

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Промышленная электроника»

ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

по курсу

«Методы обработки информационных сигналов»

для студентов специальности 1-36 04 02

«Промышленная электроника»

дневной формы обучения

Гомель 2009

УДК 621.37.621(075.8)
ББК 32.849я73
Х20

*Рекомендовано научно-методическим советом
факультета автоматизированных и информационных систем
ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 3 от 08.12.2008 г.)*

Составитель: В. В. Щуплов

Рецензент: доц. каф. «Автоматизированный электропривод»
ГГТУ им. П. О. Сухого канд. техн. наук *М. Н. Погуляев*

Х20 **Характеристики случайных сигналов** : лаборатор. практикум по курсу «Методы обработки информационных сигналов» для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» днев. формы обучения / сост. В. В. Щуплов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2009. – 39 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Даны основные теоретические сведения, необходимые для выполнения работ, а также краткое описание правил моделирования электронных систем в пакете визуального динамического моделирования SIMULINK. Рассмотрены преобразование случайных сигналов в радиотехнических устройствах и экспериментальное определение их статистических характеристик. Приведены необходимые графики и формулы, поясняющие теоретический материал.

Для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» дневной формы обучения.

УДК 621.37.621(075.8)
ББК 32.849я73

© Щуплов В. В., составление, 2009
© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2009

Министерство образования республики беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический университет
имени П.О.Сухого»

Кафедра «Промышленная электроника»

В. В. Щуплов

ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ
Лабораторный практикум
по курсу «Методы обработки информационных сигналов»
для студентов дневной формы обучения по специальности 1-36 04 02
«Промышленная электроника»

Гомель 2008

УДК 621.37.621

ББК 32.849

Авторы-составители: Щуплов В.В.

Лабораторный практикум по курсу «Методы обработки информационных сигналов» для студентов дневной формы обучения по специальности 1-36 04- 02 «Промышленная электроника»
Гомель: УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», 2008. – 41 с.

Рецензент: к.т.н., доцент Погуляев М. Н.

В лабораторном практикуме даются краткие теоретические сведения необходимые для выполнения работ, а также краткое описание правил моделирования электронных систем в пакете визуального динамического моделирования SIMULINK. Рассмотрено преобразование случайных сигналов в радиотехнических устройствах и экспериментальное определение их статистических характеристик.

Приведены необходимые графики и формулы, поясняющие теоретический материал.

Для студентов дневной формы обучения по специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» УО «ГГТУ им. П.О. Сухого».

© Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

Лабораторная работа 1

АНАЛИЗАТОР СПЕКТРА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Цель работы: знакомство с пакетом визуального динамического моделирования SIMULINK, создание моделей систем обработки сигналов, их отладка и проведение экспериментов с полученными моделями.

Краткие сведения

SIMULINK представляет собой расширение системы MATLAB и предназначен для моделирования динамических систем, например таких, как системы радиотехнического профиля, системы регистрации и обработки данных, управления, контроля и т.д. Системы могут быть непрерывными, дискретными или смешанными. Работа с SIMULINK состоит из трех этапов: создание модели, отладка и экспериментальная апробация модели.

Разработка моделей средствами SIMULINK (S-моделей) основана на технологии drag-and-drop (перетащить и оставить). В качестве «кирпичей» для построения S-моделей используются модули (или блоки), хранящиеся в библиотеке SIMULINK.

Модель представляет собой совокупность блоков, соединенных линиями передачи данных. Манипулируя компонентами библиотек только с помощью мыши, можно строить модели любой сложности. Копирование блоков в создаваемую модель допускается как из встроенных библиотек, так и с любых других библиотек или моделей. После создания и отладки модели запускать ее на выполнение можно как с помощью команд меню SIMULINK, так и из командной строки MATLAB.

Для построения моделей радиофизических систем будет использован узкополосный резонансный фильтр 2-го порядка, характеристики которого задаются коэффициентами блока Zero-Pole библиотеки Linear. Симметричный фильтр 2-го порядка с единичным коэффициентом усиления на резонансной частоте f_0 имеет передаточную характеристику

$$H(s) = \frac{2\omega_0\xi s}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{ks}{(s-s_1)(s-s_2)},$$

где $s_1 = -\omega_0\xi + i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$, $s_2 = -\omega_0\xi - i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$ — комплексно сопряженные полюса фильтра (корни знаменателя передаточной функции); $k = 2\omega_0\xi$ — нормирующий коэффициент; $\xi = 1/2Q$ — коэффициент затухания, Q — добротность фильтра; $s = i\omega$ — комплексная переменная; $\omega_0 = 2\pi f_0$.

Представленный фильтр имеет один ноль (корень числителя передаточной характеристики) равный нулю.

Порядок выполнения

1. Запуск SIMULINK: в командной строке MATLAB после символа << набрать **simulink** и нажать клавишу **Enter**.

2. Изучить содержимое стандартных библиотек блоков: в окне **simulink** раскрыть библиотеки **Sources**, **Sinks**, **Linear**.

3. Работа с демонстрационной программой **Sums & Products**: в окне **simulink** два щелчка мышью по блоку **Extrac/ DEMOS** (SIMULINK demos.)/ **Sums & Products/** в окне **sumprod Simulation/ Start/** "раскрыть" последовательно блоки генерации сигналов (Signal Gen.) и индикаторы (Scope), провести сравнительный анализ вида и параметров входных и выходных сигналов/ **Simulation / Stop/** закрыть окно **sumprod**. Выполнение команд **Simulation/ Stop** необходимо для корректного выполнения закрытия окна **sumprod**.

4. Создание модели "Генератор сигнала и индикатор", приведенной на рис. 1:

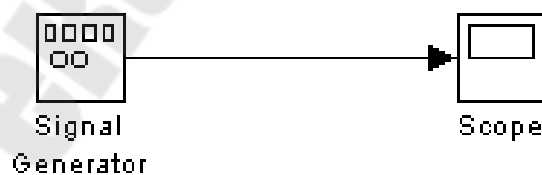


Рис.1. Модель "Генератор сигнала и индикатор"

– Создать рабочее окно **untitled**: в окне **simulink** выполнить команды: **File/ New**.

– В окне **simulink** раскрыть библиотеку **Sources**, выделить мышью блок **Signal Gen.** и перетащить его в окно **untitled**.

– В окне **simulink** раскрыть библиотеку **Sinks**, выделить мышью блок **Scope** и перетащить его в окно **untitled**.

- Соединить блоки в окне **untitled**, проведя мышью линию от выхода блока **Signal Gen.** к входу блока **Scope**, при этом стрелка укажет направление передачи информации.
- Установить параметры отдельных блоков: двойной щелчок по блоку **Signal Gen.**/ выбрать синусоиду, установить **Frequency: 10** и **Peak: 1**; двойной щелчок по блоку **Scope**/ установить **Horizontal Range: 6.28**, **Vertical Range: 1**.
- Установить параметры моделирования: **Simulation/ Parameters.../ Euler/ Start Time: 0.0**, **Stop Time: 999999**, **Min Step Size: 0.001**, **Max Step Size: 0.0001**, **Tolerance: 1e-3**.
- Запустить модель на выполнение: **Simulation/ Parameters.../ Start**. Во время работы можно менять параметры блоков модели, не останавливая процесс моделирования. Например, дважды щелкнув по блоку **Signal Gen.**, можно изменить вид сигнала и/или его частоту.

5. Создание модели "Детектор", представленной на рис. 2:

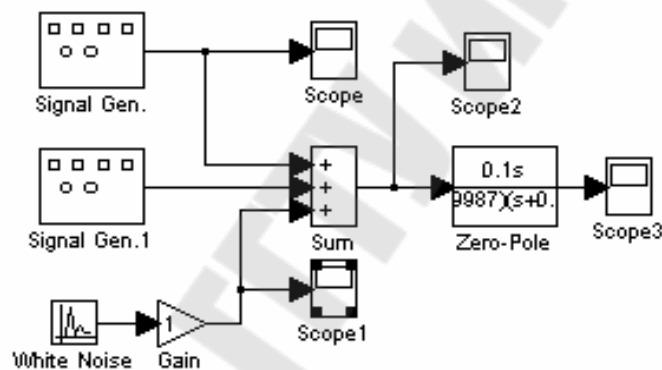


Рис.2

- Создать новое рабочее окно **untitled**: **File/ New**.
- В окне **simulink** раскрыть библиотеку **Sources**, выделить мышью блок **Signal Gen.** и перетащить его в окно **untitled**, а затем аналогично поступить с блоком **White Noise**.
- В окне **simulink** раскрыть библиотеку **Sinks**, выделить мышью блок **Scope** и перетащить его в окно **untitled**.
- В окне **simulink** раскрыть библиотеку **Linear**, выделить блок **Zero-Pole** и перетащить его мышью в окно **untitled**, а затем то же самое сделать с блоком **Sum** и блоком **Gain**.
- Дублирование блоков: блоки **Scope** и **Signal Gen.** в окне **untitled** удваиваются, если при их перетаскивании мышью удерживать нажатой клавишу **Ctrl**.
- Соединить блоки: перед соединением блоков линиями необходимо, чтобы сумматор **Sum** имел три входа. Для этого нужно сделать

двойной щелчок по блоку **Sum**/ установить **List of signs: +++/ Ok**; ответвления от линий можно рисовать, удерживая клавишу **Ctrl**, а удаление неудачно или неправильно проведенных линий или вставленных блоков производится клавишей **Delete** предварительно выделенных одного или нескольких элементов.

– Установить параметры отдельных блоков модели: для блока **Signal Gen.** выбрать синусоиду, установить **Frequency: f_1** , **Peak: 1**; для блока **Signal Gen.1** – такие же параметры, только **Frequency: f_2** ; для блока **White Noise** установить **Unitial Seed**: произвольное целое число; для блока **Gain** – **Gain: K** ; для блока **Zero-Pole** устанавливаем значения параметров при $f_0 = f_1$ и $\xi = 0.005$: **Zeros: $[0]$** , **Pole: $[-f_0 * 0.005 + i * f_0 * 0.9999875 - f_0 * 0.005 - i * f_0 * 0.999875]$** , **Gain: $[f_0 * 0.01]$** ; для индикатора **Scope1** устанавливаем: **Vertical Range: $3K$** ; для индикатора **Scope2** устанавливаем: **Vertical Range: $2+3K$** ; для индикатора **Scope3** и **Scope** – **Vertical Range: 1**. Для всех индикаторов устанавливаем **Horizontal Range: 6.28**. Значения параметров f_1 , f_2 и K выбираются из таблицы 5.1 в соответствии с выполняемым вариантом.

