Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

ФИЗИКА

ПРАКТИКУМ
для студентов специальностей
1-40 05 01 «Информационные системы и технологии»,
1-53 01 07 «Информационные технологии
и управление в технических системах»
и 1-27 01 01 «Экономика и организация производства»
дневной формы обучения

Гомель 2016

УДК 53(075.8)
ББК 22я73
Ф50

Рекомендовано научно-методическим советом энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого (*протокол № 7 от 29.03.2016 г.*)

Составители: *П. А. Хило, А. И. Кравченко, В. И. Дробышевский*

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого *В. И. Лашкевич*

Ф50 **Физика** : практикум для студентов специальностей 1-40 05 01 «Информационные системы и технологии», 1-53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах» и 1-27 01 01 «Экономика и организация производства» днев. формы обучения / сост.: П. А. Хило, А. И. Кравченко, В. И. Дробышевский. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2016. – 186 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: http://library.gstu.by. – Загл. с титул. экрана.

Содержит задачи для самостоятельного решения при подготовке к практическим занятиям и экзамену по разделам «Механика и молекулярная физика», «Электричество и магнетизм» и «Оптика. Атомная и ядерная физика», приложение и список литературы.

Для студентов технических и экономических специальностей дневной формы обучения.

УДК 53(075.8)
ББК 22я73

Предисловие

При изучении курса физики в вузе большое значение имеет практическое применение теоретических знаний, главное из которых – умение решать задачи. Данный учебно – методический документ«Физика. Практикум для студентов дневной формы обучения» содержит теоретические сведения,примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения по трём разделам программы курса общей физики – «Механика и молекулярная физика», «Электричество и магнетизм» и «Оптика.Атомная и ядерная физика». Практикум может быть использован,как при подготовкек практическим занятиям, экзамену, а такжеи для самостоятельной работы студентов.

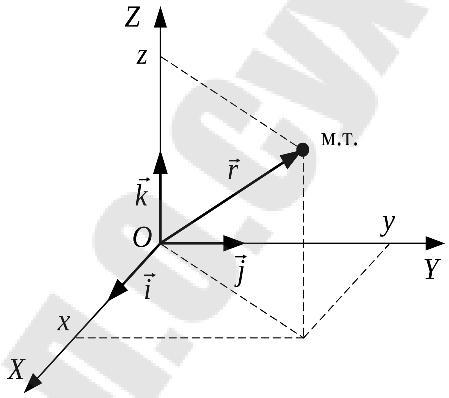
Основная цель практикума – оказание методической помощи студентам при самостоятельной подготовке кпрактическим занятиям и экзаменам. Решение задач потребует от студента, в случае необходимости, обратиться к теоретическому материалу, вникнуть в суть рассматриваемых явлений и процессов, просмотреть примеры решения задач.

Практикум составлен в соответствии с требованиями общеобразовательных стандартов и типовых учебных программ.

Данный практикум предназначен для студентов специальностей 1 – 40 05 01, 1– 53 01 07 и 1– 27 01 01. дневной формы обучения, изучающих физику в течении одного семестра и ориентирован на проверку знаний основных законов и положений курса «Физика».

1. Механика и молекулярная физика.

1.1.1. Кинематика поступательного и вращательного движения. Основные понятия и формулы



Положение материальной точки в пространстве в данный момент времени задается с использованием системы координат относительно некоторой точки (тела) отсчета, которая является началом системы координат. Направленный отрезок прямой, соединяющий точку отсчета O (см. рис.) и материальную точку, называется радиус-вектором – $\vec{r}(t)$;

$$\vec{r}(t) = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} + z(t)\cdot\vec{k},$$

где $x(t), y(t), z(t)$ – координаты точки в пространстве; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений (орты соответствующих координатных осей); t – время. Модуль радиус-вектора определяется выражением:

$$|\vec{r}(t)| = \sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2 + (z(t))^2}.$$

Вектор $\Delta\vec{r}$, проведенный из начальной точки M в конечную точку M', называется вектором перемещения материальной точки за время Δt:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t), \text{ или } \Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k},$$

где $\Delta x = x' - x; \Delta y = y' - y; \Delta z = z' - z.$

Путь ΔS это расстояние пройденное материальной точкой отсчитанное вдоль траектории движения. Путь всегда положителен и в процессе движения может только возрастать. При линейном движении путь ΔS равен модулю вектора перемещения (перемещению) $|\Delta\vec{r}|$:

$$\Delta S = |\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2},$$

при криволинейном движении $|\Delta\vec{r}| < \Delta S$.

Вектор средней скорости движения материальной точки:

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{r}$ – перемещение точки за промежуток времени Δt; $\vec{r}$ – радиус-вектор точки.

Средняя путевая скорость движения:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройдённый точкой за промежуток времени Δt.

Мгновенная скорость:

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k},$$

где $\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}, \upsilon_y = \dfrac{dy}{dt}, \upsilon_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости $\vec{\upsilon}$ на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полной скорости:

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения ($\vec{\upsilon} = \text{const}$, $\vec{a} = 0$) точки вдоль оси OX:

$$x = x_0 \pm \upsilon t,$$

где x_0 – начальная координата точки; t – время движения. Знак «плюс» берётся при совпадении направления вектора скорости с выбранным положительным направлением оси OX.

Правило сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{\upsilon}_{0,},$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость материальной точки относительно неподвижной системы отсчета; $\vec{\upsilon}'$– скорость материальной точки относительно подвижной системы отсчета; $\vec{\upsilon}_0$ – скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы отсчёта.

Среднее ускорение материальной точки:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

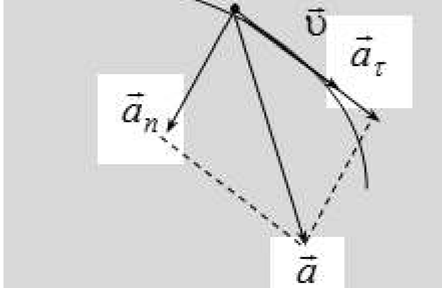
Мгновенное ускорение материальной точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}(t)}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

где $a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt}, a_y = \dfrac{d\upsilon_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt}, a_z = \dfrac{d\upsilon_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt}$ – проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полного ускорения: $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Полное ускорение при криволинейном движении: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$,



где $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ – модуль тангенциальной (касательной к траектории) составляющей ускорения; $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ – модуль нормальной

(центростремительной) составляющей ускорения, R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Модуль вектора полного ускорения при криволинейном движении:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного движения ($\vec{a} = \text{const}$) уравнения движения имеют вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t \pm \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

где $\vec{\upsilon}_0$ – вектор начальной скорости.

Кинематические уравнения равнопеременного движения вдоль оси X и Y:

$$x = x_0 \pm \upsilon_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2},\ y = y_0 \pm \upsilon_{0y} t \pm \frac{a_y t^2}{2}.$$

Скорость точки при равнопеременном движении:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t,$$

где $\vec{\upsilon}_0$ – вектор скорости движения в начальный момент времени $t = 0$ (начальная скорость).

Скорость точки при равнопеременном движении вдоль оси X и Y:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t,\ \upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t.$$

При равноускоренном движении ускорение a берётся со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Связь между ускорением и путем при прямолинейном движении может быть определена выражением: $\Delta S = \dfrac{\left|\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right|}{2a}$.

При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением) $\vec{\varphi}$ ($d\vec{\varphi}$) при указанном положении оси вращения.

Угловая скорость тела: $\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

Модуль угловой скорости равномерного вращательного движения:

$$\omega = |\vec{\omega}| = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где $\Delta\varphi$ – угол поворота произвольного радиуса от начального положения; Δt – промежуток времени, за который произошел этот поворот; T – период вращения; $\nu = \dfrac{N}{t}$ – частота вращения, N – число оборотов за время t.

Угловое ускорение: $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$.

Кинематическое уравнение равномерного вращения ($\vec{\omega} = \text{const}$, $\vec{\varepsilon} = 0$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 – угол поворота в момент времени $t = 0$ (в начальный момент времени).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращательного движения ($\varepsilon = \text{const}$):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Связь угла поворота с числом оборотов: $\varphi = 2\pi N$.

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t,$$

где ω_0 – угловая скорость в начальный момент времени $t = 0$ (начальная угловая скорость). При равноускоренном вращении тела угловое ускорение ε берется со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Связь между линейными и угловыми величинами выражается формулами: линейный путь, пройденный точкой

$$dS = Rd\varphi,$$

где $d\varphi$ - угловой путь точки; R – радиус вращения точки;

линейная скорость точки $\upsilon = \omega R$;

тангенциальное ускорение точки $a_\tau = \varepsilon R$;

нормальное ускорение точки $a_n = \omega^2 R$;

модуль полного ускорения $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$.

1.1.2. Динамика материальной точки. Динамика вращательного движения. Основные понятия и формулы

Масса тела m – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи определяющая её инерционные и гравитационные свойства.

Физическая сила $\vec{F}$ – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

В механике мы рассматриваем различные силы силу тяжести:

$$\vec{F}_m = m\vec{g},$$

где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения;

силы упругой деформации при растяжении (сжатии)

$$\vec{F} = -k\vec{x} \text{ либо } \sigma = E\frac{\Delta l}{l_0},$$

где $k = \dfrac{ES}{l_0}$ – коэффициент упругости (жесткости), $\sigma = F/S$ – механическое напряжение, E – модуль Юнга, $\Delta l = |\vec{x}|$ – абсолютное удлинение (сокращение) тела при деформации;

силу трения скольжения

$$\vec{F}_{тр} = -\mu N\vec{e}_{\upsilon},$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – величина силы реакции опоры (сила нормального давления на опору); $\vec{e}_{\upsilon}$ единичный вектор, направленный по вектору скорости, сила трения покоя меняет свое значение от нуля до величины силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$;

силу трения качения

$$\vec{F}_{трк} = -\frac{\mu_к}{r}N\vec{e}_{\upsilon},$$

где $\mu_к$ – коэффициент трения качения; r – радиус катящегося тела;

силу гравитационного притяжения

$$\vec{F}_T = G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r},$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/кг$\cdot$с^2 – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих объектов, $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий объекты, r – модуль радиус-вектора $\vec{r}$ (расстояние между объектами);

силу Архимеда

$$\vec{F}_A = -\rho V\vec{g},$$

где ρ – плотность жидкости или газа, V – объём погруженной в жидкость или газ части тела.

Импульс, количество движения – мера механического движения, равная для материальной точки произведению ее массы m на вектор ее скорости $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}.$$

Импульс механической системы равен векторной сумме импульсов всех n материальных точек системы или произведению массы всей системы m на скорость ее центра масс $\vec{\upsilon}_c$:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\upsilon}_i = m\vec{\upsilon}_c.$$

Скорость центра масс системы материальных точек:

$$\vec{\upsilon}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i}{m},$$

где m_i и $\vec{r}_i$ – соответственно масса и радиус-вектор i-той материальной точки; n – число материальных точек в системе, m – масса всей системы.

Координаты центра масс системы материальных точек:

радиус-вектор $\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m}$;

в координатной форме $x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{m}; y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{m}; z_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{m}$,

где m_i, $\vec{r}_i$, x_i, y_i, z_i – соответственно масса, радиус-вектор и координата i – той материальной точки; n – число материальных точек в системе, m – масса всей системы.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const}.$$

При решении задач формулировка первого закона Ньютона полезна в следующей форме: если результирующая всех сил, действующих на материальную точку (тело), равна нулю, то тело покоится или совершает равномерное и прямолинейное движение.

Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки): скорость изменения импульса точки равна равнодействующей силе, действующей на точку:

$$\sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{\upsilon}\right)}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i$ – векторная сумма сил, действующих на тело массой m; k – число действующих сих.

В проекциях на касательную и нормаль к траектории точки это же уравнение будет иметь вид:

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{d\upsilon}{dt}; \qquad F_n = ma_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Все силы в природе являются силами взаимодействия. Этот факт выражает суть третьего закона Ньютона: с какой силой тело 1 действует на тело 2, с такой же силой, но противоположной по направлению, тело 2 действует на тело 1: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского):

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p,$$

где $\vec{F}_p = -\vec{u}\dfrac{dm}{dt}$ – реактивная сила ($\vec{u}$ – скорость истечения газов из ракеты).

Работа постоянной силы на прямолинейном участке пути:

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r} = F\Delta S\cos(\alpha),$$

где α – угол между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$, $\Delta S = |\Delta\vec{r}|$ – элементарный путь.

Работа, совершаемая переменной силой на пути s:

$$A = \int_S \vec{F}d\vec{r} = \int_S F_s ds = \int_S F\cos\alpha ds,$$

где $\vec{F}_S$ – проекция вектора силы на вектор перемещения $d\vec{r}$, $dS = |d\vec{r}|$ – модуль вектора перемещения.

Средняя мощность за промежуток времени Δt $\langle N\rangle = \dfrac{A}{\Delta t}$.

Мгновенная мощность: $N = \dfrac{dA}{dt}$ или $N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s\upsilon = F\upsilon\cos\alpha$.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

упругих сил $E_П = \dfrac{kx^2}{2}$,

где k – коэффициент упругости, x – абсолютная деформация;

гравитационного взаимодействия двух тел $E_П = -G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$;

тéла, находящегося в однородном гравитационном поле,

$$E_П = mgh,$$

где h – высота над уровнем, принимаемым за нулевой (для консервативной системы).

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией тела:

$$\vec{F} = -gradE_{\Pi} = -(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z}\vec{k}),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия сохраняется:

$$E = E_K + E_{\Pi} = \text{const}.$$

Если кроме консервативных сил действуют неконсервативные, то изменение полной механической энергии равно работе неконсервативных сил:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Момент силы относительно неподвижной оси Z:

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r}, \vec{F}\right].$$

Модуль момента силы:

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Момент инерции материальной точки:

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела):

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс (сплошного однородного твердого тела): $J = \int\limits_m r^2 dm = \rho \int\limits_V r^2 dV$, где ρ – плотность тела; V – его объём.

Теорема Штейнера:

$$J = J_c + ma^2,$$

где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a; m – масса вращающегося тела.

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки: $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]$.

Проекция вектора момента импульса (момент количества движения) твёрдого тела относительно неподвижной оси вращения Z:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = J_z \omega_z,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i\upsilon_i$ – импульс этой частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси Z; ω_z – проекция угловой скорости вращения на ось Z.

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы: $\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \text{const}$.

Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \qquad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где ε – величина углового ускорения; J_z – момент инерции тела относительно оси Z.

Элементарная работа при вращении тела:

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси Z.

Работа внешних сил при повороте твердого тела на конечный угол φ:

$$A = \int_0^{\varphi} M_z d\varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси Z:

$$W_{Kвр} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси Z; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$W_K = \frac{1}{2} m \upsilon_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где m – масса тела; υ_c – скорость центра масс тела; J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

Напряжение при упругой деформации тела:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F – растягивающая (сжимающая) сила; S – площадь поперечного сечения тела.

Относительное продольное растяжение (сжатие):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – изменение длины тела при растяжении (сжатии); l – длина тела до деформации.

Относительное поперечное растяжение (сжатие):

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где Δd – изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии); d – диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением) ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε:

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon,$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия):

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга.

Потенциальная энергия упруго растянутого (сжатого) тела:

$$W_{\Pi} = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2 = \frac{E\varepsilon^2}{2}V,$$

где V – объём тела.

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h:

$$p = \rho g h,$$

где ρ – плотность жидкости.

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho g V,$$

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:

$$S\upsilon = \text{const},$$

где S – площадь поперечного сечения трубки тока; υ – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + p = \text{const},$$

где $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$ – динамический напор; ρgh – гидравлический напор (h – глубина рассматриваемого сечения жидкости относительно уровня жидкости); p – статическое давление.

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$\upsilon = \sqrt{2gh},$$

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости:

$$F = -\eta\left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}\right|S,$$

где η – динамическая вязкость жидкости; $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}$ – градиент скорости; S – площадь соприкасающихся слоев.

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta},$$

где ρ – плотность жидкости; $\langle\upsilon\rangle$ – средняя по сечению трубы скорость жидкости; d – характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик:

$$F = -6\pi\eta r\upsilon,$$

где r – радиус шарика; υ – его скорость.

Формула Пуазейля, позволяющая определить объём жидкости, протекающий за время t через капиллярную трубку длиной l:

$$V = \pi R^4\frac{\Delta pt}{8\eta l},$$

где R – радиус трубки; Δp – разность давлений на концах трубки.

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня:

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе k', относительно которой стержень покоится (собственная длина); стержень параллелен оси x; l – длина стержня в системе k, относительно которой он движется со скоростью υ; $\beta = \frac{\upsilon}{c}$; $c = 3\cdot10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где Δt_0 − промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы k', измеренными по часам этой системы (собственное время движущихся часов); Δt − промежуток времени между двумя событиями, измеренными по часам системы k.

Зависимость массы частицы от скорости ее движения (релятивистская масса):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 − масса покоя этой частицы.

Релятивистский импульс $\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \dfrac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right); \quad E_к = E - E_0,$$

где $E = mc^2 = m_0c^2 + E_к$ – полная энергия релятивистской частицы; $E_0 = m_0c^2$ − энергия покоя частицы.

Изменение массы системы на величину Δm соответствует изменению энергии системы на величину $\Delta E = \Delta mc^2$.

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}; \quad p_c = \sqrt{E_к\left(E_к + 2E_0\right)}.$$

Релятивистское сложение скоростей:

$$u = \frac{u' + \upsilon}{1 + \dfrac{u'\upsilon}{c^2}}; \quad u' = \frac{u - \upsilon}{1 - \dfrac{u\upsilon}{c^2}},$$

где u' − величина скорости тела относительно системы k' (относительная скорость), υ − величина скорости системы k' относительно системы k' (переносная скорость); υ – величина скорости тела относительно системы k.

Энергию микрочастиц часто измеряют в электрон-вольтах: 1эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж.

1.1.3. Механические колебания. Упругие волны. Основные понятия и формулы

Колебаниями называют движения и процессы, обладающие повторяемостью во времени. К гармоническим относят колебания, при которых координаты тела меняются по закону

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x – смещение колеблющейся величины от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – круговая (циклическая) частота; $\nu = 1/T$ – частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза (в момент времени $t_0 = 0$); $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент t.

Модуль скорости и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega\cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0 + \pi) = -\omega^2 x.$$

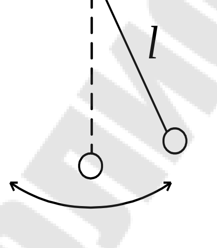
Величина максимальной скорости υ_{max} (амплитуда скорости) и ускорение a_{max} (амплитуда ускорения) материальной точки, совершающей гармонические колебания: $\upsilon_{max} = A\omega$ $\qquad a_{max} = A\omega^2$.

Фаза колебаний $\varphi = (\omega t + \varphi_0) = (2\pi\nu t + \varphi_0) = \left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$.

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки массой m:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx,$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$), ω^2 – собственная частота колебаний, которая зависит от параметров колеблющейся системы.



Математический маятник с неподвижной осью:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$;

циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$,

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

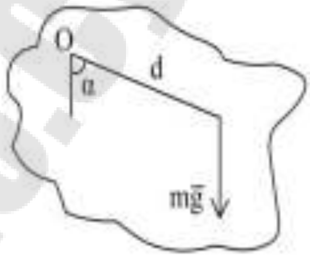
Математический маятник с осью, движущейся с ускорением $\vec{a}$:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g^*}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{g^*}{l}}$,

где l – длина маятника; g^* – модуль вектора ускорения маятника $\vec{g}^* = \vec{g} + \vec{a}$.

Физический маятник:

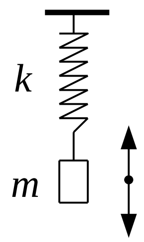


период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{mgd}{J}} = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$,

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний O; d – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $L = J/(md)$ – приведенная длина физического маятника.

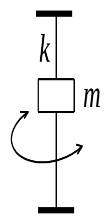
Пружинный маятник:



период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$,

где k – коэффициент упругости (жесткость пружины).



Крутильный маятник (тело, подвешенное на упругой нити): период крутильных колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{k}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{J}}$,

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

При наличии сил трения свободные колебания будут затухающими и их амплитуда уменьшается в результате потерь энергии.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt},$$

где $\delta = \dfrac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; если амплитуда уменьшилась в e раз ($e \approx 2{,}718$), то $\delta = \dfrac{1}{\tau}$, где τ – время релаксации; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ – собственная частота той же колебательной системы; r – коэффициент сопротивления.

Уравнение затухающих колебаний, т.е. смещение колеблющейся точки от положения равновесия (решение дифференциального уравнения):

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t; A_0 – амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени ($t_0 = 0$); $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – круговая частота затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания:

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

где δ – коэффициент затухания; T – период затухающих колебаний; τ – время релаксации; N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз; $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Добротность колебательной системы:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta},$$

где Θ – логарифмический декремент затухания, ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы, δ – коэффициент затухания.

Если система совершает колебания под периодически изменяющимся внешним воздействием, то такие колебания называют вынужденными.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} + F_0\cos\omega t,$$

где $F_0 \cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – амплитуда вынуждающей силы.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$x = A\cos(\omega t - \varphi),$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний, которая зависит от соотношения вынужденной ω и собственной частоты ω_0,

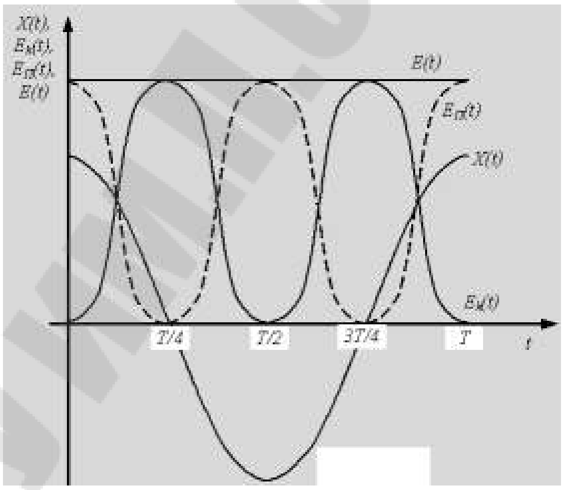
$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}},$$

где φ определяет отставание по фазе вынужденного колебания от вынуждающей силы: $tg\varphi = \dfrac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$.

Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2},\ A_{рез} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

где F_0 – амплитудное значение внешней периодической силы.



Кинетическая энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_П = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Полная энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_П = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2.$$

При сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты амплитуда A результирующего колебания:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Начальная фаза результирующего колебания:

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды двух складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – начальные фазы колебаний.

Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2, $\nu = \nu_1 - \nu_2$.

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2, $\dfrac{x^2}{A_1^2} + \dfrac{y^2}{A_2^2} - \dfrac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, уравнение траектории примет вид: $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$, т.е. точка движется по эллипсу.

Связь длины волны λ с периодом T и частотой ν колебаний:

$$\lambda=\upsilon T; \qquad \upsilon=\lambda\nu,$$

где υ – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x:

$$\xi(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где $\xi(x,t)$– смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A– амплитуда волны; ω– циклическая (круговая) частота; $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ– длина волны; υ– фазовая скорость волны; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Величина $\varphi=\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)+\varphi_0$ или $\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi_0$ называется фазой волны.

Дифференциальное уравнение волнового процесса:

$$\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2}=\upsilon^2\frac{\partial^2\xi(x,t)}{dx^2},$$

где $\xi(x,t)$– смещение точек среды с координатой xв момент времени t, υ – фазовая скорость волны.

Уравнение плоской затухающей волны:

$$\xi(x,t)=A_0e^{-\beta x}\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где A_0– амплитуда волны в точке $x=0$, β – коэффициент затухания, зависящий от свойств среды, ω– циклическая (круговая) частота; $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ– длина волны; υ – фазовая скорость волны; T – период колебаний);φ_0 – начальная фаза колебаний.

Уравнение сферической волны без учета затухания имеет вид:

$$\xi(x,t)=\frac{A}{r}\cos\left(\omega\left(t-\frac{r}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right),$$

где $\xi(x,t)$– смещение точек среды с координатой xв момент времени t; A – амплитуда волны; r – расстояние от источника колебаний; ω – циклическая (круговая) частота; υ – фазовая скорость волны; φ_0 – начальная фаза колебаний.

Волновое уравнение для волн, распространяющихся в упругой изотропной среде, имеет вид: $\dfrac{\partial^2\xi}{\partial\delta^2}+\dfrac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\dfrac{1}{\upsilon^2}\dfrac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$,

решением которого является выражение: $\xi = a\cos\left[\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0\right]$,

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, который характеризует точку пространства, которой достигла волна к промежутку времени t, при этом выполняются следующие равенства: $k_x^2+k_y^2+k_z^2=\dfrac{\omega^2}{\upsilon^2}$, $\quad\vec{k}\cdot\vec{r}=k_x x+k_y y+k_z z$.

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода Δ: $\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta$.

Условия максимума и минимума амплитуды колебания при интерференции волн:

$$\Delta_{\max}=\pm 2m\frac{\lambda}{2},\qquad \Delta_{\min}=\pm(2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где m = 0, 1, 2, … – порядок максимума (минимума).

Фазовая υ и групповая u скорости, а также связь между ними:

$$\upsilon=\frac{\omega}{k};\qquad u=\frac{d\omega}{dk};\qquad u=\upsilon-\lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны:

$$\xi(x,t)=2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t=2A\cos kx\cdot\cos\omega t,$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}=\dfrac{2\pi}{\upsilon T}=\dfrac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость; T – период колебаний).

Координаты пучностей и узлов стоячей волны:

$$x_П=\pm m\frac{\lambda}{2};\qquad x_у=\pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

где m = 0, 1, 2, … .

Уровень интенсивности звука в децибелах:

$$L=10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I – интенсивность звука; I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости (I_0 = 10^{-12} Вт/м^2).

Эффект Доплера в акустике:

$$\nu=\frac{(\upsilon\pm\upsilon_{пр})\nu_0}{\upsilon\mp\upsilon_{ист}},$$

где ν – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; ν_0 – частота звука, посылаемая источником; $\upsilon_{пр}$ – скорость движения приемника; $\upsilon_{ист}$ – скорость движения источника; υ – скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Плотность потока энергии волны (вектора Умова):

$$j = \frac{d\Phi}{dS} = w\upsilon,$$

где $d\vec{\Phi}$ – поток энергии переносимой волной за единицу времени через площадку dS, перпендикулярную направлению распространения волны.

Среднее значение модуля вектора Умова $\langle j \rangle = \langle w \rangle \upsilon = \frac{1}{2}\rho A^2 w^2 \upsilon$.

При произвольной ориентации площадки dS (единичного вектора $\vec{n}$, нормального к плоскости площадки) относительно вектора Умова $\vec{j}$, поток через неё будет равен $d\Phi = \vec{j}d\vec{S} = jdS\cos\alpha$.

Полный поток через поверхность S определяется интегралом:

$$\Phi = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_S j_n dS.$$

1.1.4. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Законы идеального газа. Основы термодинамики. Основные понятия и формулы

Количество вещества тела (системы):

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.); $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро (число молекул в одном моле).

Молярная масса вещества:

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса однородного тела (системы); ν – количество вещества этого тела.

Молярная масса смеси газов:

$$M_{см} = \frac{\sum_{i=0}^{n} m_i}{\sum_{i=0}^{n} \nu_i},$$

где m_i – масса i -того компонента смеси; ν_i – количество вещества i -того компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Концентрация частиц (молекул, атомов, ионов и т.п.) однородной системы:

$$n = \frac{N}{V},$$

где N – число частиц в системе; V – объем системы.

Нормальные условия – стандартные физические условия, определяемые давлением $P = 101325 \approx 10^5$ Па (760 мм. рт. ст.) и абсолютной температурой $T = 273{,}15$ К ($t = 0^0$ С).

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

где R = 8,31 Дж/моль·К – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура газа; P – давление газа; V – объем газа.

Зависимость давления газа P от концентрации молекул n и температуры T газа (уравнение состояния газа):

$$P = nkT,$$

где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу, $k = \frac{R}{N_A}$).

Опытные газовые законы. Объединенный газовый закон:

для неизменной массы газа : $\frac{PV}{T} = \mathrm{const}$,

или для двух состояний газа: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$,

где P_1, V_1, T_1 – соответственно давление, объем и температура газа в начальном состоянии; P_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс, $m = \mathrm{const}$, $T = \mathrm{const}$) $PV = \mathrm{const}$, или для двух состояний газа: $P_1V_1 = P_2V_2$.

Закон Гей – Люссака (изобарный процесс, $m = \mathrm{const}, P = \mathrm{const}$,): $\frac{V}{T} = \mathrm{const}$, или для двух состояний газа: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

Закон Шарля (изохорный процесс, $m = \mathrm{const}$, $V = \mathrm{const}$): $\frac{P}{T} = \mathrm{const}$, или для двух состояний газа: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n,$$

где P – давление смеси газов; P_i – парциальное давление i - того компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 < \upsilon_{кв} >^2 \quad \text{или} \quad P = \frac{2}{3} n < E_к >,$$

где m_0 – масса одной молекулы; $< \upsilon_{кв} >$ – средняя квадратичная скорость молекул, $< E_к >$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа:

$$< E_{пост} >= \frac{3}{2} kT,$$

где k = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу, $k = \frac{R}{N_A}$).

Средняя полная кинетическая энергия (приходящаяся на все степегни свободы молекулы):

$$< E_i >= \frac{i}{2} kT,$$

где i – сумма числа поступательных $i_{пост}$, числа вращательных $i_{вр}$ и удвоенного числа колебательных $i_к$ степеней свободы молекулы: $i = i_{пост} + i_{вр} + i_к$; для одноатомной молекулы $i = 3$ (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной $i = 5$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 2$ для вращательного движения); для трехатомной и более $i = 6$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 3$ для вращательного движения).

Внутренняя энергия идеального газа:

а) для произвольной массы газа - $U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT$;

б) для одного моля газа - $U = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT$,

где i – число степеней свободы газа, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура, N_A – постоянная Авогадро, R – молярная газовая постоянная, m – масса газа, M – молярная масса, ν – количество вещества.

Скорости молекул:

наиболее вероятная $\upsilon_в = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$;

средняя квадратичная $\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$;

средняя арифметическая $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$,

где m_0 – масса одной молекулы.

Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла): $dN = Nf(\upsilon)d\upsilon$,

где $f(\upsilon)$ – функция распределения молекул газа по скоростям (доля молекул, модули скоростей которых находятся в единичном интервале скоростей).

Аналитическое выражение функции распределения:

$$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon} = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2 e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}},$$

где m_0 – масса одной молекулы газа; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Распределение частиц в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана):

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0 gh/(kT)} \quad \text{или} \quad n = n_0 e^{-П/(kT)},$$

где n и n_0 – концентрации молекул соответственно на высоте h и h_0 =0; $П = m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

Распределение давления в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула):

$$P = P_0 e^{-Mgh/(RT)} = P_0 e^{-m_0 gh/(kT)},$$

где h – координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; P – давление газа на высоте h; P_0 – давление газа на высоте h = 0; m_0 – масса частицы; M – молярная масса; g – ускорение свободного падения; R – молярная газовая постоянная; k – постоянная Больцмана.

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon \rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle \upsilon \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\langle l \rangle = \frac{\langle \upsilon \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2 P},$$

где $k = 1,38\cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Среднее число ударов молекул о единицу поверхности в единицу времени $\nu = \frac{1}{4} n \langle \upsilon \rangle$.

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости):

$$F = -\eta \frac{d\upsilon}{dx} S,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S; $\frac{d\upsilon}{dx}$ – градиент скорости; η – динамическая вязкость,

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle,$$

где ρ – плотность газа.

Закон теплопроводности Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где Q – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь S за время t; $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры; λ – коэффициент теплопроводности,

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объёме; ρ – плотность газа; $\langle \upsilon \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика:

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St,$$

где M – масса вещества, переносимая посредством диффузии через площадь S за время t; $\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности, D – коэффициент диффузии, $D = \frac{1}{3} \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle$.

Связь между коэффициентами теплопроводности λ, диффузии D и внутреннего трения η:

$$\eta = \rho D, \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа.

Теплоемкость – отношение элементарного количества теплоты dQ, сообщенного телу (системе) при бесконечно малом изменении его состояния в каком-либо процессе, к соответствующему изменению dT абсолютной температуры этого тела:

$$C_T = \frac{dQ}{dT}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и при постоянном давлении (c_p):

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M},$$

где i – число степеней свободы; R – молярная газовая постоянная.

Связь между молярной и удельной теплоемкостью: $C_M = cM$.

Молярные теплоемкости при постоянном объеме (C_V) и постоянном давлении (C_P): $C_V = \frac{i}{2}R; \quad C_p = \frac{i+2}{2}R$.

Связь между молярными теплоемкостями при постоянном объеме и постоянном давлении (при изобарном и изохорном процессах) выражается уравнением Майера: $C_p - C_V = R$.

Удельная теплоемкость смеси газов определяется отношением теплоемкости $C_{см}$ к массе этой смеси $m_{см}$: $c_{см} = \frac{C_{см}}{m_{см}}$.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{m}{M}C_V T,$$

где i – число степеней свободы молекулы; для одноатомной молекулы $i = 3$ (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной $i = 5$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 2$ для вращательного движения); для трёхатомной и более $i = 6$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 3$ для вращательного движения).

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение ее внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме: $\delta Q = dU + \delta A$.

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема - $dA = PdV$.

Полная работа при изменении объема газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Работа газа:

при изобарном процессе $A = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$;

при изотермическом процессе $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2}$;

при изохорном процессе $A = 0$.

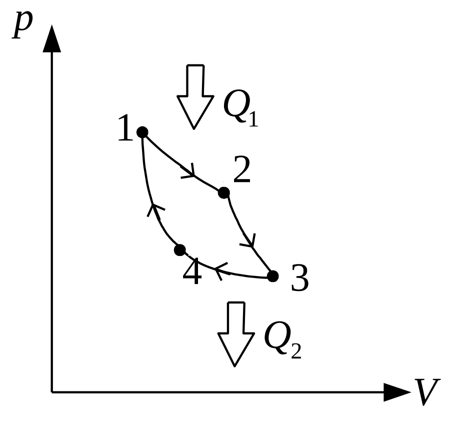
В условиях теплоизоляции системы реализуется адиабатный процесс, которым можно считать также процесс, протекающий столь быстро, что за время его осуществления не успевает произойти существенный теплообмен с внешней средой. Из первого начала термодинамики следует, что в адиабатном процессе работа совершается за счет изменения внутренней энергии: $\delta A = -dU$. Т.е. если газ расширяется, то его температура понижается, а при резком сжатии – возрастает.

Уравнение Пуассона, связывающее параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$PV^{\gamma} = \mathrm{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \mathrm{const}; \quad T^{\gamma} P^{1-\gamma} = \mathrm{const},$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты.

Среди всех круговых процессов большое значение имеет процесс, составленный из четырех процессов: двух изотерм и двух адиабат – цикл Карно.



Эффективность тепловой машины определяется термическим коэффициентом полезного действия (*КПД*) для кругового процесса (цикла): $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$,

где знак равенства относится к циклу Карно, A – работа, совершенная рабочим веществом в течение цикла (полезная работа); Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя рабочим веществом; Q_2 – количество теплоты, отданное при этом холодильнику; T_1 и T_2 – температуры нагревателя и холодильника.

