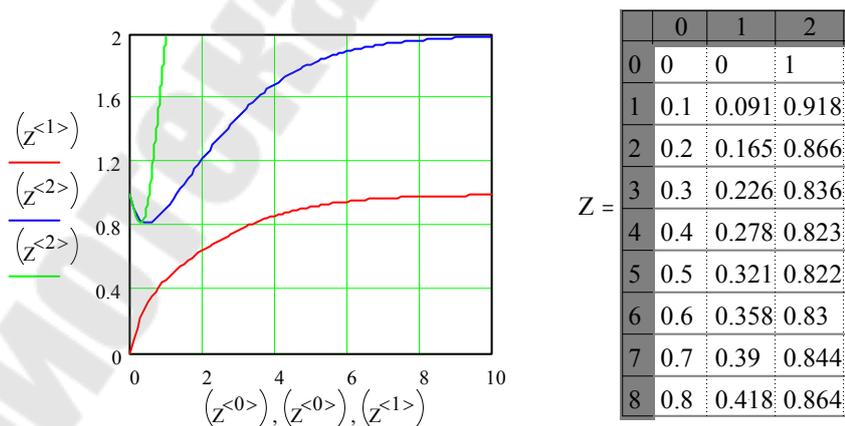


Рисунок 9.2. Окно математического пакета Mathcad

### Задание 3 Решение дифференциальных уравнений второго порядка

В соответствии с вариантом, решить дифференциальное уравнение -го порядка, выполнить графическую интерпретацию результатов. Количество точек для численного решения равно 100.

Таблица 9.3

№ вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
1.	$y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x$	$y(0) = -2$ $y'(0) = 0$	$0 \div 1$
2.	$y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65$	$y(0) = -1$ $y'(0) = 1$	$0 \div 0,5$
3.	$y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 4$	$0 \div 2$
4.	$y'' - 6y' + 25y = 9 \sin 4x - 24 \cos 4x$	$y(0) = 2$ $y'(0) = -2$	$0 \div 0,9$
5.	$y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 7$	$0 \div 0,5$
6.	$y'' + 6y = e^x (\cos 4x - 8 \sin 4x)$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 5$	$0 \div 1$
7.	$y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 2$	$0 \div 2$
8.	$y'' - 12y' + 36y = 32 \cos 2x + 24 \sin 2x$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 4$	$0 \div 0,4$
9.	$y'' - y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 3$	$0 \div 2$
10.	$y'' - y' = (14 - 16x) \cdot e^{-x}$	$y(0) = 0$ $y'(0) = -1$	$0 \div 2$
11.	$y'' + 2y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66$	$y(0) = 3$ $y'(0) = 0$	$0 \div 2$
12.	$y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 6$	$0 \div 1$
13.	$y'' - 6y' + 25y = (32x - 12) \sin 3x - 36x \cos 3x$	$y(0) = 4$ $y'(0) = 0$	$0 \div 1$
14.	$y'' + 25y = e^x (\cos 5x - 10 \sin 5x)$	$y(0) = 3$ $y'(0) = -4$	$0 \div 1$
15.	$y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x} \sin 2x$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 0$	$0 \div 1$

Продолжение таблицы 9.3

№ вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
16.	$y'' - 10y' + 25y = e^{5x}$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 0$	$0 \div 0,5$
17.	$y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x} \sin 2x$	$y(0) = 3$ $y'(0) = 5$	$0 \div 0,5$
18.	$y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 2$	$0 \div 2$
19.	$y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 3$	$0 \div 2$
20.	$y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 6$	$0 \div 2$
21.	$y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3$	$y(0) = -1$ $y'(0) = 14$	$0 \div 0,5$
22.	$y'' + 12y' + 36y = 72x^2 - 18x$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 0$	$0 \div 1$
23.	$y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 2$	$0 \div 1$
24.	$y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 2$	$0 \div 0,5$
25.	$y'' + 8y' = 18x + 60x^2 - 32x^3$	$y(0) = 5$ $y'(0) = 2$	$0 \div 2$
26.	$y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7 \cos x$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 7$	$0 \div 1$
27.	$y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 2$	$0 \div 1$
28.	$y'' + 16y = 32e^{4x}$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 0$	$0 \div 1$
29.	$y'' + 5y' + 6y = 52 \sin 2x$	$y(0) = -2$ $y'(0) = -2$	$0 \div 1$
30.	$y'' - 4y = 8e^{2x}$	$y(0) = 1$ $y'(0) = -8$	

### Пример 3

Решить дифференциальное уравнение второго порядка, выполнить графическую интерпретацию результатов. Решения найти на интервале  $[0;5]$  в 100 точках.

$$y'' = -y' + 2y \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 3.$$

### Пример 3

Преобразуем уравнение в систему ОДУ первого порядка, решенных относительно первой производной:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = y_1 \\ \frac{dy_2}{dx} = -y_1 + 2y_0 \end{cases}$$

$$y := \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad D(x, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ -y_1 + 2 \cdot y_0 \end{bmatrix}$$

$$z := \text{rkfixed}(y, 0, 5, 100, D)$$

	0	1	2
0	0	1	3
1	0.05	1.149	2.959
2	0.1	1.296	2.934
3	0.15	1.443	2.924
4	0.2	1.589	2.929
5	0.25	1.736	2.949
6	0.3	1.884	2.982
7	0.35	2.034	3.027
8	0.4	2.187	3.085
9	0.45	2.343	3.156

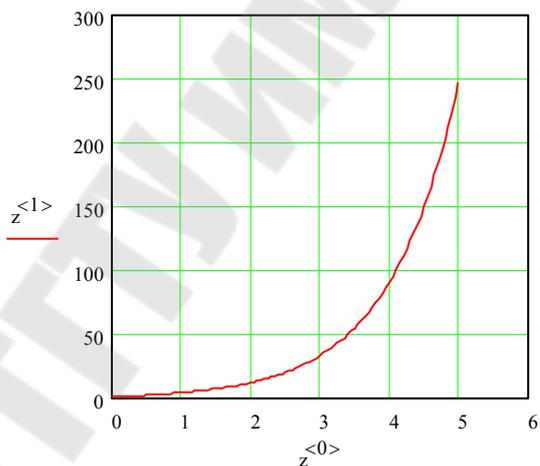


Рисунок 9.3. Окно математического пакета Mathcad

### Контрольные вопросы:

36. Какие встроенные функции имеет пакет Mathcad для решения однородных дифференциальных уравнений.
37. Опишите подробно функцию  $\text{rkfixed}(y, x1, x2, p, D)$ .
38. Опишите подробно функцию  $\text{Rkadapt}(y, x1, x2, p, D)$ .
39. Опишите подробно функцию  $\text{Bulstoer}(y, x1, x2, p, D)$ .

## Лабораторная работа № 10

### «ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ПАКЕТЕ MATHCAD»

**Цель работы:** получение навыков программирования в математическом пакете Mathcad.

#### Краткие теоретические сведения

Система Mathcad позволяет задавать функции пользователя используя встроенный язык программирования, что позволяет значительно расширить область применения пакета. Перед тем как использовать программу-функцию нужно ее задать – выполнить описание.

Порядок описания программы-функции Mathcad:

1. ввести имя программы-функции и список формальных параметров.

имя\_программы (формальные параметры: =);

2. в панели **Программирование**, выбрать **Add line**. На экране появится вертикальная черта и вертикальный столбец с двумя полями ввода для ввода операторов, образующих тело программы-функции;

3. в поле 1 (щелкнув на нем мышью или нажав клавишу [Tab]) ввести первый оператор тела программы-функции. Для вставки дополнительных полей ввода нажать на кнопке **Add line**;

4. в последнем поле (поле 2), определить возвращаемое через имя программы-функции значение (см. рис.10.1).