– Установить параметры моделирования, аналогичные параметрам предыдущей модели.

– Запустить модель на выполнение: **Simulation/ Parametrs.../ Start**.

6. Создание модели "Анализатор спектра периодических сигналов", представленного на рис. 3.

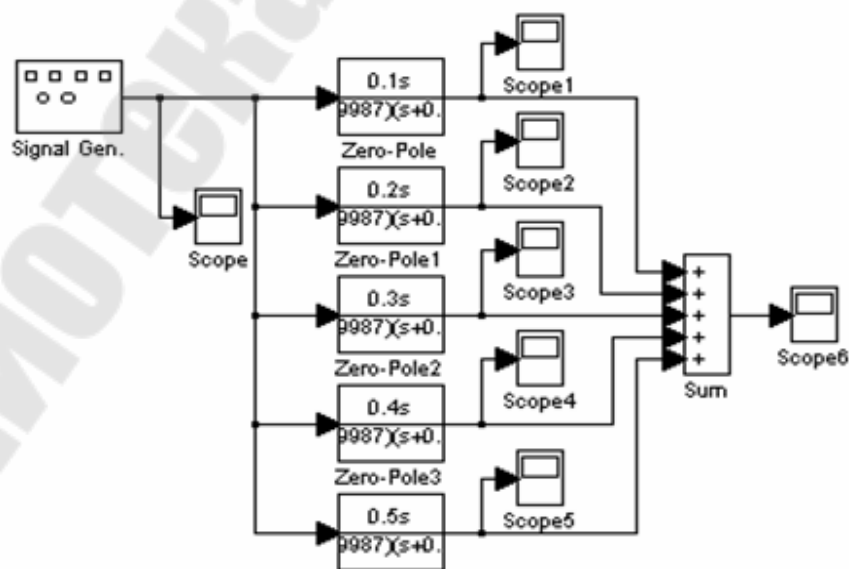


Рис.3. Модель "Анализатор спектра"

Анализатор спектра периодических сигналов производит разложение в ряд Фурье (по пяти составляющим) периодических сигналов (меандр или пилообразный сигнал), затем восстанавливает его по пяти гармоникам.

– Создать новое рабочее окно **untitled: File/ New**.

– Копирование из библиотек нужных блоков, их дублирование и соединение в окне **untitled** производится так же, как и при создании предыдущей модели. При этом дублирование рациональнее производить после установки параметров первого дублируемого блока.

– Установить параметры отдельных блоков модели: для блока **Signal Gen.** выбрать **меандр**, установить **Frequency: f_1 , Peak: 1**; для всех индикаторов **Scope** установить **Horizontal Range: 6.28, Vertical Range: 1**; для всех блоков **Zero-Pole** устанавливаем значения параметров при $f_0 = f_1$ и $\xi = 0.005$: **Zeros: $[0]$, Pole: $[-k * f_0 * 0.005 + i * k * f_0 * 0.9999875] - k * f_0 * 0.005 - i * k * f_0 * 0.9999875]$** ,

Gain: $[k * f_0 * 0.01]$, где $k = 1, 2, \dots, 5$ – номер блока. Значение параметра f_1 выбираются из таблицы 1 в соответствии с выполняемым вариантом.

Таблица 1

Вариант	f_1	f_2	K	Вариант	f_1	f_2	K
1	10	15	1	11	15	10	4
2	12	20	2	12	20	12	3
3	15	25	1.5	13	25	15	2
4	20	10	3	14	10	20	1
5	25	15	4	15	15	25	5
6	8	16	5	16	16	10	3
7	5	12	1	17	12	6	2
8	7	12	2	18	14	8	1
9	10	15	3	19	17	10	2
10	17	8	4	20	8	15	3

– Установить параметры моделирования, аналогичные параметрам предыдущей модели.

– Запустить на выполнение (**Simulation/ Parametrs.../ Start**) модель анализатора для сигнала меандр, затем для пилообразного сигнала. Для лучшей визуализации результатов динамического моделирования все шесть графических окон **Scope** можно разместить без их перекрытия на экране.

Форма отчета. М-файлы, реализующие три модели, представленные в разделе "Порядок выполнения", графики осциллограмм (см. рис. 3).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

Исследование статистических характеристик случайных сигналов

Цель работы: Приобрести первичные навыки в исследовании статистических характеристик случайных сигналов. Экспериментально определить законы распределения случайных сигналов на выходе линейных и нелинейных радиотехнических цепей.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. Классификация радиотехнических цепей

Радиотехнические цепи, применяемые для преобразования сигналов, весьма разнообразны по своему составу, структуре и характеристикам. В процессе их разработки и аналитического исследования используют различные математические модели, удовлетворяющие требованиям адекватности и простоты. В общем случае, любую радиотехническую цепь можно описать формализованным соотношением, определяющим преобразование входного сигнала $x(t)$ в выходной $y(t)$, которое символически можно представить в виде

$$y(t) = T[x(t)],$$

где T - оператор, упорядочивающий правило, по которому осуществляется преобразование входного сигнала.

Таким образом, в качестве математической модели радиотехнической цепи может служить совокупность оператора T и двух множеств $X = \{x_i(t)\}$ и $Y = \{y_i(t)\}$ сигналов на входе и выходе цепи так, что

$$\{y_i(t)\} = T\{x_i(t)\}.$$

По виду преобразования входных сигналов в выходные, то есть по виду оператора T , производят классификацию радиотехнических цепей.

Радиотехническая цепь, является линейной, если оператор T таков, что цепь удовлетворяет условиям аддитивности и однородности, то есть справедливы равенства

$$T[\sum_i x_i(t)] = \sum_i T[x_i(t)] \quad : \quad T[c \bullet x_i(t)] = c \bullet T[x_i(t)]$$

где c - константа.

Эти условия выражают суть принципа суперпозиции, свойственного только линейным цепям.

Функционирование линейных цепей описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Характерно, что линейное преобразование сигнала любой формы не сопровождается появлением в спектре выходного сигнала гармонических составляющих с новыми частотами, то есть не приводит к обогащению спектра сигнала.

Радиотехническая цепь является *нелинейной*, если оператор T не обеспечивает выполнение условий аддитивности и однородности. Функционирование таких цепей описывается нелинейными дифференциальными уравнениями.

Структурно линейные цепи содержат только линейные устройства (усилители, фильтры, длинные линии и др.). Нелинейные цепи содержат одно или несколько нелинейных устройств (генераторы, детекторы, умножители, ограничители и др.)

По характеру временной зависимости выходного сигнала от входного различают инерционные и безынерционные радиотехнические цепи.

Радиотехническая цепь, значение выходного сигнала которой $y(t)$ в момент $t=t_0$ зависит не только от значения входного сигнала $x(t)$ в этот момент времени, но и от значений $x(t)$ в моменты времени, предшествовавшие моменту t_0 называется инерционной цепью. Если значение выходного сигнала $y(t)$ и момент $t=t_0$ полностью определяется значением $x(t)$ в тот же момент времени t_0 , то такая цепь называется безынерционной.

2. Преобразование случайных процессов в линейных цепях

Задача преобразования случайных процессов в линейных радиотехнических цепях в общем случае рассматривается в следующей постановке. Пусть на вход линейной цепи с частотной

характеристикой $K(j\omega)$ поступает случайный процесс $x(t)$ с заданными статистическими свойствами. Требуется определить статистические характеристики случайного процесса $y(t)$ на выходе цепи. В зависимости от анализируемых характеристик случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$ рассматривают два варианта общей задачи:

1. Определение энергетического спектра и корреляционной функции случайного процесса на выходе линейной цепи.

2. Определение законов распределения вероятностей случайного процесса на выходе линейной цепи.

Наиболее простой является, первая задача. Решение ее в частотной области основано на том, что энергетический спектр случайного процесса на выходе линейной цепи $W_y(\omega)$ в стационарном режиме равен энергетическому спектру входного процесса $W_x(\omega)$, умноженному на квадрат модуля частотной характеристики цепи, то есть

$$W_y(\omega) = W_x(\omega) \cdot |K(j\omega)|^2 \quad (1)$$

Известно, что энергетический спектр $W_x(\omega)$ случайного процесса $x(t)$ с математическим ожиданием $m_x = 0$ связан с его ковариационной функцией $B_x(\tau)$ преобразованиями Фурье, то есть

$$W_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2)$$

$$B_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega$$

Следовательно, ковариационную функцию $B_y(\tau)$ случайного процесса на выходе линейной цепи можно определить следующим образом:

$$B_y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_y \cdot e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) |K(j\omega)|^a e^{j\omega\tau} d\omega \quad (3)$$

$$R_y(\tau) = B_y(\tau) + m_y^a$$

При этом дисперсия D_y и математическое ожидание m_y выходного случайного процесса равны

$$D_y = R_y(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(w) |K(jw)|^a dw \quad (4)$$

$$m_y = m_x \cdot K(0)$$

где m_x - математическое ожидание входного случайного процесса:

$K(0)$ - коэффициент передачи линейной цепи по постоянному току, то есть

$$K(0) = K(jw)_{/w} = 0$$

Формулы (1,2,3,4) представляют собой по сути дела полное решение поставленной задачи в частотной области.

Метода решения второй задачи, который позволял бы непосредственно находить плотность вероятности процесса $y(t)$ на выходе линейной инерционной цепи по заданной плотности вероятности процесса $x(t)$ на входе, в общем виде не существует. Решается задача только для некоторых частных случаев и для случайных процессов с гауссовским (нормальным) законом распределения, а также марковских случайных процессов.

