

УДК 625.42

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТРАНСПОРТНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**В. С. МОГИЛА, О. С. АНАНЬЕВА, В. А. ЗАГОРЦЕВ,
В. Н. ПОДОЛЬСКАЯ**

Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта», г. Гомель

Введение

Электрический подвижной состав, эксплуатируемый на электрифицированных участках Белорусской железной дороги, а также в метрополитене, расходует на нужды тяги до 80 % электроэнергии, потребляемой подразделениями железной дороги [1]. Одной из главных задач всех транспортных предприятий на сегодняшний день является экономия электроэнергии. Поэтому выбор рациональных схем и режимов работы тягового электроснабжения по-прежнему остается актуальной задачей.

Вопросам по решению данных проблем посвящены работы многих авторов [2]–[4]. В них поставлены и решены задачи по разработке методов расчета систем тягового электроснабжения. Однако проблемы качества электрической энергии в местах общего присоединения, оптимизации параметров тяговых цепей и режимов работы тягового электрического подвижного состава (ЭПС) рассмотрены недостаточно подробно или не исследованы вовсе.

Авторы данной статьи обладают определенным опытом проведения расчетов по оптимизации систем тягового электроснабжения, построении математических моделей таких систем [5]–[7], а также в разработке программного обеспечения, позволяющего проводить подобные расчеты с использованием современных вычислительных средств.

Цель работы – разработать методику формализации и расчета электрических цепей системы тягового электроснабжения (СТЭ), которая позволит в значительной степени упростить расчеты СТЭ за счет применения модифицированного метода контурных токов, что позволит снизить затраты времени на работу модели.

Разработка матричного метода расчета мгновенных схем

Сотрудниками кафедры «Электрический подвижной состав» Белорусского государственного университета транспорта разработана имитационная модель совместной работы системы тягового электроснабжения и ЭПС. Одним из этапов работы данной модели является составление и расчет мгновенных схем. Следует отметить, что при определении токов фидеров тяговых подстанций (ТП) и токов в системе внешнего электроснабжения подобные схемы необходимо составлять и решать многократно, а сами расчеты требуют большого объема вычислений и, следовательно, значительных затрат времени на их производство.

Наиболее удобным способом формализации и расчетов электрических цепей является, как известно, использование матричных методов анализа. Эти методы широко известны и применяются для формализации электрических схем тягового электроснабжения (СТЭ) железных дорог, метрополитенов и городского электрического транспорта, а также для расчета токов и напряжений в их элементах. Многообразие типов подвижного состава, режимы их работы, а также особенности элементов сис-

темы тягового электроснабжения делают затруднительным применение традиционных методов матричного анализа электрических цепей. Поэтому основной целью данной работы является разработка модифицированного матричного алгоритма расчета таких систем на базе обобщенного алгоритма Гаусса.

Исходными данными для предложенного метода являются принципиальная схема электроснабжения участка, результаты тяговых расчетов и сведения о размерах движения.

Удобнее рассмотреть методику построения алгоритма расчета на примере тяговой подстанции постоянного тока, например, метрополитена. Принципиальная мгновенная электрическая схема участка электроснабжения метрополитена, включающая в себя три тяговых подстанции и две примыкающие к ним фидерные зоны, представлена на рис. 1.