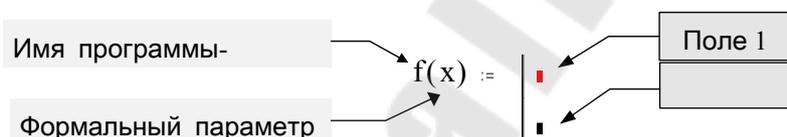


Рис.10.1 Структура программы-функции

В качестве примера определим функцию перевода из радиан в градусы:

$$\text{rad\_to\_deg}(x) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow x \frac{180}{\pi} \\ z \end{array} \right.$$

$$\text{rad\_to\_deg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 45$$

#### Основные программные операторы

Для создания программных модулей используются следующие основные элементы:

Таблица 10.1

Название	Описание
Add Line	Создание и расширение программного модуля;
←	Внутреннее локальное присваивание.
if	Оператор условного выражения. Общий вид: <b>выражение if условие</b> . В случаи выполнения условия возвращается значение выражения. Совместно с этим оператором часто используется <b>otherwise</b> .
otherwise	Оператор "иначе", обычно используется совместно с <b>if</b> для выполнения действий в случаи не выполнения условия.
for	Виклов с заданным числом повторений. Общий вид: <b>for Var</b> $\in N_{min..N_{max}}$ . Цикл можно задать диапазоном, множеством, вектором, возможна их комбинация. Переменную цикла <b>Var</b> можно использовать в программе.
while	Цикл с предусловием, действующий пока условие истинно. Общий вид: <b>while условие</b> . Тело цикла записывается на месте шаблона.
break	Вызывает прерывание работы программного блока. Обычно используется с операторами циклов и условия, для досрочного выхода из цикла или программного блока.
continue	Используется для продолжения работы цикла после прерывания. Обычно используется совместно с операторами задания циклов, обеспечивает прерывание и возврат в начало цикла.
return	Прерывает выполнение программы и возвращает значение своего операнда.
on error	Оператор обработки ошибок. Общий вид: <b>выражение1 on error выражение2</b> . Если при выполнении <b>выражения1</b> возникла ошибка, то выполняется <b>выражение2</b> . Для обработки ошибок полезна функция <b>error(S)</b> , которая выдает текстовое сообщение (s) и прерывает работу программного блока.

### Примеры программных модулей

1) Определим программу-функцию для вычисления корней квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .

$$q(a, b, c) := \begin{cases} d \leftarrow b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \text{error}(\text{"Нет корней"}) \text{ if } d < 0 \\ z_0 \leftarrow \frac{-b + \sqrt{d}}{2 \cdot a} \\ z_1 \leftarrow \frac{-b - \sqrt{d}}{2 \cdot a} \\ z \end{cases}$$

$$q(4, 10, 10) = \text{нет корней} \quad q(4, 10, 1) = \begin{bmatrix} -0.104 \\ -2.396 \end{bmatrix} \quad 121$$

нет корней

2) Примеры цикла for.

for x ∈ 1, 1.2..3    for k ∈ 17, 3, -5, 9    for x ∈ V    k ∈ V, 3, -5, 9, (1, 2..5)

В первых двух случаях цикл задается с помощью дискретной переменной, в третьем – списке принимаемых значений. В четвертом, переменная цикла принимает значения элемента вектора v. Последний способ комбинирует приведенные выше способы.

**Задание 1 Программирование циклических алгоритмов**

В соответствии с вариантом, составить программный фрагмент вычисления сумму или произведение. Выполнить проверку.

Таблица 10.2

№	выражение	№	выражение	№	выражение
1.	$\sum_{i=1}^{60} (\frac{1}{i!} + \sqrt{ i })$	2.	$\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i^2}$	3.	$\prod_{i=1}^{10} (1 + \sin(i))$
4.	$\sum_{i=1}^{50} \frac{1}{i + i^3}$	5.	$\sum_{i=1}^{50} \frac{1}{i^2 + i}$	6.	$\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i!}$
7.	$\sum_{i=1}^{12} \frac{(-1)^i}{i!+1}$	8.	$\sum_{i=1}^{128} \frac{1}{(2i)^2}$	9.	$\sum_{i=1}^{20} \frac{(-1)^{i+1}}{i(i+1)(i+2)}$
10.	$\prod_{i=1}^{53} \frac{i^2}{i^2 + 2i + 3}$	11.	$\sum_{i=1}^{50} \frac{1}{i(i+1)}$	12.	$\prod_{i=1}^{10} (2 + \frac{1}{i!})$
13.	$\sum_{i=1}^{13} \frac{(-2)^i}{i!}$	14.	$\prod_{i=2}^{100} \frac{i+1}{i+2}$	15.	$\sum_{i=1}^{20} \frac{1}{4i + 5^{i+2}}$
16.	$\prod_{i=2}^{10} (1 - \frac{1}{i!})^2$	17.	$\prod_{i=1}^{10} (1 + \cos(i))$	18.	$\sum_{k=1}^{30} \frac{1}{(2k+1)^2}$
19.	$\sum_{i=1}^{13} \frac{(-2)^i}{\cos(i) + i}$	20.	$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{k^5}$	21.	$\sum_{k=1}^{30} \frac{k^2 + 2}{(2k+1)^2}$
22.	$\sum_{k=1}^{40} \frac{(-1)^k}{(2k+1)k}$	23.	$\sum_{i=1}^{50} \frac{i+2i}{i+i^3}$	24.	$\sum_{i=1}^{20} \frac{x^i}{i!}$
25.	$\sum_{i=1}^{50} \frac{i^2 + i^3}{i + i^3}$	26.	$\sum_{k=1}^{40} \frac{(-1)^{k+1}}{k(k+1)}$	27.	$\sum_{i=1}^{20} \frac{i-1}{i(i+1)}$
28.	$\sum_{k=1}^{40} \frac{(-1)^k (k+1)}{k!}$	29.	$\sum_{i=1}^{20} \frac{i+2^i}{i+1}$	30.	$\sum_{i=1}^{40} \frac{i + \cos(i)}{2i}$

**Пример 1**

Составить программный фрагмент вычисления сумму. Выполнить проверку.

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{10 \cdot i + 2}{i^2 + 2}$$

## Решение

Способ 1

```

Sum1 :=
  i ← 1
  s ← 0
  while i ≤ 10
    s ← s +  $\frac{10 \cdot i + 2}{i^2 + 2}$ 
    i ← i + 1
  s
    
```

Sum1 = 21.229

Способ 2

```

Sum2 :=
  s ← 0
  for i ∈ 1..10
    s ← s +  $\frac{10 \cdot i + 2}{i^2 + 2}$ 
  s
    
```

Sum2 = 21.229

Проверка

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{10 \cdot i + 2}{i^2 + 2} = 21.229$$

### Задание 2 Программирование алгоритмов обработки массивов

Дан вектор чисел произвольной длины. Используя программный фрагмент, в соответствии с вариантом подсчитать:

Таблица 10.3

N	Условие задачи
1.	Подсчитать количество чисел, принадлежащих интервалу [ 3...5]
2.	Подсчитать сумму чисел, принадлежащих интервалу [ 4...8]
3.	Подсчитать произведение чисел, принадлежащих интервалу [ 2...4]
4.	Подсчитать количество чисел, больших среднего значения элементов вектора
5.	Подсчитать количество чисел, неравных 5 и стоящих на местах кратных 3
6.	Подсчитать сумму чисел, по значению меньших, чем среднее значение элементов вектора
7.	Подсчитать произведение чисел, больших среднего значения элементов вектора
8.	Подсчитать среднее арифметическое чисел, принадлежащих интервалу [ 1..6]
9.	Подсчитать количество чисел, больших минимального и стоящих на нечетных местах
10.	Подсчитать сумму элементов, стоящих на местах, кратных 3
11.	Подсчитать произведение всех чисел, стоящих на нечетных местах
12.	От каждого числа, стоящего на четном месте, отнять 2
13.	Каждое число, меньшее среднего арифметического минимального и максимального элементов, возвести в квадрат.
14.	Подсчитать сумму квадратов всех чисел, стоящих на четных местах и меньших среднего значения
15.	Если элемент вектора меньше среднего значения, заменить его на 10, иначе на -10

Продолжение таблицы 10.3

N	Условие задачи
16.	От каждого числа отнять минимальное
17.	К каждому числу, стоящему на месте, кратном трем, прибавить предыдущее число
18.	Все элементы массива, больше 5, заменить их корнем, а меньшие - квадратом.
19.	Каждое число разделить на предыдущее
20.	К каждому числу прибавить предыдущее
21.	От каждого числа отнять последующее
22.	Подсчитать количество чисел, больших первого
23.	Подсчитать сумму первых десяти и последних десяти чисел
24.	Подсчитать количество чисел, равных последнему
25.	Разделить каждое число на сумму первого и последнего
26.	Если последующее число больше предыдущего, то предыдущее число умножить на 2
27.	Если число равно сумме двух предыдущих, то заменить его на 0
28.	Каждому числу присвоить квадрат предыдущего
29.	Если предыдущее число равно последующему, то оба числа заменить на 1
30.	Подсчитать сумму чисел, стоящих на четных местах

**Пример 2**

Составить программный фрагмент для вычисления произведения элементов вектора принадлежащих интервалу (2;4).

**Решение**

```

i := 0..10      Ai := rnd(10)
Pro(V) :=
  p ← 1
  k ← 0
  for x ∈ V
    if (x > 2) · (x < 5)
      p ← p · x
      k ← k + 1
    error("Net elementov" ) if k = 0
  p otherwise
    
```

	0
0	1.191
1	0.089
2	5.317
3	6.018
4	1.662
5	4.508
6	0.571
7	7.833
8	5.199
9	8.76
10	9.559

Pro(A) = 4.508

**Контрольные вопросы:**

40. Как выполняется описание применения пакета программы-функции.
41. Перечислите основные программные операторы.
42. Для чего используется программный оператор `if`.
43. Для чего используется программный оператор `while`.
44. Для чего используется программный оператор `continue`.
45. Для чего используется программный оператор `break`.