Применительно к процессу с нормальным законом распределения решение упрощается на том основании, что при линейном преобразовании такого процесса закон распределения не изменяется. Поскольку нормальный процесс полностью определяется математическим ожиданием и корреляционной функцией, то для нахождения плотности вероятности процесса достаточно вычислить его математическое ожидание и корреляционную функцию.

Закон распределения вероятностей сигнала на выходе линейной безынерционной цепи совпадает в функциональном смысле с законом распределения входного сигнала. Изменяются только некоторые его параметры. Так, если линейная безынерционная цепь реализует функциональное преобразование вида $y(t) = a \cdot x(t) + b$, где a и b - постоянные коэффициенты, то плотность вероятности $p(y)$ случайного процесса на выходе цепи определяется по известной формуле функционального преобразования случайных процессов

$$p(y) = \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|} = \frac{p\left(\frac{y-b}{a}\right)}{|a|}$$

где $p(x)$ - плотность вероятности случайного процесса $x(t)$ на входе цепи.

В некоторых случаях приближенно решить задачу определения вероятностных характеристик случайного процесса на выходе инерционных цепей позволяет использование эффекта нормализации случайного процесса инерционными системами. Если негауссовский процесс $x(t_1)$ с интервалом корреляции τ_k воздействует на инерционную линейную цепь с постоянной времени $\tau \gg \tau_k$ (при этом ширина энергетического спектра случайного процесса $x(t)$ больше полосы пропускания цепи), то процесс $y(t)$ на выходе такой цепи приближается к гауссовскому по мере увеличения отношения τ / τ_k . Этот результат называется эффектом нормализации случайного процесса. Эффект нормализации проявляется тем сильнее, чем уже полоса пропускания цепи.

3. Преобразование случайных процессов в нелинейных цепях

Нелинейные инерционные преобразования рассматриваются в ходе анализа нелинейных цепей, инерционностью которых при заданных воздействиях нельзя пренебрегать. Поведение таких цепей описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, общих методов решения которых не существует. Поэтому задачи, связанные с исследованием нелинейных инерционных преобразований случайных процессов, почти всегда решают приближенно, пользуясь различными искусственными приемами.

Один из таких приемов состоит в представлении нелинейной инерционной цепи комбинацией линейной инерционной и нелинейной безынерционной цепей. Задача исследования воздействия случайных процессов на линейную цепь рассматривалась выше. Было показано, что в этом случае достаточно просто определить спектральную плотность (или корреляционную функцию) выходного сигнала, но сложно - закон распределения. В нелинейных безынерционных цепях основная трудность состоит в нахождении корреляционной функции. При этом общих методов анализа воздействия случайных сигналов на нелинейные цепи нет. Ограничиваются решением некоторых частных задач, представляющих практический интерес.

3.1. Статистические характеристики случайного процесса на выходе нелинейных цепей

Рассмотрим преобразование случайного процесса с одномерной плотностью вероятности нелинейной безынерционной цепью с характеристикой

$$y = f(x).$$

Очевидно, что любая реализация случайного процесса $x(t)$ преобразуется в соответствующую реализацию нового случайного процесса $y(t)$, то есть

$$y(t) = f[x(t)].$$

3.1.1. Определение закона распределения случайного процесса $y(t)$

Пусть известна плотность вероятности $p(x)$ случайного процесса $x(t)$. Необходимо определить плотность вероятности $p(y)$ случайного процесса $y(t)$. Рассмотрим три характерных случая.

1. Функция $y = f(x)$ нелинейной цепи определяет однозначное соответствие между $x(t)$ и $y(t)$. Полагаем, что существует обратная функция $x = \varphi(y)$, которая также определяет однозначное соответствие между $y(t)$ и $x(t)$. В этом случае, вероятность нахождения реализации случайного процесса $x(t)$ в интервале $(x_0, x_0 + dx)$ равна вероятности нахождения реализации случайного процесса $y(t) = f[x(t)]$ в интервале $(y_0, y_0 + dy)$ при $y_0 = f(x_0)$ и $y_0 + dy = f(x_0 + dx)$, то есть

$$p(x)dx = p(y)dy$$

Следовательно,

$$p(y) = \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|}.$$

Производная взята по абсолютной величине потому что плотность вероятности $p(y) > 0$, в то время как производная может быть и отрицательной.

2. Обратная функция $x = \varphi(y)$ неоднозначна, то есть одному значению y соответствует несколько значений x . Пусть, например, значению $y_1 = y_0$ соответствуют значения $x = x_1, x_2, \dots, x_n$.

Тогда из того факта, что $y_0 \leq y(t) \leq y_0 + dy$, следует одна из n взаимно несовместимых возможностей

$x_1 \leq x(t) \leq x_1 + dx$, или $x_2 \leq x(t) \leq x_2 + dx$, или ... $x_n \leq x(t) \leq x_n + dx$.

Применяя правило сложения вероятностей получаем

$$p(y) = \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right| / x=x_1} + \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right| / x=x_2} + \dots + \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right| / x=x_n} .$$

3, Характеристика нелинейного элемента $y = f(x)$ имеет один или более горизонтальных участков (участки, где $y = const$). Тогда выражение

$$p(y) = \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|}$$

следует дополнить слагаемым, учитывающим вероятность пребывания $y(t)$ на интервале, где $y = const$.

Проще всего этот случай рассмотреть на примере.

Пусть функция $y = f(x)$ имеет вид, представленный на рис.1 и формулой

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a; \\ kx & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 0 & \text{при } x > b; \end{cases}$$

При $x(t) < a$ выходной сигнал $y(t) = 0$, Это значит, что вероятность принятия случайным процессом $y(t)$ нулевого значения равна

$$P_1 = P[y(t) = 0] = P[x(t) < a] = \int_{-\infty}^a p(x) dx$$

а плотность вероятности

$$p_1(y) = P_1 \cdot \delta(y).$$

Аналогично рассуждая для случая $x(t) > b$, получаем

$$P_a = P[y(t) = c] = P[x(t) > b] = \int_b^{\infty} p(x) dx,$$

$$p_a(y)_{/y=c} = P_a \cdot \delta(y - c).$$

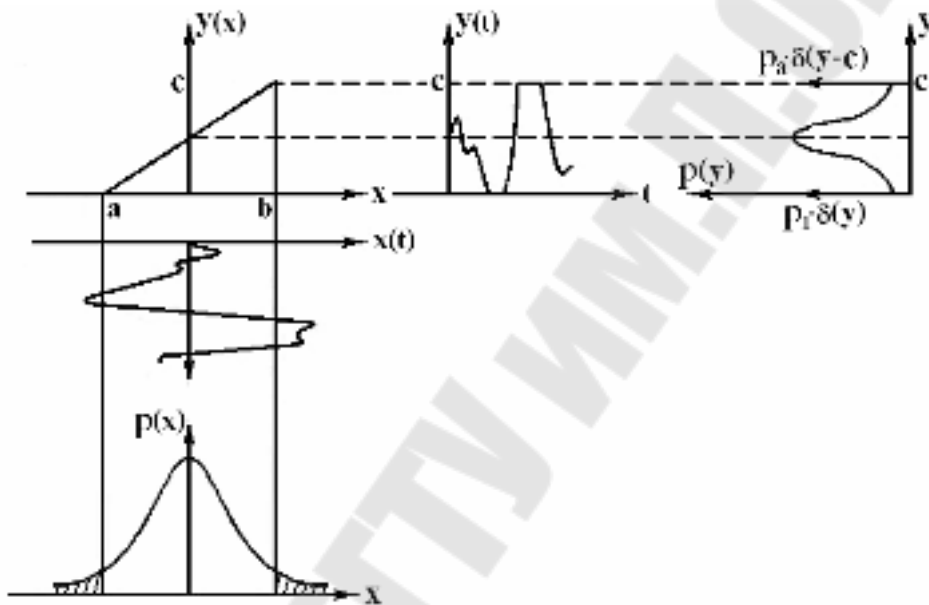


Рис. 1. Воздействие случайного процесса на двусторонний ограничитель.

Для случая $a \leq x \leq b$ справедлива формула

$$P_a(y) = \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|_{/0 \leq y \leq c}}$$

В целом плотность вероятности выходного процесса определяется выражением

$$p(y) = P_1 \cdot \delta(y) + P_a \cdot \delta(y - c) + \frac{p(x)}{\left| \frac{dy}{dx} \right|}.$$

Заметим, что для получения окончательного выражения необходимо функциональные зависимости $p(x)$ и dy/dx , являющиеся функциями от x , преобразовать в функции от y ,

используя обратную функцию $x = \varphi(y)$. Таким образом, задача определения плотности распределения случайного процесса на выходе нелинейной безынерционной цепи решается аналитически для достаточно простых характеристик $y = f(x)$.

3.1.2. Определение энергетического спектра и корреляционной функции случайного процесса $y(t)$

Непосредственно определить энергетический спектр случайного процесса на выходе нелинейной цепи не представляется возможным. Существует единственный метод - определение корреляционной функции сигнала на выходе цепи с последующим применением прямого преобразования Фурье для определения спектра.

Если на вход нелинейной безынерционной цепи поступает стационарный случайный процесс $x(t)$, то корреляционная функция случайного процесса $y(t)$ на выходе может быть представлена в виде

$$Ry(\tau) = By(\tau) - m_y^2,$$

где $By(\tau)$ - ковариационная функция;

m_y - математическое ожидание случайного процесса $y(\tau)$. Ковариационная функция случайного процесса представляет собой статистически усредненное произведение значений случайного процесса $y(\tau)$ в моменты t и $t + \tau$, то есть

$$By(\tau) = M[y(t) \cdot y(t + \tau)]$$

Для реализаций случайного процесса $y(t)$ произведение $y(t) \cdot y(t + \tau)$ является числом. Для процесса как совокупности реализаций это произведение образует случайную величину, распределение которой характеризуется двумерной плотностью вероятности $p_2(y_1, y_2, \tau)$, где $y_1 = y(t)$, $y_2 = y(t + \tau)$. Заметим, что в последней формуле переменная t не фигурирует, так как процесс стационарный - результат от t не зависит.