Приведенная теплота $\left(\frac{Q}{T}\right)$ для любых изотермических переходов между двумя адиабатами есть величина постоянная: $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$; $\frac{Q}{T} = \text{const}$.

Функция, характеризующая направление протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе, называется энтропией: $\frac{\delta Q}{T} = dS$.

Изменение энтропии тела в любом обратимом процессе, переводящем его из состояния 1 в состояние 2,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ – элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре T.

Второе начало термодинамики: энтропия замкнутой системы при любых происходящих в ней процессах не уменьшается – она возрастает при необратимых процессах и остается постоянной в случае обратимых процессов, т.е. $\Delta S \geq 0$.

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T},$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования надо выразить через величины, характеризующие исследуемый процесс.

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного моля газа:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$

где V_m – молярный объём; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольной массы газа:

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества; $V = \nu V_m$.

Внутреннее давление газа, обусловленное силами взаимодействия молекул:

$$P' = \frac{a}{V_m^2},$$

где a – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения.

Критические параметры – объем V_k, давление P_k и температура T_k связаны с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса соотношениями:

$$V_к = 3b; \quad P_к = \frac{a}{27b^2}; \quad T_к = \frac{8a}{27Rb},$$

где R – молярная газовая постоянная.

Внутренняя энергия реального газа:

одного моля - $U_m = C_V T - \dfrac{a}{V_m}$;

произвольной массы - $U_m = \dfrac{m}{M}\left(C_V T - \dfrac{a}{V_m}\right)$,

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Жидкости. Поверхностное натяжение:

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad \text{либо} \quad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхностной плёнки жидкости, связанной с изменением площади ΔS поверхности этой плёнки.

Формула Лапласа, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск). В случае сферической поверхности избыточное давление $\Delta P = \dfrac{2\sigma}{R}$.

Высота подъёма жидкости в капиллярной трубке:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r},$$

где θ – краевой угол; r – радиус капилляра; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Высота подъёма жидкости между двумя близкими и параллельными плоскостями:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Твёрдые тела. Закон Дюлонга и Пти:

$$C_V = 3R,$$

где C_V – молярная (атомная) теплоёмкость химически простого твёрдого тела.

При повышении температуры длина твёрдых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой:

$$l_1 = l_0(1 + at),$$

где l_1 – длина тела при температуре t, l_0 – его длина при температуре 0℃, a – коэффициент линейного теплового расширения.

Для твёрдых изотропных тел: $a = \frac{1}{3}b$, где b – коэффициент объёмного теплового расширения.

Относительное изменение длины стержня по закону Гука в случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \alpha p_н = \frac{1}{E} p_н$, где $p_н$ – удельная нагрузка (напряжения), $p_н = \frac{F}{S}$, где F – растягивающая (сжимающая) сила, S – площадь поперечного сечения; α – коэффициент упругости, $E = \frac{1}{\alpha}$ – модуль упругости (модуль Юнга).

Относительное изменение толщины стержня при продольном растяжении: $\frac{\Delta d}{d} = \varepsilon_n \cdot p_н$, где ε_n – коэффициент поперечного сжатия.

Коэффициент Пуассона: $\mu = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon}$.

1.2. Примеры решения задач по разделу «Механика и молекулярная физика»

Задача 1. Две трети своего пути мотоциклист проехал со скоростью υ_1 = 54 км/ч, остальную часть пути – со скоростью υ_2 = 72 км/ч. Найти среднюю путевую скорость мотоциклиста.

Решение. Среднюю путевую скорость мотоциклиста можно найти по формуле

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{S}{t},$$

где S – путь, пройденный мотоциклистом за время t.

Представим время t в виде суммы $t = t_1 + t_2$, где t_1 – время, за которое мотоциклист проехал две трети пути, двигаясь со скоростью υ_1, т.е. $t_1 = \frac{2}{3}\frac{S}{\upsilon_1}$; t_2 – время, за которое мотоциклист проехал оставшуюся треть пути, двигаясь со скоростью υ_2, т.е. $t_2 = \frac{1}{3}\frac{S}{\upsilon_2}$.

Тогда $$\langle\upsilon\rangle = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\left(\frac{2S}{3\upsilon_1} + \frac{S}{3\upsilon_2}\right)} = \frac{3\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + 2\upsilon_2};$$

$$[\langle\upsilon\rangle] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{3\cdot 15\cdot 20}{15 + 2\cdot 20} = 16{,}4 \text{ м/с}.$$

Ответ задачи может показаться неожиданным, так как в учебниках при выводе формулы пути равноускоренного движения используется выражение $\langle\upsilon\rangle = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$, согласно которому средняя скорость должна была бы равняться 17,5 м/с, однако эта формула пригодна только для равноускоренного движения.

Ответ: $\langle\upsilon\rangle \approx 16{,}4$ м/с.

Задача 2. Скорость материальной точки изменяется по закону $\vec{\upsilon} = \alpha\left(2t^3 - \beta\right)\vec{i} - \gamma\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\vec{j}$, где $\alpha = 1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^4}$, $\beta = 1\ \text{с}^3$, $\gamma = 1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определить закон движения, если в начальный момент времени t=0 тело находилось в начале координат, т.е. $\vec{r}_0 = (0{,}0{,}0)$. Определить вектор ускорения.

Решение. Закон движения $\vec{r}=\vec{r}(t)$ и вектор скорости $\vec{v}$ связаны дифференциальным уравнением

$$\vec{\upsilon}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

В нашем случае из условия $\vec{\upsilon}=\alpha\left(2t^3-\beta\right)\vec{i}-\gamma\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\vec{j}$ запишем компоненты скорости υ_x, υ_y, υ_z

$$\upsilon_x=\alpha\left(2t^3-\beta\right);\ \upsilon_y=-\gamma\sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right);\qquad \upsilon_z=0.$$

По определению:

$$\upsilon_x=\frac{dx}{dt};\quad \upsilon_y=\frac{dy}{dt};\quad \upsilon_z=\frac{dz}{dt}.$$

$$\frac{dx}{dt}=\alpha\left(2t^3-\beta\right);\ \frac{dy}{dt}=-\gamma\, sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right);\qquad \frac{dz}{dt}=0.$$

Разделим переменные и проинтегрируем

$$dx=\alpha\left(2t^3-\beta\right)dt;\qquad dy=-\gamma\, sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)dt.$$

$$\int dx=\int 2\alpha t^3dt-\int\alpha\beta dt;\qquad \int dy=-\int\gamma\, sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)dt;$$

$$z=c_3.$$

Получим:

$$x=\alpha\frac{t^4}{2}-\alpha\beta t+c_1=\alpha\left(\frac{t^4}{2}-\beta t\right)+c_1;$$

$$y=\frac{3\gamma}{2\pi}cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)+c_2,$$

где c_1, c_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий. Учитывая, что x=0, y=0 при t=0 получаем, c_1=0, $c_2=-\frac{3\gamma}{2\pi}$, c_3=0. Тогда закон движения материальной точки:

$$\vec{r}(t)=\alpha\left(\frac{t^4}{2}-\beta t\right)\vec{i}+\frac{3\gamma}{2\pi}\left(cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)-1\right)\vec{j}.$$

Зная компоненты вектора скорости найдем компоненты вектора ускорения

$$a_x=\frac{d\mathrm{v}_x}{dt};\ a_y=\frac{d\mathrm{v}_y}{dt};\ a_z=\frac{d\mathrm{v}_z}{dt};$$

$$a_x = 6\alpha t^3;\; a_y = -\frac{2\pi}{3}\gamma\, cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right);\; a_z = 0;$$

$$\vec{a} = 6\alpha t^3\vec{i} - \frac{2\pi}{3}\gamma\, cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\vec{j}.$$

Ответ: $\vec{a} = 6\alpha t^3\vec{i} - \frac{2\pi}{3}\gamma\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\vec{j}$.

Задача 3. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 10 + 20t - 2t^2$. Найти величину и направление полного ускорения точки, находящейся на расстоянии R = 0,1 м от оси вращения, для момента времени t = 4 с.

Решение. Точка вращающегося тела описывает окружность. Полное ускорение точки:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2};$$

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где a_τ, a_n - тангенциальное и нормальное ускорение точки;

ε - угловое ускорение;

ω - угловая скорость.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t,$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -4.$$

Согласно полученному выражению, угловое ускорение не зависит от времени, т.е. $\varepsilon = const$.

Тогда

$$a = \sqrt{\omega^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} = 0{,}1\sqrt{4^4 + (-4)^2} = 1{,}65\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Определим направление полного ускорения:

$$cos\alpha = \frac{|a_n|}{a} = \frac{1{,}6}{1{,}65} = 0{,}97,\ \text{т.е. } \alpha = 14^0.$$

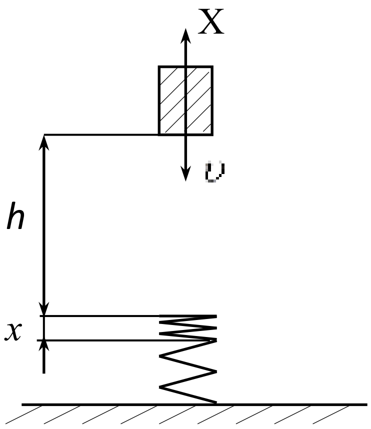
Ответ: $\alpha = 14^0$, $a = 1{,}65\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 4. Гиря, положенная на верхний конец пружины, сжимает ее на x_0 = 1 мм. На сколько сожмет пружину эта же гиря, падающая вертикально вниз с высоты h = 0,2 м с начальной скоростью $\upsilon_0 = 1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

Решение. Воспользуемся законом сохранения энергии. За нулевой уровень отсчета высоты выберем верхний край деформированной пружины.

Механическая энергия системы в начальном положении

$$E_1 = mg(h + x) + \frac{m\text{v}^2}{2}.$$



В конечном положении система обладает энергией E_2

$$E_2 = \frac{kx^2}{2},$$

где k – коэффициент жесткости пружины и согласно определению $F = kx_0$

$$k = \frac{F}{x_0} = \frac{mg}{x_0}.$$

Тогда согласно закону сохранения механической энергии E_1=E_2

$$mg(h + x) + \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mgx^2}{2x_0}.$$

Решаем уравнение

$$\frac{mgx^2}{2x_0} - mgx - mgh - \frac{m\upsilon^2}{2} = 0,$$

$$x^2 - 2x_0 x - \left(2x_0 h + \frac{\upsilon^2}{g} x_0\right) = 0,$$

$$x_{1,2} = x_0 \pm \sqrt{x_0^2 + 2x_0 h + \frac{\upsilon^2}{g} x_0}.$$

В данном случае x>0 соответствует сжатию пружины, а x<0 – растяжению пружины.

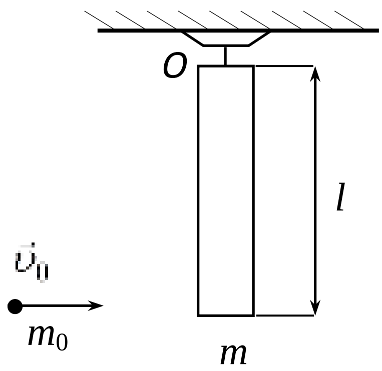
Итак,

$$x = x_0 + \sqrt{x_0^2 + 2x_0 h + \frac{\upsilon^2}{g} x_0} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Ответ: $x = 8 \cdot 10^{-2}$ м.

Задача 5. Стержень массой m = 6 кг и длиной l = 2 м может вращаться в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O (рис. 1.4). В конец стержня попадает пуля массой m_0 = 10 г, летевшая со скоростью υ_0 = $1 \cdot 10^3$ $\frac{\text{м}}{\text{с}}$, направленной перпендикулярно стержню и оси, и застревает в нем. Определить кинетическую энергию стержня после удара.

Решение. Система состоит из двух тел: стержня и пули. Для решения применим законы сохранения.



По закону сохранения момента импульса

$$m_0\upsilon_0 l = J\omega,$$

где $m_0\upsilon_0 l$ - момент импульса пули относительно оси вращения до удара, $J\omega$ - момент импульса стержня и пули относительно оси вращения после удара,

$$\omega = \frac{m_0\upsilon_0 l}{J}.$$

Момент инерции стержня $J_{cm} = \frac{1}{3}ml^2$.

Момент инерции пули $J_n = m_0 l^2$.

т.к. $m >> m_0$, то $J_n << J_{cm}$, то $J = J_{cm} = \frac{1}{3}ml^2$.

Кинетическая энергия стержня

$$E_\kappa = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{m_0^2\upsilon_0^2 l^2}{2J} = \frac{3m_0^2\upsilon_0^2}{2m}.$$

$E_\kappa = 25$ Дж.

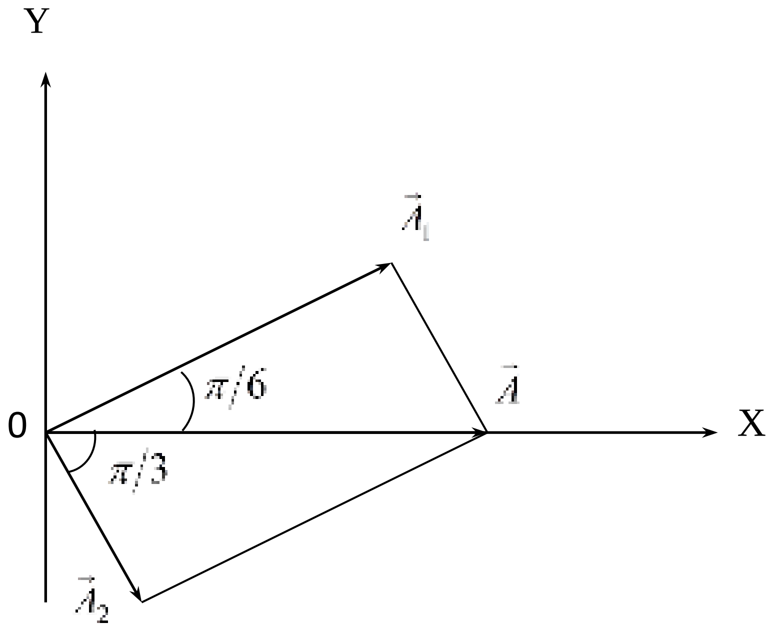
Заметим, что начальная кинетическая энергия пули до удара $E_0 = \frac{m_0\upsilon_0^2}{2} = 5\cdot 10^3$ Дж, что значительно больше кинетической энергии системы после удара, т.е. в результате неупругого удара большая часть начальной механической энергии превратилась в немеханические виды энергии.

Ответ: $E_0 = 5\cdot 10^3$ Дж.

Задача 6. Материальная точка участвует одновременно в двух колебаниях вдоль оси *OX*: $x_1 = \frac{a}{2}\sqrt{3}cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ и $x_2 = \frac{a}{2}cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$, а также вдоль оси *OY*: $y = b cos\omega t$. Найти траекторию результирующего колебания.

Решение. Сложим сначала колебания происходящие вдоль оси *OX*

$x = x_1 + x_2$, $x = A cos(2\omega t + \varphi)$.



Для наглядности воспользуемся графическим методом сложения колебаний. Каждому колебанию x_1 и x_2 поставим в соответствие векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$, длины которых равны амплитудам соответствующих колебаний, а углы наклона к оси OX -–начальным фазам. Тогда результирующему колебанию ставится в соответствие вектор $\vec{A}$.

Амплитуду результирующего колебания найдем по формулам:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

$$A = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = a.$$

Тангенс начальной фазы результирующего колебания определим по формулам:

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2},$$

$$tg\varphi = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{6} + \frac{a}{2}\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{a}{2}\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} + \frac{a}{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = 0.$$

Итак, результирующее колебание вдоль оси OX

$$x = a\cos 2\omega t$$

складываем с колебанием вдоль оси OY

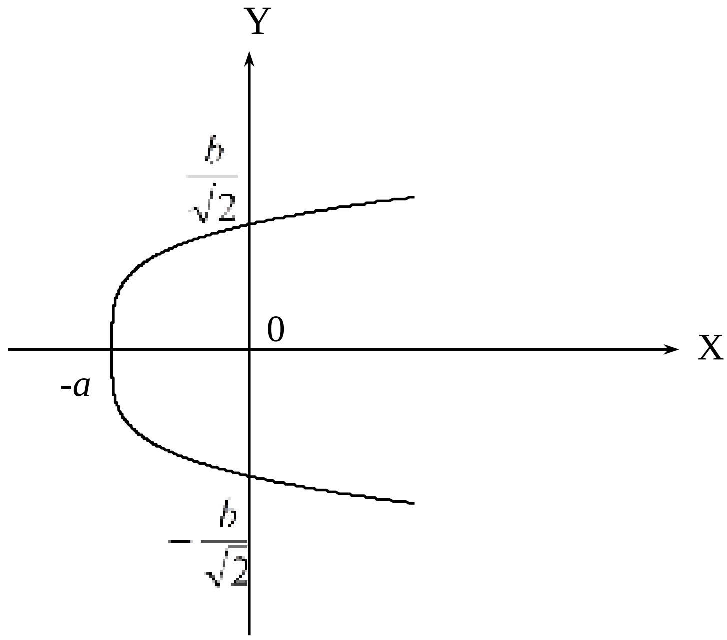
$$y = b\cos\omega t.$$

Чтобы найти траекторию результирующего колебания исключим время.

Уравнение $x = a\cos 2\omega t$ представим в виде:

$$x = a\left(2\cos^2\omega t - 1\right),$$

$$\cos\omega t = \frac{y}{b}.$$



Тогда

$x = a\left(\frac{2y^2}{b^2} - 1\right)$ - траектория представляет собой параболу.

Ответ: парабола.

Задача 7. В баллоне объемом $V = 10 \cdot 10^{-3}$ м^3 находился гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К. После того как из баллона был израсходован гелий массой $m = 0{,}01$ кг, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 0{,}364$ МПа. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon\rangle$ поступательного движения молекулы гелия оставшейся в баллоне.

Решение. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы определяется формулой:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{3}{2}kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Для нахождения температуры воспользуемся уравнением состояния идеального газа для начального и конечного состояния газа:

$$p_1V = \frac{m_1}{\mu}RT_1, \qquad p_2V = \frac{m_2}{\mu}RT_2,$$

где m_1 и m_2 - масса гелия в начальном и конечном состоянии.

$$m_1 = \frac{\mu p_1 V}{RT_1}, \qquad m_2 = \frac{\mu p_2 V}{RT_2}.$$

Масса израсходованного гелия:

$$m = m_1 - m_2 = \frac{\mu V}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right).$$

Из последнего уравнения найдем температуру T_2:

$$T_2 = \frac{\mu p_2 V T_1}{\mu p_1 V - mRT_1}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} k \frac{\mu p_2 V T_1}{\mu p_1 V - mRT_1}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{6}}{\frac{1 \cdot 10^{6}}{300} - \frac{1 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}} = 6{,}13 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Ответ: $\langle \varepsilon \rangle = 6{,}13 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Задача 8. Барометр в кабинете летящего самолета все время показывает одинаковое давление $p = 79$ кПа, благодаря чему летчик считает высоту h_1 полета неизменной. Однако температура воздуха за бортом самолета изменилась с $T = 278$ К до $T = 274$ К. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Давление p_0 у поверхности Земли считать нормальным.

Решение. Для решения задачи воспользуемся барометрической формулой: $p = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu \cdot g \cdot h}{RT}}$. Барометр может показывать неизменное давление при различных температурах T_1 и T_2 за бортом только в том случае, если самолет находился не на высоте h_1 (которую летчик считает неизменной), а на некоторой другой высоте h_2.

$$p_1 = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu \cdot g \cdot h_1}{RT_1}}, \quad p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu \cdot g \cdot h_2}{RT_2}}, \quad p_1 = p_2 = p.$$

Найдем отношение $\frac{p_0}{p}$ и обе части полученного равенства прологарифмируем:

$$ln \frac{p_0}{p} = \frac{\mu \cdot g \cdot h_1}{RT_1}; \quad ln \frac{p_0}{p} = \frac{\mu \cdot g \cdot h_2}{RT_2}.$$

Из полученных соотношений выразим высоты h_1 и h_2, и найдем их разность:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{R}{\mu \cdot g} ln\left(\frac{p_0}{p}\right)(T_2 - T_1).$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\Delta h = \frac{8{,}31 \cdot \ln\left(\dfrac{101}{79}\right)}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}(1-5) = -28{,}5 \text{ м}.$$

Самолет находился ниже на 28,5 м по сравнению с начальной высотой h_1.

Ответ: $\Delta h = 28{,}5$м.

Задача 9. Средняя длина свободного пробега молекулы углекислого газа при нормальных условиях $\langle l \rangle = 40$ нм. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle \upsilon \rangle$ молекул и число соударений $\langle Z \rangle$, которое испытывает молекула за 1 с.

Решение. Средняя арифметическая скорость молекулы определяется по формуле:

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot \mu}}.$$

Подставляя численное значение, получим:

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8 \cdot 8{,}3 \cdot 293}{3{,}14 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}} = 362 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

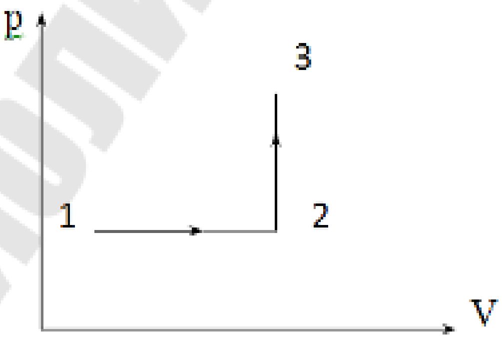
Среднее число соударений в 1 с:

$$\langle Z \rangle = \frac{\langle \upsilon \rangle}{\langle l \rangle} = \frac{362}{40 \cdot 10^{-9}} = 9{,}05 \cdot 10^{9} \ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\langle Z \rangle = 9{,}05 \cdot 10^{9}\,\text{с}^{-1}$.

Задача 10. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 0{,}2$ МПа. Был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м^3, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 0{,}5$ МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу.

Решение. Построим график процесса (см. рис). На графике точками 1, 2, 3 обозначим состояние газа, характеризуемое параметрами (p_1, V_1, T_1), (p_1, V_2, T_2), (p_2, V_2, T_3).



Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = C_V m \Delta T_1 = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}\Delta T_1,$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для кислорода $i = 5$);

$\Delta T_1 = T_3 - T_1$ – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой:

$$A = p(V_2 - V_1).$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT, \qquad pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1, \qquad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2,$$

$$A_{12} = \frac{m}{\mu}R\Delta T_2,$$

где $\Delta T_2 = T_2 - T_1$ - разность температур при постоянном давлении.

Воспользовавшись уравнением Менделеева-Клапейрона, определяем температуру:

$$T = \frac{pV\mu}{mR}.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме равна нулю

$$A_{2-3} = 0.$$

Полная работа, совершаемая газом

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} = A_{1-2},$$

тогда согласно первому началу термодинамики:

$$Q = \Delta U + A.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}31} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}31} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}31} = 2887 \text{ К};$$

$$A = A_{1-2} = \frac{8{,}31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 0{,}4 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0{,}40 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{8{,}31 \cdot 2 \cdot (2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 3{,}24 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3{,}24 \text{ МДж};$$

$$Q = (3{,}24 + 0{,}4) \cdot 10^6 = 3{,}64 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3{,}64 \text{ МДж}.$$

Ответ: $Q = 3{,}64 \cdot 10^6$ МДж.

Задача 11. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_p смеси неона и водорода, если масса неона $m_1 = 11 \cdot 10^{-3}$ кг и водорода $m_2 = 21 \cdot 10^{-3}$ кг.

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов находятся по формулам:

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu} \text{ и } c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu},$$

где i - число степеней свободы молекул газа;

μ - молярная масса.

Для неона $i = 3$ - одноатомный газ, $\mu = 20 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Для водорода $i = 5$ - двухатомный газ, $\mu = 2 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

$$c_V^{неона} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} = 6{,}24 \cdot 10^2\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p^{неона} = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} = 1{,}04 \cdot 10^3\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_V^{водорода} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}04 \cdot 10^4\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p^{водорода} = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}46 \cdot 10^4\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Для нахождения удельной теплоемкости c_V смеси при постоянном объеме теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим $Q = c_V(m_1 + m_2)\Delta T$ и с другой стороны $Q = \left(c_V^{неона} m_1 + c_V^{водорода} m_2\right)\Delta T$.

$$c_V(m_1 + m_2)\Delta T = \left(c_V^{неона} m_1 + c_V^{водорода} m_2\right)\Delta T$$

$$c_V(m_1 + m_2) = c_V^{неона} m_1 + c_V^{водорода} m_2$$

$$c_V = c_V^{неона}\ \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_V^{водорода}\ \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = \omega_1$ - массовая доля неона,

$\frac{m_2}{m_1 + m_2} = \omega_2$ - массовая доля водорода.

$$c_V = 6{,}24 \cdot 10^2\ \frac{11 \cdot 10^{-3}}{(11+21) \cdot 10^{-3}} + 1{,}04 \cdot 10^4\ \frac{21 \cdot 10^{-3}}{(11+21) \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 7{,}025 \cdot 10^3\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Аналогично:

$$c_p = c_p^{неона} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_p^{водорода} \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 1{,}04 \cdot 10^3 \frac{11 \cdot 10^{-3}}{(11 + 21) \cdot 10^{-3}} +$$

$$+ 1{,}46 \cdot 10^4 \frac{21 \cdot 10^{-3}}{(11 + 21) \cdot 10^{-3}} = 9{,}94 \cdot 10^3 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Ответ: $c_p = 9{,}94 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Задача 12. Тепловая машина работает по обратному циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500$ К. Определить термический КПД η и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу $A = 350$ Дж.

Решение. Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 - теплота полученная от теплоотдатчика;

A - работа совершенная рабочим телом тепловой машины.

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}35.$$

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Следовательно

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Произведем вычисление

$$T_2 = 500(1 - 0{,}35) = 325 \text{ К}.$$

Ответ: $T_2 = 325$К.

Задача 13. Найти изменение ΔS энтропии при нагревании воды от температуры $T_1 = 273$ К до температуры $T_2 = 373$ К.

Решение. Изменение энтропии выражается общей формулой

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

При бесконечно малом изменении dT температуры нагреваемого тела количество теплоты

$$\delta Q = mcdT,$$

где m - масса тела;

c - его удельная теплоемкость.

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T} = mc\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T}.$$

$$\Delta S = mc\, ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\Delta S = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{3} \cdot ln\frac{373}{273} = 132 \ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Ответ: $\Delta S = 132\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

1.3. Задачи для самостоятельного решения по разделу «Механика и молекулярная физика»

1.3.1. Задачи по кинематике поступательного и вращательного движения

1.1. Две трети своего пути мотоциклист проехал со скоростью υ_1 = 54 км/ч, остальную часть пути – со скоростью υ_2 = 72 км/ч. Найти среднюю путевую скорость мотоциклиста.

1.2. Два автомобиля, выехав одновременно из одного пункта, движутся прямолинейно в одном направлении. Зависимость пройденного ими пути задается уравнениями $S_1 = At + Bt^2$ и $S_2 = Ct + Dt^2 + Ft^3$. Определить величину относительной скорости автомобилей через 5 с, если: A=5 м/с, B=6 м/с^2, C=1 м/с, D=1 м/с^2, F=1 м/с^3.

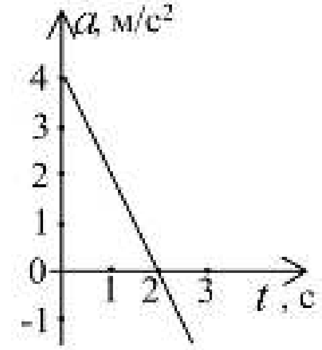
1.3. Движение материальной точки, перемещающейся по прямой, задано уравнением $S = 4t^3 + 2t + 1$. В интервале времени от 1 до 2 с найти величины мгновенной скорости и ускорения в начале и конце интервала, и величину средней скорости движения.

1.4. Заданы уравнения движения двух материальных точек: $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$, $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $A_1 = 18$ м; $A_2 = 2$ м; $B_1 = B_2 = 3$ м/с; $C_1 = -3$ м/с^2; $C_2 = 1$ м/с^2. Найти момент времени, когда скорости движения точек будут одинаковы. Определить величины скорости υ_1 и υ_2, и величины ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент времени.

1.5. Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени t = 2 с, если точка движется по закону $\vec{r}(t) = (A + Bt)\vec{i} + \left(Ct + Dt^2\right)\vec{j}$, где A = –9 м, B = 3 м/с, C = 4 м/с, D = –1 м/с^2.

1.6. Стрела пущена из лука вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 = 40 м/с. Определить: 1) через какое время и с какой по величине скоростью стрела упадет на землю; какой путь будет пройден ею за это время; 2) через какое время она окажется на высоте h = 35 м.

1.7. Мяч брошен вертикально вверх. На высоте h = 6 м он побывал дважды с интервалом Δt = 3 с. Определить начальную величину скорости мяча. На рисунке представлена зависимость ускорения a от времени t для материальной точки, движущейся прямолинейно. Определить величину скорости υ и координату x точки через t = 3 с после начала движения. В какой момент времени t_1 точка изменит направление движения?



1.11. Тело брошено под углом α к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить этот угол, если максимальная высота подъема $h_{\max}$ меньше дальности полета S в n = 2,4 раза.

1.12. С башни горизонтально брошено тело со скоростью υ_0 = 25 м/с. Найти скорость тела υ, тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения тела в конце третьей секунды, а также радиус кривизны траектории R в точке, соответствующей этому времени. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.13. Тело брошено вверх с высоты 12 м под углом 30º к горизонту с начальной скоростью 12 м/с. Определить продолжительность полета тела до точки A и до точки B, максимальную высоту, которой достигает тело, дальность полета тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.14. Диск радиусом 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2, D = 0,5 рад/с^3.Определить для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения величины: 1) угловой скорости; 2) углового ускорения; 3) средней угловой скорости за этот промежуток времени; 4) среднего углового ускорения за этот промежуток времени; 5) тангенциального ускорения a_τ; 6) нормальное ускорение a_n; 7) полного ускорения a.

1.15. Маховик, вращавшийся с постоянной частотой n_0 = 10 об/с, при торможении начал вращаться равно замедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова сделалось равномерным, но уже с частотой n = 6 об/с. Определить величину углового ускорения ε маховика и время торможения t, если за время торможения маховик сделал N = 50 оборотов.

1.16. Раскручиваясь в течение t = 2 мин, маховик набирает частоту n = 900 об/мин. Найти величину углового ускорения ε маховика и число оборотов N, которое он совершил за это время.

1.17. Маховик вращается равно ускоренно. Найти угол α, который составляет вектор полного ускорения $\vec{a}$ любой точки маховика с радиусом в момент, когда маховик совершит первые два оборота.

1.18. Зависимость пути S от времени t для вращающейся по окружности радиусом R = 6 м точки M дается в виде уравнения $S = At^3$, где A = 0,2 м/с^3. Определить модуль тангенциального a_τ, модуль нормального a_n и модуль полного а ускорения для момента времени, когда величина линейной скорости точки υ = 0,6 м/с, а также угол φ между векторами $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}$.

1.19. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его величина угловой скорости зависит от угла поворота φ по закону $\omega = \omega_0 - \alpha\varphi$, где $\omega_0 = 3$ рад/с, $\alpha = 0{,}1$ с$^{-1}$. В момент времени $t_0 = 0$ угол $\varphi_0 = 0$. Найти величину угловой скорости вращения тела для момента времени $t = 2$ с.

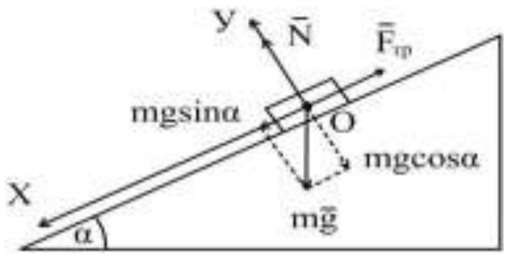
1.20. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\varepsilon = \alpha t$, где $\alpha = 0{,}02$ рад/с^3. Через какое время после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол $\varphi = 60^\circ$ с её вектором скорости?

1.3.2. Задачи по динамике материальной точки и динамике вращательного движения

2.1. Движение материальной точки массой $m = 0{,}25$ кг описывается уравнением $\vec{r} = A\sin\omega t\vec{i} + A\cos\omega t\vec{j}$, где $A = 2$ м; $\omega = 0{,}7\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты координатных осей x и y. Определить путь S, пройденный точкой за время $t_1 = 8$ с, и величину силы $\vec{F}$, действующей на точку в конце указанного промежутка времени.

2.2. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. Зависимость пути S от времени t задается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где $A = 5$ м; $B = -1$ м/с; $C = 1{,}5$ м/с^2. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость.

2.3. Тело движется вниз равно ускоренно по наклонной плоскости, и зависимость пройденного пути от времени задается уравнением $S = 2t + 1{,}6t^2$. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость, если угол наклона плоскости к горизонту равен 30°.



2.4. На вершине двух наклонных плоскостей, образующих с горизонтом углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 45^\circ$, укреплен блок. Грузы $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены нитью, перекинутой через блок. Определить величину ускорения a, с которым начнут двигаться грузы вдоль наклонной плоскости, и величину силы натяжения нити T. Коэффициенты трения грузов о плоскости равны между собой: $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0{,}1$. Блок и нить невесомы.

2.5. На краю тележки длиной $l = 1{,}8$ м, движущейся горизонтально с ускорением $a = 2{,}1$ м/с^2, положили брусок. Определить, за какое время t брусок соскользнет с доски, если коэффициент трения между бруском и тележкой $\mu = 0{,}4$.

2.6. Шар массой m = 500 кг, падая с высоты h = 1 м, ударяется о металлическую плиту. Определить среднее значение силы удара $\langle F \rangle$, если его длительность t = 0,01 с. Удар считать абсолютно упругим.

2.7. Тело массой m = 1 кг, двигаясь равномерно, описывает три четверти окружности радиусом R = 2 м за время t = 6 с. Найти изменение модуля импульса ΔP.

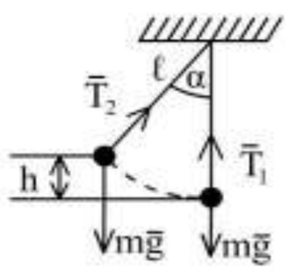
2.8. Снаряд массой m = 100 кг вылетел из орудия под углом α = 30° к горизонту с начальной скоростью $\upsilon_0 = 600\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Найти: 1) модуль импульса силы, действующей на снаряд во время полета; 2) изменение модуля импульса снаряда ΔP за время его полета.

2.9. Парашютист массой m = 90 кг делает затяжной прыжок. Найти величину скорости парашютиста в момент раскрытия парашюта, если сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения: $\vec{F}_c = -r\vec{\upsilon}$, где r = 15 кг/с. Начальную скорость υ_0 принять равной нулю. Раскрытие парашюта произошло через 9 с свободного полета.