## Лабораторная работа № 11

### «Введение в AutoCAD»

**Цель работы:** изучение возможностей AutoCAD и получение практических навыков использования графического редактора AutoCAD.

#### Краткие теоретические сведения

AutoCAD – это универсальная графическая система для работы под управлением операционной системы (ОС) WINDOWS. Графический редактор AutoCAD может работать как в автоматическом режиме, так и в локальной сети. На основе этой системы созданы различные приложения, позволяющие проектировать дома, печатные платы, станки, оснастку и т. д. Графический редактор AutoCAD – мощная система САПР, предоставляющая практически неограниченные возможности для разработки чертежей любого вида сложности. Благодаря использованию простого и понятного интерфейса и богатейших возможностей в двухмерной и трехмерной графике эта система заслуженно пользуется репутацией самой популярной системы такого класса в мире.

#### Интерфейс пользователя

После запуска AutoCAD выводится диалоговое окно:

- Открыть чертеж (просмотреть).
- Начать с нуля:
  - английские;
  - метрические.
- Выбор шаблона.
- Использовать мастер:
  - быстрая настройка:
    - а) единицы;
    - б) размер.
  - детальная:
    - а) единицы;
    - б) угол;
    - в) направление нуля;
    - г) направление отсчета;
    - д) размер.

Появляется видовое окно в области модели (Model) и с помощью закладок можно перейти в пространство листа (Layout), а также создать (удалить), установить параметры страницы и распечатать: *Правая кнопка мыши на закладке.*

*Рабочий стол* состоит из:

- падающих меню: File (Файл); Edit (Правка); View (Вид); Insert (Вставка); Format (Формат); Tools (Сервис); Draw (Рисование); Dimension (Размер); Modify (Редактировать); Help (Помощь).

- панелей инструментов;
- строки состояния;
- окна командных строк;
- графического поля;
- экранного меню.

*Падающее меню* можно изменить: **Инструменты:** Настроить меню.

*В панели инструментов* осуществляется ввод команд. Они могут быть плавающими и закрепленными.

- **Вид:** Панели инструментов.
- Правая кнопка мыши.

*Строка состояний* содержит координаты курсора и кнопки вкл/выкл режимов черчения.

*Окно командных строк* расположено обычно перед строкой состояния и служит для ввода команд и ведения диалога с AutoCAD. Может быть закрепленным и падающим. Изменяется только вертикальный размер:

- **Инструменты:** Опции: Дисплей (выбрать Текстовых строк в окне командной строки...).
- **Вид:** Показать: Текстовое окно: Правка: Параметры: Дисплей (выбрать Текстовых строк в окне командной строки...).

*В экранном меню* содержится меню: ФАЙЛ, ПРАВКА, ВИД...; в каждом меню – подменю, в подменю – команды, в команде – ключи, т. е. иерархическая система: **Инструменты:** Опции: Дисплей (выбрать *Показать экранное меню*).

Сохраняется возможность использования функциональных клавиш: F1 – вызов помощи; F2 – вкл/откл текстового меню; F6, F7, F8, F9 – переключение режимов черчения.

### Команды редактора

Вводить команды можно следующими способами:

- Набрать на клавиатуре;
- Выбрать из меню;
- Щелкнуть пиктограмму на панели инструментов.

После выбора команды нажимается: <Enter> или <Пробел>.

Прерывание команды выполняется <Esc>.

Числовые значения могут быть:

- Целыми (10);
- Вещественными (-6,22);
- Экспоненциальными (3,6E-3 <0,0036>);
- Дробными (1/2).

Числитель и знаменатель должны быть целыми, причем знаменатель должен быть больше числителя.

Допускается запись 1-3/4 <1,75>. Числитель может быть больше знаменателя, если не стоит целая часть 3/2.

Запросы расстояний могут быть: Высота (*Height*), Ширина (*Width*), Радиус (*Radius*), Расстояние между столбцами, строками (*Distance between columns, row*).

На запрос можно ответить ключевыми словами, отделенными косой чертой `</>`.

Для исправления ошибок: `<Backspace>`, `<Ctrl/H>`, `<Ctrl/x>`.

Описание структуры запроса, принятая для всех команд: вначале перечисляются ключи, а текст в угловых скобках соответствует ответу по умолчанию.

Ключевое слово можно сократить, можно ввести с клавиатуры или выбрать из меню.

#### Ввод координат

- с клавиатуры;
- курсором:
  - динамическое отображение;
  - статическое;
  - расстояние<угол.

В строке состояний координаты можно вкл/выкл с помощью F6 или `<Ctrl/D>`.

Для удобства ввода можно использовать:

- ОРТО-режим (ORTO) `<F8>`, когда изменение координат происходит только по осям X, Y;
- ШАГ (SNAP) `<F9>`, привязка к узлам невидимой сетки.

В двумерном пространстве точка определяется в плоскости XY, которая называется *плоскостью построений*.

Ввод координат с клавиатуры возможен в виде абсолютных и относительных координат.

*Абсолютные* в сл. формах:

- прямоугольных (декартовых) координат X, Y;
- полярных координат  $r < A$ , где  $r$  – радиус,  $A$  – угол от предыдущей точки.

Положительный угол задается в градусах против часовой стрелки. Значения 0 соответствует положительному направлению оси OX.

*Относительные* координаты задают смещения от последней введенной точки.

Форма записи:

- для прямоугольных: `@dx, dy`;
- для полярных: `@r < A`, (`@` - англ. режим `<shift/2>`).

В трехмерном пространстве в дополнение к X, Y задается координата Z.

Значения координат, независимо от способов ввода, всегда связаны с *мировой* системой координат MCK (WSK): 0X – слева направо; 0Y – снизу вверх; 0Z – перпендикулярно экрану.

Для удобства работы может быть определена *пользовательская* система координат ПСК (USK), которую можно смещать относительно мировой и повернуть под любым углом:

- Инструменты: ПСК (падающее меню).
- Tools2: ПСК (экранное меню).
- Панель инструментов: ПСК

Таблица 11.1. Форматы ввода координат

Тип точки	2D формат	пример	3D формат	пример
ПСК абс	X, Y	235, 17	X, Y, Z	10, 2, 9
ПСК относ	@dx, dy	@5, 2	@dx, dy, dz	@12, 4, 1
ПСК поляр	@расстояние <угол	@5<90	-	-
МСК абс	*X, Y	*235, 17	*X, Y, Z	*10, 2, 9
МСК относ	@*dx, dy	@*5, 2	@*dx, dy, dz	@*-12, 4, 1
МСК поляр	@*расстояние <угол	@*5<90	-	-

#### Определение пользовательской системы координат

AutoCAD обычно начинает новый чертеж, используя простой видовой экран, покрывающий всю графическую область.

*Видовой экран* – это прямоугольный участок графического экрана, на котором отображается некоторая часть пространства модели рисунка.

Можно разбить графическую область для отображения нескольких видовых экранов одновременно. Видовые экраны покрывают всю графическую область и не перекрывают друг, изменения в одном отображаются в другом экране, в любой момент можно переключиться из одного видового экрана в другой.

**Вид:** Сечения.

View1: Vports: Layout: Запрос.

Запрос: Save/Restor/Delete/Join/Single/?/2/<3>/4:

Запиши/Восстанови/Удали/Соедини/Один/?/2/<3>/4:

(Запиши) – присваивается имя текущей конфигурации видовых экранов и сохраняется для дальнейшего использования;

(Восстанови) – восстанавливает предварительно сохраненную конфигурацию;

(Удали) – удаляет именованную конфигурацию;

(Один) – удаляет все, кроме одного текущего;

(?) – выводит конфигурации действующего окна;

(2) – делит на два;

(3) – делит на три;

(4) – делит на четыре.

Привязка координат:

- Панель инструментов: Объектная привязка.
- Строка состояний:
  - Прив (F9) – привязка к узлам невидимой сетки;
  - Сетка (F7) – изображение узлов ортогональной сетки;
  - Орто (F8) – для удобства рисования линий, параллельных осям координат;
  - ОПрив (F3) – объектная привязка, привязка координат к точкам объектов.

Для установки сразу нескольких режимов рисования: **Правая кнопка мыши на строке состояний.**

AutoCAD содержит мощные средства работы с текстом благодаря наличию встроенного текстового редактора. В нем поддерживаются такие возможности, как поиск и замена текста, интервал между строками, работа с дробными, управление выравниванием и стилями.