При заданной функции $p_2(y_1, y_2, \tau)$ операция усреднения по множеству осуществляется по Формуле

$$By(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y_1 \cdot y_2 \cdot p_2(y_1, y_2, \tau) dy_1 dy_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot p(x_1, x_2, \tau) dx_1 dx_2$$

Математическое ожидание m_y определяется следующим выражением:

$$m_y \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot p(y) dy$$

Учитывая, что $p(y)dy = p(x)dx$, получаем

$$m_y \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p(x) dx$$

Энергетический спектр выходного сигнала в соответствии с теоремой Винера-Хинчина находится как прямое преобразование Фурье от ковариационной функции, то есть

$$Wy(w) = \int_{-\infty}^{\infty} By(\tau) e^{-j\omega} d\tau$$

Практическое применение данного метода затруднено, так как двойной интеграл для $By(\tau)$ удается вычислить не всегда. Приходится использовать различные упрощающие методы, связанные со спецификой решаемой задачи.

3.2. Воздействие узкополосного шума на амплитудный детектор

В статистической радиотехнике различают широкополосные и узкополосные случайные процессы.

Пусть Δf_y - ширина энергетического спектра случайного процесса, определенная по формуле (рис. 2.)

$$\Delta f_y = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} W(f) df}{W(f_0)}$$

Узкополосным случайным процессом называется процесс, у которого $\Delta f_y \ll f_0$, где f_0 - частота, соответствующая максимуму энергетического

спектра. Случайный процесс, ширина энергетического спектра которого не удовлетворяет этому условию, является **широкополосным**.

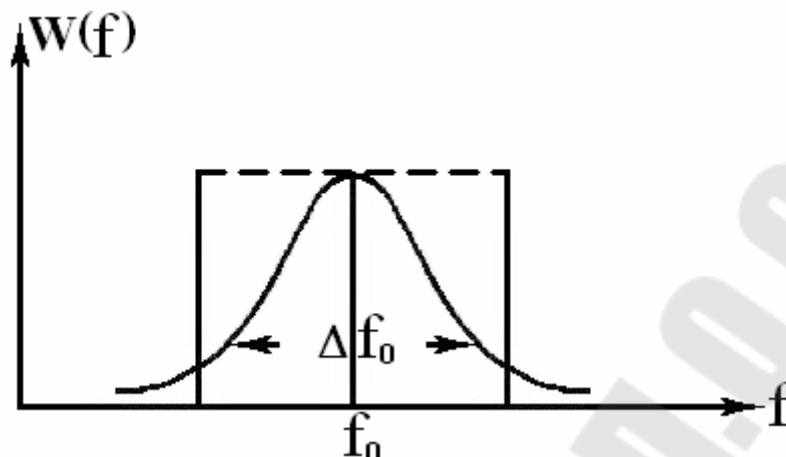


Рис. 2. Ширина энергетического спектра случайного процесса

Узкополосный случайный процесс принято представлять высокочастотным колебанием с медленно меняющимися (по сравнению с колебанием на частоте f_0) амплитудой и фазой, то есть

$$x(t) = A(t) \cdot \cos[\omega t + \varphi(t)] ,$$

$$\text{где } A(t) = \sqrt{x^2(t) + z^2(t)} ,$$

$$\varphi(t) = \operatorname{arctg} \frac{z(t)}{x(t)}$$

$z(t)$ - функция, сопряженная по Гильберту с исходной функцией $x(t)$, то есть

$$z(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t} d\tau$$

Все параметры этого колебания (амплитуда, частота и фаза) являются случайными функциями времени.

Амплитудный детектор, являющийся составной частью приемного тракта, представляет собой сочетание нелинейного безынерционного элемента (например диода) и инерционной линейной цепи (фильтра нижних частот). Напряжение на выходе детектора воспроизводит огибающую амплитуд высокочастотного колебания на входе.

Пусть на вход амплитудного детектора поступает узкополосный случайный сигнал (например с выхода УПЧ, имеющего узкую относительно

промежуточной частоты полосу пропускания), обладающий свойствами эргодического случайного процесса с нормальным законом распределения. Очевидно, что сигнал на выходе детектора будет представлять собой огибающую входного случайного сигнала, которая также является случайной функцией времени. Доказано, что эта огибающая, то есть огибающая узкополосного случайного процесса характеризуется плотностью вероятности, называемой распределением Релея и имеющей вид:

$$p(A) = \frac{A e^{-2\sigma_x^2/A^2}}{\sigma_x^2}$$

где A - значения огибающей;

σ_x^2 - дисперсия случайного сигнала на входа детектора.

График распределения Релея представлен на рис.3.

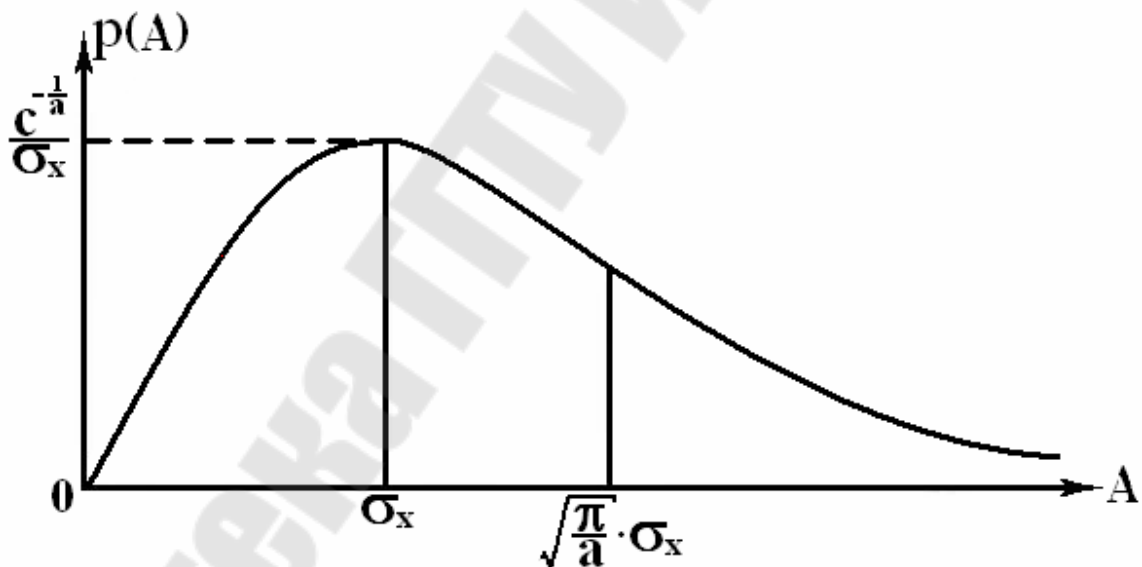


Рис.3. График закона распределения Релея

Функция $p(A)$ имеет максимальное значение, равное

$$p_{\max} = \frac{1}{\sigma_x}$$

при $A = \sigma_x$. Это означает, что значения $A = \sigma_x$ и является наивероятнейшим значением огибающей.

Математическое ожидание огибающей случайного процесса

$$m_A = \int_0^{\infty} A \cdot p(A) dA = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^{\infty} A^2 \cdot e^{-\frac{A^2}{2\sigma_x^2}} dA$$

Таким образом, огибающая узкополосного случайного процесса с нормальным законом распределения является случайной функцией времени, плотность распределения которой описывается законом Релея.

3.3. Закон распределения огибающей суммы гармонического сигнала и узкополосного случайного шума

Задача определения закона распределения огибающей суммы гармонического сигнала и узкополосного случайного шума возникает при анализе процесса линейного детектирования в радиолокационных и связных системах, работающих в условиях, когда собственные или внешние шумы соизмеримы по уровню с полезным сигналом.

Пусть на вход приемника поступает сумма гармонического сигнала $a(t) = E \cdot \cos(\omega t)$ и узкополосного шума $x(t) = A(t) \cdot \cos[\omega t + \sigma(t)]$ с нормальным законом распределения. Суммарное колебание в этом случае можно записать

$$n(t) = s(t) + x(t) = E \cdot \cos(\omega t) + A(t) \cdot \cos[\omega t + \varphi(t)] = [E + A(t) \cdot \cos(\varphi(t))] \cdot \cos(\omega t) - A(t) \cdot \sin(\varphi(t)) \cdot \sin(\omega t) = U(t) \cdot \cos[\omega t + \varphi(t)]$$

где $U(t)$ и $\varphi(t)$ - огибающая и фаза суммарного сигнала, определяемые выражениями

$$U(t) = \sqrt{E^2 + A^2(t) + 2E \cdot A(t) \cdot \cos(\varphi(t))};$$

$$\varphi(t) = \operatorname{arctg} \frac{A(t) \cdot \sin(\varphi(t))}{E + A(t) \cdot \cos(\varphi(t))}$$

При воздействии суммарного колебания $U(t)$ на амплитудный детектор на выходе последнего формируется огибающая. Плотность вероятности $p(U)$ этой огибающей определяется по формуле [1]

$$p(u) = \frac{U}{\sigma_x^2} e^{-\frac{(u^2+E^2)}{2\sigma_x^2}} I_0\left(\frac{EU}{\sigma_x^2}\right) \quad (5)$$

где σ_x^2 - дисперсия шума $x(t)$;

I_0 - функция Бесселя нулевого порядка (модифицированная).

Плотность вероятности, определяемую данной формулой, называют обобщенным законом Релея, или законом Райса. Графики функции $p(U)$ для нескольких значений отношения сигнала к шуму E/σ_x приведены на рис.4.

В отсутствие полезного сигнала, то есть при $E/\sigma_x = 0$, выражение (5) приобретает вид

$$p(u) = \frac{U}{\sigma_x^2} e^{-\frac{u^2}{2\sigma_x^2}}$$

то есть, огибающая результирующего сигнала распределена в этом случае по закону Релея.