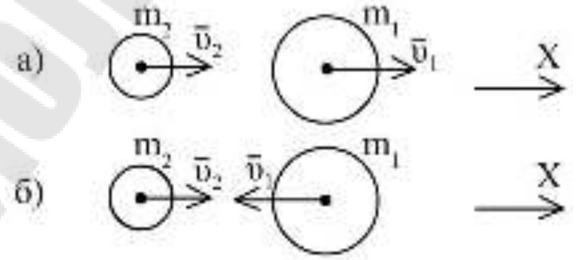
2.10. На железнодорожной платформе, движущейся со скоростью $\upsilon_0 = 3{,}6$ км/ч, укреплено орудие (см. рисунок). Масса платформы с орудием M = 1 т. Ствол орудия направлен в сторону движения платформы и приподнят над горизонтом на угол $\alpha = 60°$. Найти модуль скорости снаряда υ' (m = 10 кг) относительно платформы, если после выстрела величина скорости платформы уменьшилась в n = 2 раза.

2.11. Снаряд, летящий на высоте H = 40 м горизонтально со скоростью υ = 100 м/с, разрывается на две равные части. Одна часть снаряда спустя время t = 1 с падает на землю точно под местом взрыва. Определить величину скорости другой части снаряда сразу после взрыва.

2.12. Шарик массой m = 0,2 кг, подвешенный на нити длиной l = 1 м, совершает колебания в вертикальной плоскости. Найти угол α отклонения нити от вертикали, при котором кинетическая энергия шарика в его нижнем положении $E_к = 1{,}6$ Дж. Чему равно отношение модулей сил натяжения нити в нижнем и верхнем положениях?



2.13. Два шара массами $m_1 = 6$ кг и $m_2 = 4$ кг движутся со скоростями $\upsilon_1 = 5$ м/с и $\upsilon_2 = 12$ м/с и сталкиваются друг с другом. Найти величину скорости шаров после удара, считая удар прямым и неупругим, в случаях, когда:

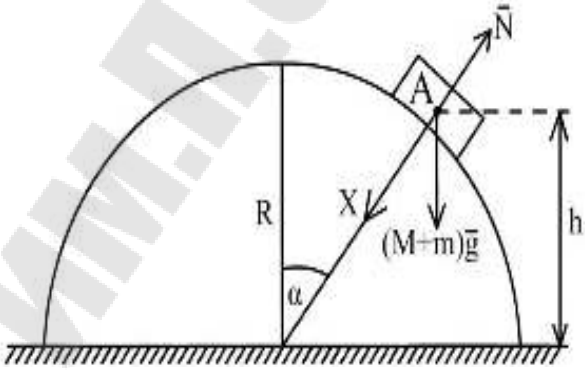


а) второй шар догоняет первый; б) шары движутся навстречу друг другу.

2.14. Какую часть кинетической энергии передает движущийся шар массой m_1 неподвижному шару массой m_2 при абсолютно упругом центральном ударе, если: а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 = 7m_2$.

2.15. Груз массой m = 4,5 кг, подвешенный на нити длиной l = 1,6 м, вращается в горизонтальной плоскости с частотой n = 36 об/мин. Найти угол α, образованный нитью с вертикалью, модули силы натяжения нити T и скорости вращения груза υ.

2.16. Небольшое тело массой M лежит на вершине гладкой полусферы радиусом R. В тело попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью υ_0, и застревает в нем. Пренебрегая смещением тела во время удара, определить высоту h, на которой тело оторвется от поверхности полусферы. При какой по величине скорости пули тело сразу оторвется от полусферы?



2.17. Принимая, что масса Земли неизвестна, определить высоту h, на которой ускорение свободного падения g_1 будет в n = 3 раза меньше, чем ускорение свободного падения у поверхности Земли g. Радиус Земли $R_0 = 6{,}37 \cdot 10^6$ м.

2.18. Тело брошено вниз в безветренную погоду с высоты h с нулевой начальной скоростью и попадает на Землю в точку с географической широтой φ = 50° северного полушария. Определить эту высоту h, если отклонение l тела от вертикали при его падении составляет 9 см.

2.19. Деревянный шар (ρ = 500 кг/м^3) радиусом R = 5 см удерживается под водой внешней силой. При этом верхняя точка шара касается поверхности воды. Найти работу, которую произведет сила Архимеда, если отпустить шар.

2.20. Определить числовое значение первой космической скорости υ_1 для Луны, если ускорение свободного падения у поверхности Луны g = 1,7 м/с^2, а радиус Луны R = 1,74·10^6 м.

2.21. Маховик массой 4 кг свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, делая 720 об/мин. Массу маховика можно считать распределенной по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием тормозящего момента маховик остановился.

Найти тормозящий момент и число оборотов, которое делает маховик до полной остановки.

2.22. Однородный диск, имеющий вес $P = 124$ Н, вращается с постоянным угловым ускорением, и его движение описывается уравнением $\varphi = 30t^2 + 2t + 1$. Диск вращается под действием постоянной касательной тангенциальной силы $F_\tau = 90{,}2$ Н, приложенной к ободу диска. Определить момент сил трения $M_{тр}$, действующих на диск при вращении. Радиус диска $R = 0{,}15$ м.

2.23. Найти момент инерции J прямоугольника, сделанного из проволоки, со сторонами $a = 20$ см и $b = 10$ см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины больших сторон. Масса прямоугольника $m_0 = 0{,}3$ кг.

2.24. К стержню длиной $l = 0{,}5$ м и массой $m = 0{,}3$ кг приварен цилиндр массой $M = 1{,}2$ кг и радиусом $R = 0{,}5$ м. Определить момент инерции J системы относительно оси OO', проходящей через незакрепленный конец стержня параллельно образующей цилиндра.

2.25. Определить момент инерции J однородной прямоугольной пластинки массой 500 г со сторонами $a = 20$ см и $b = 30$ см относительно оси, проходящей через геометрический центр пластинки параллельно большей ее стороне.

2.26. Найти момент инерции обруча радиусом $R = 30$ см и массой $m = 200$ г относительно оси, проходящей через его центр и лежащей в плоскости обруча.

2.27. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 20$ см намотана невесомая нить, к концу которой подвешен груз массой $m = 2$ кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением $a = 1$ м/с^2. Определить момент инерции J вала и массу m_1 вала.

2.28. Кинетическая энергия вращающегося с частотой $n_1 = 3$ с$^{-1}$ маховика равна 8,4 кДж. Во сколько раз увеличится частота вращения маховика за время $t = 5$ с, если на маховик начнет действовать ускоряющий момент силы $M = 100$ Н$\cdot$м?

2.29. Найти момент инерции J прямоугольника, сделанного из проволоки, со сторонами $a = 20$ см и $b = 10$ см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины больших сторон. Масса прямоугольника $m_0 = 0{,}3$ кг.

2.30. Через неподвижный блок, укрепленный на краю стола, перекинута нить, к которой привязаны три груза массами $m_1 = 800$ г, $m_2 = 700$ г, $m_3 = 200$ г. Масса блока $M = 500$ г, радиус $R = 0{,}38$ м. Считая нить невесомой и пренебрегая трением, определить величину ускорения грузов a, а также расстояние S, которое груз m_3 пройдет от начала движения до того момента, когда кинетическая энергия вращения блока будет $E = 1{,}1 Дж$.

2.31. Две гири с массами m_1 = 2 кг и m_2 = 1кг соединены нитью, перекинутой через блок массой m = 1 кг. Найти величину ускорения a, с которым движутся гири, и сил натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

2.32. Две гири с разными массами соединены нитью, перекинутой через блок, момент инерции которого J - 50 кг·м^2 и радиус R = 20 см. Величина момента силы трения вращающегося блока $M_{тр}$ = 98,1 Н·м. Найти разность сил натяжения нити $T_1 - T_2$ по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с угловым ускорением ε = 2,36 рад/с^2. Блок считать однородным диском.

2.33. Блок массой m = 1 кг укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1 кг$ соединены нитью, перекинутой через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол κ = 0,1. Найти величину ускорения a, с которым движутся гири, и сил натяжения T_1 , и T_2 нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

2.34. С наклонной плоскости высотой $h = 7$ м, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, скатывается без скольжения шарик. Пренебрегая трением качения, определить время движения шарика по наклонной плоскости.

2.35. Маятник в виде однородного шара массой $M = 10$ кг, жестко скрепленного с тонким невесомым стержнем, длина которого l равна радиусу шара R ($l = R, R = 15$ см), может качаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня . В центр шара попадает пуля массой $m = 10$ г, летевшая горизонтально со скоростью $\upsilon = 800$ м/с, и застревает в нем. На какой угол отклонится маятник в результате удара пули? Массой стержня пренебречь.

2.36. Тонкий однородный стержень длиной $l = 0{,}8$ м имеет горизонтальную ось вращения, проходящую через его конец. Найти величину скорости υ нижней точки стержня, когда стержень проходит положение равновесия при отклонении его от вертикали на угол $\alpha = 30°$.

2.37. Горизонтальная поверхность массой $m_1 = 250$ кг имеет форму диска радиусом $R = 2{,}5$ м. Платформа может вращаться относительно оси, проходящей через ее центр. С какой по величине угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если вдоль ее края будет двигаться человек массой $m_2 = 75$ кг со скоростью $\upsilon = 2{,}5$ м/с относительно платформы? Найти угол поворота платформы, если человек сделает по платформе 1 оборот.

2.38. Горизонтальная платформа массой m = 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n_1 = 10$об/мин. Человек массой m_0 =60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

2.39. Горизонтальная платформа массой m = 80 кг и радиусом $R = 1м$ вращается с частотой $n_1 = 20$об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2, будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 2{,}94$ до $J_2 = 0.98$ кг·м^2? Считать платформу однородным диском.

2.40. Горизонтальная платформа массой m = 80 кг и радиусом $R = 1м$ вращается с частотой $n_1 = 20$об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия W_K платформы с человеком если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 2{,}94$ до $J_2 = 0.98$ кг· м^2? Считать платформу однородным диском.

1.3.3. Задачи по механике жидкостей, задачи по основам специальной теории относительности

3.1. В стакан с водой, уравновешенный на рычажных весах, опустили подвешенный на нити латунный шарик массой $M = 400$ г так, чтобы он не касался дна. Определить массу m гирьки, с помощью которой можно уравновесить весы. Плотность материала шарика $\rho = 8{,}55$ г/см^3, плотность воды $\rho_1 = 1$г/см^3.

3.2. Цилиндрический сосуд высотой $H = 1$ м до краев заполнен жидкостью. Пренебрегая вязкостью жидкости, определить, на какой высоте h должно быть проделано малое отверстие в стенке сосуда, чтобы струя, вытекающая из отверстия, падала на пол на расстоянии 50 см от цилиндра.

3.3. За 15 минут по трубе диаметром 2 см протекает 50 кг воды. Найти величину скорости течения.

3.4. Для определения объема перекачки газа используется прибор, основанный на принципе действия трубки Пито . При перекачке азота по трубке за время $t = 1$ мин проходит объем газа $V = 59{,}3$м^3. Определить диаметр d трубы, если разность уровней воды в коленах трубки

Пито $\Delta h = 1\text{см}$. Плотность азота $\rho = 1{,}25\,\text{г/см}^3$, плотность воды $\rho_1 = 1\text{г/см}^3$.

3.5. Свинцовый шарик диаметром 2 мм падает с постоянной скоростью 3,6 см/с в сосуде, наполненном глицерином. Найти коэффициент вязкости глицерина.

3.6. За время $t = 1$ ч через трубу диаметром $d = 40$ см прокачивается газ массой $m = 15$ кг. Динамическая вязкость газа $\eta = 10^{-5}$ Па·с. Если за характерный размер принять диаметр трубы, то критическое значение числа Рейнольдса R_e для ламинарного течения газа равно 2000. Определить характер течения газа.

3.7. Найти скорость υ течения углекислого газа по трубе, если известно, что за время t = 30 мин через поперечное сечение трубы протекает масса газа m = 0,51 кг. Плотность газа ρ = 7,5 кг/м^3. Диаметр трубы D = 2 см.

3.8. Цилиндрической бак высотой h = 1 м наполнен до краев водой. За какое время t вся вода выльется через отверстие, расположенное у дна бака, если площадь S_2 поперечного сечения отверстия в 400 раз меньше площади поперечного сечения бака?

3.9. Шарик всплывает с постоянной скоростью υ в жидкости, плотность ρ_1 которой в 4 раза больше плоскости материала шарика. Во сколько раз величина силы трения $F_{тр}$, действующей на всплывающий шарик, больше силы тяжести mg, действующей на этот шарик?

3.10. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого r = 1 мм и длина l = 1,5 см. В сосуд напит глицерин, динамическая вязкость которого η = 1,0 Па·с. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте h = 0,18 м выше капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина V = 5 см^3?

3.11. Релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 30 %. С какой относительной по величине скоростью υ движется тело?

3.12. Тело движется со скоростью, равной 0,9 с. Найти релятивистское сокращение объема тела.

3.13. Величина скорости движения мезона $\upsilon = 0{,}95$ с. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

3.14. Две ракеты летят навстречу друг другу со скоростями, равными 0,8с по отношению к неподвижному наблюдателю. Здесь c – скорость света в вакууме. Найти величину скорости сближения ракет.

3.15. Определить величину импульса электрона, обладающего кинетической энергией 5 МэВ.

5.16. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию электрона.

3.17. Какую долю β скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна ее энергии покоя?

3.18. При какой относительной скорости υ движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

3.19. На сколько увеличится масса α-частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

3.20. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в 2 раза?

1.3.4. Задачи по механическим колебаниям и упругим волнам

4.1. Написать уравнение гармонического колебания, если амплитуда его 10 см, максимальная скорость 50 см/с, начальная фаза 15°. Определить период колебаний и смещение колеблющейся точки через 0,2 с от начала колебания.

4.2. Материальная точка массой $m = 1$ г колеблется гармонически. Амплитуда колебаний равна 5 см, циклическая частота 2 c^{-1}, начальная фаза равна 0. Определить величину силы, действующую на точку в тот момент, когда ее скорость равна 6 м/с.

4.3. За какую часть периода точка, совершающая гармонические колебания, пройдет путь, равный: 1) половине амплитуды, если в начальный момент она находилась в положении равновесия; 2) одной трети амплитуды, если в начальный момент она находилась в крайнем положении.

4.4. Тело массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}1\cos(4\pi t + \pi/4)$ м. Определить максимальные значения кинетической энергии и возвращающей силы.

4.5. Материальная точка массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Определить частоту n колебаний, если максимальная сила F_m, действующая на точку, равна 10 мН.

4.6. Пружинный маятник совершает гармонические колебания, описываемые уравнением $x = 0{,}3\cos(\frac{\pi}{6})t$ м. В тот момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения – 10 мН, потенциальная энергия E_n маятника оказалась равной 7,5 мДж. Определить этот момент времени t.

4.7. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0{,}1\cos(\frac{3\pi}{6})t$ м. Определить величину возвращающей силы F для момента времени $t = 0{,}5$ с и полную энергию.

4.8. Через какую долю периода в первый раз от начала колебаний кинетическая энергия будет равна потенциальной?

4.9. Физический маятник в виде тонкого однородного стержня совершает гармонические колебания вокруг неподвижной оси, проходящей через точку подвеса O, находящуюся от центра масс C на расстоянии $x = 28{,}9$ см. Определить длину стержня, если циклическая частота колебаний максимальна.

4.10. Шарик массой $m = 20$ г колеблется с периодом $T = 2$ с. В начальный момент времени шарик обладал энергией $E = 0{,}01$ Дж и находился от положения равновесия на расстоянии x_1 = 0,25 м. Написать уравнение гармонических колебаний шарика.

4.11. Тонкий невесомый стержень длиной $l = 0{,}5$ м с грузиками на концах массами $m_1 = m_2 = m$ колеблется около точки O на горизонтальной оси. Определить приведенную длину $l_{пр}$ и период колебаний такого маятника, если расстояние $d = 0{,}1$ м.

4.12. Обруч диаметром D = 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стенку, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний T обруча.

4.13. Определить период колебаний T математического маятника с длиной нити l = 0,8 м, поднимающегося вверх с ускорением a = 2 м/с^2.

4.14. Найти период T затухающих колебаний математического маятника длиной $l = 1$ м, если известен логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}6$.

4.15. Энергия затухающих колебаний маятника, происходящих в некоторой среде, за время $t_1 = 2$ мин уменьшилась в $N = 100$ раз. Определить коэффициент сопротивления, если масса маятника $m = 0{,}1$кг.

4.16. Тело массой $m = 0{,}6$кг, подвешенное к пружине жесткостью $k = 30$ Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}01$. Определить время t_1, за которое амплитуда колебаний уменьшится в 3 раза и число полных колебаний N, которые должно совершить тело, чтобы прошло подобное уменьшение амплитуды.

4.17. Тело массой $m = 100$ г, совершая затухающие колебания, за $t_1 = 1$мин потеряло 40 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r.

4.18. Определить добротность Q колебательной системы, если за время, в течение которого система совершает $N = 90$ полных колебаний, их амплитуда уменьшилась в 3 раза.

4.19. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $n = 900$ Гц. Определить собственную частоту колебательной системы, если резонансная частота $n_{рез} = 898$ Гц.

4.20. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания с одинаковыми периодами 0,2 с и одинаковой начальной фазой $\pi/3$. Амплитуда одного колебания $A = 4$ см, второго $B = 3$ см. Найти уравнение результирующего колебания.

1.3.5. Задачи по молекулярно-кинетической теории идеального газа и законам идеального газа

5.1. Найти число молекул газа, находящегося в сосуде объемом $V = 0{,}5$ л при нормальных условиях.

5.2. В цилиндр длиной $l_1 = 1{,}5$ м и площадью $S = 100$ см^2, заполненный идеальным газом при нормальном давлении, начали медленно вдвигать поршень. Определить величину силы, действующую на поршень, если его остановить на расстоянии $l_2 = 15$ см от дна цилиндра.

5.3. Идеальный газ находится в сосуде при температуре $t_1 = 20$ °C. При нагревании газа до температуры t_2 его давление возросло в 1,5 раза. Найти температуру газа t_2.

5.4. При нагревании газа на $\Delta T = 10$К его объем увеличился на 1/250 часть первоначального объёма. Найти начальную температуру газа, считая давление постоянным.

5.5. Сосуд ёмкостью $V = 10$ л, заполненный воздухом при температуре 500 К, соединяется трубочкой с чашкой, в которой находится ртуть. Найти количество ртути Δm, перешедшей в сосуд при остывании воздуха в нем до 300 К.

5.6. В оболочке сферического аэростата находится газ объёмом $V_1 = 1000$ м^3, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько увеличится подъемная сила аэростата, если газ в нем нагреть от $T_1 = 273$К до $T_2 = 300$К? Давление газа в оболочке и в окружающей среде постоянно и равно нормальному атмосферному давлению.

5.7. Два баллона ёмкостью $V_1 = 2$ л и $V_1 = 6$ л, в которых находятся различные газы, соединены трубкой с краном. Давление газа в первом баллоне $P_1 = 0{,}2$ МПа, а во втором $P_2 = 0{,}12$ МПа. Температура газов одинакова. Найти общее давление P в баллонах и парциальные давления P_1' и P_2' газов после открытия крана.

5.8. В сосуде находится смесь водорода и кислорода, причем их массовые доли равны соответственно: $\omega_1 = 2/7$ и $\omega_2 = 5/7$. Найти плотность ρ смеси газов, если давление смеси $P = 50$ кПа, а температура $T = 273$ К.

5.9. Плотность смеси азота и водорода при температуре $t = 47$ °C и давлении $P = 2 \cdot 10^5$ Па равна $\rho = 0{,}3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Найти концентрации молекул азота (n_1) и водорода (n_2).

5.10. В баллоне объёмом $V = 0{,}4$ м^3 находится кислород массой $m_1 = 1{,}2$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг воды. Баллон нагревается до температуры $t = 300$ °C, при этом вся вода превращается в пар. Определить давление в баллоне после нагревания.

5.11. Смесь азота и гелия при температуре $t = 27$ °C находится под давлением $P = 1{,}3 \cdot 10^2$ Па. Масса азота составляет 70 % от общей массы смеси. Найти концентрацию молекул каждого из газов.

5.12. В колбе вместимостью $V = 0{,}5$ л находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию $\langle E_{пост} \rangle$ поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

5.13. Какой объем занимает смесь 1 кг кислорода и 2 кг гелия при нормальных условиях? Какова молярная масса смеси?

5.14. Двухатомный газ занимает объем $V = 100$ см^3 при давлении $P = 6$ кПа и температуре $t = 20$ °C. Какое число молекул N содержится в газе и какой энергией теплового движения обладают эти молекулы?

5.15. Найти энергию теплового движения молекул, содержащихся в двухатомном газе массой $m = 2$ кг, имеющем плотность $\rho = 5\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и находящемся под давлением $P = 100$ кПа.

5.16. Найти температуру $Ò$ и среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа $\langle E_n \rangle$, имеющего концентрацию $n = 10^{16}$ м$^{-3}$ и находящегося под давлением $P = 500$ кПа.

5.17. В баллоне вместимостью $V = 5$ л находится гелий под давлением $P_1 = 3$ МПа при температуре $t_1 = 27$ °C. После того, как из баллона был израсходован гелий массой $m = 15$ г, температура в баллоне понизилась до $t_2 = 17$ °C. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

5.18. Давление в автомобильной шине объёмом $V = 0{,}3$ м^3 равно $P_0 = 1{,}5$ атм. Шина накачивается насосом с ёмкостью хода поршня $\Delta V = 3\cdot10^{-3}$ м^3 до давления $P_N = 2$ атм. Сколько ходов поршня N потребуется, если процесс накачки происходит достаточно медленно, так, что система сохраняет температуру окружающей среды. Атмосферное давление принять равным $P_a = 1$ атм.

5.19. Посередине откачанного и запаянного с обеих концов капилляра, расположенного горизонтально, находится столбик ртути длиной l= 20 см. Если капилляр поставить вертикально, то столбик ртути переместится на Δl = 10 см. До какого давления P_0 был откачан капилляр? Длина капилляра L = 1 м.

5.20. Каков должен быть вес p оболочки детского воздушного шарика, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная сила шарика F = 0, т.е. чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находится при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению. Радиус шарика r= 12,5 см.

1.3.6. Задачи по элементам статистической физики

6.1. Найти число молекул n кислорода в единице объема сосуда при давлении $P = 300$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $\upsilon_{кв} = 2{,}5$ км/с.

6.2. Какое число молекул n содержит единица массы газа при нормальных условиях, если средняя квадратичная скорость молекул $\upsilon_{кв} = 500$ м/с?

6.3. Пылинка массой $m = 10^{-11}$ кг находится среди молекул азота. Во сколько раз скорость пылинки υ меньше средней квадратичной скорости $\upsilon_{кв}$ молекул азота?

6.4. Средняя квадратичная скорость молекул газа $\upsilon_{кв}$= 800 м/с. Чему равна их средняя арифметическая скорость $\langle\upsilon\rangle$?

6.5. Найти массу m и давление P двухатомного газа, находящегося в баллоне объемом V=40 л, если известны энергия поступательного движения $E_п$= 10 кДж и средняя квадратичная скорость его молекул $\upsilon_{кв} = 2500$ м/с.

6.6. Сколько молекул водорода находится в сосуде емкостью $V = 2$ л, если средняя квадратичная скорость движения молекул $\upsilon_{кв} = 500$ м/с, а давление на стенки $P = 10^4$ Па?

6.7. В сосуде объёмом $V = 1\ \text{см}^3$ находится водород при нормальных условиях. Найти число молекул ΔN, скорости которых лежат в диапазоне от 0 до 1 м/с.

6.8. Найти долю молекул кислорода, находящегося при температуре t = 20 °С, скорости которых находятся в интервале от $\upsilon_1 =$ 275 м/с до $\upsilon_2 =$ 280 м/с.

6.9. Найти изменение атмосферного давления при подъёме на высоту $h = 500$ м, считая температуру воздуха постоянной и равной $T = 300$ К, а давление у поверхности Земли $P_0 = 10^5$ Па.

6.10. Температура воздуха на некоторой высоте T_0= 220 К, а давление P=25 кПа. Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на $\Delta P = 100$ Па.

6.11. Водород находится при температуре t =20 °С и давлении P=15 Па. Найти среднюю длину пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул водорода.

6.12. Найти среднее число соударений z в течение t =1 с, испытываемых молекулой водорода при нормальных условиях.

6.13. Найти число Z всех столкновений, которые происходят в единицу времени между всеми молекулами кислорода, занимающего объем V =5 л при нормальных условиях.

6.14. Определить коэффициент внутреннего трения для водорода, имеющего температуру t = 27 °С.

6.15. Найти, во сколько раз отличается коэффициент диффузии D_1 кислорода от коэффициента диффузии D_2 гелия, если оба газа находятся в нормальных условиях.

6.16. Коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях $D = 9 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Найти динамическую вязкость водорода при тех же условиях.

6.17. Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости кислорода η_1 и азота η_2, если температуры газов одинаковы. Эффективные диаметры молекул кислорода и азота соответственно равны d_1 = 0,36нм и d_2 = 0,36нм.

6.18. Вязкость гелия при нормальных условиях $\eta = 13\text{мкПа} \cdot \text{с}$. Найти среднюю длину свободного пробега молекул гелия $\langle\lambda\rangle$ при тех же условиях.

6.19. Вязкость водорода $\eta = 8{,}6\text{мкПа} \cdot \text{с}$. Определить коэффициент теплопроводности γ водорода при тех же условиях.

6.20. Температура наружной поверхности кирпичной стены площадью 25м и толщиной 37 см 259 К, а внутренней поверхности –

293 К. Помещение отапливается электроплитой. Определить ее мощность, если температура в помещении поддерживается постоянной. Теплопроводность кирпича $\gamma = 0{,}4$Вт/м$\cdot$К.

1.3.7. Задачи по основам термодинамики

7.1. Вычислить удельную теплоемкость $c_{Vñì}$ смеси двух газов (гелия массой $m_1 = 6$ г и азота массой $m_2 = 10$ г) при постоянном объеме.

7.2. Найти работу A расширения двухатомного идеального газа, которому при постоянном давлении сообщено количество теплоты $Q = 4{,}9$кДж.

7.3. Азот массой $m = 100$ г нагрет при постоянном давлении на $\Delta T = 50$ К. Найти работу расширения газа и приращение ΔU его внутренней энергии.

7.4. Найти работу, совершаемую при изотермическом расширении кислорода массой $m = 20$г, находящегося при температуре $t = -20^0$С, если его давление изменяется от $P_1 = 500$кПа до $P_2 = 50$кПа.

7.5. Баллон емкостью $V = 20$л с кислородом при давлении $P_1 = 10$мПа и температуре $t_1 = 7^{\circ}$С нагревается до $t_2 = 27^{\circ}$С. Какое количество теплоты при этом поглощает газ?

9.6. Найти среднюю квадратичную скорость молекул идеального газа, если известна работа его изотермического расширения от объема V_1 до V_2=4V_1 равная A=600Дж. Масса газа $m = 20$г.

7.7. Азот массой m=20г при температуре T_1=293К был сжат адиабатически. Объем газа уменьшился в n=5 раз. Найти температуру газа T_2 после сжатия.

7.8. Азот, занимавший объем $V_1 = 6$л, адиабатически сжимался до объема $V_2 = 3$л. При этом давление повысилось до $P_2 = 1{,}5$МПа. Найти давление газа до сжатия.

7.9. Определить скорость вылета поршня массой 4кг из цилиндра при адиабатическом расширении воздуха в 40 раз, если начальное давление воздуха 10^7 Па, а объем 0,3 л.

7.10. Молекулярный пучок кислорода ударяется о неподвижную стенку. После соударения молекулы отражаются от стенки с той же по модулю скоростью. Определить давление пучка на стенку, если скорость молекул $500\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и концентрация молекул в пучке $5 \cdot 10^{24}\,\text{м}^{-3}$.

7.11. Объем газа при адиабатическом расширении увеличился в два раза, а температура уменьшилась в 1,32 раза. Найти число степеней свободы молекул этого газа.

7.12. Некоторый двухатомный газ подвергают политропному сжатию, в результате чего давление газа возросло от $P_1 = 10$ кПа до $P_2 = 30$ кПа, а объем газа уменьшился от $V_1 = 2{,}5$л до $V_2 = 1$л. Определить: 1) показатель политропы n; 2) изменение внутренней энергии ΔU газа.

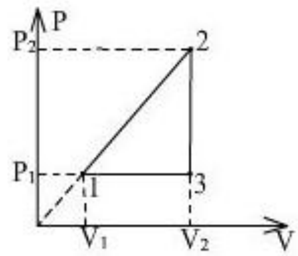
7.13. Температура пара, поступающего в паровую машину, $t_1 = 127\,^{\circ}\mathrm{C}$; температура в холодильнике $t_2 = 27\,^{\circ}\mathrm{C}$. Определить теоретически максимальную работу при затрате количества теплоты $Q_1 = 4{,}2$кДж

7.14. Температура нагревателя тепловой машины 500 К. Температура холодильника 400 К. Определить кпд тепловой машины, работающей по циклу Карно, и полезную мощность машины, если нагреватель ежесекундно передаёт ей 1675 Дж теплоты.

7.15. Кислород массой 1кг совершает цикл Карно. При изотермическом расширении газа его объем увеличивается в 2 раза, а при последующем адиабатическом расширении совершается работа 3000 Дж. Определить работу, совершенную за цикл.

7.16. Холодильная машина работает по обратимому циклу Карно в интервале температур $t_1 = 27\,^{\circ}\mathrm{C}$ и $t_2 = -3\,^{\circ}\mathrm{C}$. Рабочее тело – азот, масса которого $m = 0{,}2$кг. Найти количество теплоты, отбираемое от охлажденного тела, и работу внешних сил за цикл, если максимальный объем больше минимального в 5 раз. Вычислить холодильный коэффициент.

7.17. Гелий массой $m = 4$ г совершает цикл, изображённый на рисунке. Найти работу A, совершенную газом за один цикл, а также количество теплоты, принятое от нагревателя Q_1 и переданное холодильнику Q_2 за цикл, если $P_1 = 200$ кПа, $P_2 = 600$ кПа; $V_1 = 1$л, $V_2 = 3$л.



7.18. Лед массой 2кг, находящийся при температуре $t_1 = -10\,^{\circ}\mathrm{C}$, нагрели и превратили в пар. Определить изменение энтропии.

7.19. Определить изменение энтропии ΔS при изотермическом расширении азота массой $m = 10$ г, если давление газа уменьшилось от $P_1 = 0{,}1$ МПа до $P_2 = 50$ кПа.

7.20. Азот массой $m = 100$ г был изобарно нагрет так, что его объем увеличился в 2 раза, а затем был изохорно охлажден так, что его давление уменьшилось в 2 раза. Определить изменение энтропии ΔS в ходе указанных процессов.

1.3.8. Задачи по реальным газам и насыщенным парам

8.1. Углекислый газ массой $m = 10$ г находится в сосуде вместимостью $V = 1\text{л}$. Определить: 1) собственный объем V' молекул газа; 2) внутреннее давление P' газа. Поправки Ван-дер-Ваальса:

$a = 0{,}361\ \text{Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ и $b = 4{,}28 \cdot 10^{-5} \text{м}^3/\text{моль}^2$

8.2. Вычислить поправки Ван-дер-Ваальса для кислорода, если критическая температура $T_{кр} = 15\text{К}$ и критическое давление $P_{кр} = 5{,}08 \cdot 10^6\,\text{Па}$.

8.3. Углекислый газ массой $m = 10\text{кг}$ адиабатно расширяется в вакуум от $V_1 = 1\text{м}^3$ до $V_{21} = 2\text{м}^3$. Принимая поправку Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}361\text{Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$, определить понижение температуры ΔT газа при этом расширении.

8.4. Азот количеством вещества $\nu = 2\text{моль}$, занимавший при температуре $T = 350\text{К}$ объем $V_1 = 2 \cdot 10^{-3}\text{м}^3$, расширяется изотермически до объема $V_2 = 3V_1$. Принимая поправки Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}136\text{Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ и $b = 3{,}86 \cdot 10^{-5}\text{м}^3/\text{моль}^2$ определить: 1) работу A расширения газа; 2) изменение внутренней энергии ΔU газа.

8.5. Какую температуру T имеет масса m = 3,5 г кислорода занимающего объем V = 90см^3 при давлении P = 2,8МПа? Газ рассматривать как: 1) идеальный; 2) реальный.

8.6. В закрытом сосуде объёмом V =0,5 м^3 находится количество ν = 0,6 кмоль углекислого газа при давлении P = 3 МПа. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое.

8.7. Количество ν = 1 кмоль кислорода находится при температуре $t=21°$ С и давлении P= 10МПа. Найти объем V газа, считая, что кислород при данных условиях ведёт себя как реальный газ.

8.8. Найти эффективный диаметр σ молекулы кислорода, считая известными для кислорода критические значения $T_к$ и $P_к$.

8.9. Найти коэффициент диффузии D гелия при температуре t= 17° С и давлении P = 150 КПа. Эффективный диаметр атома σ вычислить, считая известными для гелия критические значения $T_К$ и $P_к$.

8.10. Найти давление P_1, обусловленное силами взаимодействия молекул, заключённых в количестве ν = 1 кмоль газа при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны $T_к$ = 417 К и $P_к$ = 7,7 МПа.

8.11. Найти плотность $\rho_н$ насыщенного водяного пара при температуре t = 50° С.

8.12. В замкнутом объёме $V = 1м^3$ относительная влажность воздуха $\omega = 0{,}6$ при температуре $t = 20°$ С. Какая масса Δm воды должна ещё испариться в этот объем, чтобы водяной пар стал насыщенным?

8.13. Найти число n молекул насыщенного водяного пара, содержащихся в единице объёма при температуре $t_1 = 30°$ С.

8.14. Масса $m = 0{,}5$ г водяного пара занимает объем $V_1 = 10$ л при температуре $t = 50°$ С, какова при этом относительная влажность ω ? Какая масса Δm пара сконденсируется, если изотермически уменьшить объем от V_l до $V_2 = V_l / 2$?

8.15. Найти удельный объем ν воды в жидком и парообразном состояниях при нормальных условиях.

8.16. Какая часть теплоты парообразования воды при температуре $t= 100°$ С идёт на увеличение внутренней энергии системы?

8.17. Удельная теплота парообразования бензола C_6H_6 при температуре $t= 77°$ С равна $r = 398$ кДж/кг. Найти изменение внутренней энергии ΔW при испарении массы $\Delta m = 20$ г бензола.

8.18. Температура кипения бензола (C_6H_6) при давлении $P = 0{,}1$ МПа равна $t_к = 80{,}2°$С. Найти давление $p_н$ насыщенного пара бензола при температуре $t= 75{,}6°$ *С.* Среднее значенье удельной теплоты парообразования бензола в данном интервале температур принять равным $r = 0{,}4$ МДж/кг.

8.19. Давления насыщенного пара этилового спирта (C_2H_5OH) при температурах t_1=40° С и t_2=60°С равны p_1=17.7кПа и p_2=67,9кПа. Найти изменение энтропии ΔS при испарении массы Δm = lг этилового спирта, находящегося при температуре $t = 50°$ С.

8.20. Изменение энтропии при испарении количества $\Delta\nu$ = 1моль некоторой жидкости, находящейся при температуре t_1=50°С, равно ΔS = 133Дж/К. Давление насыщенного пара при температуре $t_1 = 50°$ С равно $p_1 = 12{,}33$ кПа. На сколько меняется давление насыщенного пара жидкости при изменении Температуры от t_1= 50° С до t_1= 51^0 С?