Для добавления текста к чертежу достаточно воспользоваться командой:

- **Черчение:** Текст.
- Draw 2: Mtext, Dtext (Экранное меню).
- **Изменить:** Текст.
- **Формат:** Стиль текста.
- Панель инструментов: Черчение.

**Задание 1.** Построить прямоугольник, задавая точки в абсолютных координатах ПСК 0,0,0.

Выбрать мышью на панели инструментов <Линия>. В командной строке появится приглашение:

От точки:     10, 10  
                  10, 20  
                  50, 20  
                  50, 10  
                  замкнуть (10, 10).

**Задание2.** Построить треугольник, задавая вершины в относительных координатах.

Выбрать ПСК: нач. координат (5, 5, 5).

Выбрать мышью на панели инструментов <Отрезок>. В командной строке появится приглашение:

От точки:     10, 10  
                  @0, 15 (@ =<shift>+2)  
                  @30, -15  
                  замкнуть.

**Задание 3.** Построить фигуру, задавая вершины в полярных координатах.

Выбрать ПСК: нач. координат (20, 20, 20).

Выбрать мышью на панели инструментов <Отрезок>. В командной строке появится приглашение:

От точки: 10, 10

@20<15

@20<-15

@22<150

замкнуть.

**Задание 4.** Построить фигуру, задавая точки в пользовательской системе координат:

а) открыть новый файл;

б) разбить экран на 4 вида;

в) осуществить построение в ПСК, повернутой вокруг оси Z на  $30^{\circ}$ . Выбрать мышью на панели инструментов <Отрезок>. В командной строке появится приглашение:

От точки: 0, 0

20, 0

30, 10

0, 10

замкнуть.

г) с помощью стандартной панели инструментов изменить размер и место расположения видимой части видового экрана: Панель инструментов: Масштаб.

д) рассмотреть разные точки зрения: Вид: 3Dвиды.

е) написать заголовок наклонным шрифтом, к примеру:

Лабораторная работа № 1

«Построить фигуру в ПСК, используя различные типы координат для задания их вершин».

#### **Контрольные вопросы:**

1. Назовите основные элементы пользовательского интерфейса рабочего стола.
2. Опишите способы задания команды и структуру запроса.
3. Каким образом можно задать координаты? Назовите типы координат; системы координат, способы выбора системы координат.
4. Видовой экран – понятие. Опишите процедуру выбора видового экрана.
5. Каковы основные виды привязок и варианты их использования?
6. Опишите процедуру включения текста и его редактирования в AutoCAD.

## Лабораторная работа № 12

### «Формирование двумерных чертежей»

**Цель работы:** получение практических навыков формирования и редактирования двумерных чертежей.

#### **Краткие теоретические сведения**

*Графическими примитивами* считается часть изображения, нарисованная одной командой, без прерывания. Как правило, *примитив* – наименьшая подлежащая редактированию составляющая чертежа: Линия (Line); Окружность (Circle); Дуга (Arc); Эллипс (Ellipse); Сплайн (Spline); Поли линия (PolyLine); правильные многоугольники (Polygon).

Над графическими примитивами можно выполнять множество операций:

- Изменить.
- Экранное меню: Modify.

Для множественного копирования примитивов используется команда <массив>.

*Нанесение размеров* является одной из наиболее трудоемких операций. В AutoCAD предусмотрены следующие типы размеров: линейные, угловые, диаметральные, ординатные.

- Размер.
- Экранное меню: Tools

Изображения размеров содержат следующие составные элементы:

- размерную линию;
- стрелки;
- выносную линию;
- размерный текст;
- допуски;
- пределы;
- альтернативные единицы;
- выноски;
- маркер центра и осевые линии.

**Задание.** Выполнить чертеж в системе AutoCAD (в пространстве листа) (рис. 12.1).

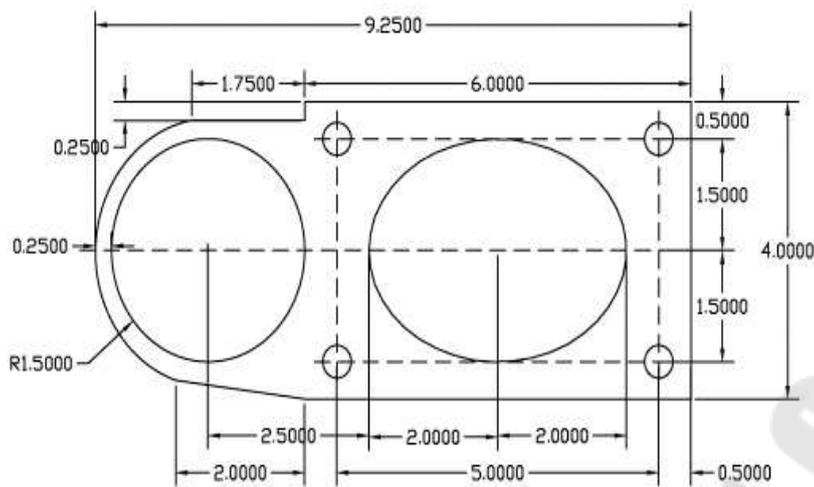


Рисунок 12.1. Чертеж детали

- 1) Осуществить запуск AutoCAD.
- 2) Включить сетку (F7).
- 3) На панели инструментов выбрать значок <окружность>.

Появится в командной строке приглашение ввести координаты:

центр: 3, 4

радиус: 1.

- 4) Начертить эллипс и маленькие окружности.

<Эллипс>

1-й конец оси: 5.5, 4

2-й конец оси: 9.5, 4

длина другой оси: 1.5.

<Окружность>

координаты центра: 5, 5.5

радиус: 0.22

Чтобы не чертить 4 одинаковых окружности используют функцию <массив> (Array) для размножения.

количество строк: 2

количество столбцов: 2

размер ячейки или расстояние между строками: - 3.0

расстояние между столбцами: 5.0.

- 5) Начертить дугу в крайней левой части чертежа с помощью команды <дуга>.

начальная точка дуги: 2.75, 5.75

средняя точка дуги: 1.25, 4

конечная точка дуги: 2.5, 2.25

- 6) Начертить полилинию.

<ломаная>

начальная точка: 2.5, 2.25

к точке: 4.5, 2  
10.5, 2  
10.5, 6  
4.5, 6  
4.5, 5.75  
2.75, 5.75.

7) На панели инструментов «Свойства объектов» сменить стиль линий и начертить осевые линии.

<Отрезок>

От точки: 1, 4  
10.75, 4.

От точки: 5, 5.875  
5, 2.125.

От точки: 4.65, 2.5  
10.35, 2.5.

Для размножения <Массив>:  
прямоугольный (для горизонт.)

количество строк: 2

количество столбцов: 1

расстояние: 3

прямоугольный (для вертикальн.)

количество строк: 1

количество столбцов: 2

расстояние: 5

8) Проставить размеры.

установить стиль:

геометрия: Длина стрелки: 0.3

надписи: Высота надписи: 0.25

отступ: 0.25 и др.

**Контрольные вопросы:**

1. Как нанести размеры на чертеж?
2. Назовите основные элементы размера.
3. Назовите графические примитивы и операции над ними.
4. Как осуществить множественное копирование примитива?

## Лабораторная работа № 13

### «Трехмерная графика в AutoCAD. Поверхностные объекты»

**Цель работы:** получение практических навыков формирования трехмерных объектов.

#### Краткие теоретические сведения

В геометрическом пространственном моделировании объект может представляться в виде:

- каркасной (проволочной);
- полигональной (поверхностной);
- объемной (твердотельной) моделей.

Каждый из этих подходов использует свои методы для создания и редактирования трехмерных объектов.

Конструктивными элементами *каркасной* модели являются ребра и точки.

При создании *полигональной* модели предполагается, что объекты ограничены поверхностями. Над полигональными моделями объектов можно выполнять логические операции:

- объединения;
- вычитания;
- пересечения.

В основу описания объекта *объемной* моделью положен принцип формирования объемной модели из элементарных объектов (базисных тел) с использованием логических операций:

- объединения;
- вычитания;
- пересечения.

Правило правой руки показывает направление оси  $Z$ . Для этого надо вытянуть большой палец правой руки в положительном направлении оси  $X$ , а указательный в положительном направлении оси  $Y$ , после чего согнуть остальные пальцы перпендикулярно ладони: они и укажут положительное направление оси  $Z$ .

Это правило используется также для определения положительного направления угла поворота: если охватить пальцами правой руки ось вращения, вытянув при этом большой палец в положительном направлении этой оси, то остальные пальцы укажут положительное направление отсчета угла поворота (т. е. против часовой стрелки при взгляде сверху).

*Поверхностные объекты:*

а) <Точка>. Задается координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Для создания примитива <точка> используется команда POINT (ТОЧКА).

б) <Отрезок>. При выполнении этой команды необходимо указать оба конца отрезка в трехмерных координатах.