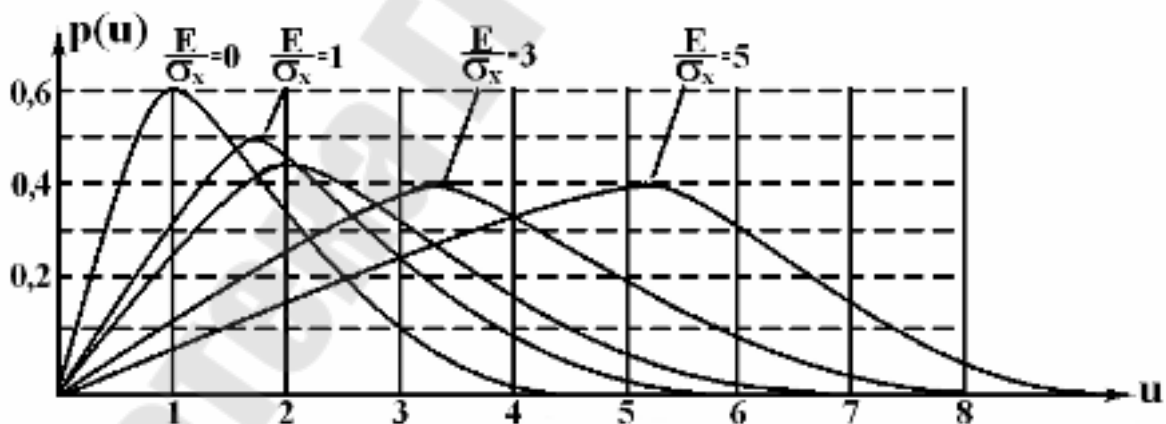


Рис.4. Графики обобщенного закона распределения Релея

Если амплитуда полезного сигнала превышает среднеквадратический уровень шума, то есть $E/\sigma_x \gg 1$, то при $U \simeq E$ можно воспользоваться асимптотическим представлением функции Бесселя с большим аргументом, то есть

$$I_0\left(\frac{EU}{\sigma_x^2}\right) \approx \frac{e^{\frac{EU}{\sigma_x^2}}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot EU / \sigma_x^2}} \approx \frac{\sigma_x}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot U}} e^{\frac{EU}{\sigma_x^2}}.$$

Подставив это выражение в (5), имеем

$$p(U) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \sigma_x}} e^{-\frac{(u-E)^2}{2\sigma_x^2}},$$

то есть, огибающая результирующего сигнала описывается нормальным законом распределения с дисперсией σ_x^2 и математическим ожиданием E . Практически считают, что уже при $E/\sigma_x = 3$ огибающая результирующего сигнала нормализуется.

5. Экспериментальное определение законов распределения случайных процессов

Одним из методов экспериментального определения функции распределения случайного процесса $x(t)$ является метод, основанный на использовании вспомогательной случайной функции $z(t)$ вида

$$z(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x(t) < x \\ 0 & \text{if } x(t) \geq x \end{cases} \quad (6)$$

где x - значение функции $x(t)$, для которого рассчитывается $z(t)$.

Как следует из смыслового содержания функции $z(t)$, ее статистические параметры определяются параметрами случайного процесса $x(t)$, так как изменения значений $z(t)$ происходят в моменты пересечения случайным процессом $x(t)$ уровня x . Следовательно, если $x(t)$ - эргодический случайный процесс с функцией распределения $F(x)$, то функция $z(t)$ будет также описывать эргодический случайный процесс с такой же функцией распределения.

На рис.5 представлены реализации случайных процессов $x(t)$ и $z(t)$, которые иллюстрируют очевидность соотношения

$$P[z(t) = 1] = P[x(t) < x] = F(x);$$

$$P[z(t) = 0] = P[x(t) \geq x] = 1 - F(x).$$

Математическое ожидание (статистическое среднее) функции $z(t)$, имеющей два дискретных значения, определяется в соответствии с формулой (см. табл.1)

$$M[z(t)] = 1 \cdot P[z(t) = 1] + 0 \cdot P[z(t) = 0] = F(x).$$

С другой стороны, для эргодического случайного процесса

$$M[z(t) = z(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T z(t) dt$$

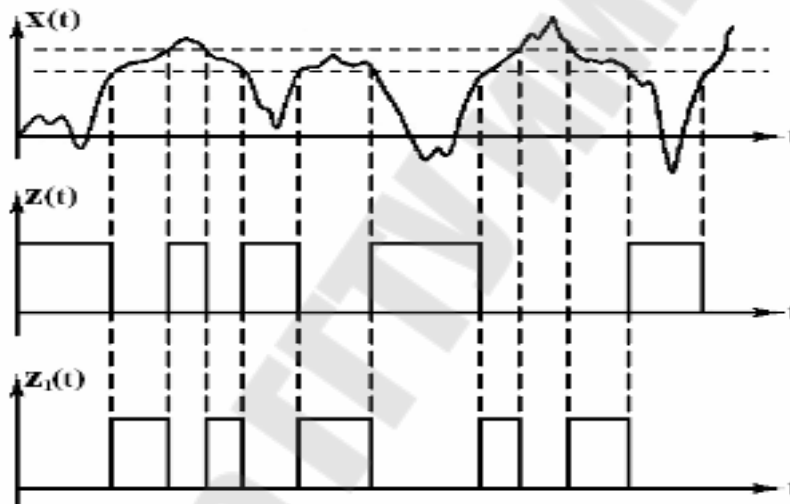


Рис.5 Реализации случайных процессов $x(t)$, $z(t)$, $z_1(t)$

Таким образом,

$$F(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T z(t) dt$$

Анализируя данное выражение, можно сделать вывод, что устройство для измерения функции распределения эргодического случайного процесса $x(t)$ должно содержать в своем составе дискриминатор уровней для получения случайного процесса, описываемого функцией $z(t)$ в соответствии с выражением (6), и

интегрирующее устройство, выполненное, например, в виде фильтра нижних частот.

Метод экспериментального определения плотности распределения случайного процесса $x(t)$ по своей сути аналогичен рассмотренному выше. При этом используется вспомогательная случайная функция $z_1(t)$ вида

$$z(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \leq x(t) < x + \Delta x \\ 0 & \text{if } x(t) < x, x(t) \geq x + \Delta x \end{cases} \quad (7)$$

Математическое ожидание функции $z_1(t)$, имеющей два дискретных значения (см. рис.5), равно

$$M[z_1(t)] = 1 \cdot P[z_1(t) = 1] + 0 \cdot P[z_1(t) = 0] = P[x < x(t) < x + \Delta x].$$

Учитывая эргодичность случайного процесса, описываемого функцией $z_1(t)$, можно записать

$$M(z_1(t)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\tau} z_1(t) dt$$

Таким образом,

$$P[x < x(t) < x + \Delta x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\tau} z_1(t) dt$$

Известно, что

$$p(x \leq x(t) < x + \Delta x) \approx p(x) \cdot \Delta x.$$

Следовательно,

$$p(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta x T} \int_0^{\tau} z_1(t) dt$$

Таким образом, устройство для измерения плотности распределения эргодического случайного процесса $x(t)$ имеет такую же структуру и состав, как и устройство для измерения функции распределения.

Точность измерения $F(x)$ и $p(x)$ зависит от длительности интервала наблюдения и качества выполнения операции интегрирования. Вполне очевидно, что в реальных условиях получаем **оценки** законов распределения, так как время усреднения (интегрирования) конечно. Возвращаясь к выражению (6) и рис. 5. заметим, что

$$\int_0^{\tau} z(t) dt = \sum_i \Delta t_1,$$

где Δt_1 - 1-й временной интервал пребывания функции $x(t)$ ниже уровня x , то есть временной интервал, когда функция $z(t) = 1$.

Справедливость этой формулы определяется геометрическим смыслом определенного интеграла (площадь фигуры, ограниченной функцией $z(t)$ и отрезком $(0, T)$ оси времени).

Таким образом, можно записать

$$F(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_i \Delta t_1$$

То есть функция распределения случайного процесса $x(t)$ равна относительному времени пребывания реализации процесса в интервале $-\infty < x(t) < x$.

Аналогично рассуждая, можно получить

$$p(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta x T} \sum_i \Delta t_1$$

где Δt_1 - 1-й временной интервал пребывания функции $x(t)$ в пределах $(x, x + \Delta x)$.

При практической реализации рассмотренного метода экспериментального определения законов распределения случайного процесса анализу подвергается случайный сигнал $x(t)$ в пределах

изменения его мгновенных значений от x_{\min} до x_{\max} (рис.6). В этих пределах сосредоточено основное множество (в вероятностном смысле) мгновенных значений процесса $x(t)$.

Значения x_{\min} и x_{\max} выбираются исходя из необходимой точности измерения законов распределения. При этом исследованию будут подвергаться усеченные распределения так, чтобы

$$F(x_{\min}) + [1 - F(x_{\max})] \ll 1.$$

Весь диапазон (x_{\min}, x_{\max}) значений $x(t)$ делится на N одинаковых интервалов Δx , то есть

$$x_{\max} - x_{\min} = N \cdot \Delta x.$$

Интервалы задают ширину дифференциальных коридоров, в которых производятся измерения. Определяется оценка вероятности

$$P_i^* \approx P[x_i - \Delta x / 2 \leq x(t) < x_i + \Delta x / 2]$$

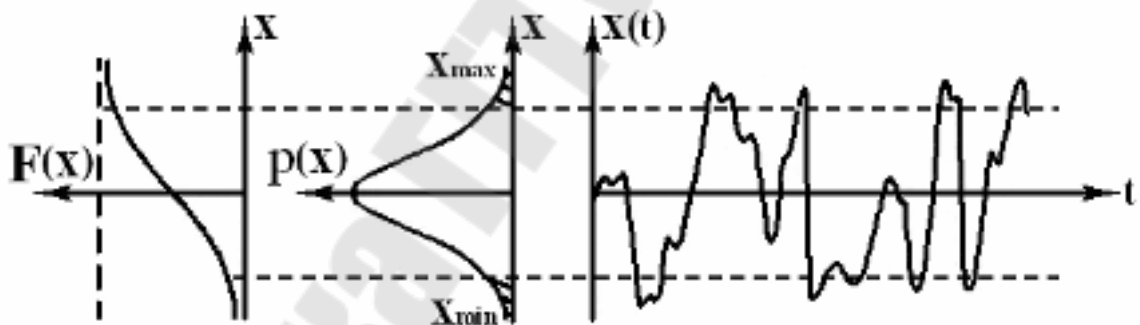


Рис. 6. Функция распределения (а), плотность вероятности (б) и реализация (в) случайного процессе $x(t)$

пребывания реализации $x(t)$ в пределах дифференциального коридора со средним значением $x(t)$ в его пределах, равным x_i .