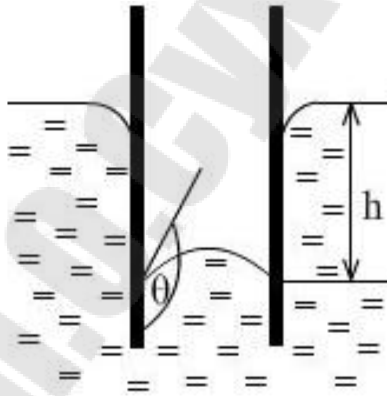
1.3.9. Задачи по жидкостям и твёрдому телу

9.1. Определить изменение свободной энергии ΔE поверхности мыльного пузыря при изотермическом увеличении его объёма от $V_1 = 10см^3$ до $V_2 = 2V_1$.

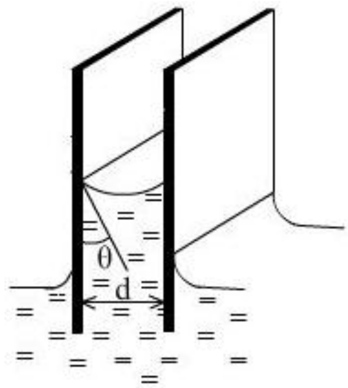
9.2. Ртуть массой $m = 5г$ помещена между двумя параллельными стеклянными пластинками. Считая, что ртуть стекло не смачивает, определить силу F, которую следует приложить, чтобы расплющить каплю до толщины $h = 0{,}15мм$. Плотность ртути $\rho = 13{,}6г/см^3$, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 0{,}5Н/м$.

9.3. Вертикальный капилляр с внутренним диаметром $d = 0{,}04$см погружен в воду. Определить, на какую высоту h поднимется вода в капилляре, если поверхностное натяжение воды $\sigma = 73$мН/м, а ее плотность $\rho = 1$г/см^3. Считать, что вода полностью смачивает стекло.

9.4. Вертикальный стеклянный капилляр с внутренним радиусом $r = 0{,}2$мм помещен в ртуть, которая опускается в капилляре на глубину $h = 3{,}75$см (см. рисунок). Определить поверхностное натяжение σ ртути, если ее плотность $\rho = 13{,}6$г/см^3. Считать, что ртуть не смачивает стекло.



9.5. Две одинаковые длинные плоскопараллельные пластины, расстояние между которыми $d = 1$мм, погружены в воду (см. рисунок). Считая смачивание полным, определить, на какую высоту h поднимется вода в зазоре. Плотность воды $\rho = 1$г/см^3, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 73$мН/м.



9.6. Из капиллярной трубки с радиусом канала 0,2мм по капле вытекает жидкость. Масса 100 капель равна 0,282г. Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

9.7. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром 10см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

9.8. В сообщающихся капиллярных трубках с диаметрами $d_1 = 1$мм и $d_2 = 1{,}5$мм разность уровней ртути $\Delta h = 5$мм. Определить поверхностное натяжение ртути. Смачивание считать полным.

9.9. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого r = 1 мм и длина l = 1,5 см. В сосуд напит глицерин, динамическая вязкость которого η = 1,0 Па·с. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте h = 0,18 м выше капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина V =5 см^3?

9.10. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом R = 3 мм на две одинаковые капли?

9.11. Температура плавления железа изменяется на ΔT = 0,12К при изменении давления на Δp = 98кПа. На сколько меняется при плавлении объем количества ν = 1 кмоль железа?

9.12. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого материала сделан металлический шарик массой m = 0,025 кг, если известно, что для его нагревания от t_1 = 10° С до t_2 =30° С потребовалось затратить количество теплоты Q= 117 Дж.

9.13. Какую силу F надо приложить к концам стального стержня с площадью поперечного сечения S = 10 см^2, чтобы не дать ему расшириться при нагревании от t_0 = 0° С до t = 30° С?

9.14. Какую длину l_0 должны иметь при температуре t_0 = 0° С стальной и медный стержни, чтобы при любой температуре стальной стержень был длиннее медного на Δl = 5 см?

9.15. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение которой S = 1,5 мм^2, начало остаточной деформации наблюдалось при нагрузке F = 44,1 Н. Каков предел упругости p материала проволоки?

9.16. К стальной проволоке радиусом r = 1 мм подвешен груз массой m = 100 кг. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?

9.17. Имеется резиновый шланг длиной l = 50 см и внутренним диаметром d_1 = 1 см. Шланг натянули так, что его длина стала на Δl = 10 см больше. Найти внутренний диаметр d_2 натянутого шланга, если коэффициент Пуассона для резины $\mu = 0{,}5$.

9.18. Найти коэффициент Пуассона μ, при котором объём проволоки при растяжении не меняется.

9.19. Найти момент пары сил M необходимый для закручивания проволоки длиной l= 10 см и радиусом r = 0,1 мм на угол $\varphi = 10'$. Модуль сдвига материала проволоки N = 4,9 $\cdot 10^{10}$ Па.

9.20. Найти потенциальную энергию W проволоки длиной l = 5 см и диаметром d= 0,04 мм, закрученной на угол $\varphi = 10'$. Модуль сдвига материала проволоки N = 5,9 $\cdot$ 10^{10} Па.

2. Электричество и магнетизм

2.1.1. Электростатика. Основные понятия и формулы

Закон сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 + ... + q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i = const,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n – число зарядов.

Закон Кулона:

$$\vec{F} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{F}$ – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2;

$\vec{r}$ – вектор проведенный от q_1 к q_2; r – модуль этого вектора;

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \,\text{Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}^2}, \quad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}.$$

Модуль вектора $\vec{F}$: $F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.

Напряженность электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_+},$$

где q_+ – единичный пробный точечный положительный заряд.

Модуль напряженности поля, создаваемого точечным зарядом q:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции. Результирующая сила $\vec{F}$, действующая на точечный заряд в электрическом поле, созданном системой точечных зарядов равна геометрической сумме сил действующих со стороны каждого заряда в отдельности:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

Напряжённость поля, создаваемого системой точечных зарядов:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i ,$$

а в случае протяженных зарядов:

$\vec{E} = \int d\vec{E}$,

где $d\vec{E}$ – поле, создаваемое зарядом dq.

Диполь – система двух разных по абсолютной величине, но противоположных по знаку зарядов.

Электрический момент диполя:

$\vec{p} = |q|\vec{l}$,

где $\vec{l}$ – плечо диполя (рис.1.1).

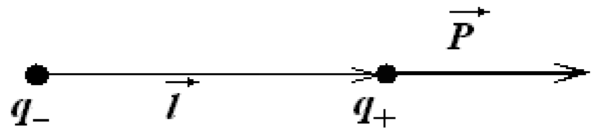


Рис.1.1

Поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S:

$\Phi_E = \oint\limits_S E\cos\alpha dS$ или $\Phi_E = \oint\limits_S E_n dS$, $\Phi_E = \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S}$,

где α - угол между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к элементу поверхности;

dS – площадь элемента поверхности; E_n – проекция вектора напряженности на нормаль.

Теорема Гаусса:

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i ,$$

где $\sum\limits_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности.

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{r},$$

где $\tau = \dfrac{dq}{dl}$ – линейная плотность заряда.

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

где $\sigma = \dfrac{dq}{dl}$ – поверхностная плотность заряда.

Модуль напряжённости поля, создаваемого заряжённой металлической сферой:

а) внутри сферы – E=0;

б) на поверхности сферы – $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2}$, где R – радиус сферы;

в) вне сферы – $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, где r –расстояние от центра сферы до точки.

Поляризованность диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_V}{V} = \frac{\sum\limits_i \vec{P}_i}{V},$$

где V – объём диэлектрика; $\vec{P}_V = \sum\limits_i \vec{P}_i$ – дипольный момент диэлектрика, $\vec{P}_i$ – дипольный момент i - той молекулы.

Связь между поляризованностью диэлектрика и напряжённостью электростатического поля можно выразить формулой:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества; ε_0 – электрическая постоянная.

Связь диэлектрической проницаемости ε с диэлектрической восприимчивостью χ можно выразить формулой: $\varepsilon = 1 + \chi$.

Связь между величиной напряжённости $\vec{E}$ поля в диэлектрике и величиной напряжённости $\vec{E}_0$ внешнего поля можно записать следующим образом:

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}; \quad E = \frac{E_0}{\varepsilon},$$

где P – величина поляризованности; ε – диэлектрическая проницаемость.

Связь между векторами электрического смещения $\vec{D}$, напряжённости электростатического поля $\vec{E}$ и поляризованности $\vec{P}$:

$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$, $\quad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, где ε – относительная диэлектрическая проницаемость.

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике:

$$\Phi_D = \oint\limits_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i^{cb},$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i^{cb}$ – алгебраическая сумма свободных зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности *S*.

Потенциал электрического поля в точке (*B*):

$$\varphi(B) = \frac{W(B)}{q_+} = \frac{A_{B,\infty}}{q_+} = \int_B^\infty E_e dl,$$

где *W*(*B*) – потенциальная энергия заряда находящегося в точке (*B*);

$A_{B,\infty}$ – работа сил электростатического поля по перемещению заряда из данной точки (*B*) в бесконечность; E_e – проекция вектора $\vec{E}$ на направление перемещения; q_+ – пробный заряд.

Потенциал поля, создаваемый точечным зарядом на расстоянии *r* от заряда *q*: $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Потенциал поля, созданного системой точечных зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} \varphi_i$ - алгебраическая сумма потенциалов, создаваемых отдельными зарядами в данной точке.

Потенциал поля связан с напряженностью электростатического поля соотношением:

$$\vec{E} = -grad\varphi;$$

где $grad\varphi = \dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$.

Для сферически симметричного поля, эта связь выражается формулой: $\vec{E} = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}\cdot\dfrac{\vec{r}}{r}$, или в скалярной форме $E = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}$.

В случае однородного поля:

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

где *d* – расстояние между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2.

Работа сил поля по перемещению точечного заряда *q* из одной точки поля в другую:

$$A=\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}\vec F(\vec r)d\vec r=q\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}\vec E(\vec r)d\vec r=q\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}E_r dr,\text{ или }\; A=q(\varphi_1-\varphi_2),$$

где E_r – проекция вектора напряжённости $\vec E$ на направление перемещения.

Разность потенциалов между точками 1 и 2 в электростатическом поле $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{A_{12}}{q_+}=\int_1^2\vec E d\vec l=\int_1^2 E_l dl,$

где A_{12} – работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_+ из точки 1 в точку 2; E_l – проекция вектора $\vec E$ на направление элементарного перемещения $d\vec l$ (интегрирование производится вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения).

Электроёмкость уединённого проводника:

$$C=\frac{|q|}{|\varphi|},$$

где q - заряд проводника; φ - потенциал проводника.

Электроёмкость конденсатора:

$$C=\frac{|q|}{|\Delta\varphi|},$$

где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов пластин конденсатора; q - заряд пластины конденсатора.

Электроёмкость сферы радиусом R - $C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

Электроёмкость плоского конденсатора:

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где d - расстояние между пластинами конденсатора; S - площадь пластины (одной) конденсатора; ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электроёмкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусом R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε): $C=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1R_2}{R_2-R_1}$.

Электроёмкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.$$

Общая электроёмкость последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i},$$

где n - число конденсаторов.

Общая электроёмкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i .$$

Энергия заряжённого конденсатора:

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i-того.

Энергия электрического поля в объёме V:

$$W = \int_V \omega dV,$$

где $\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$ – объёмная плотность энергии; dV – бесконечно малый объём.

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора:

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2 S}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

2.1.2. Законы постоянного тока. Основные понятия и формулы

Количественной характеристикой интенсивности движения зарядов является сила тока i:

$$|i| = \frac{|dq|}{dt},$$

где dq – заряд, прошедший через поверхность S внутри проводника за время dt.

Если ток создается и положительными и отрицательными носителями заряда, то

$$|i| = \frac{|dq_+|}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt},$$

где dq_+ и dq_- – положительный и отрицательный заряды, прошедшие через рассматриваемую поверхность за время dt.

В случае постоянного тока:

$$|I| = \frac{|q|}{t},$$

где q – заряд, прошедший через данную поверхность S за конечный промежуток времени t.

Величина вектора плотности тока. Если dS – элементарная площадка, α – угол между нормалью к этой площадке и направлением поля в том месте, где расположена площадка, dI – ток, протекающий через dS (рис. 2.1), то числовое значение вектора равно:

$$j = \frac{|dI|}{dS\cos\alpha} = \frac{|dI|}{dS_\perp},$$

где dS – элементарная площадка, $dS_\perp = dS\cos\alpha$ — проекция dS на плоскость, перпендикулярную к линиям поля, α – угол между нормалью к этой площадке и направлением поля в том месте, где расположена площадка, dI – ток, протекающий через dS (рис. 2.1).

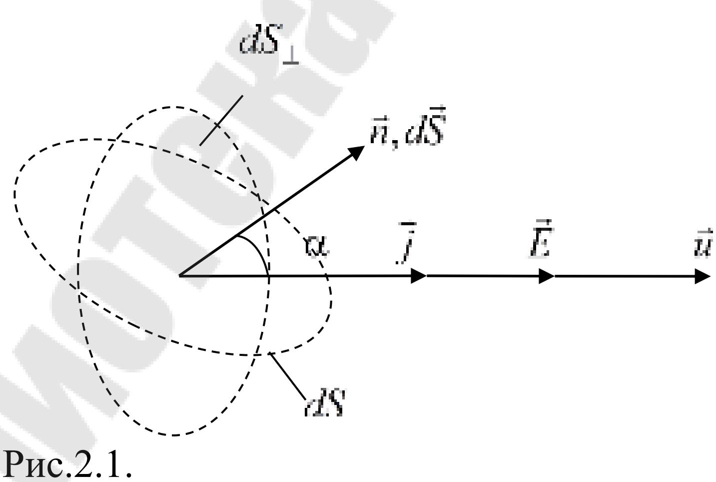


Рис.2.1.

Ток, протекающий через элементарную площадку dS, ориентированную в проводнике произвольно равен:

$$dI = jdS\cos\alpha = \vec{j}d\vec{S},$$

где $d\vec{S}$ – вектор, численно равный dS и направленный по нормали к площадке dS.

Ток, протекающий через всю поверхность S: $I = \int\limits_S \vec{j}d\vec{S}$.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle\vec{u}\rangle$ направленного движения заряженных частиц:

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot \langle\vec{u}\rangle,$$

где q – заряд частицы; n – концентрация частиц.

Закон Ома – сила электрического тока, текущего от точки 1 к точке 2 однородного участка цепи (однородным называется участок цепи, в котором на заряды действуют только электрические силы), пропорциональна разности потенциалов на концах этого участка:

$$I_{12} = \gamma_{12}(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где γ_{12} – электрическая проводимость участка; величина, обратная проводимости, называется электрическим сопротивлением $1/\gamma_{12} = R_{12}$.

Тогда: $I_{12} = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}$.

Сопротивление проводника при данной температуре рассчитывается по формуле:

$$R_t = \rho_t \frac{l}{S},$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ_t – удельное сопротивление.

Для большинства проводников удельное сопротивление изменяется с температурой по линейному закону:

$$\rho_t = \rho_o(1 + \alpha t^\circ),$$

где ρ_t – удельное сопротивление при t°С; ρ_0 – удельное сопротивление при 0°С; t°С – температура по Цельсию; α – температурный коэффициент сопротивления.

Тогда:

$$R_t = \rho_0(1 + \alpha t^\circ)\frac{l}{S} = R_0(1 + \alpha t^\circ),$$

где через R_0 обозначено сопротивление проводника при 0°С:

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}.$$

Вектор плотности тока в каждой точке изотропного проводника направлен так же, как и вектор напряжённости:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}.$$

Величина обратная удельному сопротивлению, называется удельной проводимостью или удельной электропроводностью $\sigma = 1/\rho$, тогда:

$\vec{j} = \sigma\vec{E}$ – закон Ома в дифференциальной форме.

Сопротивление последовательно соединенных проводников:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i,$$

где R_i - сопротивление i-го проводника; n - число проводников.

Сопротивление параллельно соединенных проводников:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$\pm I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – э.д.с. источников тока, входящих в участок; R - сопротивление цепи (участка цепи).

Закон Ома для однородного участка цепи ($\varepsilon_{12} = 0$):

$$I = \frac{U}{R},$$

где U – напряжение на участке цепи.

Закон Ома для полной цепи $(\varphi_1 = \varphi_2)$:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где r – внутреннее сопротивление источника тока; ε – э.д.с. источника.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей:

1. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узловых точках цепи, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов сходящихся в узле;

2. Для любого замкнутого контура, произвольно выбранного в сложной цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_k на со-

противление R_k соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре: $\sum_{i=1}^{n} I_k R_k = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i$.

Работа тока за время *t*: $A = qU = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t$.

Мощность тока: $P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$.

Закон Джоуля – Ленца:

$Q = I^2 Rt$,

где Q – количество теплоты, выделяющееся в цепи за время *t*.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$\omega = \sigma E^2$,

где ω – тепловая мощность тока.

Зависимость анодного тока вакуумного диода от анодного напряжения выражается законом трёх вторых и определяется формулой:

$i_a = CU_a^{3/2}$,

где C – константа, зависящая от формы и размеров катода, но не зависящая от его температуры.

Модуль плотности тока насыщения:

$j_{нас} = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}$,

где A – работа выхода; T – температура катода, B – универсальная константа, равна $1{,}2 \cdot 10^6$ А/(м^{2}К^2).

Зависимость электропроводности полупроводников от температуры, определяется формулой:

$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}$,

где ΔW – ширина запрещённой зоны; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; σ_0 – электропроводность полупроводника при 0°С.

2.1.3. Магнитное поле. Основные понятия и формулы

Закон Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 \cdot \left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi} \frac{I}{r^3} \text{ или } dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl,$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током I; $\vec{r}$ – радиус – вектор, проведенный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиус – вектором и направлением тока в элементе проводника; $d\vec{l}$ – вектор, равный по модулю длине dl проводника и совпадающий по направлению с током (элемент проводника).

Магнитная индукция в центре кругового витка с током определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu\mu_0 l}{2R},$$

где R – радиус витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\sqrt{\left(R^2 + h^2\right)^3}} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}};$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

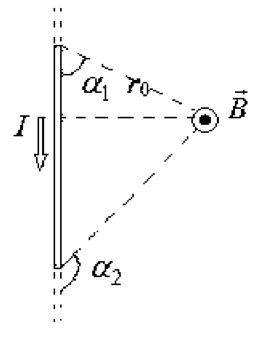
Магнитная индукция поля, созданная прямым бесконечно длинным проводником с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника с током (см. рис.), может быть найдена по формуле:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$



На рис. направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (закон Ампера),

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right] \quad \text{или} \quad dF = IBdl\,sin\,\alpha,$$

где α – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{B}$; $d\vec{l}$ – вектор элемента тока проводника, проведенный в направлении тока.

Магнитный момент плоского контура с током:

$$\vec{p}_m = \vec{n} IS,$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

Механический (вращательный) момент сил, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$, или $M = p_m B \sin\alpha$,

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле

$\Pi_{мех} = -\vec{p}_m \vec{B}$, или $\Pi_{мех} = -p_m B \cos\alpha$.

Отношение величины магнитного момента p_m к величине механического L (момента импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите,

$$\frac{p_m}{L} = \frac{q}{2m},$$

где q – заряд частицы; m – масса частицы.

Сила Лоренца

$\vec{F} = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$, или $F = q\upsilon B \sin\alpha$,

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Если частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях, то сила действующая на частицу определяется по формуле Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{\upsilon}, \vec{B}].$$

Магнитная индукции $\vec{B}$ и напряженность $\vec{H}$ магнитного поля связаны соотношением $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$,

где μ – магнитная проницаемость среды; в вакууме $\mu = 1$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$ – магнитная постоянная.

Магнитная индукция внутри соленоида и тороида:

$B = \mu\mu_0 nl$,

где n – отношение числа витков соленоида к его длине.

2.1.4. Электромагнитная индукция. Электромагнитные колебания и волны. Основные понятия и формулы

Магнитный поток Φ сквозь поверхность:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$\Phi = BS\cos\alpha$ или $\Phi = B_n S$, $B_n = B\cos\alpha$,

где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного магнитного поля и произвольной поверхности $\Phi = \int\limits_S B_n dS$ (интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток) для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков, определяется по формуле:

$\psi = N\Phi.$

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1).$

ЭДС индукции $\varepsilon_1 = -\dfrac{d\psi}{dt}.$

ЭДС индукции ε_1, возникающая в рамке площадью S, содержащей N витков при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B - $\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t$.

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле,

$U = Bl\upsilon \sin \alpha,$

где l – длина проводника; α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Магнитный поток сквозь контур и сила тока в нем связаны соотношением

$\Phi = LI,$

где L – индуктивность контура.

ЭДС самоиндукции: $\varepsilon_S = -L\dfrac{dI}{dt}$

Индуктивность соленоида

$L = \mu\mu_0 n^2 V,$

где n – отношение числа витков соленоида к его длине; V - объём соленоида.

Энергия магнитного поля W, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L

$W = \dfrac{LI^2}{2}.$

Объёмная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида и тороида к его объёму):

$W = \dfrac{BH}{2}$, или $W = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \dfrac{B^2}{2\mu\mu_0}.$

Величина заряда на обкладках конденсатора в процессе свободных незатухающих колебаний определяется по формуле:

$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$

где q_m – амплитудное значение заряда; φ_0 – начальная фаза; ω_0 – угловая частота колебаний.

Формула Томсона:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность контура, C - ёмкость конденсатора.

Частота собственных колебаний контура:

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Закон изменения разности потенциалов между обкладками конденсатора:

$$U_C = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $U_m = q_m / C$ – амплитуда разности потенциалов.

Закон изменения тока:

$$i = \dot{q} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2),$$

где $I = \omega_0 q_m$ – амплитуда тока.

Закон изменения ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_s = -L\dot{i} = -L\omega_0^2 q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \varepsilon_{sm} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 - \pi),$$

где $\varepsilon_{sm} = L\omega_0^2 q_m$ – амплитуда ЭДС – самоиндукции.

Закон изменения энергии электрического поля:

$$W_E = \frac{q^2}{2C} = \left(\frac{q_m^2}{2C}\right)\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = W_{Em} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $W_{Em} = q_m^2 / 2C$ – амплитуда энергии электрического поля.

Закон изменения энергии магнитного поля:

$$W_B = \frac{Li^2}{2} = \left(\frac{L\omega_0^2 q_m^2}{2}\right)\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = W_{Bm} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $W_{Bm} = L\omega_0^2 q_m^2 / 2$ – амплитуда энергии магнитного поля и $1/LC = \omega_0^2$,

Величина заряда на обкладках конденсатора в процессе свободных затухающих колебаний определяется по формуле ($\beta < \omega_0$):

$$q = q_{m_0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где q_{m_0} – начальная амплитуда заряда; ω – угловая частота колебаний;

β – коэффициент затухания, $\beta = \dfrac{L}{2R}$ (R – активное сопротивление контура).

Угловая частота затухающих колебаний связана с собственной частотой контура соотношением: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Условный период затухающих колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$

Логарифмический декремент затухания: $\lambda = \ln \frac{q_{m_0} e^{-\beta t}}{q_{m_0} e^{-\beta(t+T)}} = \beta T$.

Время релаксации : $\tau = \frac{1}{\beta}$.

Добротность контура Q: $Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N = \frac{\pi T}{\tau}$.

Резонансная частота для заряда (для разности потенциалов она будет точно такой же:

$$\Omega_{рез,q} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

Фазовая скорость электромагнитных волн:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c$ — скорость электромагнитных волн в вакууме.

Плотность энергии ω электромагнитной волны распространяющейся в вакууме со скоростью c слагается из плотности энергии электрического поля и плотности энергии магнитного поля:

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}.$$

Модуль плотности потока энергии: $S = \omega c = EH$.

Вектор плотности потока электромагнитной энергии можно представить как векторное произведение $\vec{E}$ и $\vec{H}$: $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$,

где вектор $\vec{S}$ называется вектором Пойнтинга.

Электромагнитная волна, несущая энергию W, обладает импульсом $K = \frac{1}{c} W$.

Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой ν колебаний: $\lambda = cT$ или $\lambda = \frac{c}{\nu}$;

где c - скорость электромагнитных волн в вакууме.

2.2. Примеры решения задач по разделу «Электричество и магнетизм»

Задача 1. Три одинаковых положительных заряда $q_1 = q_2 = q_3 =$ $= 1$ нКл расположены по вершинам равностороннего треугольника (см. рис.). Какой отрицательный заряд q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

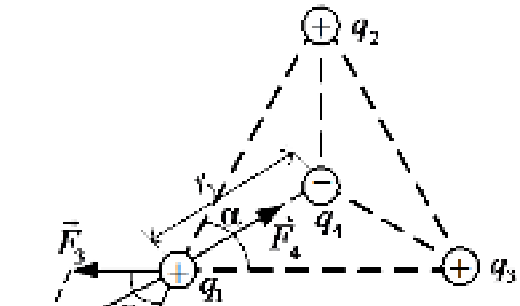
Решение. Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях.

Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы один из трех зарядов, например, q_1 находился в равновесии.

В соответствии с принципом суперпозиции на заряд действует каждый заряд независимо от остальных. Поэтому заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил будет равна нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ – силы, с которыми действуют на заряд q_1 соответственно заряды q_2, q_3 и q_4; $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.



Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой (см. рис.), то векторное равенство (1) можно заменить скалярной суммой:

$F - F_4 = 0$ или $F_4 = F$.

Выразив в последнем равенстве F через $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ и учитывая, что $F_3 = F_2$, получаем по теореме косинусов

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}.$$

Применив закон Кулона и учитывая, что $q_2 = q_3 = q_1$, найдем

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

откуда $q_4 = \dfrac{q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}$. (2)

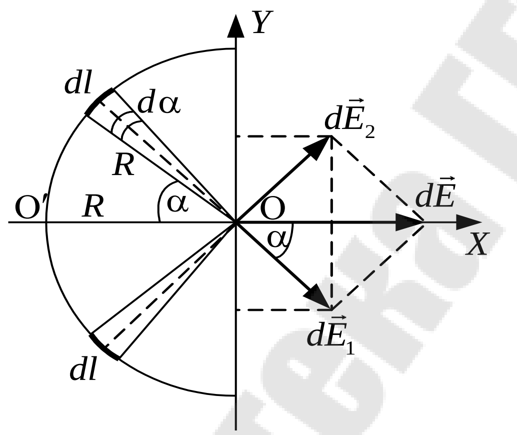
В равностороннем треугольнике $\cos\alpha = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$, с учетом этого формула (2) примет вид

$$q_4 = \frac{q_1}{\sqrt{3}};\quad q_4 = \frac{1\cdot 10^{-9}}{1{,}73} \approx 0{,}58 \text{ нКл}.$$

Ответ: $q_4 = 0{,}58$ нКл.

Задача 2. Найти напряженность E и потенциал φ в центре полукольца радиусом R = 5 см, по которому равномерно распределен заряд $q = 3\cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение. Для определения напряженности $\vec{E}$ и потенциала φ в центре полукольца воспользуемся принципом суперпозиции. Разделим полукольцо на малые элементы дуги dl так, чтобы заряд $dq = \tau dl = \dfrac{q}{\pi R} dl$ каждой точки дуги можно было считать точечным. Выберем два произвольных симметрично расположенных относительно OO′ элемента дуги (см. рис.).



Напряженности электрического поля в точке O, создаваемые выбранными элементами, $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$. Согласно принципу суперпозиции $d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2$. Из соображений симметрии следует, что алгебраическая сумма проекций напряженностей поля выбранных элементов на ось OY равна нулю. Результирующее поле направлено вдоль оси OX:

$$dE = dE_X = dE_1\cos\alpha = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\alpha = \frac{q\cos\alpha}{4\pi^2\varepsilon_0 R^3}dl.$$

Так как $dl = R\,d\alpha$, то $dE = \dfrac{q\cos\alpha}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}d\alpha$.

Положение точечного заряда dq на полукольце определяется углом α. Поэтому угол α выбираем в качестве переменной интегрирования;

$$E = E_X = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2};$$

$$E = \frac{3\cdot 10^{-9}}{2\cdot(3{,}14)^2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot(0{,}05)^2} = 6{,}88\cdot 10^3\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Потенциал φ в центре полукольца определяется алгебраической суммой потенциалов электрического поля $d\varphi$ элементарных зарядов (согласно принципу суперпозиции).

Учитывая, что $d\varphi$ точечного заряда $d\varphi = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{qdl}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}$,

где $dq = \dfrac{qdl}{\pi R}$, определяем φ:

$$\varphi = \int\limits_0^{\pi R} d\varphi = \frac{q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int\limits_0^{\pi R} dl = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R};$$

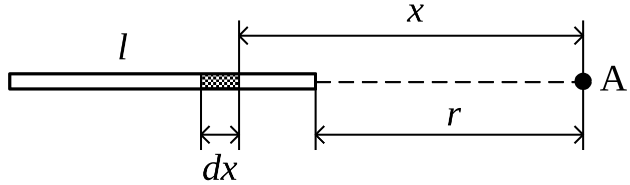
$$\varphi = \frac{3\cdot 10^{-9}}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}05} = 5{,}39\cdot 10^2\ \text{В}.$$

Ответ: $E = 6{,}88\cdot 10^3\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$; $\varphi = 5{,}39\cdot 10^2$ В.

Задача 3. Тонкий стержень длиной l = 15 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 6\ \dfrac{\text{мкКл}}{\text{м}}$. Найти напряженность E, создаваемую этим зарядом, в точке, расположенной на оси стержня и удаленной от ближайшего конца стержня на расстояние r = 10 см.

Решение. Заряд, равномерно распределенный по тонкому стержню, не является точечным, поэтому непосредственно вычислить напряженность поля по формуле $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (1)

невозможно.



Выделим на стержне бесконечно малый элемент длины dx (см. рис.). Заряд $dq = \tau dx$, находящийся на выделенном элементе, можно считать точечным. По формуле (1) найдем напряженность в точке A, создаваемую зарядом dq:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2},$$

где x – расстояние от dx до точки A.

Применяя принцип суперпозиции, определим напряженность поля в точке A, создаваемую заряженным стержнем:

$$E = \int_l dE = \int_r^{r+l} \frac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_r^{r+l} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l}\right);$$

$$E = \frac{6\cdot 10^{-6}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}1+0{,}15}\right) = 324\cdot 10^3\,\frac{\text{В}}{\text{м}} = 324\,\frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E = 324\,\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$.

Задача 4. Тонкий стержень длиной l=30 см несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью τ =1 мкКл/м. на расстоянии $r_0 = 20$см от стержня находится заряд q_1=10 нКл, равноудаленный от концов стержня. Определить силу $\vec{F}$ взаимодействия точечного заряда с заряженным стержнем.

Решение. Закон Кулона позволяет вычислить силу взаимодействия точечных зарядов. По условию один из зарядов не является точечным, а второй представляет собой заряд, равномерно распределенный по длине стержня (см. рис.). Однако, если выделить на стержне дифференциально малый участок dl, то находящийся на нем заряд $dq=\tau dl$ можно рассматривать как точечный и тогда по закону Кулона сила взаимодействия между зарядами q_1 и dq:

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot\tau dl}{r^2}, \qquad (1)$$

где r - расстояние от выделенного элемента до заряда q_1.

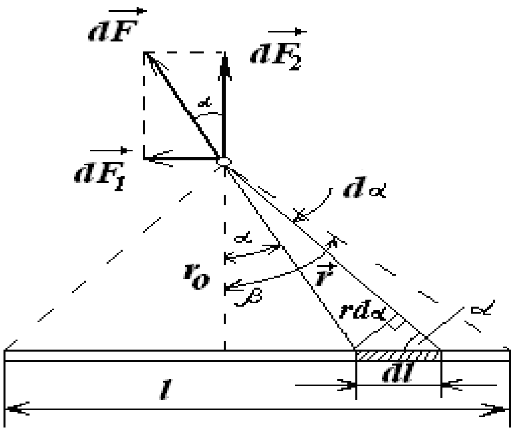
Из рисунка следует, что $r = r_0 / cos\alpha$ и $dl = (rd\alpha)/cos\alpha$, где r_0 – расстояние от заряда q_1 до стержня. Подставив эти выражения r и dl в формулу (1), получим:

$$dF = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha. \qquad (2)$$

Следует иметь ввиду, что $d\vec{F}$ - вектор, поэтому, прежде чем интегрировать, разложим его на две составляющие: $d\vec{F}_1$ перпендикулярно стержню и $d\vec{F}_2$ параллельно ему.

Из рисунка видно, что $dF_1 = dF\,cos\,\alpha, dF_2 = dF\,sin\,\alpha$. Подставляя значения dF из выражения (2) в эти формулы, найдем:

$$dF_1 = \frac{q_1\tau\,cos\,\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha \;\; dF_2 = \frac{q_1\tau\,sin\,\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha.$$



Интегрируя эти выражения в пределах от $-\beta$ до $+\beta$, получим:

$$F_1 = \int_{-\beta}^{+\beta}\frac{q_1\tau\,cos\,\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\int_{-\beta}^{+\beta}cos\,\alpha d\alpha = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left|sin\,\alpha\right|_{-\beta}^{+\beta};$$

$$F_1 = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left|sin\,\beta - sin(-\beta)\right| = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\cdot 2\,sin\,\beta;$$

$$F_1 = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}sin\,\beta.$$

В силу симметрии расположения q_1 относительно стержня интегрирование второго выражения дает ноль:

$$F_2 = \int_{-\beta}^{+\beta}\frac{q_1\tau\,sin\,\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha = -\frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left|cos\,\alpha\right|_{-\beta}^{+\beta} = -\frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left|cos\,\beta - cos(-\beta)\right| = 0$$

.Таким образом, сила действующая на заряд q_1,

$$F = F_1 = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}sin\,\beta. \qquad (3)$$

Из рисунка, следует, что $sin\,\beta = \dfrac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + \dfrac{l^2}{4}}} = \dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$

Подставив это выражение $sin\,\beta$ в формулу (3) получим:

$$F = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\cdot\frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l}}. \qquad (4)$$

Подставляем численные значения величин входящих в выражение (4) и производим вычисления:

$$F=\frac{1\cdot10^{-8}\cdot1\cdot10^{-6}}{2\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot2\cdot10^{-1}}\cdot\frac{3\cdot10^{-1}}{\sqrt{4\cdot\left(2\cdot10^{-1}\right)^2+\left(3\cdot10^{-1}\right)^2}}=5{,}4\cdot10^{-4}$$

Н.

С учетом направления силы, $\vec{F}=5{,}4\cdot10^{-4}\vec{j}$ (Н), ось $У$ направлена перпендикулярно стержню.

Ответ: $\vec{F}=5{,}4\cdot10^{-4}\vec{j}$ (Н).

Задача 5. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1=6$ см и $R_2=10$ см несут соответственно заряды $q_1=1$ нКл и $q_2=-0{,}5$ нКл. Найти величину напряженности поля E в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1=5$ см, $r_2=9$ см, $r_3=15$ см. Построить график $E(r)$.

Решение. Заметим, что точки, в которых требуется найти напряженности электрического поля, лежат в трех областях (рис.1.6): области I ($r_1<R_1$), области II ($R_1<r_2<R_2$), области III ($r_3>R_2$).