в) Трехмерные полилинии. Команда 3DЛоманая предназначена для создания трехмерных полилиний составленных только из прямолинейных сегментов:

- **Черчение:** 3Dломаная.
- Draw 2.

Редактирование с помощью команды: **изменить:** Ломаная: PEDIT: запрос.

г) Пространственные грани.

- **Черчение:** поверхности: 3Dгрань.
- Draw 2

д) Трехмерные элементарные поверхности:

- **Черчение:** Поверхности: 3Dповерхности.
- Draw 2

е) Трехмерные многоугольные сети.

В AutoCAD предусмотрено несколько способов создания многоугольных сетей (поверхностей). Многоугольная сеть образует сетку, вершины которой определяются  $M \times N$  – матрицей, представляющей вершины как сетку из  $M$  рядов и  $N$  столбцов с  $m$  и  $n$ , определяющими ряд и столбец каждой вершины соответственно. Многоугольные сети можно создавать серией команд 3DСеть но каждая из них строит отдельный примитив *3М грань*.

Многоугольные сети более удобны в тех случаях, когда требуется нарисовать весь объект как единое целое.

- **Черчение:** Поверхности: 3DСеть.
- Draw 2.

Команда СОЕДИНЕНИЕ (RULSURF) предназначена для создания многоугольной сети, изображающей поверхность, натянутую на две заданные линии. Требуется указать два примитива, определяющих края поверхности соединения. Ими могут быть: отрезки, точки, круги, эллипсы, дуги, полилинии, сплайны. Если одна граница замкнута, то и другая граница тоже должна быть замкнутой. Одной из границ может быть точка, а другая – разомкнутая или замкнутая кривая линия. Поверхность соединения может перехлестнуться, если указать разнесенные точки (для замкнутых кривых точки указания не играют роли).

Команда СДВИГ (TABSURF) предназначена для соединения многоугольной сети, представляющей собой поверхность сдвига, заданную определенной кривой и направленным вектором. В качестве определяющей кривой могут быть отрезок, круг, эллипс, дуга, полилиния, сплайн.

Команда ВРАЩЕНИЕ (REVSURF) предназначена для создания поверхности вращения поворотом определяющей кривой вокруг собственной оси. Ось вращения может быть отрезок или незамкнутая полилиния (2-х или 3-х мерная).

Начальный угол определяет отступ начала поверхности от определяющей кривой.

Центральный угол задает угол поворота вокруг оси вращения.

**Задание 1.** Построить пространственную полилинию и выполнить ее сглаживание (рисунок 13.1).

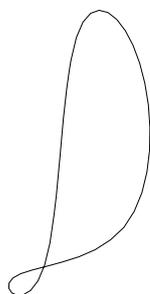


Рисунок 13.1. Полилиния (вид ЮВ)

*Черчение:* 3Dломаная.

Координаты вершин ломаной: 0,0,0  
2,2,0  
2,2,3  
1,1,4  
2,0,0  
(можно замкнуть).

Разбить экран на 4 вида: ЮВ, сверху, слева, спереди.

*Сглаживание:*

Изменить: ломаная: <S>

**Задание 2.** Построить два отсека поверхности по заданным координатам точек (рисунок 13.2).

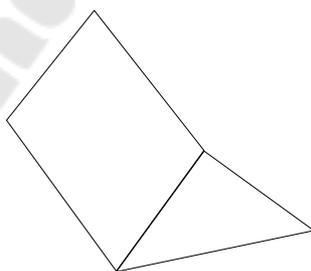


Рисунок 13.2. Поверхность (вид ЮВ)

*Черчение:* Поверхности: 3Dгрань.

Координаты вершин ломаной: 0,2,2.5  
0,0,1.5  
2.5,0,0  
2.5,2,1.2

5,2,1.

Разбить экран на 4 вида.

**Задание 3.** Построить фигуру с использованием параметрического параллелепипеда (рисунок 13.3).

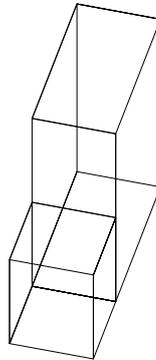


Рисунок 13.3. Фигура на основе параллелепипеда (вид ЮВ)

*Черчение:* *Поверхности:* *3Dповерхности:* *параметрический параллелепипед:*

угол ящика: 1, 1, 0

длина: 1

ширина: 2

высота: 2

угол поворота вокруг оси Z: 30.

Вох3D: 1, 1, 0

1

<c>

-60.

*Вид:* 3Dвиды: ЮВ.

**Задание 4.** Построить фигуру с использованием параметрических команд конус и полусфера (рисунок 13.4).

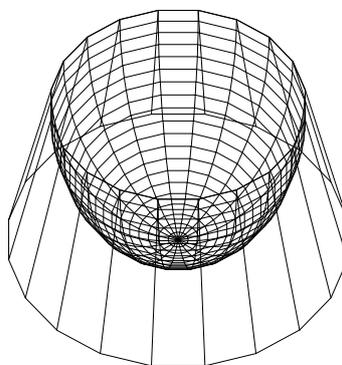


Рисунок 13.4. Фигура на основе конуса и полусферы (вид ЮВ)

*Черчение:* Поверхности: 3Dповерхности.

Чаша: центр: 2, 2, 1.5

$R=1.5$

число сегментов по долготе: 20 (параллели)

число сегментов по широте: 20 (меридианы).

*Вид:* 3Dвиды: ЮВ.

Конус: центр: 2, 2, 0

$R$  основания: 2

$R$  верх.: 1.5

высота: 1.5

количество сегментов: 20.

**Задание 5.** Построить линейчатую поверхность по 2 направляющим.  
Поверхность соединения (рисунок 13.5).

*Черчение:* Поверхность: Линейчатая поверхность.

Указать сплайн 1

Указать сплайн 2

<ENTER>.

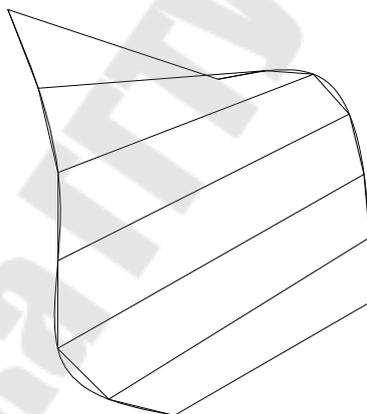


Рисунок 13.5. Поверхность соединения (вид сверху)

**Задание 6.** Построить поверхность сдвига (рисунок 13.6).

*Черчение:* Поверхность: Табулированная поверхность.

Выберите определяющую кривую (сплайн).

Выберите направляющий вектор (отрезок).

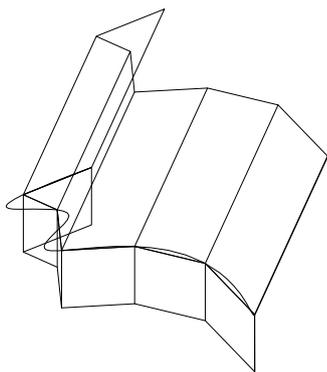


Рисунок 13.6. Поверхность сдвига (вид сверху)

**Задание 6.** Построить поверхность вращения (рисунок 13.7).

Нарисовать кривую сплайн.

Нарисовать ось – отрезок.

*Черчение:* Поверхность: Поверхность вращения.

Выберите определяющую фигуру.

Выберите ось вращения.

Начальный угол: 0.

Центральный угол: 200.

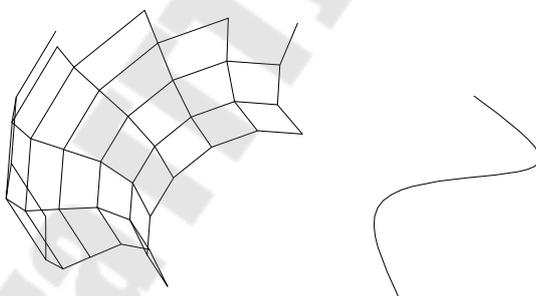


Рисунок 13.7. Поверхность вращения (вид сверху)

**Контрольные вопросы:**

1. Какими моделями можно представить объект? Какими конструктивными элементами они представляются?
2. Как задается направление оси Z и положительное направление угла поворота?
3. Какие команды используются для создания поверхностных объектов?

## Лабораторная работа № 14

### «Трёхмерная графика в AutoCAD. Твёрдотельные объекты»

**Цель работы:** получение практических навыков формирования трёхмерных объектов.

#### **Краткие теоретические сведения**

*Грань* – ограниченная часть поверхности. Поддерживается 5 типов граней: планарные, цилиндрические, конические, сферические, тороидальные.

Грани образуют твёрдотельную модель.

*Ребро* – элемент, ограничивающий грань.