Оценка P_i^* определяется в результате измерения относительного времени пребывания реализации $x(t)$ в каждом из дифференциальных коридоров, то есть

$$P_i^* = \frac{1}{T} \int_0^T z_i(t) dt = \frac{\sum \Delta t_i}{T},$$

где

$$z_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_1 - \Delta x/2 \leq x(t) < x_i + \Delta x/2 \\ 0 & \text{if } x(t) < x_i - \Delta x/2, x(t) \geq x_i + \Delta x/2 \end{cases}$$

$i = 1, \dots, N$

Учитывая, что

$$P_i^* \approx P_1 = \int_{x_i - \Delta x/2}^{x_i + \Delta x/2} p(x) dx,$$

можно определить оценки плотности распределения в каждом из дифференциальных коридоров

$$p_i^*(x) = P_i^* / \Delta x.$$

Пользуясь полученными результатами, то есть значениями $p_i^*(x)$, x_i , Δx , строится ступенчатая кривая $p^*(x)$, которая называется гистограммой плотности распределения (рис.7).

Площадь под каждым фрагментом гистограммы в пределах Δx численно равна площади, занимаемой истинной кривой распределения $p(x)$ на данном интервале.

Количество N дифференциальных коридоров должно быть в пределах 10...20. Дальнейшее увеличение их количества не приводит к получению более точного закона $p(x)$, так как с ростом N уменьшается величина интервала Δx , что ухудшает условия для точного измерения Δt_i .

Полученные результаты позволяют вычислить оценки математического ожидания и дисперсии случайного процесса $x(t)$

$$m_x^* = \sum_{i=1}^N x_i^* P_i^*; \quad D_x^* = \sum_{i=1}^N (x_i - m_x^*)^2 \cdot P_i^*.$$

При вычислении m_x^* и D_x^* по этим формулам учитывается, что если значение реализации случайного процесса $x(t)$ попадает в 1-й

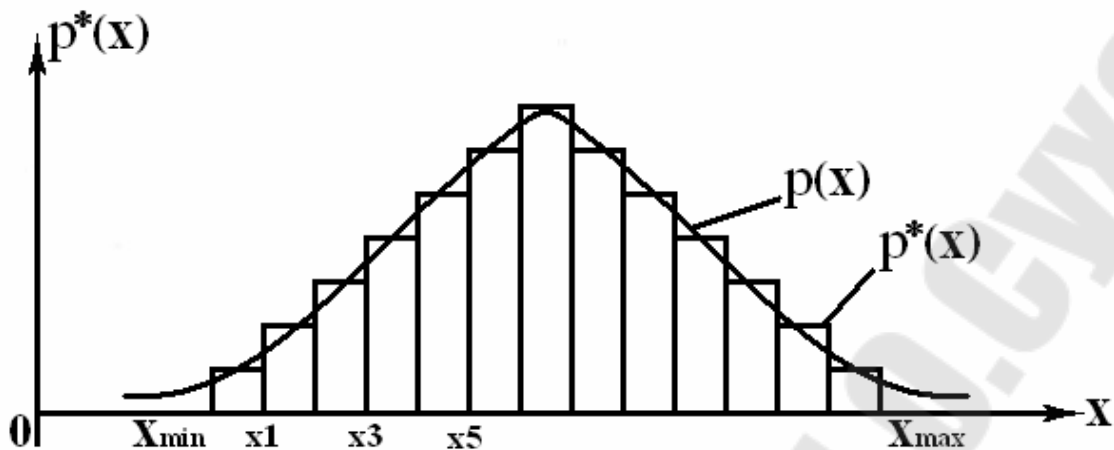


Рис.7. Гистограмма плотности распределения

дифференциальный коридор, то ему приписывается значение и (середина дифференциального коридора).

Рассмотренный метод определения законов распределения случайных процессов положен в основу работы статистического анализатора, используемого в данной лабораторной работе.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Исследование законов распределения случайных сигналов осуществляется с помощью лабораторной установки, в состав которой входят лабораторный макет, статистический анализатор и осциллограф С1-72 (С1-83) (рис.8).

Лабораторный макет осуществляет формирование и преобразование случайных сигналов, обеспечивая их статистический анализ, построение гистограмм законов распределения и графическое отображение этих законов на индикаторе статистического анализатора. Он содержит следующие функциональные узлы:

а). Блок генераторов сигналов. Формирует четыре различных случайных сигнала.

- Сигнал $x_1(t) = A \cdot \sin[\omega_0 t + \varphi(t)]$ - гармоническое колебание со случайной начальной фазой, закон распределения которой равномерный в интервале $0 < \varphi < 2\pi$. Это означает, что плотность вероятности начальной Фазы описывается выражением

$$p(\varphi) = 1/2\pi, \quad 0 < \varphi < 2\pi.$$

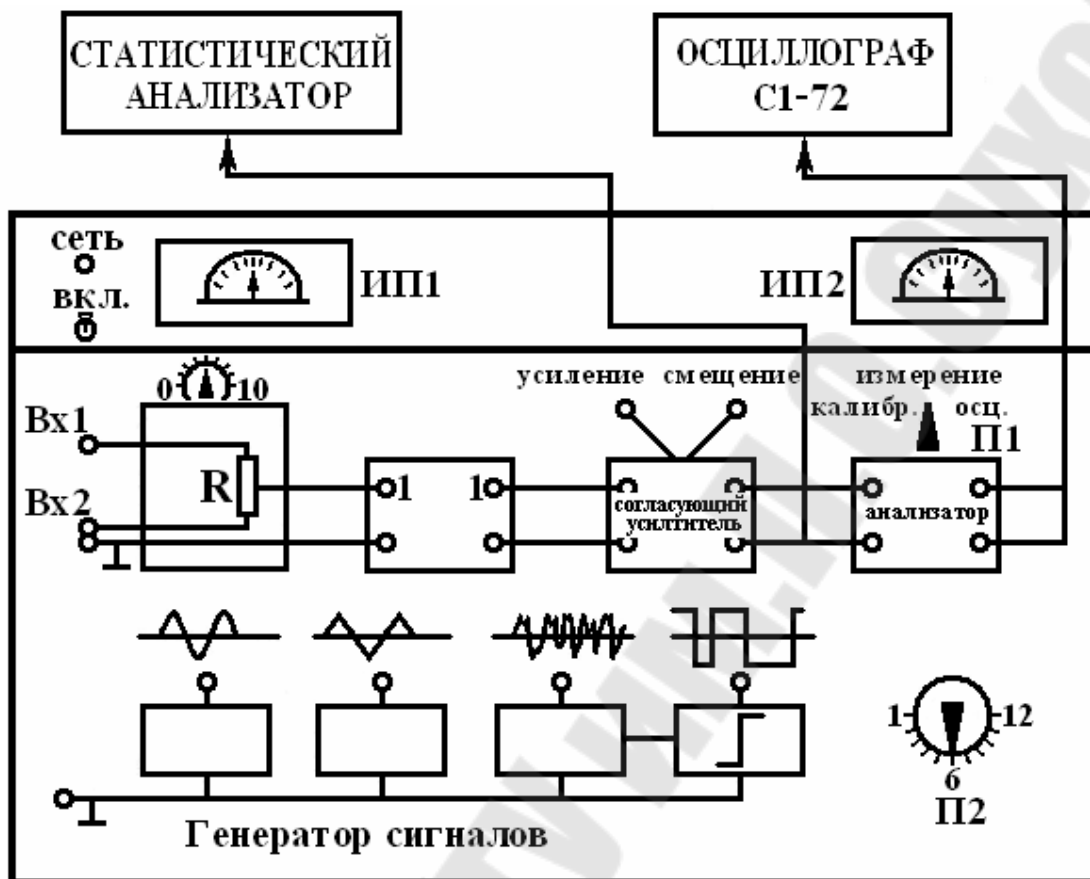


Рис.8. Схема лабораторной установки

Плотность вероятности мгновенных значений такого сигнала равна

$$p_i(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}} & \text{иначе } |x| \leq A; \\ 0 & \text{иначе } |x| > A. \end{cases}$$

Сигнал $x_2(t)$ - пилообразное периодическое напряжение с постоянной амплитудой A и случайным параметром сдвига q , закон распределения которого равномерный в интервале $[0, T_0]$, где T_0 - период сигнала, то есть плотность вероятности равна

$$p(q) = 1/T_0; \quad 0 < q \leq T_0.$$

Плотность вероятности мгновенных значений такого сигнала определяется выражением

$$p_a(x) = \begin{cases} 1/2A & \text{if } |x| \leq A; \\ 0 & \text{if } |x| > A. \end{cases}$$

- Сигнал $x_3(t)$ - случайный сигнал с нормальным законом распределения (законом Гаусса) мгновенных значений, то есть

$$p_a(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}},$$

где m_x , σ_x - математическое ожидание и дисперсия случайного сигнала $x_3(t)$.

- Сигнал $x_4(t)$ - случайный клипированный сигнал, представляющий собой последовательность прямоугольных импульсов постоянной амплитуды A и случайной длительности, возникающих в случайные моменты времени. Такой сигнал появляется на выходе идеального ограничителя, когда на вход его действует случайный процесс с нормальным законом распределения. Характеристика преобразования имеет вид

$$x_4(t) = f[x_3(t)] = \begin{cases} A & \text{if } x_3(t) \geq x; \\ -A & \text{if } x_3(t) < x, \end{cases}$$

где x - уровень ограничения.

Таким образом, случайный процесс $x_4(t)$ принимает два значения (A и $-A$) с вероятностями

$$P[x_4(t) = -A] = P[x_3(t) < x] = F_3(x);$$

$$P[x_4(t) = A] = P[x_3(t) > x] = 1 - F_3(x);$$

где $F_3(x)$ - интегральный закон распределения случайного процесса $x_3(t)$.