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1, и воспользуемся теоремой Гаусса :

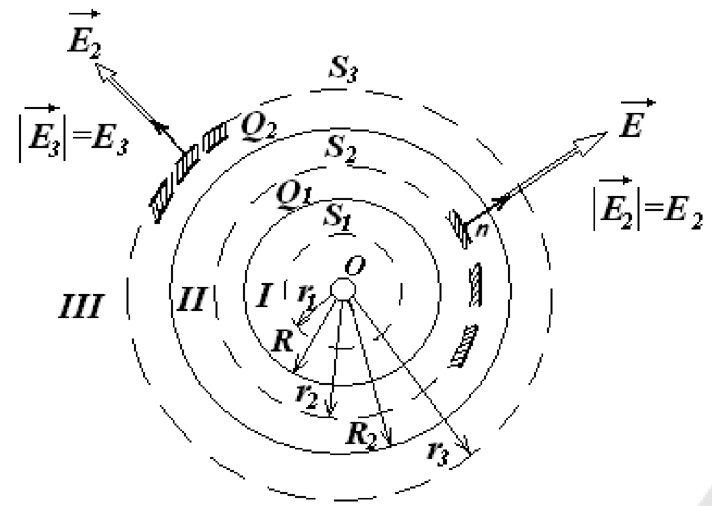
$$\oint_{S_1}E_n dS=0$$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю). Из соображений симметрии $E_n=E_1=const$. Следовательно, $E_1\oint_{S_1}dS=0$ и E_1 (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1<R_1$, будет равна нулю.

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2. В этом случае

$$\oint_{S_2}E_n dS=\frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

(так как внутри гауссовой поверхности находится только заряд q_1).



Так как $E_n = E_2 = const$, то E_2 можно вынести за знак интеграла:

$$E_2 \oint\limits_{S_2} dS = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \text{ или } E_2 S_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \text{ и } E_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S_2},$$

где $S_2 = 4\pi r_2^2$ - площадь гауссовой поверхности.

Тогда:

$$E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3. Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что гауссова поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен алгебраической сумме зарядов.

Тогда:

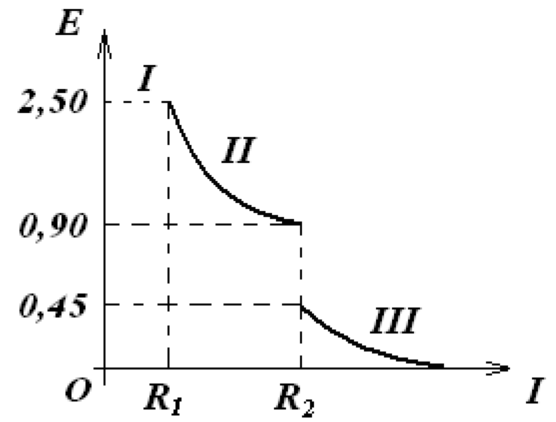
$$E_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 {r_3}^2}, \text{ так как } q_2<0. \qquad (2)$$

Произведем вычисления:

$$E_2 = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{10^{-9}}{(0{,}09)^2} (\text{В/м}) = 1{,}11 \cdot 10^3 (\text{В/м});$$

$$E_3 = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{(1 - 0{,}5) \cdot 10^{-9}}{(0{,}15)^2} (\text{В/м}) = 2 \cdot 10^2 (\text{В/м}).$$

Построим график *E(r)*. В области I *($r_1<R_1$) E=0*. В области II *($R_2 \le r <R_2$) $E_2(r)$* изменяется по закону $1/r^2$



В точке $r=R_1$ напряженность $E_2(R_1)=|q_1|\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 R_1^2\right)=\dfrac{1\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 36\cdot 10^{-4}}=2{,}5\cdot 10^3$ (В/м). В точке $r=R_2$ (r стремиться к R_2 слева) $E_2(R_2)=|q_1|\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 R_2^2\right)=0{,}9$ кВ/м. В области III ($r>R_2$) $E_3(r)$ изменяется по закону $1/r^2$, причем в точке $r=R_2$ (r стремиться к R_2 справа) $E_3(R_2)=q_1-|q_2|\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 R_2^2\right)=0{,}45$ кВ/м. Таким образом, функция $E(r)$ в точках $r=R_1$, и $r=R_2$, терпит разрыв.

Ответ: $E_1=0$, $E_2=1{,}11\cdot 10^3$ В/м, $E_3=2\cdot 10^2$ В/м.

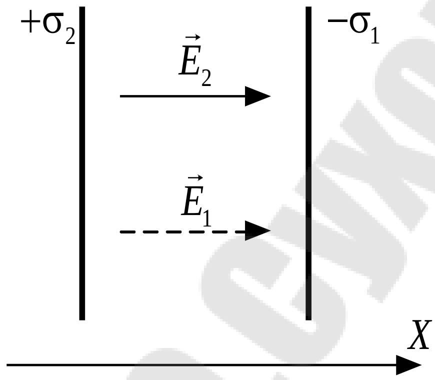
Задача 6. Электрическое поле создано двумя одинаковыми параллельными пластинами площадью 150 см^2 каждая. Пластины расположены на малом (по сравнению с линейными размерами пластин) расстоянии друг от друга. На одной из пластин равномерно распределен заряд q_1 = –50 нКл, на другой – заряд q_2 = +150 нКл. Определить напряженность E электрического поля между пластинами.

Решение. Поскольку по условию задачи расстояние между пластинами много меньше их линейных размеров, то пластины можно считать бесконечно протяженными и равномерно заряженными. Поверхностные плотности зарядов на них соответственно равны $\sigma_1=\dfrac{q_1}{S}$ и $\sigma_2=\dfrac{q_2}{S}$. Напряженность поля, создаваемую каждой пластиной, определим по формуле:

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Тогда $E_1=\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$ и $E_2=\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$.

На рисунке показаны направления силовых линий поля с учетом знака зарядов на пластинах. По принципу суперпозиции результирующая напряженность между пластинами $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.



В проекции на ось X

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{q_1}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\varepsilon_0 S};$$

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0 S}\left(q_1 + q_2\right);$$

$$[E] = \frac{\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{Ф}\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Кл}\cdot\text{м}\cdot\text{В}}{\text{Кл}\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

$$E = \frac{1}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}015}\left(-5\cdot 10^{-8} + 15\cdot 10^{-8}\right) = 75\cdot 10^4\ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 750\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E = 750\ \dfrac{\text{кВ}}{\text{м}}$.

Задача 7. Электрическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью τ = 1 нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния r_1 = 1,5 см до r_2 = 1 см?

Решение. Элементарная работа по перемещению заряда в электрическом поле

$$dA = Fdr,$$

где F – сила, действующая на заряд; dr – перемещение заряда вдоль силовой линии.

Силу, действующую на заряд, можно определить через напряженность поля:

$$F = Eq,$$

где E – напряженность поля, создаваемого бесконечной заряженной нитью;

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Следовательно, $dA = \dfrac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{dr}{r}$ и, интегрируя, получим

$$A = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

С другой стороны, работа приводит к изменению кинетической энергии:

$$A = E_{K_2} - E_{K_1}.$$

Так как начальная скорость была равна нулю, то

$$A = \frac{m\upsilon_2^2}{2},$$

откуда

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2e\tau}{2\pi\varepsilon_0 m}\ln\frac{r_2}{r_1}};$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{1,6\cdot10^{-19}\cdot10^{-7}\ln\dfrac{10^{-2}}{1,5\cdot10^{-2}}}{3,14\cdot8,85\cdot10^{-12}\cdot9,1\cdot10^{-31}}} = \sqrt{\frac{1,6\ln1,5}{3,14\cdot8,85\cdot9,1}\cdot10^{17}} = 16\cdot10^6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$[\upsilon_2] = \sqrt{\frac{\text{Кл}\cdot\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{м}\cdot\text{Ф}\cdot\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл}^2\cdot\text{В}}{\text{Кл}\cdot\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Кл}\cdot\text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В}}{\text{кг}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\upsilon_2 = 16\cdot10^6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 8. Электростатическое поле создается положительным точечным зарядом. Определить числовое значение и направление градиента потенциала этого поля, если на расстоянии r = 10 см от заряда потенциал в точке A φ_A = 100 В.

Решение. Связь напряженности и градиента потенциала:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi.$$

Знак «–» говорит о том, что $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала (от заряда).

Потенциал и напряженность точечного заряда в точке A

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r};\quad E_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2};\quad E_A = \frac{\varphi_A}{r};$$

$$|\mathrm{grad}\,\varphi| = \frac{\varphi_A}{r};\quad [\mathrm{grad}\,\varphi] = \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

Ответ: $|\mathrm{grad}\,\varphi| = \dfrac{100}{0{,}1} = 10^3\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}} = 1\ \dfrac{\text{кВ}}{\text{м}}$ и направлен к заряду.

Задача 9. Емкость шара, погруженного в масло $(\varepsilon = 5)$, равна 0,39 пФ, заряд на шаре 1,76 нКл. Каковы потенциал шара φ, радиус шара R, поверхностная плотность заряда σ и энергия шара W?

Решение. Емкость уединенного проводника выражается формулой

$C = \dfrac{q}{\varphi}$. Отсюда определим потенциал шара: $\varphi = \dfrac{q}{C}$;

$$\varphi = \frac{1,76\cdot 10^{-9}}{0,39\cdot 10^{-12}} = 4,5\cdot 10^{3}\ \text{В} = 4,5\ \text{кВ}.$$

С другой стороны, емкость шара $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R = \dfrac{\varepsilon R}{K}$,

где $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^{9}\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

Таким образом, радиус шара $R = \dfrac{KC}{\varepsilon}$;

$$R = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 0,39\cdot 10^{-12}}{5} = 0,7\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Поверхностная плотность заряда на шаре $\sigma = \dfrac{q}{4\pi R^2}$;

$$\sigma = \frac{1,76\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3,14\cdot\left(0,7\cdot 10^{-3}\right)^2} = 286\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} = 286\ \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}.$$

Энергию шара определим по формуле $W = \dfrac{q^2}{2C}$;

$$W = \frac{\left(1,76\cdot 10^{-9}\right)^2}{2\cdot 0,39\cdot 10^{-12}} = 3,97\cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 3,97\ \text{мкДж}.$$

Ответ: $\varphi = 4,5$ кВ; $R = 0,7\cdot 10^{-3}$ м; $\sigma = 286\ \dfrac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$; $W = 3,97$ мкДж.

Задача 10. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполняется диэлектриком $(\varepsilon = 7)$. При присоединении пластин к источнику напряжения напряженность электрического поля в конденсаторе E = $0,4\cdot 10^{6}$ В/м. Найти: 1) давление пластин на диэлектрик; 2) электрическую индукцию в диэлектрике; 3) поверхностную плотность связанных зарядов; 4) поверхностную плотность зарядов на пластинах конденсатора; 5) объемную плотность энергии электрического поля в диэлектрике.

Решение. 1. Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора определяется по формуле

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Тогда давление пластин на диэлектрик

$$P = \frac{F}{S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (1)$$

Выразив из формулы для напряженности поля, образованного двумя параллельными бесконечными равномерно заряженными плоскостями, $\left(E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}\right)$ поверхностную плотность зарядов σ и подставив в уравнение (1), получим $P = \frac{E^2\varepsilon_0\varepsilon}{2}$;

$$P = \frac{\left(0,4\cdot 10^6\right)^2 \cdot 8,85\cdot 10^{-12}\cdot 7}{2} = 5 \text{ Па}.$$

2. Электрическую индукцию D вычислим по формуле $D = \varepsilon_0\varepsilon E$;

$$D = 8,85\cdot 10^{-12}\cdot 7\cdot 0,4\cdot 10^6 = 2,5\cdot 10^{-5}\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

3. Поверхностная плотность связанных зарядов σ' в однородном диэлектрике связана с поверхностной плотностью σ стороннего заряда на поверхности прилежащего к нему заряженного проводника равенством: $\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma$.

Тогда $\sigma_{св} = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E$;

$$\sigma_{св} = (7-1)\cdot 8,85\cdot 10^{-12}\cdot 0,4\cdot 10^6 = 21,2\cdot 10^6\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

4. Поверхностная плотность зарядов на пластинах конденсатора

$$\sigma_D = D; \quad \sigma_D = 2,5\cdot 10^{-5}\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

5. Объемная плотность энергии электрического поля в диэлектрике согласно формуле энергии электрического поля в объеме V $\left(W=\int\limits_V \omega dV\right)$ равна $\omega=\dfrac{W}{V}=\dfrac{ED}{2}$; $[\omega]=\dfrac{\text{В}}{\text{м}}\cdot\dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}=\dfrac{\text{В}\cdot\text{А}\cdot\text{с}}{\text{м}^3}=\dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$;

$$\omega=\frac{0,4\cdot10^6\cdot2,5\cdot10^{-5}}{2}=5\,\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $P=5$ Па; $D=2,5\cdot10^{-5}\,\dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$; $\sigma_{св}=21,2\cdot10^6\,\dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$; $\sigma_D=2,5\cdot10^{-5}\,\dfrac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$; $\omega=5\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$.

Задача 11. Расстояние между пластинами плоского воздушного конденсатора меняют от d_1 = 2 мм дл d_2 = 20 мм. К пластинам приложена разность потенциалов U = 0,1 кВ. Площадь пластины S = 0,01 м^2. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: 1) не отключается; 2) отключается.

Решение. 1. Если пластины конденсатора остаются подключенными к источнику, то разность их потенциалов остается неизменной: $(U=\text{const})$.

Энергию конденсатора удобно считать по формуле

$$W=\frac{q^2}{2C}=\frac{CU^2}{2}=\frac{qU}{2}.$$

Применим выражение $W=\dfrac{CU^2}{2}$.

Емкость плоского конденсатора с увеличением расстояния d будет уменьшаться, т.к.

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

Таким образом,

$$W_1=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d_1} \quad \text{и} \quad W_2=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d_2};$$

$$W_1=\frac{8,85\cdot10^{-12}\cdot0,01\cdot100^2}{2\cdot2\cdot10^{-3}}=2,2\cdot10^{-7}\,\text{Дж}.$$

3. Систему двух заряженных и отключенных от источника пластин можно рассматривать как изолированную систему. Энергию

в данном случае удобно выразить через заряд q на пластинах, т.к. заряд пластин, отключенных от источника, при их раздвижении не изменяется:

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_1},$$

где $q = C_1 U$;

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d_1};$$

$$W_2 = \frac{q_2}{2C_2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d_2};$$

$$W_1 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01 \cdot 100^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 2{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ Дж};$$

$$W_2 = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01 \cdot 100^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 22{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $W_1 = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ Дж; $W_2 = 2{,}2 \cdot 10^{-8}$ Дж;
2) $W_1 = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ Дж; $W_2 = 22{,}1 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Задача 12. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд 4,95 нКл. Конденсатор подключен к источнику с ЭДС, равной 280 В. Площадь пластины конденсатора S = 0,01 м^2. Найти: 1) напряженность поля E внутри конденсатора; 2) расстояние d между пластинами; 3) скорость υ, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой; 4) энергию W конденсатора; 5) силу притяжения пластин F.

Решение. 1. Напряженность поля E, созданного двумя пластинами,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \text{ где } \sigma = \frac{q}{S}.$$

Тогда $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0 S}$;

$$E = \frac{4{,}95 \cdot 10^{-9}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01} = 56 \cdot 10^3 \ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 56 \ \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.$$

2. Разность потенциалов пластин U и напряженность E поля внутри конденсатора связаны соотношением $E = \dfrac{U}{d}$.

Отсюда $d = \dfrac{U}{E}$;

$$d = \frac{280}{56 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

3. По закону сохранения энергии $\dfrac{m\upsilon^2}{2} = q_e U$,

где m – масса электрона (m = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг); q_e – заряд электрона (q_e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Отсюда находим скорость электрона:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2q_e U}{m}};$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 280}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 10^7 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

4. Энергию конденсатора рассчитаем по формуле: $W = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$; $\left(C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}\right)$;

$$W = \frac{\left(4{,}95 \cdot 10^{-9}\right)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01} = 6{,}9 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

5. Сила притяжения пластин F в плоском конденсаторе:

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S};$$

$$F = \frac{\left(4{,}95 \cdot 10^{-9}\right)^2}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01} = 0{,}14 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Ответ: $E = 56 \ \dfrac{\text{кВ}}{\text{м}}$, $d = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $\upsilon = 10^7 \ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $W = 6{,}9 \cdot 10^{-7}$ Дж, $F = 0{,}14 \cdot 10^{-3}$ Н.

Задача 13. Определить заряд q, прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2$ В до $U = 4$ В в течение $t = 20$ с.

Решение. Так как сила тока проводнике изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $q = I \cdot t$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда и проинтегрируем:

$$q = \int_0^t I dt. \qquad (1).$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$q = \int_0^t \frac{U}{R} dt. \qquad (2)$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой:

$U = U_0 + kt,$ (3)

где k - коэффициент нарастания напряжения. Подставив это выражение U в формулу (2), найдем:

$$q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R} \right) dt = \frac{U_0}{R} \int_0^t dt + \frac{k}{R} \int_0^t t dt. \qquad (4)$$

Проинтегрировав, получим:

$$q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{1}{2R} \left(2U_0 t + kt^2 \right). \qquad (5)$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3): $k = (U - U_0)/t = 0{,}1\,\text{В/с}$. Подставив значение величин в формулу (5) найдем: $q = 20\,\text{Кл}$.

Ответ: $q = 20\,\text{Кл}$.

Задача 14. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20\,\text{Ом}$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2\text{с}$ по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6\text{А}$. Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1.

Решение. Закон Джоуля – Ленца в виде $Q = I^2 Rt$ справедлив для постоянного тока ($I = const$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде: $dQ = I^2 R dt$.(1)

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае $I = kt,$ (2)

где k - коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока: $k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2}\frac{\text{А}}{\text{с}} = 3\frac{\text{А}}{\text{с}}.$

С учетом (2) формула (1) примет вид: $dQ = k^2 R t^2 dt$ (3).

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1, до t_2:

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R\left(t_2^{\ 3} - t_1^{\ 3}\right).$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(1-0)(\text{Дж}) = 60\ (\text{Дж}), Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(8-1)(\text{Дж}) = 420\ (\text{Дж})$$

Следовательно, $Q_2/Q_1 = 420/60 = 7$, т.е. за вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Ответ: $Q_1 = 60$ Дж, $Q_2 = 420$ Дж, $Q_2/Q_1 = 7$.

Задача 15. По двум параллельным, бесконечно длинным проводникам, расстояние между которыми 8 см, текут в одном направлении токи силой 50 А каждый. Определить величину магнитной индукции поля в точке, отстоящей от оси первого проводника на расстояние 5 см, а от другого – 10см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции в заданной точке воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Согласно принципа суперпозиции индукция результирующего поля равна векторной сумме индукций, создаваемых каждым током в отдельности, то есть $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где вектор $\vec{B}$ векторная сумма индукций магнитных полей в точке A(см. рис.). Модуль вектора $\vec{B}$ найдем по теореме косинусов:

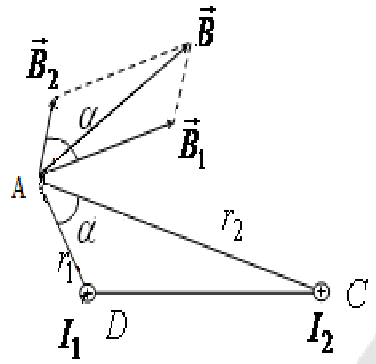
$$\left|\vec{B}\right| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cdot \cos\alpha}, \qquad (1)$$

где α – угол между $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Как известно, магнитная индукция прямого, бесконечно длинного проводника с током определяется формулой $B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$, тогда $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot r_1}$ и $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot r_2}$(учли что $\mu = 1$ так, как среда в которой находятся проводники – воздух).

По условию задачи токи в проводниках одинаковы, то есть $I_1 = I_2 = I$. Подставляя значения B_1 и B_2 в формулу (1) получаем:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1\, r_2}\cdot\cos\alpha}. \qquad (2)$$



Вычислим $\cos\alpha$, по теореме косинусов:

$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cdot\cos\alpha$ тогда $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}$.

Вычислим значение косинуса $\cos\alpha = \dfrac{61}{100}$.

Подставив в формулу (2) числовые значения физических величин и произведя вычисления получаем: $B = 272{,}7$ мкТл.

Ответ: $B = 272{,}7$ мкТл.

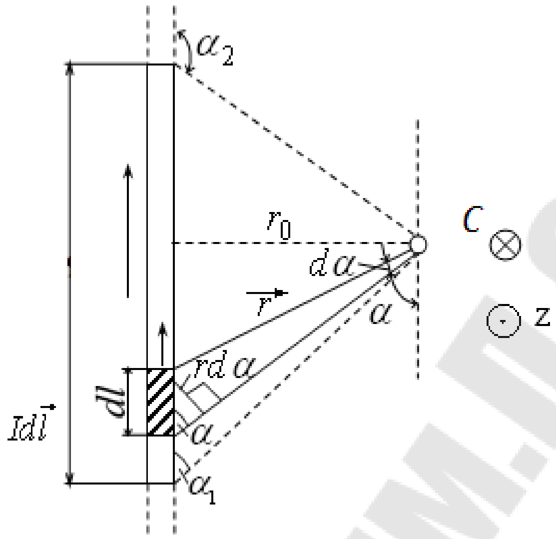
Задача 16. По отрезку прямого проводника длиной 120 см течет ток 40 А. Определить величину магнитной индукциии поля, создаваемую этим током, в точке, равноудаленной от концов отрезка проводника и находящейся на расстоянии 20 см от его середины.

Решение. Для расчета индукции магнитного поля воспользуемся законом Био-Савара и принципом суперпозиции магнитных полей.

Выберем на проводнике произвольно элемент тока $Id\vec{l}$ (см. рис.). Этот элемент тока создает в точке С поле с индукцией $d\vec{B}$, которая согласно закону Био-Савара-Лапласа определяется выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{\left[Id\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}\ ; \qquad (1)$$

а модуль вектора $d\vec{B}$ - $\left|d\vec{B}\right| = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{I\ dl\sin\alpha}{r^2}$, (2) где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от элемента тока $Id\vec{l}$ в точку С поля; r - модуль радиус-вектора $\vec{r}$; α - угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором $\vec{r}$.



Результирующую индукцию магнитного поля определим, используя принцип суперпозиции, согласно которому $\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} d\vec{B} = \int_{l} d\vec{B}$. В точке С векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока имеют одинаковое направление, противоположное оси z в данном случае за плоскость чертежа. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В этом случае выражение (2) можно записать в виде: $B = \frac{\mu_0 \mu \cdot I}{4\pi} \int_{l} \frac{\sin\alpha}{r^2} dl$. (3)

Данное выражение содержит две переменные величины: угол и расстояние. Преобразуем подинтегральное выражение так, чтобы в него входила только одна переменная – угол α. Из рисунка находим $dl = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin\alpha}$. Тогда $\frac{\sin\alpha}{r^2} dl = \frac{\sin\alpha}{r^2} \cdot \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Величина r также зависит от α, $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$, тогда $\frac{d\alpha}{r} = \frac{d\alpha}{r_0} \sin\alpha = \frac{\sin\alpha}{r_0} \cdot d\alpha$. Следовательно, выражение (3) можно записать в виде

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (4)$$

Полученное выражение (4) можно преобразовать, так как по условию задачи точка С расположена симметрично относительно отрезка проводника, то есть $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$. Выражение (4) примет вид:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cdot\cos\alpha_1. \qquad (5)$$

Из рисунка следует, что $\cos\alpha_1 = \dfrac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + r_0^2}} = \dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$.

Подставив последнее выражение в формулу (5) и учитывая, что $\mu = 1$ получим $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi\, r_0}\dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$ что соответствует единице магнитной индукции.

Произведя вычисления, получаем $B = 37{,}9$ мкТл.

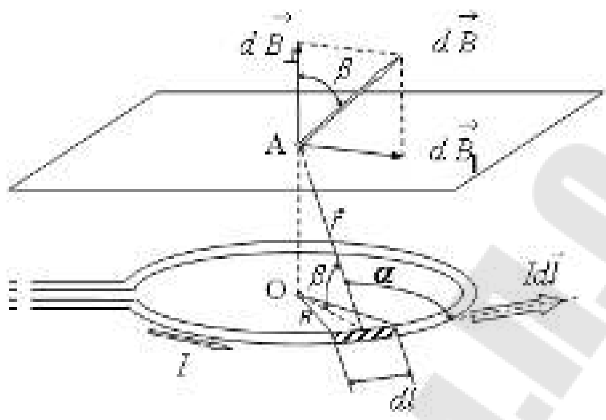
Ответ: $B = 37{,}9$ мкТл.

Задача 17. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 80$ А. Найти величину магнитной индукции в точке A, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 20$ см.

Решение. Расчет индукции магнитного поля проведем на основании закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции магнитных полей.

Выделим на кольце элемент тока $Id\vec{l}$ (см. рис.) и от него в точку A проведем радиус-вектор $\vec{r}$. Выделенный элемент тока создает в точке A магнитное поле индукцией $d\vec{B}$. Индукция магнитного поля, создаваемая этим элементом в точке A согласно закона Био-Савара будет $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 \mu}{4\pi}\cdot\dfrac{\left[Id\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$. Вектор $d\vec{B}$ в точке A направлен в соответствии с правилом буравчика, а его модуль определяется выражением $\left|d\vec{B}\right| = \dfrac{\mu_0 \mu}{4\pi}\cdot\dfrac{I\, dl \sin\alpha}{r^2}$. Согласно принципа суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция в точке A определяется интегрированием: $\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B}, \ldots$ …..(1)

где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца. Так как, в выражении (1) $d\vec{B}$ - это вектор, то прежде чем интегрировать следует разложить его на две составляющие: $d\vec{B}_\perp$, перпендикулярную плоскости кольца, и $d\vec{B}_{||}$, параллельную плоскости кольца, то есть $d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_{||}$, а $\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_{||}$.



При этом, $\int_l d\vec{B}_{||} = 0$ из соображений симметрии, а векторы $d\vec{B}_\perp$, от различных элементов $Id\vec{l}$ со направлены вдоль оси y, поэтому заменим векторное выражение скалярным: $B = \int_l dB_\perp$, где $dB_\perp = dB\cos\beta$ и $dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I\cdot dl}{r^2}$, так как $Id\vec{l}$ перпендикулярен $\vec{r}$, следовательно, $\sin\alpha = 1$. Таким образом, имеем

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cdot\cos\beta\cdot\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\cdot\frac{\cos\beta}{r^2}\cdot l\,|_0^{2\pi R} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\cdot\frac{\cos\beta\cdot 2\pi\cdot R}{r^2}$$

, учитывая, что $\cos\beta = \frac{R}{r}$ и сокращая на 2π получим $B = \frac{\mu_0\mu\, I\, R^2}{2\, r^3}$.

Проведем вычисления:

.

Ответ: $B = 62{,}8\,\text{мкТл}$.

Задача 18. Бесконечно длинный проводник, по которому течет ток $I = 50\,\text{А}$, изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$. Определить величину магнитной индукции проводника в точке А (рис.*a*), расстояние до которой $d = 5\,\text{см}$.

Решение. Изогнутый проводник можно рассматривать как два длинных проводника, концы которых соединены в точке О (рис. *b*). В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в точке А будет равен геометрической сумме магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых отрезками длинных проводников 1 и 2, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Магнитную индукцию $\vec{B}_1$ найдем, воспользовавшись соотношением (4), найденным в примере 12: $B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$, где r_0 - кратчайшее расстояние от проводника 1 до точки А (рис.*b*).

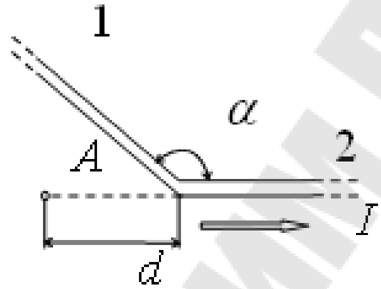


Рис.*a*.

Рис. *b*

В данном случае $\alpha_1 \to 0$ (проводник бесконечно длинный), $\alpha_2 = 2\pi/3 \left(\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2\right)$. Расстояние $r_0 = d\sin(\pi - \alpha_2) = d\sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$. Тогда магнитная индукция

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi d \ \sqrt{3}/2}(1 + 1/2) = \frac{\mu_0 \mu I \cdot 3}{4\pi d \cdot \sqrt{3}} = \frac{\mu_0 \mu I \cdot \sqrt{3}}{4\pi d}.$$

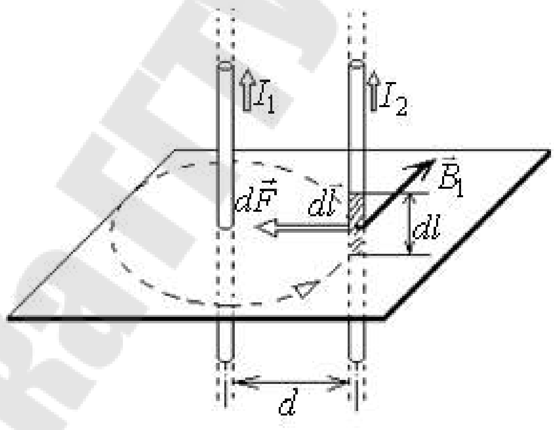
Магнитная индукция, создаваемая вторым отрезком проводника равна нулю. Это следует из закона Био-Савара, согласно которому в точках, лежащих на оси проводника, $d\vec{B}=0$, т.к. $\left[Id\vec{l}\wedge\vec{r}\right]=0$ и $B_2=0$. Так как $B=B_1$, то $B=\dfrac{\sqrt{3}\mu_0\mu I}{4\pi d}$. Вектор $\vec{B}$ сонаправлен с вектором $\vec{B}_1$. На рис. 15 это направление отмечено крестиком в кружочке (перпендикулярно плоскости чертежа, от нас).

Проведем вычисления: $B=\dfrac{\sqrt{3}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 50}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}}\,\text{Тл}=3{,}46\cdot 10^{-5}\,\text{Тл}=34{,}6\text{ мкТл}.$

Ответ: $B=34{,}6$ мкТл.

Задача 19. Два параллельных прямых проводника длиной $l=2$ м каждый, находятся на расстоянии $d=0{,}1$ м друг от друга. По ним текут одинаковые токи $I=80$ А. Вычислить величину силы взаимодействия токов.

Решение. Взаимодействие двух проводников, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой проводник (см. рис.).



Пусть оба тока текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго проводника (с током I_2) магнитное поле. Вычисляем силу $\vec{F}_{21}$, с которой магнитное поле, созданное током I_1, действует на проводник с током I_2. Для этого проведем магнитную силовую линию так, чтобы она касалась проводника с током I_2 и по касательной к ней - вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции $\left|\vec{B}\right|_1$, определяется соотношением: $B_1=\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$. (1)

На каждый элемент тока второго проводника $I_2 d\vec{l}_2$ согласно закону Ампера действует сила $dF_{21} = I_2 B_1 dl_2 \sin(d\vec{l}_2 \hat{,} \vec{B}_1)$. Так как $I_2 d\vec{l}_2 \perp \vec{B}_1$, то $\sin(I_2 d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}) = 1$ и тогда $dF_{21} = I_2 B_1 dl_2$.Подставив в это выражение $\vec{B}_1$, согласно (1), получим $dF_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl_2$.Силу $\vec{F}$ взаимодействия проводников с токами найдем интегрированием последнего равенства: $F_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int\limits_0^{l_2} dl_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2$. т.к. по условию $I_1 = I_2 = I$, то $F_{21} = \dfrac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$. Проведем вычисления: $F = 25{,}6$ мН.

Ответ: $F = 25{,}6$ мН

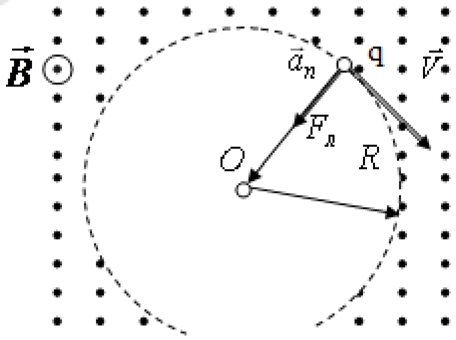
Задача 20. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

Решение. Траектория движения заряженной частицы в однородном магнитном поле будет окружностью только в том случае,

когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{\upsilon}$, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$ и тогда по второму закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}_n \,, \tag{1}$$

где m – масса протона.



На рисунке траектория протона совмещена с плоскостью чертежа. Сила Лоренца направлена перпендикулярно вектору $\vec{V}$ и направлена к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_л$ совпадают по направлению).

Запишем выражение (1) в скалярной форме: $\vec{F}_л = m\vec{a}_n$, где $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, а $F_л = q\upsilon B\sin\alpha$. В данном случае $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, $\sin\alpha = 1$. Тогда :

$$qVB = \frac{m\upsilon^2}{R} \text{ и } R = \frac{m\upsilon}{qB}.$$

Учитывая, что $m\vec{\upsilon}$ есть импульс протона ($\vec{p}$), тогда последнее выражение можно записать в виде: $R = \dfrac{p}{qB}$. Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е. $A = \Delta E$, или $q(\varphi_1 - \varphi_2) = E_2 - E_1$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение U); E_1 и E_2 – начальная и конечная кинетические энергии протона. Пренебрегая начальной кинетической энергией протона ($E_1 \approx 0$) и выразив кинетическую энергию E_2 через импульс p, получим:

$qU = \dfrac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mqU}$. Найденный импульс ($p$) подставим в формулу: $R = \dfrac{\sqrt{2mqU}}{qB} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{q}}$.

Проведем вычисления:

$$R = \frac{1}{0.3}\sqrt{\frac{2\cdot 1.67\cdot 10^{-27}\cdot 600}{1.6\cdot 10^{-19}}}\ (\text{м}) = 0{,}0118\ (\text{м}).$$

Ответ: $R = 11{,}8\,\text{мм}$.

Задача 21. Электрон, влетев в однородное магнитное поле $B = 0{,}2\,\text{Тл}$, стал двигаться по окружности радиуса 5см. Определить величину магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока.

Решение. Траектория движения электрона будет окружностью, если он влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции.

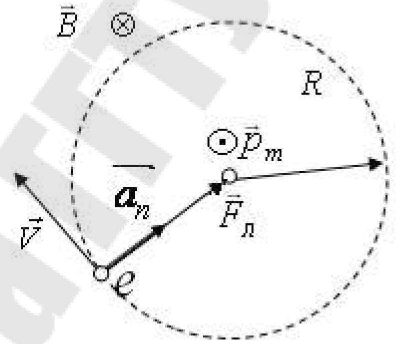
На рисунке к данной задаче линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости чертежа и направлены "от нас" (обозначены крестиками).

Движение электрона по окружности эквивалентно круговому току, который в данном случае определяется выражением $I_{экв} = \dfrac{|e|}{T}$, где e – заряд электрона; T – период его обращения.