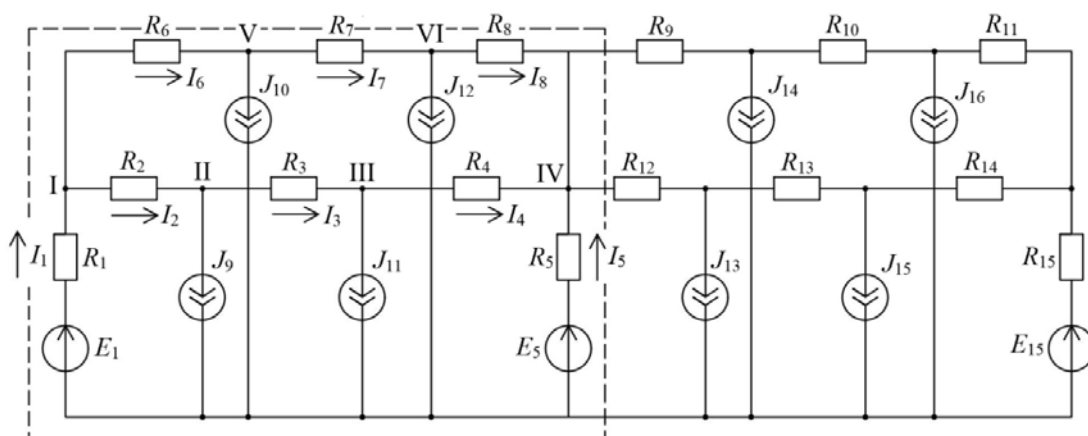


Рис. 1. Схема питания участка электроснабжения постоянного тока

На рис. 1 E_1 , E_5 , E_{15} – эквивалентные ЭДС тяговых подстанций; R_1 , R_5 , R_{15} – эквивалентные внутренние сопротивления соответствующих тяговых подстанций; R_2 – R_{14} – сопротивления участков контактной сети первого и второго пути, соответственно. Все сопротивления приняты линейными, поэтому для анализа цепи возможно применение принципа суперпозиции. Нагрузка ЭПС моделируется генераторами типа J_9 – J_{15} , значения токов которых определяются из тяговых расчетов.

Для дальнейших упрощений выкладок и расчетов рассматривается только одна фидерная зона, в которую входят ТП₁ и ТП₂ и участок контактной сети, включенный между ними (на рис. 1 рассматриваемый участок обведен пунктиром). Нумерация всех элементов цепи принята в соответствии с номером ветви.

Использование двух и более фидерных зон не изменяет порядка расчетов матрицы, при этом они получаются более крупными. Расчет цепи предполагается вести модифицированным методом контурных токов в матричной форме. Значения контурных токов при использовании обычного метода расчета, определяются по выражению

$$I_k = (B \cdot R \cdot B^T)^{-1} B \cdot E,$$

где I_k – матрица-столбец контурных токов; B – матрица инцидентий второго рода; R – матрица сопротивлений ветвей; E – матрица ЭДС.

Токи в ветвях схемы определяются из выражения

$$I_b = B(B \cdot R \cdot B^T)^{-1} B \cdot E.$$

Особенностью рассматриваемой схемы участка является тот факт, что сопротивления ветвей, имитирующих ЭПС, бесконечно велики, а токи их известны и не зависят от других параметров схемы. Поэтому нагрузки ЭПС моделируются идеальными источниками тока.

Для того чтобы определить контурные токи и токи в ветвях, необходимо определяющие матрицы метода контурных токов модифицировать. При составлении дерева схемы, которое представлено на рис. 2, хордами его принимаются все ветви, представленные источниками тока. Нумерация ветвей должна быть выбрана такой, чтобы основные матрицы были разбиты на отдельные самостоятельные блоки как в матрице соединений B , так и в матрице сопротивлений R , пример такого дерева схемы приведен на рис. 2.

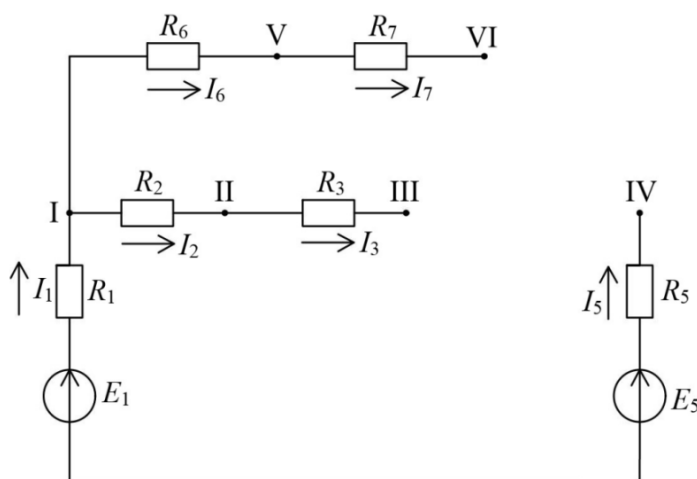


Рис. 2. Дерево схемы

Хордами схемы приняты ветви с номерами 4 и 8–12, при этом направления этих ветвей приняты в соответствии с направлением токов, протекающих через них. Матрица B (матрица соединений второго рода), составленная для расчетной схемы, показана на рис. 3.

$$B = \left[\begin{array}{cccccccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Рис. 3. Матрица соединений второго рода

Матрицами, характеризующими численные значения параметров цепи, являются: матрица сопротивлений схемы R , матрица ЭДС E , а также матрица токов J (токов ЭПС), представленные на рис. 4.