Учитывая сказанное, плотность вероятности клипированного сигнала равна

$$p_4(x) = F_3(x) \cdot \delta(x + A) + [1 - F_3(x)] \cdot \delta(x - A)..$$

На рис.9 представлены реализации каждого из случайных сигналов, формируемых итератором лабораторного макета, и их плотности вероятности.

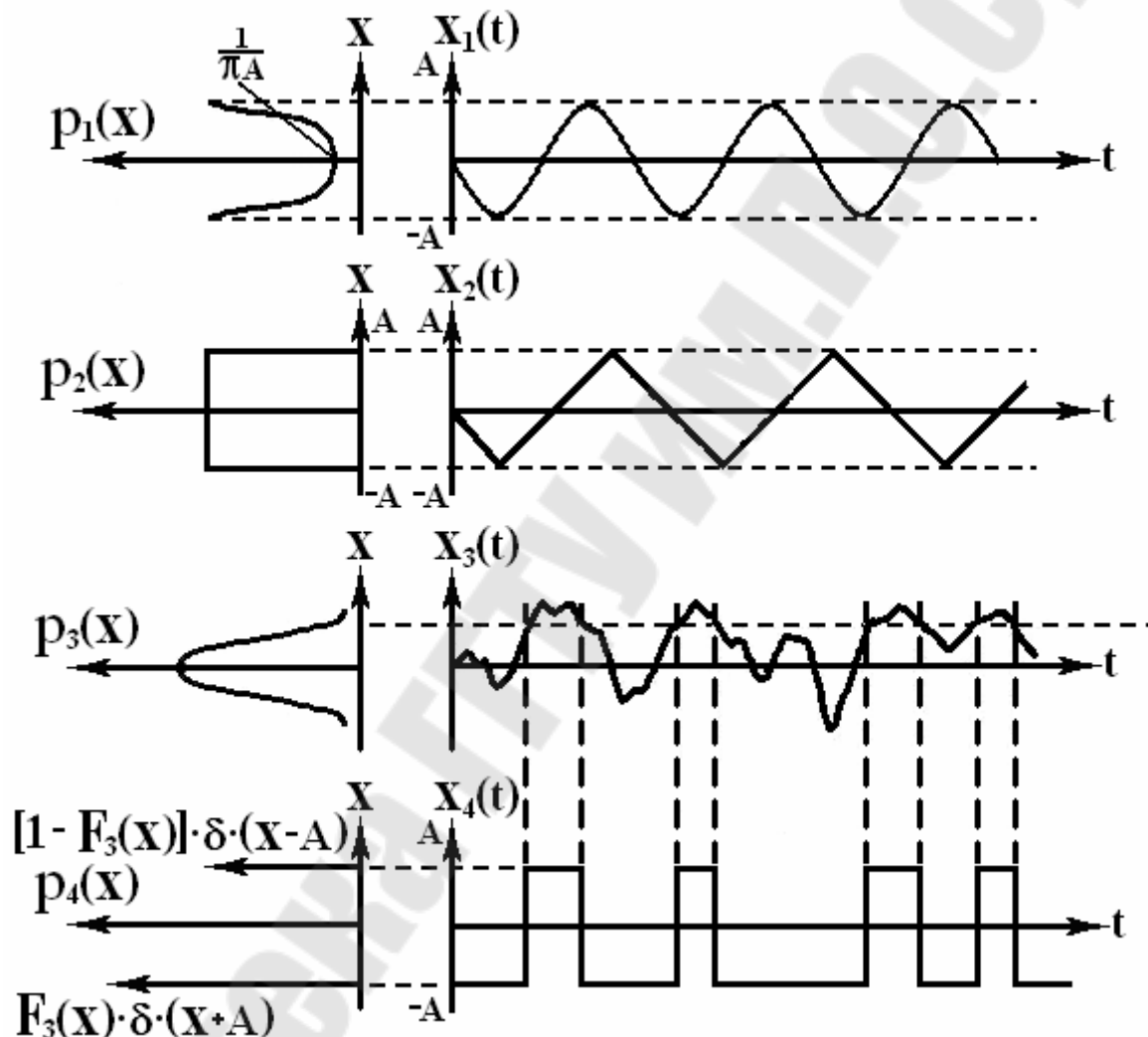


Рис. 9. Реализации случайных процессов $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$, и их плотности вероятности

Эти сигналы, каждый из которых характеризуется свойственной ему плотностью распределения, могут быть поданы на входы типовых элементов радиотехнических устройств с целью преобразования и исследования законов распределения сигналов на их выходах.

б). Линейный смеситель сигналов. Формирует сумму двух случайных сигналов $x_i(t)$ и $x_1(t)$, подаваемых на его входы, в соответствии с соотношением

$$y(t) = R \cdot x_i(t) + (1 - R) \cdot x_1(t),$$

где R - коэффициент, устанавливаемый ручкой потенциометра в пределах $0 \dots 1$.

Используется для исследования законов распределения суммы двух случайных сигналов.

в). Гнезда для подключения различных четырехполюсников - функциональных преобразователей. В комплект лабораторной установки входят 4 функциональных преобразователя (рис.10).

Усилитель - ограничитель (огр.) с характеристикой преобразования

$$U_{\text{вых}} = \begin{cases} -kU_1 & \text{if } U_{\text{вх}} < U_1; \\ kU_{\text{вх}} & \text{if } U_1 \leq U_{\text{вх}} < U_2; \\ kU_2 & \text{if } U_{\text{вх}} \geq U_2, \end{cases}$$

где U_1, U_2 - нижний и верхний уровни ограничения соответственно;

k - коэффициент, равный \tan угла наклона характеристики преобразования.

Осуществляет нелинейное безынерционное преобразование входных сигналов.

Узкополосный фильтр (Ф1) с резонансной частотой $f_0=20$ кГц. Используется для формирования узкополосных случайных процессов с законом распределения, близким к нормальному.

Типовой тракт приемника АМ-колебаний (узкополосный фильтр Ф1 -линейный детектор Д - фильтр НЧ Ф2). Осуществляет формирование огибающей узкополосного случайного сигнала при линейном детектировании.

Конструктивно рассмотренные функциональные преобразователи выполнены в виде сменных блоков небольшого размера.

В качестве еще одного функционального преобразователя используется "идеальный" усилитель - ограничитель (электронный

ключ), входящий в состав блока генераторов сигналов макета. Он обеспечивает формирование клипированного сигнала, являясь нелинейным безынерционным преобразователем входного случайного сигнала.

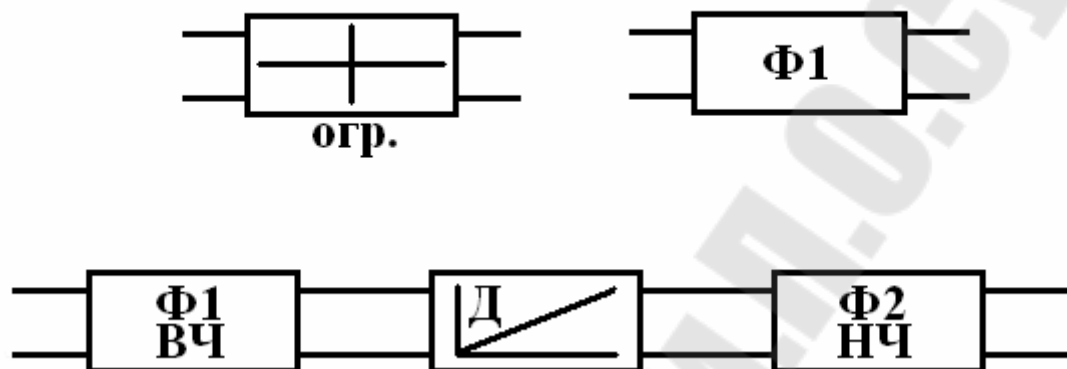


Рис. 10. Функциональные преобразователи

г). Согласующий усилитель. Обеспечивает согласование диапазона значений исследуемого сигнала и амплитудного диапазона статистического анализатора. Согласование осуществляется потенциометрами "Усиление" и "Смещение" при установке переключателя П1 (рис.8) в положение "Калибровка."

Согласующий усилитель используется также в качестве функционального преобразователя (кроме четырех, рассмотренных выше), обеспечивая линейное безынерционное преобразование в соответствии с формулой

$$y(t) = a \cdot x(t) + b,$$

где a - коэффициент усиления, устанавливаемый ручкой "Усиление";
 b - постоянная составляющая сигнала, устанавливаемая ручкой "Смещение".

Приведенный на схеме рис.8 блок анализатора в составе макета в данной работе не используется. Лабораторная установка предусматривает применение цифрового статистического анализатора, выполненного в виде отдельного прибора.

д). Цифровой статистический анализатор служит для измерения и формирования законов распределения значений сигналов, подаваемых на его вход. Работает анализатор следующим образом.

Включение анализатора в режим измерения осуществляется кнопкой "Пуск". Время измерения равно 20 с. В течение этого

времени берутся отсчеты значений входного сигнала (в случайные моменты времени), общее количество N которых равно 1 млн. Отсчеты дискретизируются по уровню так, что каждый из них оказывается в одном из 32-х интервалов (называемых дифференциальными коридорами, или интервалами группирования выборочных значений). Интервалы нумеруются с 0-го по 31-й, их ширина равна 0,1 В, причем нижняя граница 0-го интервала равна 0 В, верхняя граница 31-го интервала равна +3,2 В. В течение времени измерения подсчитывается количество отсчетов n_i , попавших в каждый интервал. Результат измерения выдается в виде гистограммы распределения на экран монитора, где горизонтальная ось масштабной сетки является осью значений сигнала в пределах 0...+3,2 В, вертикальная - осью относительных частот n_i / N , $i = 0, 1 \dots 31$.

Для считывания результатов измерения в цифровой форме служит цифровой индикатор, на котором отображается номер выбранного интервала и соответствующая ему частота (оценка вероятности) n_i / N . Перебор номеров интервалов для цифрового индикатора осуществляется переключателем "Интервал". При этом на экране монитора выбранный интервал отмечается маркером.

Переключателем "Множитель" можно выбрать удобный для наблюдения масштаб гистограммы по вертикальной оси.