Период обращения выразим через скорость электрона и путь, проходимый им за период $T = \dfrac{2\pi R}{\upsilon}$. Тогда $I_{экв} = \dfrac{|e|\upsilon}{2\pi R}$. (1)

Знаая $I_{экв}$, найдем величину магнитного момента эквивалентного кругового тока, который определяется соотношением $p_m = I_{экв} S$, (2)

где S – площадь, ограниченная окружностью, описываемой электроном ($S = \pi R^2$). Подставив $I_{экв}$ из (1) в выражение (2) получим: $p_m = \dfrac{|e|\upsilon}{2\pi R}\pi R^2 = \dfrac{1}{2}|e|\upsilon R$, (3)



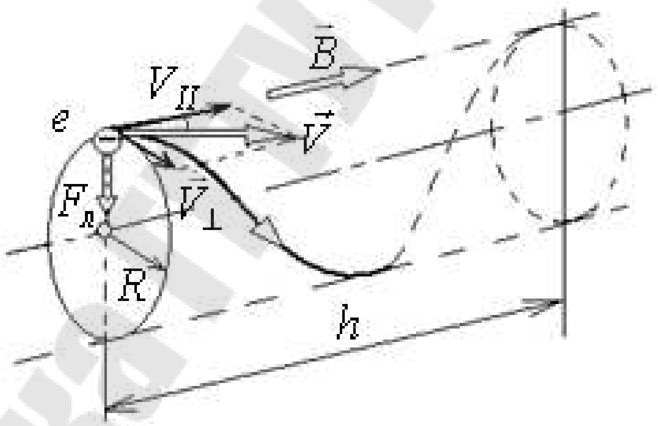
В полученном выражении неизвестной является скорость электрона, которая связана с радиусом окружности, по которой он движется, соотношением $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$.

Заменив q на $|e|$, найдем скорость $\upsilon = \dfrac{|e|BR}{m}$ и подставим в формулу (3): $p_m = \dfrac{|e^2|BR^2}{2m}$. Проведем вычисления: $p_m = 7{,}03$ пА $\cdot$ м^2

Ответ: $p_m = 7{,}03$ пА $\cdot$ м^2

Задача 22. Электрон движется в однородном магнитном поле $B = 10$ мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость υ.

Решение. Траектория движения электрона будет винтовая линия, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом $(\alpha \neq \pi/2)$ к линиям магнитной индукции. Разложим, как это показано на рисунке, вектор скорости $\vec{\upsilon}$ электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ $(\vec{\upsilon}_{II})$ и перпендикулярную ему $(\vec{\upsilon}_{\perp})$. Скорость $\vec{\upsilon}_{II}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $\vec{\upsilon}_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению $(\vec{F}_л \perp \vec{\upsilon}_{\perp})$. Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении вдоль силовой линии со скоростью υ_{II} и равномерном движении по окружности со скоростью $\upsilon_{\perp}$.



Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением: $T = \dfrac{2\pi R}{\upsilon_{\perp}}$. (1)

Найдем отношение $\dfrac{R}{\upsilon_{\perp}}$. Согласно второму закону Ньютона можно написать: $F_л = ma_n$, $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ или

$$|e|\upsilon_{\perp}B = \frac{m\upsilon^2{}_{\perp}}{R};\ \frac{R}{\upsilon_{\perp}} = \frac{m}{|e|\cdot B}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в формулу (1) получим: $T = 2\pi \dfrac{m}{|e|B}$. (3)

Проведем вычисления: $T = 3{,}57$ нс. Модуль скорости υ, как это видно из рисунка, можно выразить через $\upsilon_\perp$ и υ_{II}. Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости: $\upsilon_\perp = \dfrac{|e|BR}{m}$

Параллельную составляющую скорости υ_{II} найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения *T*, электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т.е. $h = T\upsilon_{II}$, откуда $\upsilon_{II} = \dfrac{h}{T}$. Учитывая выражение (3), получим $\upsilon_{\text{II}} = \dfrac{|e|Bh}{2\pi m}$

Таким образом, модуль скорости электрона

$V = \sqrt{\upsilon_\perp{}^2 + \upsilon^2{}_{\text{II}}} = \dfrac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{h}{2\pi}\right)^2}$. Произведем вычисления:

$\upsilon = 2{,}46 \cdot 10^7$ м/с

Ответ: $T = 3{,}57$ нс, $\upsilon = 2{,}46 \cdot 10^7$ м/с.

Задача 23. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0{,}1$ Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к её массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Решение. Для того чтобы найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы:

$$qU = \frac{m\upsilon^2}{2}, \text{ или } \frac{q}{m} = \frac{\upsilon^2}{2U}. \quad (1)$$

Скорость альфа-частицы найдем из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

1) сила Лоренца $\vec{F}_л = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$, направленная перпендикулярно вектору скорости $\vec{\upsilon}$ и вектору магнитной индукции $\vec{B}$;

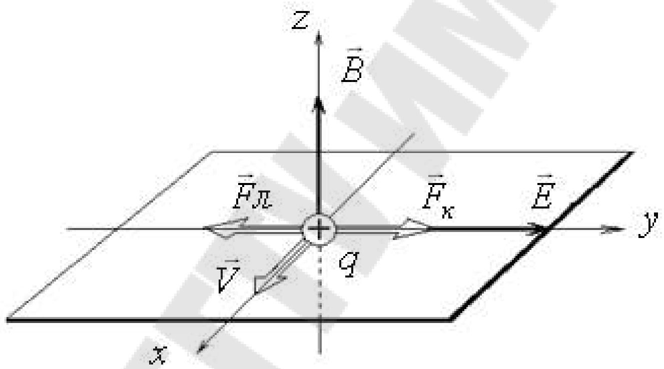
2) сила Кулона $\vec{F}_к = q\vec{E}$, сонаправленна с вектором напряженности $\vec{E}$ электростатического поля ($q > 0$). Направим вектор

магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль оси Oz (см. рис.), скорость $\vec{\upsilon}$ – в положительном направлении оси Ox, тогда $\vec{F}_л$, и $\vec{F}_к$ будут направлены так, как показано на рисунке. Альфа – частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил $\vec{F}_л$, и $\vec{F}_к$ будет равна нулю. В проекции на ось Oy получим следующее равенство (учитывая что $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, а $\sin\alpha = 1$):

$$qE - q\upsilon B = 0 \text{ или } \upsilon = \frac{E}{B}.$$

Подставив это выражение скорости в формулу (1), получим: $\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}$. Проведем вычисления:

$$\frac{q}{m} = 4{,}81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}.$$



Ответ: $\frac{q}{m} = 4{,}81 \cdot 10^7$ Кл/кг.

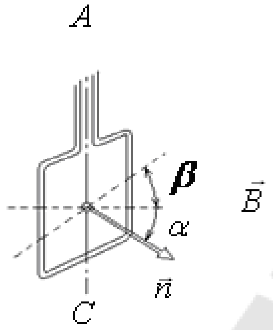
Задача 24. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $\nu = 10\,\text{с}^{-1}$ относительно оси AC, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0{,}04\,\text{Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\beta = \frac{\pi}{3}$ с линиями поля. Площадь катушки равна 100 см^2.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, определяется по закону электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} \qquad (1).$$

Потокосцепление $\psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком *Ф*. Подставив выражение ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} \qquad (2).$$



При вращении катушки магнитный поток Ф, пронизывающий катушку в момент времени t, изменяется по закону $\Phi = BS\cos\alpha$, где $\alpha = \omega t$, ω - угловая скорость катушки. Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Ф и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t$. Учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$ и что угол $\alpha = \omega t = \frac{\pi}{2} - \beta$ (рис.21.), получим $\varepsilon_i = 2\pi\nu NBS\cos\beta$. Произведем вычисления: $\varepsilon_i = 25{,}1\,\text{В}$

Ответ: $\varepsilon_i = 25{,}1\,\text{В}$

Задача 25. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5\,\text{см}$ и сопротивлением $R = 0{,}01\,\text{Ом}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 40\,\text{мТл}$). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд q, который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Решение. При выключении магнитного ноля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая законом электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить, воспользовавшись законом Ома $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}$, где R – сопротивление рамки. Тогда

$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}$. Так как мгновенное значение силы индукционного тока $I_i = \frac{dq}{dt}$. то выражение принимает вид

$$\frac{dq}{dt}R = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ или } dq = -\frac{d\Phi}{R}. \qquad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1), найдем

$$\int_0^q dq = -\frac{1}{R}\int_{\Phi 1}^{\Phi 2} d\Phi, \text{ или } q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

При выключенном поле $\Phi_2 = 0$, тогда последнее равенство примет вид $q = \frac{\Phi_1}{R}$. (2)

Найдем магнитный поток Φ_1. По определению магнитного потока имеем $\Phi_1 = BS\cos\alpha$.

По условию задачи рамка квадратная, площадь ее $S = a^2$.

Тогда: $\Phi_1 = Ba^2\cos\alpha$. (3)

Подставив (3) в (2), получим $q = \frac{Ba^2}{R}\cos a$.

Проведем вычисления:

$q = 8{,}67$ мКл.

Ответ: $q = 8{,}67$ мКл.

Задача 26. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к друг. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию магнитного поля соленоида.

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением $\psi = LI$ (1).

Потокосцепление может быть определено через поток Φ и число витков N: $\psi = N\Phi$. (2)

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \qquad (3)$$

Энергия магнитного поля соленоида

$W = \frac{1}{2}LI^2$. или $W = \frac{1}{2}NI\Phi$.

Проведем вычисления: $L = 1{,}8\,\text{мГн}$, $W = 14{,}4\,\text{мДж}$.

Ответ: $L = 1{,}8\,\text{мГн}$, $W = 14{,}4\,\text{мДж}$.

2.3. Задачи для самостоятельного решения по разделу «Электричество и магнетизм»

2.3.1. Задачи по электростатике

1.1. Расстояние l между свободными зарядами $q_1 = 25$ нКл и $q_2 = 100$ нКл равно 0,3 м. Определить точку на прямой, проходящей через заряды, в которой нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие.

1.2. Шарик массой $m = 4$ г, несущий заряд $q_1 = 130$ нКл подвешен в воздухе на невесомой, нерастяжимой, непроводящей нити. При приближении к нему заряда q_2 противоположного знака, нить отклонилась на угол $\alpha = 30^{\circ}$ от вертикального направления. Найти модуль заряда q_2, если расстояние $r = 6$ см.

1.3. Заряженный шарик массой $m = 3$ г, подвешенный в воздухе на невесомой, нерастяжимой нити, образующей угол $\alpha = 45^{\circ}$ с вертикалью движется с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с по окружности радиусом $r = 5$ см. В точке *B* находится другой неподвижный, заряженный шарик, причем, расстояние *AO=OB*. Найти модули зарядов шариков q, считая их одинаковыми.

1.4. Два тонких длинных проводника равномерно заряжены разноимёнными зарядами с линейной плотностью $|\tau| = 200$ мкКл/м и расположены параллельно друг другу. Расстояние между проводниками $d = 10$см. Найти величину напряжённости $\vec{E}$ поля в точке, удалённой от первого проводника на расстояние $r_1 = 15$см, а от второго – на $r_2 = 16$см?

1.5. Найти величину напряжённости $\vec{E}$ и потенциал φ в центре полукольца радиусом $R = 5см$, по которому равномерно распределён заряд $q = 3 \cdot 10^{-9}\,Кл$.

1.6. Тонкий стержень длиной $l = 15$см несёт равномерно распределённый заряд с линейной плотностью $\tau = 6\frac{мкКл}{м}$. Найти величину напряжённости $\vec{E}$, создаваемую этим зарядом, в точке, расположенной на оси стержня и удалённой от ближайшего конца стержня на расстояние $r = 10$см.

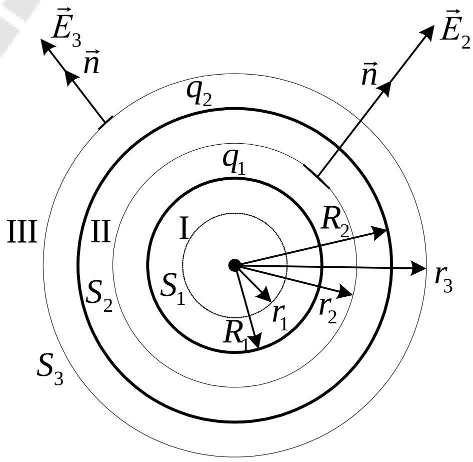
1.7. На отрезке тонкого прямого провода длиной $l = 10$см равномерно распределён заряд $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найти величину напряжённости

$\vec{E}$ в точке, расположенной на перпендикуляре к проводу, проведённом через один из его концов, на расстоянии $r_0 = 0{,}08$м.

1.8. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 6$см и $R_2 = 10$см несут соответственно заряды $q_1 = 1$нКл и $q_2 = -0{,}5$нКл (см. рис.). Найти величину напряжённости $\vec{E}$ поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$см, $r_2 = 9$см, $r_3 = 15$см.

1.9. Две круглые параллельные пластины находятся на малом (по сравнению с радиусом) расстоянии друг от друга. Пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 10$нКл/м^2 и $\sigma_2 = -30$нКл/м^2. Определить величину силы взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S, равную 2м^2.

1.10. Точечный заряд $q = 100$нКл находится на малом расстоянии от большой металлической пластины напротив её середины. Найти величину силы $\vec{F}$, действующую на заряд со стороны пластины. Пластина несёт равномерно распределённый по поверхности заряд $\sigma = 10 нКл/м^2$.



1.11. Тонкая, бесконечно длинная нить с равномерно распределённым по длине зарядом плотностью $\tau = 0{,}2$мкКл/м параллельна безграничной проводящей плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2$нКл/см^2. С какой величиной силы электрическое поле заряжённой бесконечной плоскости действует на каждый метр заряжённой бесконечно длинной нити, помещённой в это поле?

1.12. Электрическое поле создаётся положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью заряда $\tau = 1$нКл/см. Какую величину скорости приобретёт электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряжённости с расстояния $r_1 = 1{,}5$см до $r_2 = 1$см?

1.13. Ёмкость шара, погружённого в масло ($(\varepsilon = 5)$, равна 0,39пФ, заряд на шаре 1,76нКл. Каков потенциал шара φ?

1.14. Пластины плоского конденсатора площадью $S = 200\text{см}^2$ притягиваются с силой $F_1 = 9{,}84$мН. Между пластинами конденсатора находится точечный заряд $q = 30$мКл. Определить, с какой величиной силы F_2 поле конденсатора действует на заряд.

1.15. Ёмкость конденсатора $C_1 = 0{,}4$мкФ, когда он заполнен воздухом. Конденсатор заряжается до разности потенциалов $U = 500$В.

Определить изменение энергии конденсатора ΔW и работу сил электрического поля при заполнении конденсатора трансформаторным маслом ($\varepsilon = 2{,}5$) для случая, когда конденсатор соединён с источником.

1.16. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполняется диэлектриком ($\varepsilon = 7$). При присоединении пластин к источнику напряжения величина напряжённости электрического поля в конденсаторе $E = 0{,}4 \cdot 10^6$ В/м. Найти давление пластин на диэлектрик.

1.17. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполняется диэлектриком ($\varepsilon = 7$). При присоединении пластин к источнику напряжения величина напряжённости электрического поля в конденсаторе $E = 0{,}4 \cdot 10^6$ В/м. Найти объёмную плотность энергии электрического поля в диэлектрике.

1.18. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд 4,95нКл. Конденсатор подключён к источнику с ЭДС, равной 280 В. Площадь пластины конденсатора $S = 0{,}01\text{м}^2$. Найти величину напряжённости поля $\vec{E}$ внутри конденсатора.

1.19. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд 4,95нКл. Конденсатор подключён к источнику с ЭДС, равной 280В. Площадь пластины конденсатора $S = 0{,}01\text{м}^2$. Найти величину скорости $\vec{\upsilon}$, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой

1.20 На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд 4,95нКл. Конденсатор подключён к источнику с ЭДС, равной 280В. Площадь пластины конденсатора $S = 0{,}01\text{м}^2$. Найти величину силы притяжения пластин $\vec{F}$.

2.3.2. Задачи на законы постоянного тока

2.1. По медному проводнику сечением 0,8мм^2 течёт ток 80мА. Найдите величину средней скорости упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

2.2. Вольфрамовая нить электрической лампочки при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 35{,}8$Ом. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120$В по нити идёт ток $I = 0{,}33$А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3}\text{К}^{-1}$.

2.3. На катушку намотана медная проволока диаметром d=1мм. Какое сопротивление имеет проволока, если масса её $m = 3{,}41$кг?

2.4. Чтобы изготовить печь сопротивлением $R = 40\text{Ом}$, при комнатной температуре $t_2 = 20^{\circ}\text{C}$ на фарфоровый цилиндр диаметром d=5см наматывают никелиновую проволоку радиусом r=0,5мм. Сколько витков проволоки потребуется для изготовления такой печи? Удельное сопротивление никелина $\rho = 4 \cdot 10^{-7}\text{Ом} \cdot \text{м}$ при температуре $t_2 = 20^{\circ}\text{C}$.

2.5. Электрический ток силой $I = 8\text{A}$ протекает по стальной проволоке круглого сечения. Радиус сечения r=0,5мм. Рассчитайте скорость направленного движения (дрейфа) электронов в проволоке. Концентрацию электронов проводимости принять равной $10^{29}\,м^{-3}$.

2.6. По железному проводнику ($\rho = 7{,}87 \cdot 10^3\text{кг/м}^3$, $M = 56 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}$), сечением $S = 0{,}5\text{мм}^2$ течёт ток $I = 0{,}1\text{A}$. Определите величину средней скорости упорядоченного (направленного) движения электронов, считая, что число n свободных электронов в единице объёма проводника равно числу атомов n' в единице объёма проводника.

2.7. Определить заряд, прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3\text{Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_1 = 2\text{B}$ до $U_1 = 4\text{B}$ в течение времени $t = 20\text{c}$.

2.8. По медному проводу длиной $l = 1000\,\text{м}$ и диаметром d=4мм течёт ток I. При каком значении тока падение напряжения U на проводе будет равно $0{,}8\text{B}$?

2.9. Определите величину плотности тока в медной проволоке длиной $l = 100\text{м}$, если разность потенциалов на её конца $\varphi_1 - \varphi_2 = 10\text{B}$. Удельное сопротивление меди $\rho = 17\text{нОм} \cdot \text{м}$.

2.10. Определите величину плотности $\vec{j}$ электрического тока, в медном проводе (удельное сопротивление $\rho = 4 \cdot 10^{-7}\text{Ом} \cdot \text{м}$), если удельная тепловая мощность тока $\omega = 1{,}7\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{c}}$.

2.11. Какую наибольшую мощность $P_{\max}$ можно получить во внешней цепи от батареи аккумуляторов? ЭДС батареи $\varepsilon = 12\text{B}$. Ток короткого замыкания 6A.

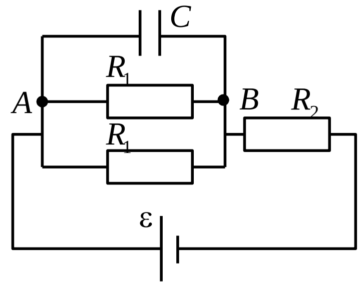
2.12. В проводнике в течение времени $t = 10\text{c}$ равномерно убывает сила тока от $I_0 = 5\text{A}$ до $I = 0$. При этом в проводнике выделяется количество теплоты $Q = 1\text{кДж}$. Каково сопротивление R проводника?

2.13. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20\text{Ом}$ нарастает по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 6\text{A}$ за $t = 2\text{c}$. Определите количество выделившейся теплоты Q_1 за первую секунду и Q_2 за вторую секунду.

2.14. В цепь источника постоянного тока с ЭДС $\varepsilon = 6$В включён резистор сопротивления $R = 80$Ом;. площадь поперечного сечения проводов $S = 2$мм^2. Определите число N электронов, проходящих через сечение проводов за время $t = 1$с. Сопротивлением источника тока и соединительных проводов пренебречь.

2.15. К источнику с ЭДС, равной ε, и внутренним сопротивлением r_1 присоединили сопротивление $R = 0{,}01$Ом;. При этом амперметр показал силу тока $I_1 = 0{,}5$А. Если же к источнику присоединить последовательно ещё один источник с такой же ЭДС, но с внутренним сопротивлением $r_2 = 4{,}5$Ом, то сила тока I_2 в том же сопротивлении окажется равной $0{,}4$А. Определите внутреннее сопротивление r_1 и ЭДС источника ε.

2.16. Два одинаковых резистора сопротивлением $R_1 = 10$Ом; и резистор сопротивлением $R_2 = 20$Ом; подключены к источнику ЭДС (см. рис.). К участку AB подключён плоский конденсатор ёмкостью $C = 0{,}1$ *мкФ*. Заряд q на обкладках конденсатора равен 2 *мкКл*. Определите ЭДС источника, пренебрегая его внутренним сопротивлением.

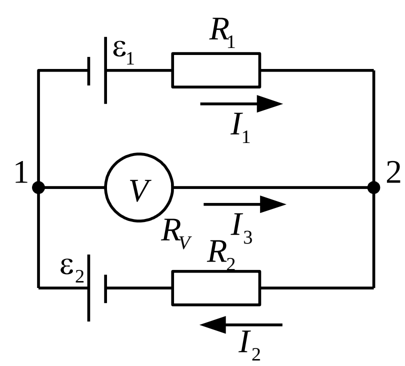


2.17. Батарея состоит из двух последовательно соединённых элементов с одинаковыми ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$Ом и $r_2 = 1{,}5$Ом. Разность потенциалов на зажимах второго элемента $U_2 = 0$. При каком внешнем сопротивлении R это возможно?

2.18. Определите ток короткого замыкания для батареи, если при силе тока $I_1 = 3$А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18$Вт, при силе тока $I_2 = 1$А – соответственно $P_2 = 10$Вт.

2.19. Источник ЭДС вначале замыкают на резистор сопротивлением R_1, а затем – на резистор сопротивлением R_2, при этом в обоих случаях выделяется одинаковое количество теплоты. Определите внутреннее сопротивление r источника ЭДС.

2.20. Элементы цепи имеют значения $\varepsilon_1 = 1{,}5$В; $\varepsilon_2 = 1{,}6$В; $R = 1$кОм; $R = 2$кОм. Определите показания вольтметра, если его сопротивление $R_V = 2$кОм. Сопротивлением источников тока и соединённых проводов пренебречь.



2.3.3. Задачи по магнитному полю и движению заряженных частиц в магнитном поле

3.1. Длинный проводник с током 8А изогнут под прямым углом. Найти магнитную индукцию в точке, которая отстоит от плоскости проводника на 35см и находится на перпендикуляре к проводникам, проходящим через точку изгиба.

3.2. Два круговых витка, диаметром 6см каждый, расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5см друг от друга. По виткам текут токи силой 4А в одном направлении. Найти индукцию магнитного поля в центре одного из витков.

3.3. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Диаметр каждого витка 6см. По виткам текут одинаковые токи силой 10 А. Найти индукцию магнитного поля в центре этих витков.

3.4. Бесконечно длинный провод образует круговую петлю, касательную к проводу. По проводу идет ток силой 7А. Радиус петли 12см. Найти индукцию магнитного поля в центре петли.

3.5. Ток силой 18А течет по длинному проводнику, согнутому с закруглением 10см так, что не согнутые участки становятся параллельными. Найти индукцию магнитного поля в центре закругления.

3.6. Определить магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца диаметром 18см, в точке, расположенной на расстоянии 20см от центра кольца, если в центре кольца индукция магнитного поля равна 60 мкТл.

3.7. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток силой 60А. Длина сторон прямоугольника составляет 30 и 80см. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

3.8. Два круговых витка радиусом 4см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5см друг от друга. По виткам текут одинаковые токи силой 6 А. Найти индукцию магнитного поля в центре одного из витков. Токи в витках текут в противоположных направлениях.

3.9. В однородном магнитном поле с индукцией 0,25Тл находится прямой проводник длиной 15см, по которому течет ток силой 5А. На проводник действует сила 0,13Н. Определить угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

3.10. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток 10А. Под ним на расстоянии 1,5см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток 1,5 А. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

3.11. По трём параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии 10см друг от друга, текут одинаковые токи силой 100А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу, действующую на отрезок длиной 1м третьего провода. Оси проводников лежат в вершинах правильного треугольника.

3.12. Из проволоки длиной 40см сделан квадратный контур. Найти вращающий момент сил, действующий на контур, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого 0,2 Тл. По контуру течет ток силой 3А. Плоскость контура составляет 30° с направлением магнитного поля.

3.13. Из проволоки длиной 28см согнут круговой контур. Найти вращающий момент сил, действующий на контур, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого 0,15 Тл. По контуру течет ток силой 5А. Плоскость контура составляет угол 60° с направлением магнитного поля.

3.14. Тонкое проводящее кольцо с током 40А помещено в однородное магнитное поле с индукцией 80 мТл. Плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. Диаметр кольца равен 30см. Найти силу, растягивающую кольцо.

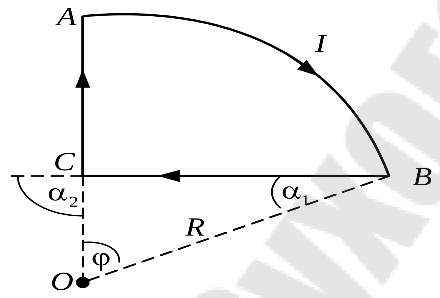
3.15. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии 10см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Найти числовое значение и направление вектора индукции магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10см от каждого проводника.

3.16. Стороны прямоугольника, изготовленного из тонкого провода, равны $a = 30$ см и $b = 40$ см. Величина магнитной индукции $\overrightarrow{B_0}$ в точке пересечения диагоналей равна 400 мкТл, если по проводнику пропустить ток I. Определите величину тока I.

3.17. По тонкому проволочному контуру в виде треугольника течёт ток. Не изменяя силы тока, контуру придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась величина магнитной индукции в центре контура?

3.18. Длинный прямой провод с током $I = 50$ А изогнут под углом $\alpha = 150^\circ$. Определите величину магнитной индукции $\vec{B}$ в точках, лежащих на биссектрисе угла и удалённых от его вершины на расстояние $a = 5$ см.

3.19. По контуру $ABCA$ идёт ток $I = 10$ А. Определите величину вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля в точке О, если радиус дуги AB $R = 10$ см, $\varphi = 60^\circ$ (см. рисунок).



3.20. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток силы $I_1 = 27$ А. Под ним на расстоянии $a = 1{,}5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток $I_1 = 1{,}5$ А. Определите, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакреплённым. Плотность алюминия $2{,}7$ г/см^3. Равновесие будет устойчивым или неустойчивым?

3.21.Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией 2 мТл, движется по круговой орбите радиусом 15см. Определить магнитный момент эквивалентного кругового тока.

3.22. Электрон движется по окружности радиусом 0,5см с линейной скоростью 1 Мм/с. Определить магнитный момент, создаваемый эквивалентным круговым током.

3.23. В атоме водорода электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом 53 пм. Найти магнитный момент эквивалентного кругового тока.

3.24. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл по окружности. Определить угловую скорость вращения электрона.

3.25. Электрон, обладая скоростью 10 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля равна 0,1 мТл. Определить нормальное и тангенциальное ускорение электрона.

3.26. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 480 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии 0,5см от него. Определить силу, действующую на электрон, если по проводнику течет ток силой 10 А.

3.27. Электрон, обладая скоростью 1 Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом 60° к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Индукция магнитного поля равна 2 мТл. Определить радиус витка и шаг спирали.

3.28. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,3 мТл по винтовой линии. Определить скорость электрона, если радиус винтовой линии равен 3см, а шаг ее равен 9 см.

3.29. Ионы двух изотопов с массами равными $6{,}5\cdot10^{-26}$ кг и $6{,}8\cdot10^{-26}$ кг, ускоренные разностью потенциалов 500В, влетают в однородное магнитное поле с индукцией 0,5 Тл перпендикулярно линиям индукции. Принимая заряд каждого иона равным элементарному электрическому заряду, определить, во сколько раз будут отличаться радиусы траекторий ионов изотопов.

3.30. Найти кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом 60см в магнитном поле, индукция которого равна 0,1 Тл.

3.31.Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью 1 Мм/с. Индукция магнитного поля равна 0,25 Тл. Радиус окружности 4см. Найти заряд частицы, если известно, что ее энергия равна 12 кэВ.

3.32. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл по винтовой линии, радиус которой равен 1см, а шаг равен 8см. Определить период вращения электрона и его скорость.

3.33. В однородном магнитном поле с индукцией 3 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию, радиус которой 8см, а шаг равен 40см. Определить кинетическую энергию протона.

3.34. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов 110 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 12$ кВ/м) и магнитное ($B = 0{,}11$ Тл) поля. Найти отношение заряда частицы к ее массе, если двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

3.35. Однородное электрическое поле с напряженностью 100 В/м перпендикулярно к однородному магнитному полю с индукцией 20 мТл. Электрон влетает перпендикулярно обоим полям. При какой величине начальной скорости электрон будет двигаться в этих полях прямолинейно?попадает в однородные

3.36. Отрицательный ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 640$ В, попадает в однородные взаимно перпендикулярные электрическое ($E = 2$ В/см) и магнитное ($B = 1{,}5$ мТл) поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион движется прямолинейно.

3.37. Протон влетел в скрещенные под углом $\alpha = 120^{\circ}$ электрическое ($E = 20$ кВ/м) и магнитное ($B = 50$ мТл) поля. Определить ускорение протона, если его скорость ($|\vec{\upsilon}| = 0{,}4$ Мм/с) перпендикулярна $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

3.38. Заряженная частица, двигаясь перпендикулярно скрещенным под прямым углом магнитному ($B = 250$ мТл) и электрическому ($E = 0{,}4$ кВ/см) полям, не испытывает отклонений при определенной скорости. Определить величину этой скорости v и возможные отклонения $\Delta\upsilon$ от нее, если значения электрического и магнитного полей могут быть обеспечены с точностью до 0,3%.

3.39. В однородные взаимно перпендикулярные электрическое ($E = 0{,}5$ кВ/см) и магнитное ($H = 1$ МА/м) поля влетел ион. При какой скорости иона (по модулю и направлению) он будет двигаться прямолинейно?

3.40. Однородное магнитное ($B = 3$ мТл) и электрическое ($E = 12$ кВ/см) поля скрещены под прямым углом. Электрон имеющий скорость $4 \cdot 10^6$ м/с, влетает в эти поля так, что силы, действующие на него со стороны полей сонаправлены. Определить ускорение электрона.

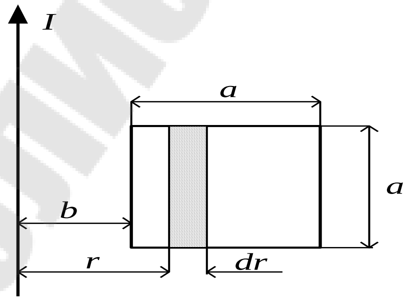
2.3.4. Задачи по электромагнитной индукции и электромагнитным колебаниям и волнам

4.1. Плоский контур, площадь S которого равна $25\ \text{см}^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл . Определить магнитный поток Φ, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями индукции.

4.2. Соленоид длиной $L = 1$ м и сечением $S = 16\ \text{см}^2$ содержит $N = 2000$ витков. Вычислить потокосцепление ψ при силе тока I в обмотке 10 А.

4.3. Плоский проводящий виток радиусом 30см и током 12 А расположен в однородном магнитном поле 0,3 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть виток на 180° вокруг оси, совпадающей с диаметром витка и перпендикулярной направлению магнитного поля.

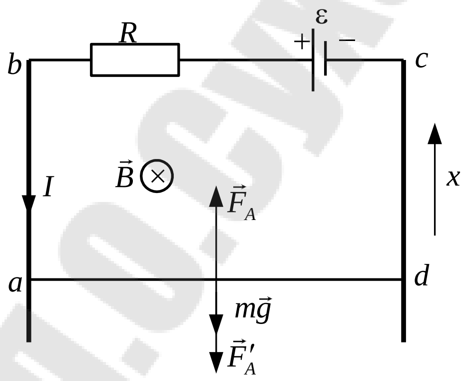
4.4. В одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 20$А расположена квадратная рамка со стороной $a = 20$см, причём две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей стороны рамки равно $b = 5$см (см. рисунок). Определите магнитный поток Φ, пронизывающий рамку.



4.5. Стержень длиной 1м вращается в однородном магнитном поле с постоянной угловой скоростью

$\omega = 30$рад/с. Ось вращения стержня параллельна магнитным силовым линиям поля и проходит через его конец. Определите ЭДС индукции, возникшую на концах стержня, если индукция магнитного поля $B = 2 \cdot 10^{-2}$Тл.

4.6. В однородном горизонтальном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0{,}5$Тл по вертикально расположенным рельсам, замкнутым через последовательно соединённые резистор сопротивлением $R = 5$Ом и источник ЭДС $\varepsilon = 12$В (см. рисунок), свободно скользит без нарушения контакта проводник длиной $l = 1$м и массой $m = 100$г. Найдите величину скорости. Сопротивлением рельсов, проводника и внутренним сопротивлением источника пренебречь.



4.7. Проволочное кольцо радиусом $r = 8$см и сопротивлением $R = 0{,}1$Ом находится в однородном магнитном поле. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями индукции поля. Если магнитное поле выключить, то по кольцу протечёт количество электричества $q = 10$мКл. Какова была величина индукции $\vec{B}$ магнитного поля?

4.8. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$Тл с частотой $n = 10$об/с вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков провода. Ось рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Максимальная ЭДС индукции, возникающая в рамке, равна $\varepsilon_{\max} = 94{,}2$В. Найдите площадь рамки S.

4.9. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}8$Тл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной $l = 20$см. Ось вращения проходит через один из концов стержня. При какой частоте вращения n разность потенциалов на концах его равна $U = 1{,}6$В?

4.10. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}8$Тл равномерно вращается рамка площадью $S = 50\text{см}^2$. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Среднее значение ЭДС индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменился от нуля до максимального значения, равно $\langle \varepsilon_i \rangle = 0{,}16$В. С какой частотой n вращалась рамка?

4.11. Квадрат из медной проволоки помещён в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$Тл так, что плоскость его перпендикулярна линиям магнитной индукции поля. Если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию, то по проволоке потечёт количество электричества $q = 84$мКл. Какова масса m проволоки?

4.12. Магнитный поток, пронизывающий соленоид, $\Phi = 80$мкВб. Когда сила тока I, протекающего по обмотке, равна 6А. Индуктивность соленоида $L = 70$мГн. Сколько витков N содержит соленоид?

4.13. В магнитном поле, величина индукции которого изменяется по закону $B = \alpha + \beta t^2$, где $\alpha = 1 \cdot 10^{-1}$Тл, $\beta = 1 \cdot 10^{-2}$Тл/с^2, расположена квадратная рамка со стороной $a = 0{,}2$м, причём плоскость рамки перпендикулярна $\vec{B}$. Определить: количество теплоты Q, которое выделится в рамке за первые 5 секунд, если сопротивление рамки $R = 0.5$Ом.

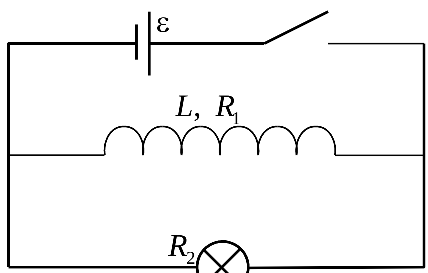
4.14. Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода. Диаметр провода 0,2мм, диаметр соленоида 5см. По соленоиду течёт ток 1А. Определите, какое количество электричества протечёт через обмотку соленоида, если концы ее замкнуть накоротко. Толщиной изоляции пренебречь.