Поддерживается 4 типа ребер: прямолинейные, эллиптические (круговые), параболические и гиперболические.

*Полупространство* – часть трёхмерного пространства, лежащая по одну сторону от поверхности. Имеет объем (в отличие от поверхности).

*Тело* – часть пространства, ограниченная замкнутой поверхностью, имеющая объем.

*Область* – часть плоскости, ограниченная одной или несколькими планарными гранями, которые называются границами.

*Составная область* – единая область, являющаяся результатом выполнения логических операций *объединения*, *вычитания*, *пересечения* нескольких областей.

*Объект* – общее имя области или тела, причем тип объекта не имеет значения: это может быть область, тело или составная модель.

Используется *модульный подход*.

Содержатся средства создания базовых объектов: для тел – объектов типа параллелепипеда, куба, цилиндра, тора, шара, клина или конуса; а для областей – любых примитивов, способных образовать замкнутый контур.

Предусмотрены средства *объединения* нескольких тел в одно для образования составного тела или составных областей; *вычитания* одного объекта (тела или области) из другого; *пересечения*.

Действия с телами всегда выполняются отдельно от областей.

Простейшие «кирпичики», из которых строятся сложные трёхмерные объекты, называются *твёрдотельными примитивами*.

К ним относятся: ящик, цилиндр, тор, шар.

С помощью соответствующих команд можно создать модели заданных размеров.

Примитивы заданной формы можно также создать путем «вдавливания и вращения» двухмерного объекта.

Команды: EXTRUDE (выдави); REVOLVE (вращай).

Запускаются команды:

*Черчение*: сплошные.

Draw 2.

Панель инструментов: Трехмерные объекты.

Команда <вращай> создает твердотельные объекты с помощью вращения существующих двухмерных объектов или областей вокруг заданной оси. Эта команда может создавать лишь один объект. Вращать можно полилинию, многоугольник, прямоугольник, круг, эллипс, область (трехмерные примитивы вращать нельзя).

*Замечание:* Полилиния и ось вращения могут соприкасаться, но не пересекаться. Команда <Выдави> позволяет создать твердотельные объекты «выдавливанием» (добавлением высоты) двухмерных примитивов. Выдавливать можно такие примитивы, как: полилиния, многоугольник, прямоугольник, круг, эллипс, замкнутый сплайн, кольцо и область. С помощью одной команды может быть выдавлено сразу несколько объектов. Полилиния с пересекающимися отрезками не могут быть выдавленными. При вводе положительного значения происходит выдавливание объектов вдоль положительной оси  $Z$  объектной системы координат.

Тело (или область), образуемое путем объединения нескольких простых объектов, называется *составным*. Составной объект может состоять или из простых тел, или из областей, но не из обоих сразу. Поэтому составной объект всегда имеет один из 2-х типов – либо это *составное тело*, либо *составная область*. Составной объект может состоять из примитивов, других составных объектов или из комбинации тех и других.

Для создания составных объектов из простых предусмотрены команды: Union (объедини); Intersect (пересеки); Subtract (вычти), которые вызываются:

Изменить: Правка объектов.

Команда <Объединение> позволяет создать новые составные тела или области из нескольких существующих тел или областей, в том числе не пересекающихся.

Команда <Вычти> позволяет создать новое составное тело или область путем вычитания одного объекта из другого.

Команда <Пересеки> создает новые составные тела и области при пересечении нескольких существующих объектов.

**Задание № 1.** Создать твердотельный примитив путем вращения (рисунок 14.1).

- 1) Создать двухмерный объект (замкнутая полилиния).
- 2) Панель инструментов: Трехмерные объекты: Нажать пиктограмму <вращение>.
- 3) Выберите объект.
- 4) Выберите ось вращения.
- 5) Выберите угол вращения.
- 6) Вид: 3Dвиды: ЮВ.

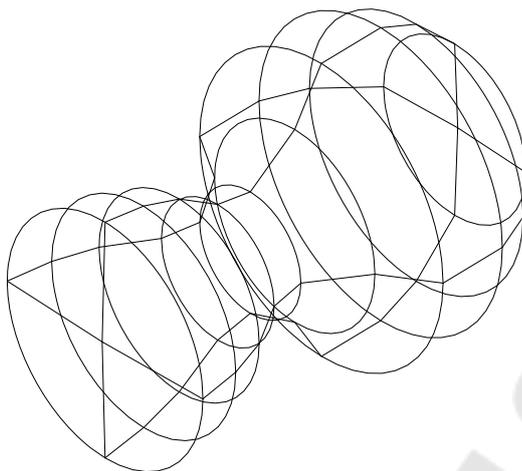


Рисунок 14.1. Тело вращения (вид сверху)

**Задание № 2.** Создать твердотельный примитив путем вдавливания (рисунок 14.2).

1) Создать двухмерный примитив *многоугольник*:

Число сторон: 4

Центр: 10,10,0

Вписанный

Радиусности: 20.

2) Панель инструментов: Трехмерные объекты: Нажать пиктограмму <Вдавить >.

3) Выберите объект.

4) Выберите траекторию (глубина вдавливания): 30.

5) Выберите угол сужения: 10.

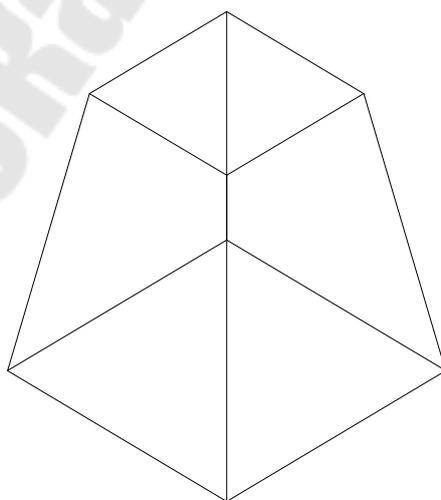


Рисунок 14.2. Вдавливание (вид ЮВ)

**Задание № 3.** Создать тело путем объединения твердотельных объектов (рисунок 14.3).

1) Панель инструментов: Трехмерные объекты: Ящик.

Создать ящик в начале координат.

Длина: 20

Ширина: 25

Высота: 30

Угол поворота: 0.

2) Создать новую систему координат:

Угол поворота вокруг оси Z: 0

Начало координат: 25, 15, 0.

3) Создать цилиндр в начале новой системы координат:

Центр: 0, 0, 0

R: 15

Высота: 20.

4) Вид: 3Dвиды: ЮВ.

5) Объединить объекты:

*Изменить:* Правка объектов: *Объединение.*

Выбрать объекты.

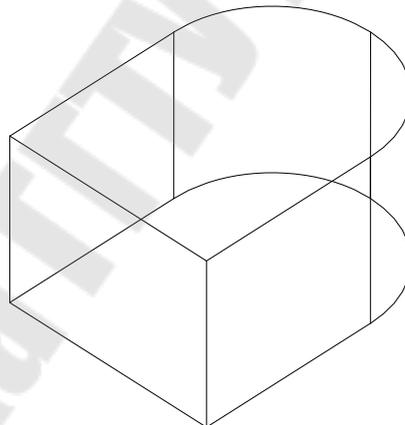


Рисунок 14.3. Объединение (вид ЮВ)

**Задание № 4.** Создать тело путем вычитания твердотельных объектов (рисунок 14.4).

1) Панель инструментов: Трехмерные объекты: Ящик.

Создать ящик в начале координат:

Длина: 20

Ширина: 25

Высота: 30

Угол поворота: 0.

2) Создать новую систему координат:

Угол поворота вокруг оси Z: 0

Начало координат: 25, 15, 0.

3) Создать цилиндр в начале новой системы координат:

Центр: 0, 0, 0

R: 15

Высота: 20.

*Вид:* 3Dвиды: ЮВ.

4) Объединить объекты:

*Изменить:* Правка объектов: *Объединение.*

Выбрать объекты.

5) Создать цилиндр в начале координат:

Центр: 0, 0, 0

R: 10

H: 20.

6) Вычитание:

*Изменить:* Правка объектов: *Вычитание.*

Выберите объект (исходный);

Выберите объект (цилиндр).

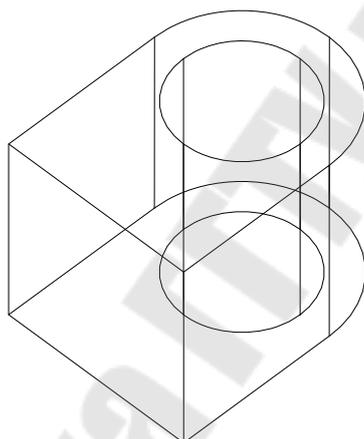


Рисунок 14.4. Вычитание (вид ЮВ)

**Задание № 5.** Создать тело путем пересечения твердотельных объектов (рисунок 14.5).

1) Создать шар в начале координат R=20.