При выполнении настоящей работы переключатель диапазона входных напряжений анализатора (диапазона аналого-цифрового преобразования) должен быть установлен в положение 0...+3,2 В. Перед каждым измерением необходимо поочередно нажимать кнопки "Сброс" и "Пуск" (при нажатии кнопки "Сброс" обнуляется запоминающее устройство, а результаты предыдущего измерения переписываются в стековую память, из которой их можно вызвать переключателем "Страница").

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Изучить методы анализа статистических характеристик случайных, процессов на выходе различных функциональных преобразователей.
2. Ознакомиться с описанием лабораторной установки, знать назначение сменных четырехполюсников и всех элементов лабораторного макета.

3. Определить в общем виде плотность распределения случайной величины $Y = aX + b$, положив, что случайная величина X имеет плотность распределения $p(x)$. Убедиться, что данное линейное преобразование случайной величины приводит к изменению масштаба плотности распределения.

4. Определить плотность распределения случайной величины

$$Y = \begin{cases} -kX_1 & \text{if } X < X_1; \\ kX & \text{if } X_1 \leq X < X_2; \\ kX_2 & \text{if } X \geq X_2, \end{cases}$$

положив, что случайная величина X имеет нормальное распределение.

Как частный случай п.4 получить закон распределения мгновенных значений случайного клипированного сигнала (в приведенном преобразовании положить $X_1 = X_2 = C$).

Найти закон распределения огибающей $A(t)$ узкополосного нормального случайного процесса $x(t) = A(t) \cdot \cos[wt + \varphi(t)]$.

ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

Экспериментальное исследование законов распределения при линейных преобразованиях случайных сигналов

1. Линейное безынерционное преобразование

1.1. Подсоединить осциллограф к выходу анализатора лабораторного макета (напомним, что этот анализатор в данной лабораторной работе не используется, входы и выходы его перемкнуты между собой), а статистический анализатор - к выходу согласующего усилителя. Включить лабораторный макет, осциллограф и статистический анализатор.

1.2. В качестве функционального преобразователя использовать согласующий усилитель лабораторного макета. На его вход подать случайный сигнал с нормальным законом распределения мгновенных значений. Ручки потенциометров "Усиление" и "Смещение" установить в средние положения. Заметим, что согласование диапазона значений исследуемого сигнала и амплитудного диапазона

статистического анализатора обеспечивается при любом положении этих потенциометров.

1.3. Включить статистический анализатор в режим измерения плотности распределения исследуемого сигнала с помощью кнопки "Пуск". С экрана индикатора снять на кальку гистограмму закона распределения.

С помощью цифровой индикации номера дифференциального коридора и значения плотности вероятности случайного сигнала снять несколько наиболее характерных точек (10...12 шт) закона распределения и отметить их положение на гистограмме.

Осуществить сброс показаний статистического анализатора. Запомнить положение ручек "Усиление" и "Смещение", считая их исходными для последующих измерений.

1.4. Не изменяя исходного положения ручки потенциометра "Смещение", уменьшить усиление относительно исходного с помощью ручки потенциометра "Усиление" (не до упора). Выполнить действия, указанные в п.1.3.

1.5. Не изменяя исходного положения ручки потенциометра "Смещение", увеличить усиление относительно исходного с помощью ручки потенциометра "Усиление" (не до упора). Выполнить действия, указанные в п.1.3.

Установить ручку потенциометра "Усиление" в исходное положение.

1.6. Не изменяя исходного положения ручки потенциометра "Усиление", уменьшить уровень смещения относительно исходного с помощью ручки "Смещение". Выполнить действия, указанные в пункте 1.3. Затем увеличить уровень смещения относительно исходного и вновь выполнить эти действия.

Построить полученные гистограммы (5 шт.) на одном графике и сделать соответствующие выводы.

Для всех гистограмм определить параметры нормального закона распределения: математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение. Для плотности распределения, полученной при выполнении пункта 1.3, определить данные и построить гистотрамму интегрального закона распределения.

Установить потенциометры "Усиление" и "Смещение" в исходное положение.

2. Линейное инерционное преобразование

В качестве функционального преобразователя использовать сменный четырехполюсник - узкополосный фильтр (Ф1). На вход четырехполюсника подать клишированный сигнал. Выполнить действия, указанные в пункте 1.3 предыдущего исследования.

Сравнить полученную гистограмму с законом распределения клишированного сигнала и результатами п.1.3. Объяснить эффект нормализации. Определить параметры полученного закона распределения.

3. Нелинейное безынерционное преобразование

3.1. В качестве функционального преобразователя использовать идеальный усилитель-ограничитель блока генераторов сигналов лабораторного макета. Этот преобразователь формирует клипированный сигнал из случайного сигнала с нормальным законом распределения, поступающего на его вход. Подать клипированный сигнал на вход согласующего усилителя. Выполнить п. 1.3 предыдущего исследования. Сравнить полученную гистограмму с результатами выполнения домашнего задания. Сделать соответствующие выводы.

3.2. В качестве функционального преобразователя использовать сменный четырехполюсник "усилитель-ограничитель" (огр.). На вход четырехполюсника подать случайный сигнал с нормальным законом распределения мгновенных значений. Выполнить действия, указанные в п.1.3 предыдущего исследования. Сравнить полученную гистограмму с результатами выполнения домашнего задания и результатами предыдущего пункта. Сделать соответствующие выводы.

4. Нелинейное инерционное преобразование

Данное исследование предполагает получение и анализ законов распределения огибающей узкополосного случайного сигнала и смеси гармонического сигнала и узкополосного нормального случайного процесса на выходе типового тракта приемника АМ- колебаний при линейном детектировании.

4.1. В качестве функционального преобразователя использовать сменный четырехполюсник "фильтр Ф1 - линейный детектор Д -

фильтр НЧ Ф2". На вход четырехполосника подать случайный клиппированный сигнал. Очевидно, что формирование узкополосного случайного сигнала происходит в фильтре Ф1. Пользуясь уже отработанной методикой, получить и зарисовать гистограмму закона распределения огибающей. Сравнить полученную гистограмму с результатами выполнения домашнего задания. Определить параметры закона распределения: математическое ожидание огибающей, дисперсию, среднеквадратическое значение и наиболее вероятное значение огибающей. Сделать соответствующие выводы.

4.2. Для исследования закона распределения огибающей смеси гармонического сигнала и узкополосного нормального случайного процесса на выходе типового тракта приемника АМ-колебаний при линейном детектировании используется сменный четырехполосник "фильтр Ф1 – линейный детектор Д - фильтр НЧ Ф2". На Вх1 и Вх2 линейного смесителя подать соответственно гармонический сигнал и случайный клиппированный сигнал. Смесь гармонического сигнала и узкополосного нормального случайного процесса формируется на выходе фильтра Ф1 по формуле

$$y(t) = R \cdot E \cdot \cos(\omega t) + (1 + R) \cdot A(t) \cdot \cos[\omega t + \varphi(t)],$$

где R - коэффициент, устанавливаемый ручкой потенциометра линейного

смесителя сигналов в пределах 0...1.

Установить ручку потенциометра линейного смесителя в левое крайнее положение ($R = 0$). Получить и зарисовать гистограмму закона распределения сигнала на выходе четырехполосника. В данном случае это распределение только узкополосного случайного процесса.

Не изменяя положений ручек потенциометров "Усиление" и "Смещение", получить и зарисовать гистограммы законов распределения сигналов на выходе четырехполосника при значениях $R = 0,6; 0,75; 0,8$, устанавливаемых поворотом ручки потенциометра линейного смесителя. Все четыре гистограммы построить на одном графике следующим образом. Положению на оси абсцисс максимума кривой закона распределения, полученной при $R = 0$, поставить в соответствие 1 (то есть $\sigma_x = 1$). Начало кривой поместить в начало координат. Положению максимумов остальных гистограмм поставить в соответствие числа $R/(1-R)$, то есть 1,5; 3; 4. Пояснить характер

изменения обобщенного закона распределения Релея при изменении соотношения сигнальной и шумовой компонент.

Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Схему лабораторной установки и сменных четырехполосников.
2. Расчеты и графики, полученные при выполнении домашнего задания.
3. Осциллограммы, результаты измерений, полученные при выполнении лабораторного задания.
4. Сравнение данных расчета и эксперимента.
5. Выводы и замечания по результатам экспериментальных исследований.

Контрольные вопросы

1. Преобразования линейные, нелинейные, инерционные, безынерционные. Дать определения и пояснить физический смысл.
2. Что называется законом распределения случайной величины?
3. Нормальный закон распределения, его формула и параметры.
4. В чём суть эффекта нормализации? Какие условия должны выполняться для получения эффекта нормализации?
5. Выведите закон распределения мгновенных значений случайного клипированного сигнала.
6. Дайте определение узкополосного случайного процесса.
7. Приведите формулы законов распределения вероятностей :
 - мгновенных значений узкополосного случайного процесса;
 - огибающей узкополосного случайного процесса;
 - начальной фазы узкополосного случайного процесса.
8. Законы распределения Релея и обобщенного закона распределения Релея, их формулы и графики.
9. Дайте объяснение тому, что с ростом коэффициента R закон распределения огибающей смеси гармонического сигнала и узкополосного нормального случайного шума приближается к нормальному.

Литература

1. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. -М.: Радио и связь. 1986.- с.127...131, 329...342 .
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. -М.: Высшая школа, 1988.- с.171...181, 247...256, 292...297 .
3. Радиотехнические цепи и сигналы. Под ред. Самойло К.А. - М.: Радио и связь, 1982.- с.426...430, 445...462, 466...478, 489...496.

Содержание

Лабораторная работа 1. Анализатор спектра периодических сигналов.....	3
Лабораторная работа 2. Исследование статистических характеристик случайных сигналов.....	9

ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

**Лабораторный практикум
«Методы обработки информационных сигналов»
для студентов специальности 1-36 04 02
«Промышленная электроника»
дневной формы обучения**

Составитель: **Щуплов Вячеслав Валентинович**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 29.04.09.

Рег. № 39Е.

E-mail: ic@gstu.gomel.by
<http://www.gstu.gomel.by>