4.15. На картонный цилиндр диаметром $D = 4$см намотано $N = 1000$ витков проволоки в один слой. Витки плотно прижаты друг к другу. Индуктивность полученного соленоида $L = 4$мГн. Каков диаметр d проволоки, из которой сделан соленоид?

4.16. Индуктивность соленоида $L = 220$ *мкГн*. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S_0 = 1$мм^2. Сопротивление обмотки $R = 0{,}4$Ом. Чему равна длина l соленоида?

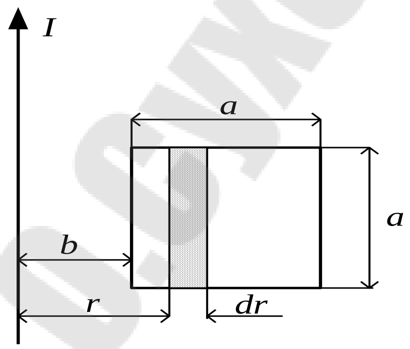
4.17. Длина соленоида $l = 160$см, площадь поперечного сечения $S = 19{,}6$см^2. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течёт ток $I = 2$А. Какая средняя ЭДС индуцируется в витке, надетом на соленоид с железным сердечником, если ток в соленоиде спадает до нуля в течении времени $t = 2$мс?

4.18. Дроссель с индуктивностью $L = 8$Гн и сопротивлением $R_1 = 40$Ом и лампа сопротивлением $R_2 = 200$Ом соединены параллельно и подключены к источнику с электродвижущей силой $\varepsilon = 120$В через ключ (см. рисунок). Определите напряжение U на зажимах дросселя в момент: 1) $t_1 = 0{,}01$с и 2) $t_2 = 0{,}5$с после размыкания цепи.



4.19. Рамка площадью $S = 150$см^2 равномерно вращается в однородном магнитном поле с частотой $n = 2{,}4$об/с. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением магнитного поля. Максимальная ЭДС индукции $\varepsilon_{\max}$ во вращающейся рамке равна $0{,}09B$. Какова величина индукции магнитного поля $\vec{B}$?

4.20. В одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 20$А расположена квадратная рамка со стороной $a = 20$см, причём две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей стороны рамки равно $b = 5$см (см. рисунок). Определите магнитный поток Φ, пронизывающий рамку.



4.21. Через сечение медной пластинки толщиной $d = 0{,}2$ мм пропускается ток силы $I = 6$ А. Пластинка помещается в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл, перпендикулярное ребру пластинки и направлению тока. Считая концентрацию электронов проводимости равной концентрации атомов, определите возникшую в пластинке поперечную (Холловскую) разность потенциалов.Плотность меди $8{,}93$ г/см^3.

4.22. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $U = 10\cos 10^4 t$ (В). Ёмкость конденсатора 10мкФ. Найдите индуктивность контура и закон изменения силы тока в нём.

4.23. Найдите логарифмический декремент затухания δ колебаний в контуре, состоящем из конденсатора ёмкостью $C = 2{,}22$нФ и катушки из медной проволоки диаметром $d = 0{,}5$мм. Катушка имеет 400 витков проволоки.

4.24. В контуре вследствие затухания теряется 99% энергии. Колебательный контур содержит ёмкость $C = 0{,}55$nФ и индуктивность $L = 10$мГн. За какое время происходит потеря энергии в контуре, если логарифмический декремент затухания $\delta = 0{,}005$?

4.25. Для какого момента времени t отношение $\dfrac{W_м}{W_{эл}}$ энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля равно 3?

4.26. Ток в колебательном контуре изменяется по закон $I = -0.04\sin 400\pi t, A$. Ёмкость конденсатора $C = 0{,}63$мкФ. Найдите период T колебаний, индуктивность контура L, минимальную энергию $W_м$ магнитного поля и максимальную энергию $W_{эл}$ электрического поля.

4.27. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $U = 25\cos 10^4 \pi t, B$. Индуктивность катушки $L = 10{,}13$мГн. Найдите период T колебаний, ёмкость C конденсатора, закон изменения со временем тока I в цепи и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

4.28. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 0{,}2$мкФ, катушки с индуктивностью $L = 5{,}07$мГн и сопротивления $R = 11{,}1$Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за два периода колебаний?

4.29. Активное сопротивление колебательного контура $R = 0{,}33$Ом. Какую мощность P потребляет контур при поддержании в нем незатухающих колебаний с амплитудой силы тока $I_m = 30$мА?

4.30. Катушка сопротивлением 8,2Ом включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$Гц. Длина катушки $l = 100$см и площадь поперечного сечения $S = 40\text{см}^2$. Число витков на катушке $N = 3000$. Найдите сдвиг фаз φ между напряжением и током.

4.31. Колебательный контур настроен на длину волны $\lambda = 1500$м и состоит из катушки индуктивностью $L = 60$мкГн и плоского конденсатора с площадью пластин $S = 400\text{см}^2$. Расстояние между пластинами $d = 0{,}02$см. Найдите диэлектрическую проницаемость ε среды, заполняющей пространство между пластинами конденсатора.

4.32. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 100$нФ, катушки индуктивностью $L = 0{,}01$Гн и резистора сопротивлением $R = 20$Ом. Определите: 1) период затухающих колебаний; 2) через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз?

4.33. Определите добротность Q колебательного контура, если собственная частота ω_0 колебательного контура отличается на 5% от частоты ω свободных затухающих колебаний.

4.34. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 10$nФ и катушки индуктивностью $L = 4$мкГн. Определите критическое сопротивление $R_{кр}$ контура, при котором наступает апериодический процесс.

4.35 Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L = 5$мГн и конденсатор ёмкостью $C = 2$мкФ. Добротность колебательного контура $Q = 100$. Какую среднюю мощность следует подводить для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_{cm} = 2$В?

4.36. Уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся в среде с магнитной проницаемостью, равной 1, имеет вид $E = 10\sin(6{,}28 \cdot 10^8 t - 4{,}19\pi)$. Определить длину электромагнитной волны и относительную диэлектрическую проницаемость среды.

4.37. Длина электромагнитной волны в вакууме, на котором построен колебательный контур, равна $31{,}4\,\text{м}$. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определите максимальную силу тока I_m в контуре, если максимальный заряд q_m на обкладках конденсатора равен $50\,\text{нКл}$.

4.38. В вакууме вдоль оси X распространяется плоская электромагнитная волна. Определите амплитуду напряжённости электрического поля волны, если амплитуда H_0 напряжённости магнитного поля волны равна $5\,\text{мА/м}$.

4.39. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, амплитуда напряжённости электромагнитного поля которой $100\,\text{В/м}$. Какую энергию переносит эта волна через площадку $50\,\text{см}^2$, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, за 1 минуту? Период волны $T = t$.

4.40. Плоская электромагнитная волна распространяется в однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 2$ и $\mu = 1$. Амплитуда напряжённости электрического поля волны $E_0 = 12\,\text{В/м}$. Определите: 1) величину фазовой скорости волны; 2) амплитуду напряжённости магнитного поля волны.

3. Оптика. Атомная и ядерная физика

3.1.1. Геометрическая оптика. Основные понятия и формулы

При падении луча света на границу двух сред наблюдаются явления отражения и преломления света (рис. 1).

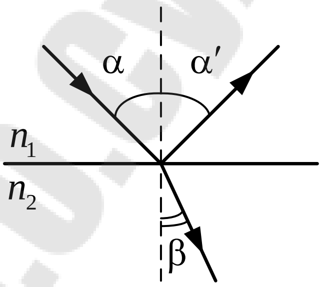


Рис. 1

Закон отражения света:

$\alpha = \alpha'$,

где α – угол падения луча; α' – угол отражения.

Закон преломления света при прохождении через границу раздела двух сред:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

где α – угол падения луча; β – угол преломления; n_{21} – относительный показатель преломления; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

Если $n_2 < n_1$, то угол $\beta > \alpha$; при $\alpha = \alpha_{пр}$ угол $\beta = 90°$.

Явление полного отражения:

$$\sin\alpha_{пр} = \frac{n_2}{n_1},$$

где $\alpha_{пр}$ – предельный угол полного отражения.

Все лучи, падающие на границу двух сред под углом $\alpha > \alpha_{пр}$, полностью отражаются.

Абсолютный показатель преломления:

$$n = \frac{c}{\upsilon},$$

где c – скорость света в вакууме; υ – скорость света в среде.

Формула сферического зеркала (для параксиальных световых лучей):

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{R} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где F – главное фокусное расстояние; R – радиус кривизны сферического зеркала; d – расстояние от зеркала до светящейся точки; f – расстояние от зеркала до изображения.

Оптическая сила сферического зеркала:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{2}{R},$$

где F – главное фокусное расстояние; R – радиус кривизны сферического зеркала.

Оптическая сила тонкой линзы:

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_л}{n_{ср}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где F – главное фокусное расстояние линзы; $n_л$ – абсолютный показатель преломления вещества линзы; $n_{ср}$ – абсолютный показатель преломления окружающей среды (одинаковой с обеих сторон линзы).

В этой формуле радиусы выпуклых поверхностей (R_1 и R_2) берутся со знаком «плюс», вогнутых – со знаком «минус».

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где d – расстояние от оптического центра линзы до предмета; f – расстояние от оптического центра линзы до изображения. Для собирающих линз величина F положительная, для рассеивающих линз величина F отрицательная. Если изображение мнимое, то величина f отрицательная.

Увеличение в линзе:

$$Г = \frac{h}{h_0} = \frac{f}{d},$$

где h и h_0 – соответственно линейные размеры изображения и предмета.

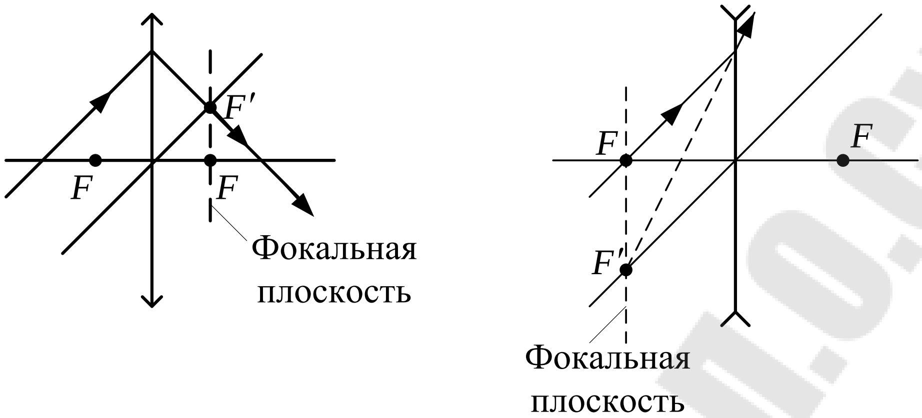
Построение изображения в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

– луч, проходящий через оптический центр линзы, – не изменяет своего направления и является побочной оптической осью;

– луч, идущий параллельно главной оптической оси, – после преломления в линзе этот луч или его продолжение проходит через один из фокусов линзы;

– луч (или его продолжение), проходящий через первый фокус линзы, – после преломления в ней выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

При построении изображений в тонкой линзе полезно также помнить свойства побочных фокусов. Напомним, что побочной оптической осью называется любая прямая, проходящая через оптический центр линзы под углом к главной оптической оси. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно к главной оптической оси, называется главной фокальной плоскостью. Точка пересечения побочной оптической оси с фокальной плоскостью называется побочным фокусом F' (рис. 3). Любой луч (или его продолжение), параллельный побочной оптической оси, проходит через соответствующий побочный фокус; F' – побочный фокус.



а) . *б)*

Рис. 3

Увеличение лупы:

$N = \frac{L}{F}$, $L = 0{,}25$ м (расстояние наилучшего зрения).

Увеличение микроскопа:

$$N = \frac{\delta L}{F_1 F_2},$$

где δ – расстояние между фокусами объектива и окуляра; F_1 и F_2 – фокусные расстояния объектива и окуляра.

Световой поток Φ, испускаемый изотропным источником в пределах телесного угла ω, в вершине которого находится источник, пропорционален силе света I источника и величине телесного угла ω:

$$\Phi = I\omega.$$

Полный световой поток изотропного точечного источника:

$$\Phi_0 = 4\pi I.$$

Поток излучения:

$$\Phi = \frac{W}{t},$$

где W – энергия излучения; t – время излучения.

Светимость R равномерно светящейся поверхности численно равна световому потоку, испускаемому с единицы площади поверхности:

$$R = \frac{\Phi}{S}.$$

Энергетическая яркость (светимость):

$$B = \frac{\Delta I_e}{\Delta S},$$

где ΔI_e – энергетическая сила света элемента излучающей поверхности;

ΔS – площадь проекции элемента излучающей поверхности на плоскость, перпендикулярную к направлению наблюдения.

Освещенность E поверхности численно равна световому потоку, падающему на единицу площади:

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

Освещенность, создаваемая изотропным точечным источником на расстоянии r от него:

$$E = \frac{I \cos\alpha}{r^2},$$

где α – угол падения луча.

3.1.2. Интерференция света. Основные понятия и формулы

Когерентность – согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов. Монохроматические волны называются когерентными, если разность их фаз остается постоянной во времени.

Монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты. Немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга $\tau_{ког}$ называется временем когерентности (время когерентности не может превышать время излучения τ, т.е. $\tau_{ког} < \tau$). Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности $\tau_{ког}$. За это время волна распространяется в вакууме на расстояние $l_{ког} = c\tau_{ког}$, называемое длиной когерентности (или длиной цуга).

Скорость света в среде $\upsilon = \frac{c}{n}$, где c – скорость распространения света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути, проходимого световым лучом в однородной среде с показателем преломления n, равна $L = nl$, где l – геометрическая длина пути луча.

Если один луч проходит путь длиной l_1 в среде с показателем преломления n_1, а другой луч – путь l_2 с показателем преломления n_2, то оптическая разность хода этих лучей:

$$\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1 = L_2 - L_1,$$

где L_1 и L_2 – соответственно оптические длины проходимых волнами путей.

Разность фаз двух когерентных волн:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

где λ_0 – длина волны (световой) в вакууме, Δ – оптическая разность хода двух световых волн.

Условие максимального усиления света при интерференции (интерференционный максимум):

$$\Delta = \pm m\lambda_0,$$

где λ_0 – длина световой волны в вакууме; $m = 0, 1, 2, \ldots$ – порядок интерференционного максимума.

Условие максимального ослабления света при интерференции (интерференционный минимум):

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где m – порядок интерференционного минимума.

Расстояние Δx между интерференционными полосами на экране, полученными от двух когерентных источников света (ширина интерференционной полосы),

$$\Delta x = \frac{l\lambda_0}{d},$$

где l – расстояние от экрана до источника света, d – расстояние между источниками $(d < l)$.

Условия максимумов и минимумов при интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пленки, находящейся в воздухе $(n_0 = 1)$,

максимум: $$2dn\cos\beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0;$$

минимум: $$2dn\cos\beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель ее преломления; α – угол падения; β – угол преломления; $m = 0, 1, 2\ldots$ – порядок интерференции.

В общем случае член $\pm\frac{\lambda_0}{2}$ обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела – если $n > n_0$, то необходимо употреблять знак «плюс», если $n < n_0$ – знак «минус».

Радиус колец Ньютона:

– темных в отраженном свете (или светлых в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n}};$$

– светлых в отраженном свете (или темных в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda R}{n}},$$

где R – радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной пластинкой; λ – длина световой волны в среде между линзой и пластинкой; m – порядковый номер кольца, $m = 0$ соответствует центральному пятну; n – показатель преломления среды между линзой и пластиной.

Оптическая разность хода световых лучей Δ, отраженных от двух поверхностей тонкой пластинки, по обе стороны которых находятся одинаковые среды:

в проходящем свете $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2\alpha}$;

в отраженном свете $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2\alpha} - \frac{\lambda_0}{2}$,

где d – толщина пластинки; n – показатель преломления вещества пластинки; n_1 – показатель преломления среды; α – угол падения луча; λ_0 – длина световой волны в вакууме.

Добавочная разность хода $\frac{\lambda}{2}$ учитывает изменение фазы волны на π при отражении ее от оптически более плотной среды.

В случае «просветления оптики» интерферирующие лучи в отраженном свете гасят друг друга при условии:

$$n_{пл} = \sqrt{n_л \cdot n_{ср}},$$

где $n_{пл}$ – показатель преломления пленки, $n_{ср}$ – показатель преломления окружающей среды; $n_л$ – показатель преломления линзы.

Если окружающая среда – воздух (n_0), то выполняется условие $n_л > n_{пл} > n_0$ и потеря полуволны происходит на обеих поверхностях. Поэтому условие интерференционного максимума (при нормальном падении света):

$$2n_{пл}d = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где $n_{пл}d$ – оптическая толщина пленки; λ_0 – длина волны в вакууме.

Обычно принимают $m = 0$, тогда $n_{пл}d = \frac{\lambda_0}{4}$.

3.1.3. Дифракция света. Основные понятия и формулы

Радиусы зон Френеля (см. рис):

– для плоской волны

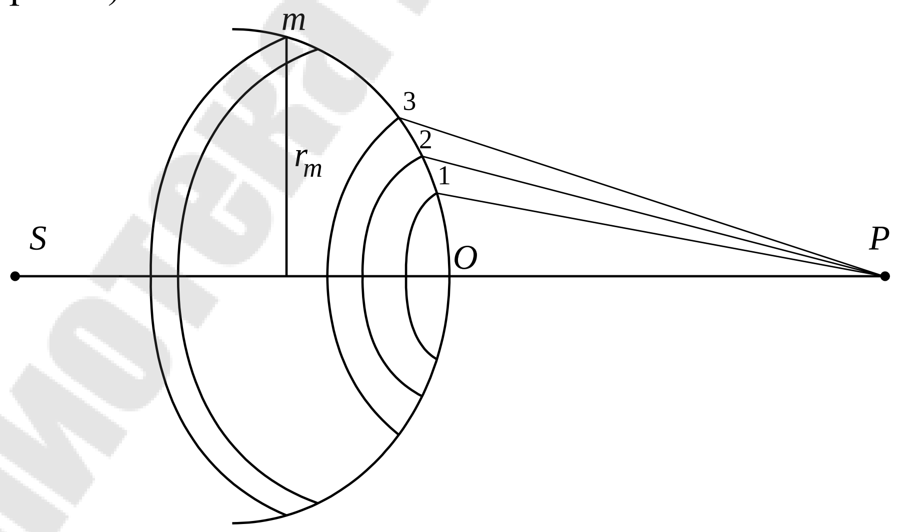
$$r_m = \sqrt{mr_0\lambda},$$

где r – радиус зоны; m – номер зоны; r_0 – расстояние от круглого отверстия в непрозрачном экране до точки наблюдения, расположенной на оси отверстия; λ – длина световой волны;

– для сферической волны (радиус внешней границы m-ной зоны Френеля)

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{(a+b)}},$$

где $SO = a$; $OP = b$; m – номер зоны Френеля; λ – длина волны (т.е. a и b – соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором наблюдается дифракционная картина).



В случае дифракции в параллельных лучах от одной щели шириной a при нормальном падении света положение минимумов и максимумов освещенности на экране определяется углом φ, отсчитанным от нормали к поверхности щели и удовлетворяющим условию:

– минимум $a\sin\varphi = \pm 2m\dfrac{\lambda}{2}$;

– максимум $a\sin\varphi = \pm(2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$,

где φ – угол дифракции; m – порядок спектра $(m = 0, 1, 2, 3, \ldots)$, λ – длина волны.

Постоянная (период) дифракционной решетки:

$$d = a + b; \qquad d = \frac{l}{N},$$

где a – ширина каждой щели решетки; b – ширина непрозрачных участков между щелями; N – число щелей, приходящихся на единицу длины дифракционной решетки; d – период решетки, l – длина решетки.

Условия главных максимумов и дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \ldots);$$

$$d\sin\varphi = \pm m'\frac{\lambda}{N}, \quad (m' = 1, 2, 3, \ldots), \quad \text{кроме } m' = 0, N, 2N, \ldots,$$

где d – постоянная (период) дифракционной решетки; φ – угол между нормалью к поверхности дифракционной решетки и направлением дифрагирующих лучей; N – число штрихов решетки; m – порядок дифракционного спектра.

Формула Вульфа – Брэггов (условие дифракционных максимумов от пространственной дифракционной решетки): $2d\sin\theta = m\lambda$, $(m = 1, 2, 3, \ldots)$,

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения; λ – длина волны рентгеновского излучения.

Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\varphi},$$

где φ – угол дифракции; m – порядок спектра; d – период решетки.

Линейная дисперсия дифракционной решетки:

$$D = F\frac{d\varphi}{d\lambda},$$

где F – фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран;
$d\varphi$ – разница в углах, соответствующая двум линиям, отличающимся по длине волны на $d\lambda$.

Разрешающая способность спектрального прибора:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

Разрешающая способность дифракционной решетки: $R = mN$,

где m – порядок спектра; N – общее число штрихов решетки.

Разрешающая способность призмы:

$$R = \frac{\lambda}{(\lambda + \Delta\lambda)} = (a - b)\left(\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

где λ, $(\lambda + \Delta\lambda)$ – длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой; λ – длина волны в вакууме; a и b – пути, проходимые в призме крайними лучами пучка.

При полном использовании разрешающей способности падающий пучок покрывает всю боковую поверхность призмы. В этом случае $b = 0$ и $R_{\max} = a\left(\frac{dn}{d\lambda}\right)$.

Разрешающая способность объектива:

$$R \approx \frac{1}{\varphi} = \frac{D}{1{,}22\lambda},$$

где D – диаметр объектива; φ – минимальное разрешаемое угловое расстояние.

Разрешающая способность глаза:

$$R \approx \frac{1}{\varphi_{\min}} = \frac{d}{1{,}22\lambda},$$ где d – диаметр зрачка.

3.1.4. Поляризация и дисперсия света. Основные понятия и формулы

Закон Брюстера:

$$\mathrm{tg}\alpha_Б = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

где $\alpha_Б$ – угол падения луча на границу раздела двух прозрачных диэлектриков, при котором отраженный луч является плоскополяризованным; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления диэлектриков; n_{21} – показатель преломления второй среды

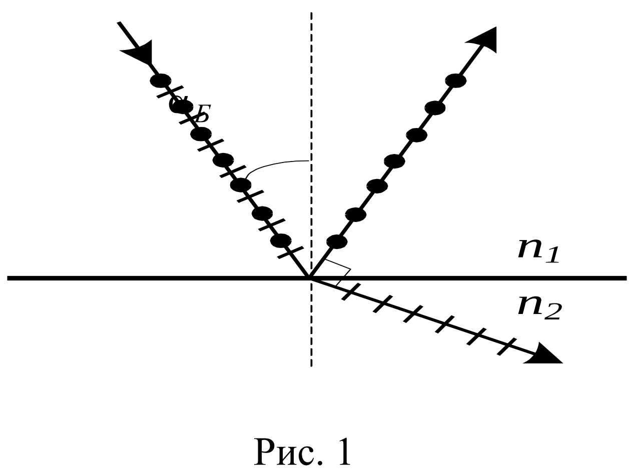


Рис. 1

относительно первой (рис. 1).

Интенсивность света, прошедшего через первый николь N_1 (рис. 2) (поляризатор *П*), с учетом поглощения,

$$I_1 = \frac{I_0}{2}(1 - k_1),$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на первый николь; k_1 – коэффициент поглощения света в поляризаторе.

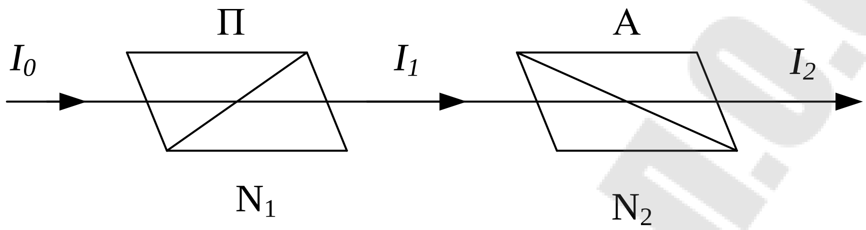


Рис. 2

Уменьшение интенсивности света после второго николя N_2 (анализатора *А*) определяется законом Малюса:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi.$$

С учетом потери интенсивности света в анализаторе:

$$I_2 = \frac{I_0}{2}(1 - k_1)(1 - k_2)\cos^2 \varphi,$$

где k_1 – коэффициент поглощения света в анализаторе; φ – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора.

Степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – соответственно максимальная и минимальная интенсивность частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Падающий свет – естественный.

Двойное лучепреломление – способность веществ, в частности, кристаллов расщеплять падающий световой луч на два луча – обыкновенный (o) и необыкновенный (e), которые распространяются в различных направлениях с разными фазовыми скоростями. Если показатель преломления необыкновенного луча n_e больше показателя преломления обыкновенного луча n_o, то такие кристаллы называются оптически положительными. Если n_o больше n_e, то такие кристаллы называются оптически отрицательными.

Оптическая разность хода для кристаллической пластинки:

–в четверть длины волны $(n_o - n_e)d = \pm\left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda$, $(m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$;

– в полдлины волны $(n_o - n_e)d = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$, $(m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$;

– в целую длину волны $(n_o - n_e)d = \pm m\lambda$, $(m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$,

где знак «+» соответствует отрицательным одноосным кристаллам, знак «–» – положительным; λ – длина волны; d – толщина пластинки; n_o, n_e – соответственно показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном к оптической оси.

Угол поворота плоскости поляризации:

для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей – $\varphi = \alpha d$;

для оптически активных растворов – $\varphi = [\alpha]Cd$,

где d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; $\alpha([\alpha])$ – удельное вращение; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Фазовая скорость света:

$$\upsilon = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Дисперсия вещества:

$$D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

Групповая скорость света:

$$u = \frac{c}{n}\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Направление излучения Вавилова – Черенкова:

$$\cos\theta = \frac{c}{n\upsilon_r},$$

где υ_r – скорость заряженной частицы.

3.1.5. Тепловое излучение. Основные понятия и формулы

Основные характеристики теплового излучения нагретого тела.

Энергетическая светимость $r_э(T)$ – энергия, испускаемая единицей поверхности излучающего тела в единицу времени. Размерность $[r_э]$ = Вт/м^2.

Энергетическая светимость тела:

$$r_э = \frac{Ф_э}{S} = \frac{1}{S}\frac{dW_э}{dt} = \frac{N}{S},$$

где $Ф_э$ – поток излучения; S – площадь излучающей поверхности; $dW_э$ – энергия, излучаемая поверхностью S за время dt; N – мощность излучения с поверхности S.

Испускательная способность тела $r_\nu = r(\nu,\ T)$ – количество энергии, испускаемое единицей поверхности тела в единицу времени в единичном интервале частот. Размерность $[r_\nu]$ = Дж/м^2, связь с энергетической светимостью:

$$r_э(T) = \int\limits_0^\infty r(\omega,T)\,d\omega.$$

Испускательная способность тела $r_\lambda = r(\lambda,T)$ – количество энергии, испускаемое единицей поверхности тела в единицу времени в единичном интервале длин волн:

$$r(\lambda,T) = r(\nu,T)\frac{2\pi c}{\lambda^2}d\lambda,$$

размерность $[r_\lambda]$ = Вт/м^3, связь с интегральной характеристикой:

$$r_э(T) = \int\limits_0^\infty r(\lambda,T)\,d\lambda.$$

Поглощательная способность тела a_ν – отношение потока энергии, поглощенной телом в единичном интервале частот, к падающему потоку энергии. Это безразмерная величина, не превышающая единицы. Тело, для которого $a_\nu = 1$, называется абсолютно черным телом.

Энергетическая светимость абсолютно черного тела определяется формулой Стефана – Больцмана:

$$r_э = \sigma T^4,$$

где T – термодинамическая температура, σ = 5,67·10^{-8} Вт/(м^{2}К^4) – постоянная Стефана – Больцмана.

Энергетическая светимость серого тела:

$$r_э = A_T \sigma T^4,$$

где A_T – поглощательная способность серого тела; σ – постоянная Стефана – Больцмана; T – термодинамическая температура.

Закон смещения Вина: длина волны λ_{max}, на которую приходится максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости в спектре абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \ \nu_{\max} = aT,$$

где $\nu_{\max}$ и $\lambda_{\max}$ – частота и длина волны, соответствующие максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела; a = 5,9·10^{11} Гц/К, b = 2,9·10^{-3} мК – постоянные Вина.

Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости R_ν и R_λ абсолютно черного тела пропорционально третьей и соответственно, пятой степени абсолютной температуры:

$R_\nu = a_1 T^3$; $\qquad a_1$ = 0,6·10^{-14} Вт/(м^{3}К^3);

$R_\lambda = b_1 T^5$; $\qquad b_1$ = 1,3·10^{-5} Вт/(м^{3}К^5).

Формула Рэлея – Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела:

$$R_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

где kT – средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν (k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура); c – скорость света в вакууме.

Формула Планка:

$$R_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1}; \qquad R_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{KT\lambda}} - 1},$$

где $R_{\nu,T}$, $R_{\lambda,T}$ – спектральные плотности энергетической светимости черного тела соответственно как функция частоты ν и длины волны λ.

Радиационная температура тела:

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{R_э}{\sigma}},$$

где $R_э$ – энергетическая светимость тела; σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Радиационная температура серого тела:

$$T_p = T\sqrt[4]{A_T},$$

где T – истинная температура, A_T – поглощательная способность серого тела.

Закон Кирхгофа:

$$\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = R_{\nu,T},$$

где $r_{\nu,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости тела; $A_{\nu,T}$ – спектральная поглощательная способность тела; $R_{\nu,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости черного тела.

3.1.6. Квантово-оптические явления. Основные понятия и формулы

Энергия кванта (фотона):

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где ν – частота света; λ – длина световой волны; h = 6,62·10^{-34} Дж·с – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} \quad \text{или} \quad h\nu = h\nu_0 + eU_0,$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла (ν – частота падающего фотона, h – постоянная Планка); A – работа выхода электрона из металла; $\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона; U_0 – задерживающее напряжение (напряжение запирания фотона), ν_0 – красная граница фотоэффекта.

Импульс фотона:

$$p = \frac{h\nu}{c},$$

где $h\nu$ – энергия фотона.

Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность:

$$P = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = \omega(1+\rho),$$

где $E_e = Nh\nu$ – облученность поверхности (количество энергии, падающей на единицу поверхности в единицу времени); ρ – коэффициент отражения; c – скорость света в вакууме; ω – объемная плотность энергии излучения.

Изменение длины волны излучения при комптоновском рассеивании (эффект Комптона):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2} = 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где λ и λ' – длины волн падающего и рассеянного излучения; m – масса электрона; θ – угол рассеяния; $\lambda_c = \dfrac{h}{mc} = 0{,}242 \cdot 10^{-11}$ м – комптоновская длина волны.

3.1.7. Атом водорода в теории Бора. Основные понятия и формулы

Согласно теории Бора, существуют стационарные состояния атома, в которых он не излучает энергию. При этом электрон движется по круговой стационарной орбите.

По второму закону Ньютона для электрона $\vec{F}_{эл} = m\vec{a}_n$,

$$m\frac{\upsilon_n^2}{r_n} = \frac{kZe^2}{r_n^2}.$$

Согласно правилу квантования орбит момент импульса электрона кратен $\hbar$:

$$m\upsilon_n r_n = n\hbar = n\frac{h}{2\pi},$$

где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; Z – заряд ядра; m – масса электрона; e – заряд электрона; r_n – радиус n-ной орбиты электрона; υ_n – его скорость на этой орбите, $n = 1$, 2, 3 … – главное квантовое число.

Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре атома водорода:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = RcZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) \quad \text{или} \quad \nu = R'\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где ν – частота спектральных линий в спектре атома водорода; $R = \dfrac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 c} = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ – постоянная Ридберга; $R' = R \cdot c = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ – также постоянная Ридберга; c – скорость света в вакууме; Z – заряд ядра; $\dfrac{1}{\lambda}$ – волновое число; λ – длина волны излучения; n – определяет серию $(n = 1, 2, 3, \ldots)$; k – определяет отдельные линии соответствующей серии $(k = n+1, n+2\ldots)$; $n = 1$ – серия Лаймана, $n = 2$ – серия Бальмера, $n = 3$ – серия Пашена, $n = 4$ – серия Брэкета, $n = 5$ – серия Пфунда, $n = 6$ – серия Хэмфри.

Спектральные линии характеристического рентгеновского излучения:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-a)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где a – постоянная экранирования; R – постоянная Ридберга; n, k – целые, $k > n$; λ – длина волны излучения.

Первый постулат Бора: в атоме существуют стационарные орбиты, на которых электрон не излучает и не поглощает энергию.

Второй постулат Бора: излучение или поглощение в виде кванта с энергией $h\nu$ происходит при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина энергии кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается переход:

$$h\nu = \hbar\omega = E_n - E_k,$$

где h – постоянная Планка; $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$; ν – частота излучения; $\omega = 2\pi\nu$ – круговая частота; E_n, E_k – энергетические уровни с квантовыми числами n и k (т.е. энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения).

Радиус n-ной стационарной орбиты в боровской модели атома водорода

$$r_n = \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2} n^2 = r_1 n^2 \qquad (n = 1,\ 2,\ 3\ \ldots),$$

где $\hbar$ – постоянная Планка; ε_0 – электрическая постоянная; m_e – масса электрона; e – элементарный заряд; r_1 – первый боровский радиус.

Первый боровский радиус

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2} = 52{,}8 \text{ пм}.$$

Энергия электрона на n-ной стационарной орбите для водородоподобного атома:

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = -\frac{13{,}6}{n^2} \text{ эВ} \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots),$$

где Z – заряд ядра; ε_0 – электрическая постоянная; m_e – масса электрона;
e – заряд электрона; 13,6 эВ – энергия электрона на первой боровской орбите.

3.1.8. Элементы квантовой механики. Элементы физики атомного ядра. Основные понятия и формулы

Формула де Бройля связывает длину волны λ, соответствующую микрочастице, с ее импульсом $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$:

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Для нерелятивистской частицы $(\upsilon << c)$

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_к}},$$

где m – масса частицы; υ – ее скорость; $E_к$ – кинетическая энергия частицы.

Для релятивистской частицы $(\upsilon \approx c)$:

$$p = m\upsilon = \frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}};$$

$$\lambda = \frac{h}{m_0\upsilon}\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_к\left(E_к + 2m_0c^2\right)}},$$

где m_0 – масса покоя частицы; c – скорость света в вакууме; $E_к$ – кинетическая энергия частицы.

Иногда импульс частицы удобно выражать через ее кинетическую энергию $E_к$:

для нерелятивистской частицы $(\upsilon << c)$

$$p = \sqrt{2m_0E_к};$$

для релятивистской частицы $(\upsilon \approx c)$

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_к\left(E_к + 2E_0\right)},$$

где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы; c – скорость света в вакууме.

В случае релятивистской частицы, когда $pc \approx E_0 = m_0c^2$, связь импульса p с полной энергией E частицы и длиной волны

$$E = \sqrt{E_0^2 + p^2c^2}; \qquad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - E_0^2}}.$$

Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = E_к + E_0,$$

где $E_к$ – кинетическая энергия частицы; E_0 – энергия покоя частицы.