2) Создать цилиндр в начале координат R=20.

3) *Изменить:* Правка объектов: Пересечение.

4) Выбрать, шар, цилиндр, ENTER.

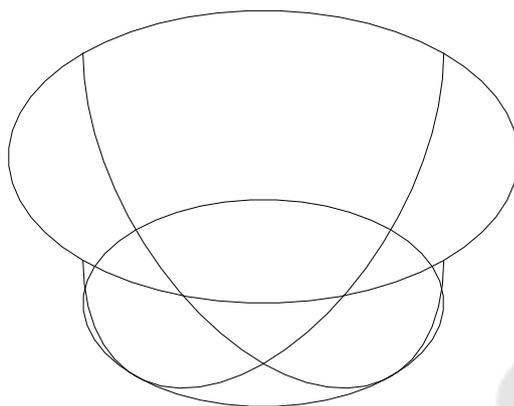


Рисунок 14.5. Пересечение (вид ЮВ)

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое модульный подход?
2. Какими командами пользуются для создания твердотельных примитивов, отличных от базовых?
3. Какие объекты называются составными? Какие команды используются для их создания?

## Лабораторная работа № 15

### «Применение AutoCAD для создание функциональных схем»

**Цель работы:** получение практических навыков создания электрических функциональных схем.

**Задание № 1.** Создать горизонтальный формат А3 с рамкой: отступ слева 20 мм, с остальных сторон 5 мм. В правом нижнем углу помещается основная надпись (рисунок 15.1).

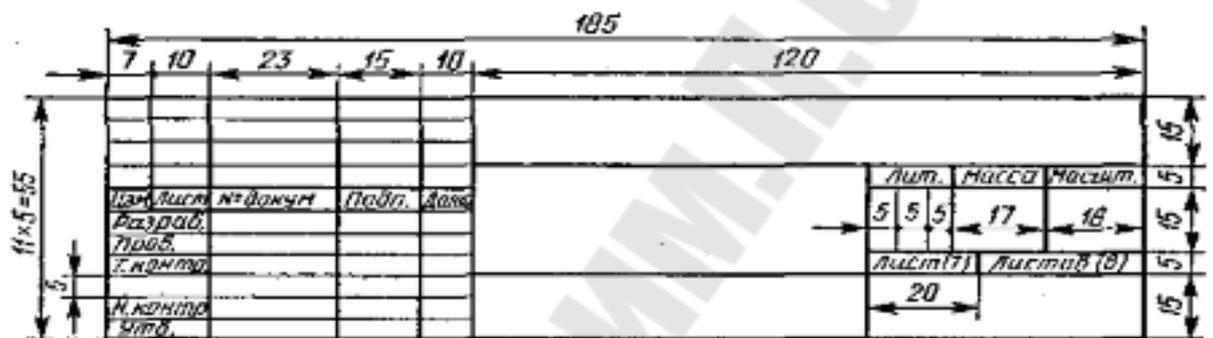


Рисунок 15.1. Основная надпись формата

**Задание № 2.** Заполнить основную надпись.

**Задание № 3.** Начертить функциональную схему по вариантам согласно таблицы 1.2 (лабораторная работа №1).

## Лабораторная работа № 16

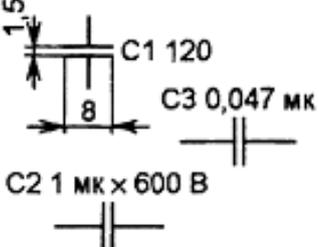
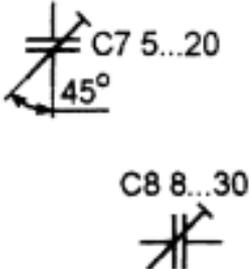
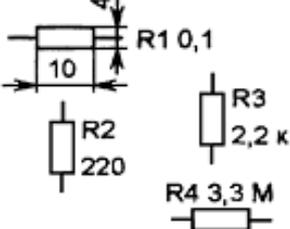
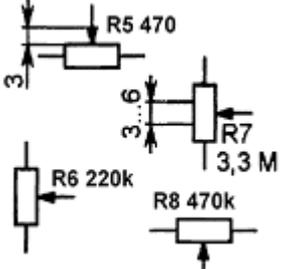
### «Применение AutoCAD для создание условного графического обозначения электрических элементов»

**Цель работы:** получение практических навыков создания условного графического обозначения электрических элементов.

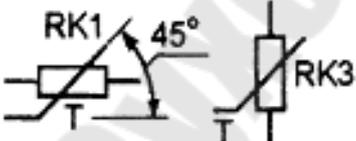
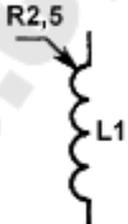
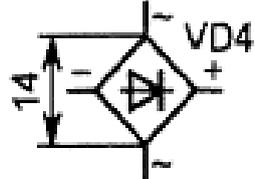
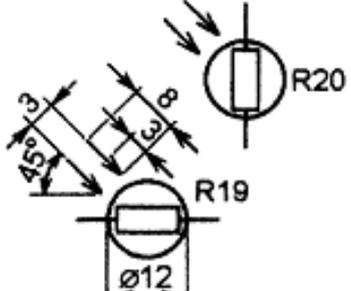
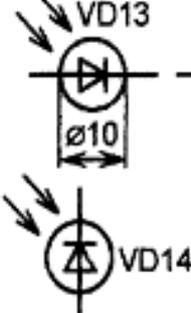
**Задание № 1.** Создать горизонтальный формат А3 с рамкой и основной надписью (аналогично п. 1 и 2 лабораторной работы №15).

**Задание № 2.** Начертить УГО следующих электрических элементов, указанные в таблице 16.1.

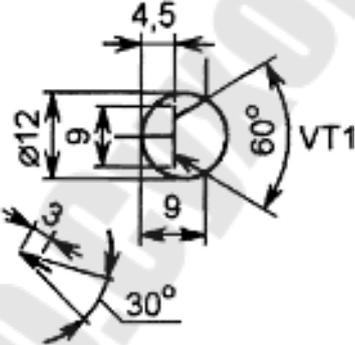
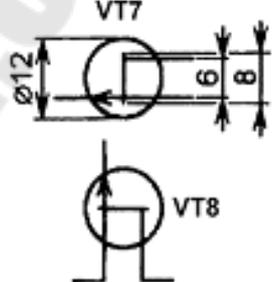
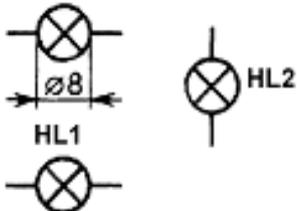
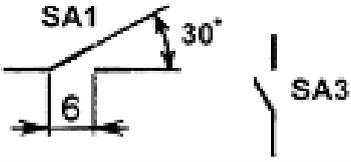
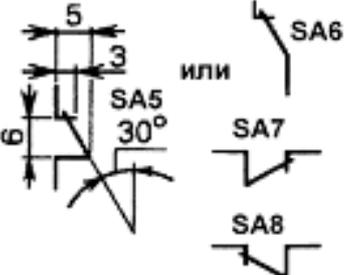
Таблица 16.1

Наименование	Рисунок
Конденсатор постоянной емкости	
Конденсатор подстроечный	
Резистор постоянный	
Резистор переменный	

Продолжение таблицы 16.1

Терморезистор	
Катушка индуктивности	
Диод	
Диодный мост	
Фоторезистор	
Фотодиод	

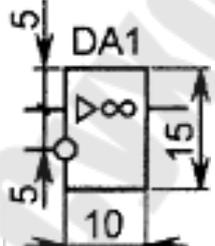
Продолжение таблицы 16.1

Транзистор p-n-p	
Транзистор полевой с p-каналом	
Транзистор полевой с изолированным затвором и p-каналом	
Лампа накаливания	
Контакт замыкающий	
Контакт размыкающий	

Продолжение таблицы 16.1

<p>Реле электромагнитное</p>	
<p>Контакт разборного и неразборного соединений</p>	
<p>Штырь и гнездо разъемного соединения</p>	
<p>Вилка и розетка разъемного соединителя</p>	
<p>Резонатор кварцевый</p>	
<p>Элемент логический</p>	
<p>Индикатор цифровой</p>	