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 4. Матрица сопротивлений ветвей схемы R и матрица ЭДС E

Сопротивления источников тока ветвей приняты равными бесконечности. Исходя из этого, сопротивления ЭПС в матрице R заменены токами J . Однако в этом случае матрица ветвей не может быть названа как прежде (матрицей сопротивлений ветвей схемы), так как в ее состав, кроме сопротивлений, входят также токи источников тока J (токи ЭПС). Для проведения дальнейших расчетов матрица R разбивается на 4 блока, в состав которых совместно не входят ветви, характеризующиеся значениями сопротивлений, и ветви источников токов, при этом 2 блока из 4-х оказываются пустыми (нулевыми). Матрица ЭДС E также разбивается на 2 блока:

$$R_b = \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix}; E_b = \begin{bmatrix} h \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица соединений в соответствии с принятым порядком нумерации ветвей инцидентий также разбивается на блоки:

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix},$$

где $a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Тогда матрица коэффициентов уравнений контурных токов в блочной форме примет следующий вид:

$$BRB^T = \begin{bmatrix} a & 0 \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a^T & c^T \\ 0 & d^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot e \cdot a^T & a \cdot e \cdot c^T \\ c \cdot e \cdot a^T & c \cdot e \cdot c^T + d \cdot g \cdot d^T \end{bmatrix},$$

где a^T, c^T, d^T – транспонированные блоки матрицы B .

С учетом этого уравнения контурных токов в матричной модифицированной форме примет вид

$$\begin{bmatrix} a \cdot e \cdot a^T & a \cdot e \cdot c^T \\ c \cdot e \cdot a^T & c \cdot e \cdot c^T + d \cdot g \cdot d^T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_k \\ J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot h \\ c \cdot h \end{bmatrix};$$

После преобразований получим:

$$a \cdot e \cdot a^T \cdot I_k + a \cdot e \cdot a^T \cdot J = a \cdot h.$$

Решением уравнения в этом случае является:

$$I_k = (a \cdot e \cdot a^T)^{-1} (a \cdot h - a \cdot e \cdot c^T \cdot J).$$

Токи в ветвях при этом могут быть определены:

$$I_b = \begin{bmatrix} a^T & c^T \\ 0 & d^T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_k \\ J \end{bmatrix} = a^T I_k + c^T J + d^T J = a^T I_k + J(c^T + d^T).$$

Тогда мощность потерь энергии определяется:

$$\Delta P = I_b \cdot e \cdot I_b^T.$$

Заключение

Результаты проделанной работы позволяют сделать следующие выводы:

1. Разработана методика формализации и расчета электрических цепей системы тягового электроснабжения, которая может быть использована при моделировании работы участка электрической железной дороги, при этом метод расчета основан на применении модифицированного матричного метода Гаусса.

2. Эта методика позволяет значительно упростить расчеты электрических цепей за счет применения модифицированного метода контурных токов, при котором рассматриваемая электрическая цепь описывается и рассчитывается в матричной форме.

3. Использование модифицированного метода контурных токов, предложенного авторами, позволяет автоматизировать составление, формализацию и расчет мгновенных схем электрических цепей, даже с большим числом элементов, что имеет особое значение при расчете мгновенных схем питания тяговых сетей. При этом составление мгновенных схем для участков СТЭ рассматриваемым способом алгоритмизировано и позволяет свободно включать в расчеты дополнительные элементы (например, ЭПС).

4. Применение авторской методики в сравнении с классическими методами расчета значительно упрощает определение параметров СТЭ при совместной работе с ЭПС. Это достигается за счет сокращения размеров матриц, подлежащих преобразованию, и, следовательно, объемов вычислений, что позволяет снизить затраты времени на работу модели и достаточно просто изменять какие-либо ее параметры.

Литература

1. Марквардт, К. Г. Энергоснабжение электрических железных дорог / К. Г. Марквардт. – М. : Транспорт, 1965. – 464 с.
2. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1966. – 576 с.

3. Почаевец, Э. С. Обобщенные методы анализа режимов системы тягового электро-снабжения : учеб. пособие / Э. С. Почаевец. – Днепропетровск : ДИИТ, 1981. – 55 с.
4. Мельников, Н. А. Матричный метод анализа электрических цепей / Н. А. Мельников. – М.–Л. : Энергия, 1966. – 216 с.
5. Тяговые и электрические расчеты по первому участку третьей линии Минского метрополитена от станции Корженевского до станции Площадь Юбилейная : отчет о НИР / Белорус. гос. ун-т транспорта ; рук. В. С. Могила. – Гомель, 2013. – 74 с. – № 2009.33-2с (8280).
6. Тяговые и электрические расчеты по первой линии Минского метрополитена : отчет о НИР / Белорус. гос. ун-т транспорта ; рук. В. С. Могила. – Гомель, 2014. – 117 с. – № 2013.43-с (8853).
7. Тяговые и электрические расчеты по первому участку третьей линии Минского метрополитена от станции Корженевского до станции Площадь Юбилейная. Проверка адекватности тяговых и электрических расчетов (заключительный) : отчет о НИР / Белорус. гос. ун-т транспорта ; рук. В. С. Могила. – Гомель, 2014. – 74 с. – № 2009.33-2с (8280).

Получено 26.09.2016 г.