Продолжение таблицы 16.1

Усилитель операционный																																																																																																								
Микроконтроллер	<p style="text-align: center;">DD2 MSC1211Y5</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;"></th> <th style="width: 15%;">EA</th> <th style="width: 15%;">MCU</th> <th style="width: 15%;"></th> <th style="width: 10%;"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>48</td> <td>EA</td> <td rowspan="7">MCU</td> <td>P2.2</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td></td> <td>RST</td> <td>P2.3</td> <td>37</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td></td> <td>P2.4</td> <td>38</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>RXD0</td> <td>P2.5</td> <td>39</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>TXD0</td> <td>P2.6</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>P2.7</td> <td>43</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>AIN0</td> <td>P0.7</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>19</td> <td>AIN1</td> <td>P3.3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>29</td> <td>REF</td> <td></td> <td>VDACO</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>IN-</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>OUT</td> <td></td> <td>DVDD</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>54</td> <td>P0.0</td> <td></td> <td></td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>53</td> <td>P0.1</td> <td></td> <td></td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>52</td> <td>P0.2</td> <td></td> <td></td> <td>42</td> </tr> <tr> <td>51</td> <td>P0.3</td> <td></td> <td></td> <td>58</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>P0.4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>48</td> <td>P0.5</td> <td></td> <td>DGND</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>41</td> </tr> <tr> <td>44</td> <td>MODCLK</td> <td></td> <td></td> <td>57</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>AVDD</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>XIN</td> <td></td> <td>AGND</td> <td>27</td> </tr> </tbody> </table>		EA	MCU			48	EA	MCU	P2.2	36		RST	P2.3	37	13		P2.4	38	3	RXD0	P2.5	39	4	TXD0	P2.6	40			P2.7	43	18	AIN0	P0.7	48	19	AIN1	P3.3	8	29	REF		VDACO	17	30	IN-					OUT		DVDD	11	54	P0.0			14	53	P0.1			15	52	P0.2			42	51	P0.3			58	50	P0.4				48	P0.5		DGND	12					41	44	MODCLK			57				AVDD	28	2	XIN		AGND	27
	EA	MCU																																																																																																						
48	EA	MCU	P2.2	36																																																																																																				
	RST		P2.3	37																																																																																																				
13			P2.4	38																																																																																																				
3	RXD0		P2.5	39																																																																																																				
4	TXD0		P2.6	40																																																																																																				
			P2.7	43																																																																																																				
18	AIN0		P0.7	48																																																																																																				
19	AIN1	P3.3	8																																																																																																					
29	REF		VDACO	17																																																																																																				
30	IN-																																																																																																							
	OUT		DVDD	11																																																																																																				
54	P0.0			14																																																																																																				
53	P0.1			15																																																																																																				
52	P0.2			42																																																																																																				
51	P0.3			58																																																																																																				
50	P0.4																																																																																																							
48	P0.5		DGND	12																																																																																																				
				41																																																																																																				
44	MODCLK			57																																																																																																				
			AVDD	28																																																																																																				
2	XIN		AGND	27																																																																																																				

## Лабораторная работа № 17

### «Применение AutoCAD для создание электрических схем»

**Цель работы:** получение практических навыков создания принципиальных электрических схем.

**Задание № 1.** Создать горизонтальный формат А3 с рамкой и основной надписью (аналогично п. 1 и 2 лабораторной работы №15).

**Задание № 2.** Начертить схемы принципиальные электрические, выданные преподавателем. Пример схемы представлен на рисунке 17.1.

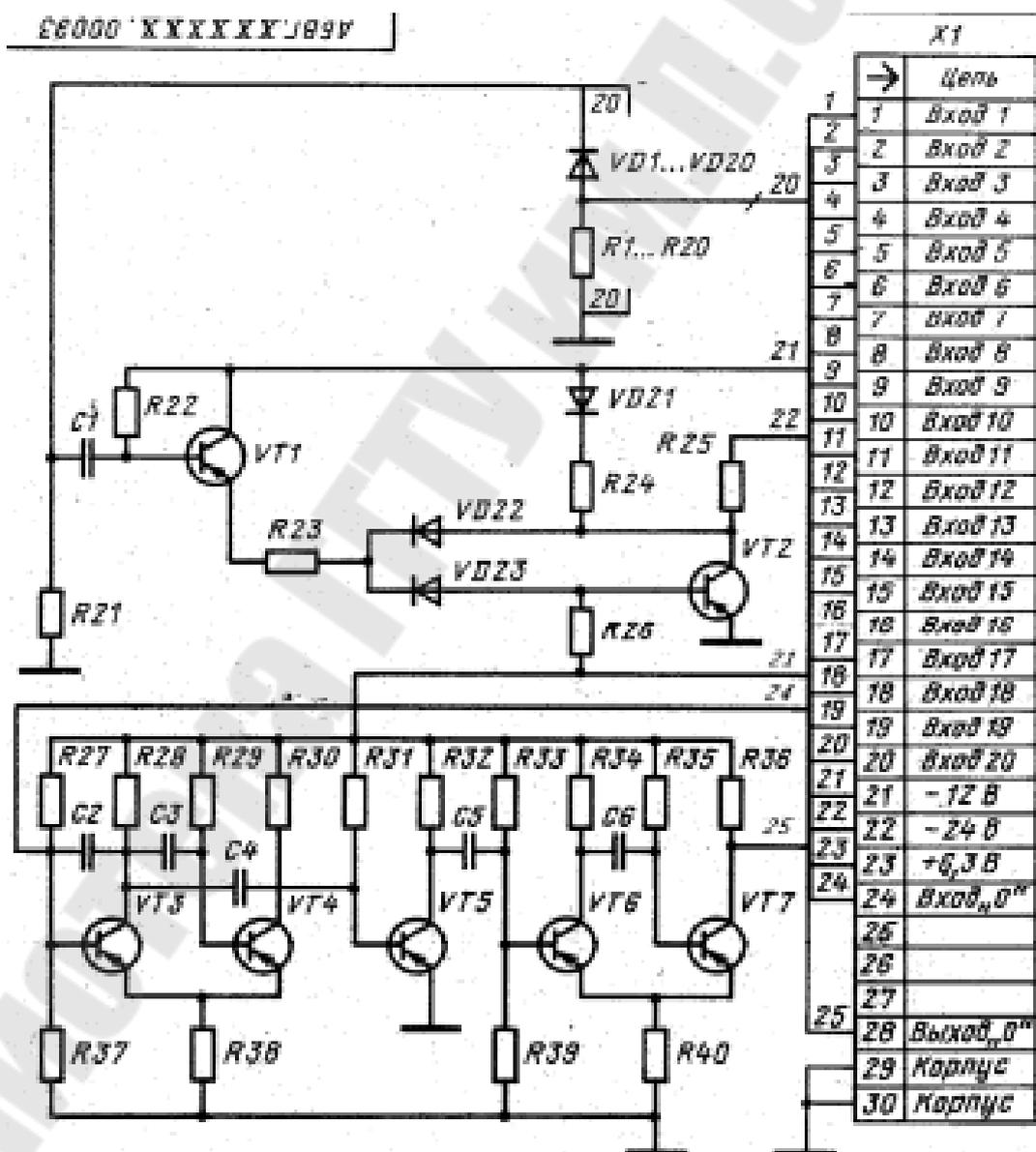


Рисунок 17.1. Схема электрическая принципиальная

## СОДЕРЖАНИЕ

№ л.р.	Название лабораторной работы	Стр.
1	ОСНОВЫ РАБОТЫ В MS WORD	3
2	РАБОТА С ПРОЦЕССОРОМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ EXCEL	17
3	БАЗОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MATHCAD	49
4	ВЫЧИСЛЕНИЕ СУММ, ПРОИЗВЕДЕНИЙ, ПРОИЗВОДНЫХ, ИНТЕГРАЛОВ	60
5	РАБОТА С ВЕКТОРАМИ И МАССИВАМИ	69
6	ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ	77
7	РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ	89
8	ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ	102
9	РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ	111
10	ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ПАКЕТЕ MATHCAD	120
11	ВВЕДЕНИЕ В AUTOCAD	126
12	ФОРМИРОВАНИЕ ДВУХМЕРНЫХ ЧЕРТЕЖЕЙ	132
13	ТРЕХМЕРНАЯ ГРАФИКА В AUTOCAD. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ОБЪЕКТЫ	135
14	ТРЕХМЕРНАЯ ГРАФИКА В AUTOCAD. ТВЕРДОТЕЛЬНЫЕ ОБЪЕКТЫ	141
15	ПРИМЕНЕНИЕ AUTOCAD ДЛЯ СОЗДАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ	147
16	ПРИМЕНЕНИЕ AUTOCAD ДЛЯ СОЗДАНИЯ УСЛОВНОГО ГРАФИЧЕСКОГО ОБОЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ	148
17	ПРИМЕНЕНИЕ AUTOCAD ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ	153

**Храмов Александр Сергеевич  
Литвинов Дмитрий Александрович**

**АППАРАТНЫЕ И ПРОГРАММНЫЕ  
СРЕДСТВА ПЭВМ**

**Лабораторный практикум  
по одноименной дисциплине для студентов  
специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника»  
дневной и заочной форм обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку  
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного  
учебно-методического документа 18.12.12.

Рег. № 34Е.  
<http://www.gstu.by>