В случае, когда $E << E_0$,

$$E = pc \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{hc}{E}.$$

Соотношение неопределенностей Гейзенберга, сопряженных величин для координаты x и проекции импульса p_x на ось x:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координаты x частицы, Δp_x – неопределенность проекции импульса частицы на ось x.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга для энергии ΔE и времени жизни состояния Δt:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии; Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Энергия свободно движущейся частицы массой m:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m},$$

где $p_x = \hbar k$ – импульс частицы; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; λ – длина волны де Бройля.

Собственные значения энергии E_n частицы, находящейся на n-ном энергетическом уровне в одномерной прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме:

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2},$$

где l – ширина ямы; m – масса частицы; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Плотность вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства

$$\omega = |\Psi|^2,$$

где Ψ – волновая функция частицы.

Волновая функция, описывающая состояние частицы в одномерной прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме:

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x,$$

где l – ширина ямы; x – координата частицы в яме ($0 < x < l$); n – квантовое число $(n = 1, 2, 3\ldots)$.

Вероятность нахождения частицы в объеме dV (для стационарных состояний):

$$dW = \left|\Psi^2\right| dV .$$

Вероятность обнаружения частицы в объеме V:

$$W = \int_V dW = \int_V \left|\Psi^2\right| dV .$$

Условие нормировки вероятностей:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\Psi\right|^2 dV = 1 .$$

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2:

$$P(x) = \int_{x_1}^{x_2} \left|\Psi\right|^2 dx .$$

Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U\right)\Psi = 0 ,$$

где Ψ – волновая функция, описывающая состояние частицы; m – масса частицы; Δ – оператор Лапласа; U – потенциальная энергия частицы в данной точке поля; E – энергия частицы.

Радиус ядра атома:

$$R = R_0 A^{1/3} ,$$

где $R_0 = \left(1{,}3 - 1{,}7\right)$ Фм; A – массовое число.

Массовое число ядра (число нуклонов):

$$A = Z + N ,$$

где Z – зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

Энергия связи ядра атома:

$$E_{св} = \left[Zm_p + \left(A - Z\right)m_n - m_я\right]c^2 = \left[Zm_H + \left(A - Z\right)m_n - m_a\right]c^2 ,$$

где $m_p, m_n, m_я$ – соответственно массы протона, нейтрона и ядра; Z – зарядовое число; A – массовое число; $m_H = m_p + m_e$ – масса атома водорода $\left({}_1^1H\right)$; m_a – масса атома.

Дефект массы ядра:

$$\Delta m = Zm_p + \left(A - Z\right)m_n - m_я \text{ или } \Delta m = Zm_H + \left(A - Z\right)m_n - m_a .$$

Энергия связи нуклонов в ядре:

$$\Delta E_{св} = \Delta mc^2 \text{, Дж или } \Delta E_{св} = 931{,}5\Delta m \text{, МэВ,}$$

где Δm – дефект массы ядра, измеренный в атомных единицах массы (а.е.м.); c – скорость света в вакууме.

Энергия, выделяемая или поглощаемая в ядерной реакции:

$$\Delta E = c^2\left(\sum m_i - \sum m_k\right), \text{ Дж};$$

$$\Delta E = 931\left(\sum m_i - \sum m_k\right), \text{ МэВ},$$

где $\sum m_i$ – сумма масс исходных частиц; $\sum m_k$ – сумма масс образовавшихся частиц.

Ядерный магнетон:

$$\mu_я = \frac{e\hbar}{2m_p},$$

где e – заряд электрона; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка; m_p – масса протона.

Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N – число нераспавшихся ядер радиоактивного элемента к моменту времени t; N_0 – исходное число ядер; λ – постоянная распада.

Число атомов, распавшихся за время t:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Период полураспада (время, за которое распадается половина исходных ядер элемента):

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 0,693\tau,$$

где $\tau = \frac{1}{\lambda}$ – среднее время жизни радиоактивного элемента; при этом исходное число ядер уменьшается в e раз.

Активность радиоактивного элемента (число ядер, распадающихся в единицу времени):

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N \text{ или } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Считая $A_0 = \lambda N_0$ – активность радиоактивного вещества в начальный период времени $t = 0$: $A = A_0 e^{-\lambda t}$.

Правила смещения: для α-распада: ${}_Z^AX \to {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4He$;

для β^--распада: ${}_Z^AX \to {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e$;

для β^+-распада: ${}_Z^AX \to {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e$.

Закон поглощения ионизирующего излучения веществом:

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I_0 – интенсивность падающего на вещество излучения; I – интенсивность излучения после прохождения поглощающего слоя вещества толщиной x; μ – линейный коэффициент поглощения.

3.2. Примеры решения задач по разделу «Оптика. Атомная и ядерная физика»

Задача 1. Объект высотой 1,0 см помещен на расстоянии 10,0 см перед вогнутым зеркалом с радиусом кривизны 30,0 см. Определить расстояние до изображения объекта и увеличение зеркала.

Решение. Фокусное расстояние f вогнутого зеркала равно половине радиуса кривизны R:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{0{,}3}{2} = 0{,}15(\text{м}). \qquad (1)$$

Так как объект находится между зеркалом и фокусом, то его изображение находится позади зеркала и является мнимым. Расстояние от зеркала до изображения найдем из уравнения

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_1} = \frac{2}{R}, \qquad (2)$$

где d_0 - расстояние от объекта до зеркала, d_1 - расстояние от изображения объекта до зеркала. Из формулы (2) получим:

$$\frac{1}{d_1} = \frac{2}{R} - \frac{1}{d_0} = \frac{2-3}{0{,}3} = -\frac{1}{0{,}3}(\text{м}^{-1}).$$

Значит расстояния до изображения объекта $d_1 = -0{,}3$м. Знак минус означает, что изображение находится за зеркалом.

Увеличение зеркала определяется отношением размеров изображения и предмета и равно:

$$\Gamma = -\frac{d_1}{d_0} = -\frac{-0{,}3}{0{,}1} = 3{,}0.$$

Таким образом, изображение в три раза превышает объект, знак плюс означает, что изображение прямое.

Ответ: $\Gamma = 3{,}0$.

Задача 2. От двух когерентных источников S_1 и S_2 ($\lambda = 0{,}8 \cdot \text{мкм}$) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ($n = 1{,}33$), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине $d_{\min}$ пленки это возможно?

Решение. Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разницы хода пучков световых волн на нечетное число половин длин волн, т.е.

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{(2k+1)\lambda}{2}, \qquad (1)$$

где Δ_1 – оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки; Δ_2 – оптическая разность хода тех же пучков после внесения пленки; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Наименьшей толщине $d_{\min}$ пленки соответствует $k = 0$. При этом формула (1) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

Выразим оптические разности хода Δ_2 и Δ_1. Из рисунка 1 следует:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2,$$

$$\Delta_2 = \left[(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}\right] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1).$$

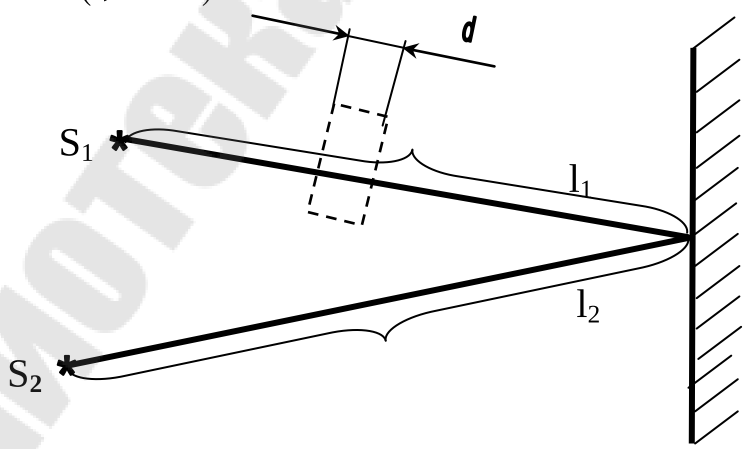
Подставим выражения Δ_2 и Δ_1 в формулу (2):

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n-1) - (l_1 - l_2) = \frac{\lambda}{2}, \text{ или } d_{\min}(n-1) = \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда $d_{\min} = \dfrac{\lambda}{2(n-1)}$.

Произведем вычисления:

$$d_{\min} = \frac{0{,}8}{2(1{,}33-1)} = 1{,}21 (\text{мкм}).$$



Ответ: $d_{\min} = 1{,}21$ мкм

Задача 3. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0{,}6$мкм. Число m возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной $l = 1$ см, равно 10. Определить угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света (см. рис.) будут практически параллельны.

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta = \frac{(2k+1)\lambda}{2}, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots). \qquad (1)$$

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dn$) и половины длины волны ($\frac{\lambda}{2}$). Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) разность хода Δ световых волн, получаем

$$2d_k n - \frac{\lambda}{2} = \frac{(2k+1)\lambda}{2}, \qquad (2)$$

где n – показатель преломления стекла ($n = 1{,}5$); d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k.

Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \qquad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе k-го номера соответствует толщина d_k клина, а темной полосе $(k+m)$-го номера – толщина d_{k+m} клина. Тогда (рис.2), учитывая, что m полос укладывается на расстоянии l, найдем:

$$\sin\alpha = \frac{d_{k+m} - d_k}{l}. \qquad (4)$$

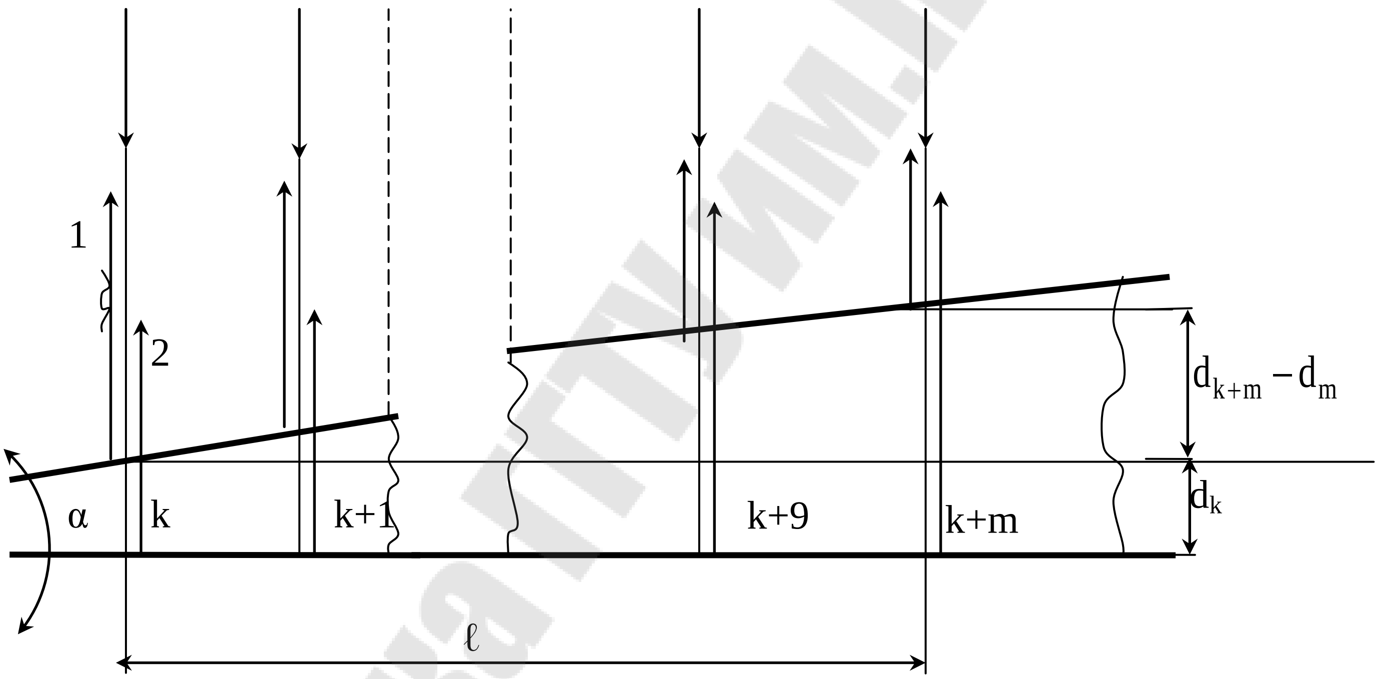
Выразим из (3) d_k и d_{k+m} и подставим их в формулу (4). Затем, учитывая, что $\sin\alpha \approx \alpha$ (из-за малости угла α), получим

$$\alpha = \frac{(k+m)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{m\lambda}{2nl}.$$

Подставляя значения физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1{,}5 \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-4} (\text{рад.}).$$

Выразим α в секундах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой: 1 рад. = 206265 с ≈ $0{,}6 \cdot 10^5$ с. Тогда $\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}06 \cdot 10^5$ (с) = 41,2 (с).



Ответ: $\alpha = 41{,}2$ с.

Задача 4. Посередине между точечным источником монохроматического света ($\lambda = 550$ нм) и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии 5 м от источника. Определить радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным.

Решение. Пусть отверстие диафрагмы открывает m зон Френеля. Тогда радиус m – й зоны Френеля есть не что иное, как радиус отверстия, равный

$r_m = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b} m\lambda}$, где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; a и b – соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором наблюдается дифракционная картина.

Центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным, если в отверстии укладываются две зоны Френеля, т.е. m = 2. Следовательно, искомый радиус отверстия

$r = \sqrt{\dfrac{2ab}{a+b}\lambda}$. Вычисляя, получим

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5}{2{,}5 + 2{,}5} \cdot 0{,}55 \cdot 10^{-6}} = 1{,}17 \cdot 10^{-3} (м) = 1{,}17 (мм).$$

Ответ: $r = 1{,}17$ мм

Задача 5. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки d = 2 мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0{,}7$ мкм) и в случае фиолетового ($\lambda_2 = 0{,}41$ мкм) света.

Решение. Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок m дифракционного максимума:

$$m = \frac{d \sin\varphi}{\lambda}, \qquad (1)$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; λ – длина волны монохроматического света.

Так как $\sin\varphi$ не может быть больше 1, то число m не может быть больше $\dfrac{d}{\lambda}$, т.е.

$$m \le \frac{d}{\lambda}. \qquad (2)$$

Подставив в формулу (2) значения величин, получим:

$m \le 2/0{,}7 = 2{,}86$ (для красных лучей);

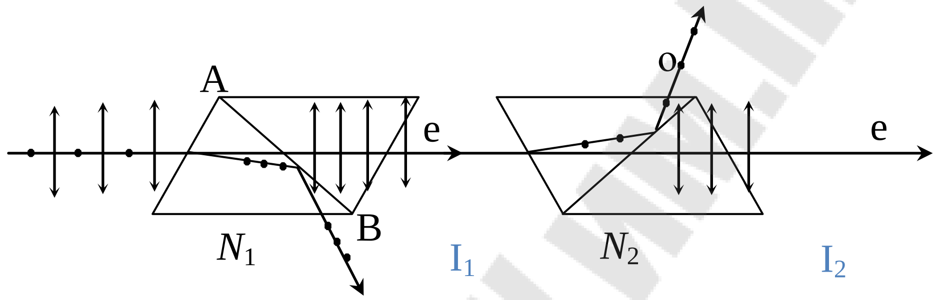
$m \le 2/0{,}41 = 4{,}88$ (для фиолетовых лучей).

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $m_{max} = 2$ и для фиолетового $m_{max} = 4$.

Ответ: для красного света $m_{max} = 2$; для фиолетового света $m_{max} = 4$.

Задача 6. Определите, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 60^o$, а в каждом из николей теряется 8% интенсивности падающего на него света.

Решение. Пучок естественного света падая на грань николя N_1 (см рис.) расщепляется в следствии двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный о и необыкновенный е .



Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Интенсивность света прошедшего через николь N_1 с учетом потери равна:

$I_1 = \frac{1}{2} I_o (1-k)$,а через николь N_2 с учетом потери равна:

$I_2 = I_1 (1-k)\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_o (1-k)^2 \cos^2 \alpha$.Тогда

$\frac{I_o}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha}$, а с учётом исходных данных получим

$\frac{I_o}{I_2} = \frac{2}{(1-0,08)^2\ 0,25} = 9,45$.

Ответ: интенсивность света, прошедшего через два николя ослабится в 9,45 раза

Задача 7. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 нм, определите: 1) температуру поверхности солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в виде электромагнитных волн за 10 мин; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.

Решение. Закон смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где b - постоянная смещения Вина.

Тогда: $T = \dfrac{b}{\lambda_{\max}}$

$$T = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} = 5,8 \cdot 10^{3}\,\text{К} = 5,8\,\text{кК}$$

Энергия излучаемая Солнцем:

$$W = R_e S \cdot t,$$

где R_e - излучательность абсолютно черного тела,

$S = 4\pi R_c$ - площадь Солнца.

$$W = R_e 4\pi R_c \cdot t = \sigma T^4 4\pi R_c \cdot t,$$

$$W = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5,8 \cdot 10^{3} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 6,95 \cdot 10^{8} \cdot 600 = 2,34 \cdot 10^{29}\ \text{Дж}.$$

Масса теряемая Солнцем за счет излучения:

$$m = \frac{W}{c^2},$$

где c - скорость света в вакууме.

$$m = \frac{2,34 \cdot 10^{29}}{\left(3 \cdot 10^{8}\right)^2} = 2,6 \cdot 10^{12}\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 2,6 \cdot 10^{12}$ кг

Задача 8. На идеально отражающую поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,55$мкм. Поток излучения Φ_e составляет 0,45 Вт. Определите: 1) Число фотонов N, падающих на поверхность за время $t = 3$с; 2) силу давления, испытываемую этой поверхностью.

Решение. Энергия излучения W получаемая поверхностью

$$W = \varepsilon \cdot N = \frac{hc}{\lambda} N. \qquad (1)$$

Поток Φ_e энергии излучения с учетом формулы (1)

$$\Phi_e = \frac{W}{t} = \frac{hc}{\lambda t} N.$$

Тогда:

$$N = \frac{\Phi_e \lambda \cdot t}{hc},$$

$$N = \frac{0{,}45 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-7} \cdot 3}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 3{,}73 \cdot 10^{18} \text{фотонов.}$$

Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = pS.$$

Так как произведение облучаемости E_e на площадь S поверхности равно потоку Φ_e

$$F = \frac{E_e S}{c}(\rho + 1) = \frac{\Phi_e}{c}(\rho + 1),$$

$$F = \frac{0{,}45}{3 \cdot 10^{8}}(1 + 1) = 3 \cdot 10^{-9}\ H = 3\ \text{нН}.$$

Ответ: $F = 3$ нН

Задача 9. Чему равны максимальная кинетическая энергия и скорость электрона, выбитого с поверхности натрия светом с длиной волны 410 нм. Работа выхода $A = 2{,}28$ эВ.

Решение. Воспользуемся уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = E_к + A, \qquad (1)$$

где $\nu = \frac{c}{\lambda}$ - частота падающего излучения. Таким образом, максимальная кинетическая энергия:

$$E_к = \frac{hc}{\lambda} - A. \qquad (2)$$

Вычисляя с учетом табличных значений, получаем $E_к = 0{,}75$ эВ или $E_к = 1{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Скорость электрона, выбитого с поверхности натрия, получим на основании выражения для кинетической энергии $E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}$. Выразив скорость электрона, получим:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_к}{m}}, \qquad (3)$$

где m – масса электрона. Вычисляя с учетом табличных значений, получаем $\upsilon = 5{,}1\cdot 10^5$ м/с.

Ответ: $\upsilon = 5{,}1\cdot 10^5$ м/с

Задача 10. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\Theta = 90^o$. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,4 МэВ. Определить энергию ε фотона до рассеяния.

Решение. Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона в виде

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\Theta}{2}. \qquad (1)$$

Формулу (1) преобразуем следующим образом:

1) выразим длины волн λ' и λ через энергию ε' и ε соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношением $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$;

2) умножим числитель и знаменатель правой части формулы на с.

Тогда получим

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{hc}{mc^2}2\sin^2\frac{\Theta}{2}.$$

Сократив на hc, выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon' mc^2}{mc^2 - \varepsilon'\cdot 2\sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)} = \frac{\varepsilon' E_0}{E_0 - 2\varepsilon'\sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)}, \qquad (2)$$

где $m_0c^2 = E_0$ - масса покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Взяв значение энергии покоя электрона $E_0 = 0.51$МэВ и подставив числовые данные, получим

$$\varepsilon = \frac{0{,}4\cdot 10^6\cdot 0{,}511\cdot 10^6}{0{,}51\cdot 10^6 - 2\cdot 0{,}4\cdot 10^6\sin^2 45^o} = 1{,}85\cdot 10^6 \text{ эВ} = 1{,}85 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon = 1{,}85$ МэВ

Задача 11. Определить энергию E фотона, соответствующую второй линии в серии Лаймана атома водорода.

Решение. Энергия E фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую:

$$E = E_i\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода, ($E_i = 13{,}6$ эВ),

n = 1, 2, 3,… - номер орбиты, на которую переходит электрон,

$k = n + 1; n + 2; \ldots; n + m$ – номер орбиты, с которой переходит электрон,

m – номер спектральной линии в данной серии.

Для серии Лаймана $n = 1$, для второй линии этой серии $m = 2$, тогда $k = n + m = 1 + 2 = 3$.

Поставив числовые значения, найдем энергию фотона: E=12,09 эВ.

Задача 12. Определите, какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы длина волны де Бройля для него была равна $\lambda = 1$ нм.

Решение. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U, приобретает кинетическую энергию $T = \frac{p^2}{2m}$, которая равна eU:

$$T = eU = \frac{p^2}{2m},$$

где e – заряд протона,

U – ускоряющая разность потенциалов,

m – масса протона,

p – импульс протона.

Откуда $P = \sqrt{2meU}$.

Длина волны де Бройля $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$,

где h – постоянная Планка,

и $U = \frac{h^2}{2me\lambda^2}$.

Произведем вычисления:

$$U = \frac{\left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\right)^2}{2 \cdot 1{,}675 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(1 \cdot 10^{-9}\right)^2} = 8{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ В}.$$

Ответ: $U = 8{,}2 \cdot 10^{-4}$ В

Задача 13. Сколько атомов распадается в 1 г ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ за среднее время жизни этого изотопа?

Решение. Согласно закону радиоактивного распада,

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \qquad (1)$$

где N – число нераспавшихся атомов в момент времени t;

N_o – начальное число радиоактивных атомов в момент $t=0$;

λ – постоянная радиоактивного распада.

Среднее время жизни радиоактивного изотопа есть величина, обратная постоянной распада:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \qquad (2)$$

По условию задачи, $t = \tau$, тогда

$$N = \frac{N_0}{e}. \qquad (3)$$

Число атомов, распавшихся за время t,

$$N' = N_0 - N = N\left(1 - \frac{1}{e}\right). \qquad (4)$$

Число атомов, содержащихся в массе m изотопа λ,

$$N_0 = \frac{m}{M} N_{\mathrm{A}}, \qquad (5)$$

где M – молярная масса изотопа ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$;

N_{A} – постоянная Авогадро.

С учетом (5) выражение (4) примет вид

$$N' = \frac{m}{M} N_{\mathrm{A}}\left(1 - \frac{1}{e}\right);$$

$$N' = \frac{10^{-3}\ \text{кг} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}{3 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}\left(1 - \frac{1}{2{,}72}\right) = 1{,}27 \cdot 10^{23}.$$

Ответ: $N' = 1{,}27 \cdot 10^{23}$

Задача 14. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$.

Решение. Дефект массы

$$\Delta m = Zm_{\mathrm{p}} + (A - Z)m_{\mathrm{n}} - m_{\text{я}}, \qquad (1)$$

где Z - зарядовое число;

A – массовое число;

m_n – масса нейтрона;

$m_я$ –масса ядра.

Формулу (1) можно также записать в виде:

$$\Delta m = Zm_{{}^1_1H} + (A - Z)m_n - m_a, \qquad (2)$$

где $m_{{}^1_1\text{H}}$ – масса атома ${}^1_1\text{H}$;

m_a – масса атома, дефект массы ядра которого определяется.

Из справочных таблиц находим $m_{{}^1_1\text{H}} = 1{,}00783$ а.е.м.; $m_n = 1{,}00867$ а.е.м.; $m_{{}^{16}_8\text{O}} = 15{,}99492$ а.е.м. Подставляя в (2) числовые данные (для ${}^{16}_8\text{O}$ числа Z = 8, A = 16), получаем $\Delta m = 0{,}13708$ а.е.е. Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2 \Delta m, \qquad (3)$$

где c – скорость света в вакууме.

Если дефект массы Δm выражать в а.е.м., а энергию связи $E_{св}$ в МэВ, то формула (3) примет вид:

$$E_{св} = 931\Delta m;$$

$$E_{св} = 931 \text{ МэВ/а.е.м.} \cdot 0{,}13708 \text{ а.е.м.} = 127{,}6 \text{ МэВ}.$$

Удельная энергия связи:

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}; \ \varepsilon_{св} = \frac{127{,}6 \text{ МэВ}}{16} = 7{,}98 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon_{св} = 7{,}98$ МэВ.

Задача 15. Вычислить энергию ядерной реакции $\text{p} + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + \text{n}$. Выделяется или поглощается энергия при этой реакции?

Решение. Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2\left[m_1 + m_2 - \sum m_i'\right], \qquad (1)$$

где m_1 и m_2 - массы частиц, вступающих в реакцию;

$\sum m_i'$ - сумма масс частиц, образовавшихся в результате реакции.

Если массы частиц выражать в а.е.м., а энергию реакции в МэВ, то формула (1) примет вид:

$$Q = 931\left[m_1 + m_2 - \sum m_i'\right]. \qquad (2)$$

При вычислении энергии ядерной реакции можно использовать массы атомов, а не их ядер. Из справочных данных находим $m_{{}_1^1\mathrm{H}} = 1{,}00738$ а.е.м.; $m_{\mathrm{n}} = 1{,}00738$ а.е.м.; $m_{{}_4^7\mathrm{Be}} = 7{,}01693$ а.е.м.; $m_{{}_3^7\mathrm{Li}} = 7{,}01601$ а.е.м.

Дефект массы реакции:

$$\left(m_{{}_1^1\mathrm{H}} + m_{{}_3^7\mathrm{Li}} - m_{{}_4^7\mathrm{Be}} - m_{\mathrm{n}}\right) = -0{,}00176 \text{ а.е.м.}$$

Подставляя числовые значения в (2), получаем

$$Q = 931 \text{ МэВ} / \text{а.е.м.} \cdot \left(-0{,}00176\right) \text{а.е.м.} = -1{,}64 \text{ МэВ}.$$

Так как Q<0, то энергия в результате реакции поглощается.

Ответ: $Q = -1{,}64$ МэВ.

3.3. Задачи для самостоятельного решения по разделу «Оптика. Атомная и ядерная физика».

3.3.1. Задачи по геометрической и волновой оптике

1.1.Луч света выходит из стекла в вакуум. Предельный угол $i_{пр} = 42^0$. Определить скорость света в стекле.

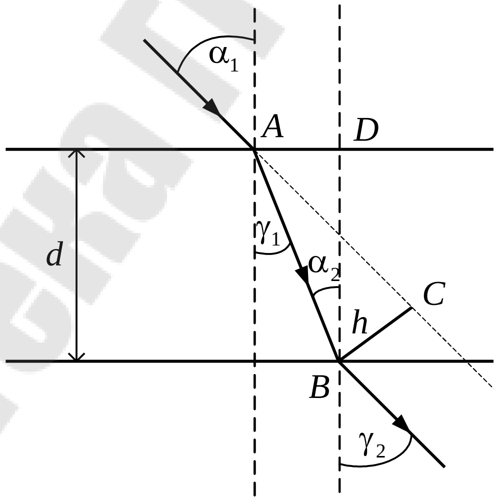
1.2. Для двух сред «масло - воздух» синус угла полного внутреннего отражения света равен 0,66. Определить скорость распространения света в масле.

1.3. На экране получено четкое изображение предмета, увеличенное в 2 раза. Зная, что фокусное расстояние линзы равно 8см, найдите расстояние от предмета до экрана.

1.4. Линейные размеры изображения, полученного на экране, в три раза больше линейных размеров предмета. Фокусное расстояние линзы $F =$ 0,24м. Расстояние от предмета f до линзы равно

1.5. Определить, на какой угол γ повернется луч, отраженный от плоского зеркала, если повернуть зеркало на угол α.

1.6. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку, показатель преломления которой 1,6, под углом 45° (см. рис.). Определить толщину пластинки, если вышедший из пластинки луч смещен относительно продолжения падающего луча на расстояние 2см.



1.7. На плоскопараллельную стеклянную $(n = 1{,}5)$ пластинку толщиной d = 8см падает под углом α = 60° луч света(см. рис. к задаче № 1.9.). Определить боковое смещение луча h, прошедшего сквозь эту пластинку.

1.8. Наблюдатель рассматривает светящуюся точку через плоскопараллельную стеклянную пластину с показателем преломления 1,5 толщиной 3см так, что луч зрения нормален к пластине. Определить расстояние между светящейся точкой и ее изображением.

1.9. На стеклянную призму с преломляющим углом $\theta = 50°$ падает под углом $\alpha_1 = 30°$ луч света. Определить угол отклонения σ луча призмой, если показатель преломления n стекла равен 1,56.

1.10 Радиус кривизны R вогнутого зеркала 60см. Определить, на каком расстоянии a от зеркала следует поместить предмет, чтобы его действительное изображение было в два раза больше предмета.

1.11. Выпуклое сферическое зеркало имеет радиус кривизны R = 40см. На расстоянии a = 30см от полюса зеркала поставлен предмет высотой h = 20см. Определить: 1) расстояние b от полюса зеркала до изображения; 2) высоту H изображения.

1.12. Радиусы кривизны поверхностей собирающей линзы $R_1 = R_2 = 20$ см. Определить: 1) фокусное расстояние линзы в воздухе; 2) фокусное расстояние этой же линзы, погруженной в жидкость ($n_{ж}$ = 1,7). Показатель преломления материала линзы $n_{л}$ = 1,5.

1.13. Двояковыпуклая линза, оптическая сила которой D = 8дптр, дает изображение предмета на экране, удаленном на расстоянии f = 75 см, равное h = 10см. Определить положение и высоту предмета. Построить его изображение.

1.14. На расстоянии a = 15см от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F = 30см перпендикулярно к главной оптической оси находится предмет высотой h = 9см. Определить: 1) расстояние b изображения от линзы; 2) высоту H изображения. Среда по обе стороны линзы одинаковая.

1.15. Свеча находится на расстоянии l = 3,5м от экрана. Между свечой и экраном помещают собирающую линзу, которая дает на экране четкое изображение свечи при двух положениях линзы. Найти фокусное расстояние линзы F, если расстояние между положениями линзы r = 0,5м.

1.16. Светящаяся точка S находится на главной оптической оси центрированной системы двух тонких линз на расстоянии 40см от первой линзы. Расстояние между линзами 30см. Где получится изображение точки, если фокусное расстояние каждой из них 30см?

1.17. Светильник в виде равномерно светящегося шара в 500кд имеет диаметр 50см. Определить: 1) полный световой поток Φ, излучаемый светильником; 2) его светимость R; 4) освещенность E_1, светимость R_1 и яркость B_1 экрана, на который падает 20 % светового потока, излучаемого светильником. Площадь экрана составляет 0,5м^2, а коэффициент отражения света его поверхностью ρ = 0,7.

1.18. В центре квадратной комнаты площадью $S = 16 м^2$ висит светильник. Считая светильник точечным источником света, определить высоту h от пола, на которой должен висеть светильник, чтобы освещенность в углах комнаты была максимальной.

1.19. Определить высоту, на которую следует над чертежной доской повесить лампочку мощностью $P = 100 Вт$, чтобы освещенность E доски под лампочкой была равна 50 лк. Наклон доски $\alpha = 30°$, световая отдача L лампочки равна 10лм/Вт. Лампочку считать точечным источником, принимая полный световой поток $\Phi = 4\pi I$ (I – сила света лампочки).

1.20. На лист белой бумаги размером 10 × 25 см нормально к поверхности падает световой поток $\Phi = 50 лм$. Принимая коэффициент рассеяния бумажного листа $\rho = 0{,}7$, определить для него: 1) освещённость; 2) светимость; 3) яркость.

1.21. Пучок белого света падает нормально на пластинку, толщина которой $h = 1$ мкм. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Какая область видимого спектра будет усиливаться в отраженном пучке?

1.22. Разность фаз колебаний двух интерферирующих лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500 нм$ равна $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2}$. Определить разность хода этих лучей.

1.23. В опыте с зеркалами Френеля расстояние d между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние l от них до экрана равно 5 м. В красном свете ширина интерференционных полос равна 5,5 мм. Определить длину волны λ красного света.

1.24. На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух когерентных источников с длиной волны 500 нм. На пути одного из лучей перпендикулярно к нему поместили стеклянную пластинку с показателем преломления 1,6 толщиной 5 мкм. Определить, на сколько полос при этом сместится интерференционная картина.

1.25. Расстояние между двумя когерентными источниками $d = 0{,}9$ мм. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 640$ нм, расположены на расстоянии $l = 3{,}5$ м от экрана. Определить число светлых полос, располагающихся на 1 см длины экрана.

1.26. В опыте Юнга щели освещаются монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм, расстояние d между щелями равно 1 мм и расстояние l от щелей до экрана – 1,2 м. Определить: 1) положение первой темной полосы; 2) положение третьей светлой полосы.

1.27. В опыте Юнга расстояние $\Delta\alpha$ между соседними светлыми полосами составляет 10^{-3} рад. Определить расстояние l от щелей до экрана, если вторая светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на 4 мм.

1.28.В опыте Юнга расстояние от щелей до экрана равно 3 м. Определить угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на расстоянии 4,5 мм.

1.29.Определить, во сколько раз изменится ширина интерференционных полос на экране в опыте Юнга, если фиолетовый светофильтр (длина волны 0,4 мкм) заменить красным (длина волны 0,7 мкм).

1.30. Для уменьшения потерь света при отражении от стекла на поверхность объектива с показателем преломления 1,7 нанесена тонкая прозрачная пленка с показателем преломления 1,3. При какой наименьшей толщине ее произойдет максимальное ослабление света, длина волны которого приходится на среднюю часть видимого спектра $(\lambda_о = 0{,}56 мкм)$? Считать, что лучи падают нормально к поверхности объектива.

1.31. Какую наименьшую толщину должна иметь пленка из скипидара, разлитого на воде, если на нее под углом $\alpha = 30°$ падает белый свет и она в отраженном свете окажется красной? Длина волны красных лучей $\lambda = 0{,}63$ мкм.

1.32. Расстояния от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана соответственно равны $a = 48$ см и $c = 6$ м. Бипризма стеклянная $(n = 1{,}5)$ с преломляющим углом $\theta = 10'$. Определить число полос, наблюдаемых на экране, если длина волны λ монохроматического света равна 600 нм.

1.33. На стеклянный клин с показателем преломления 1,5 и преломляющим углом $\alpha = 40''$ нормально падает монохроматический свет с длиной волны 600 нм. Определить в интерференционной картине расстояние между двумя соседними максимумами.

1.34. На стеклянный клин $(n = 1{,}5)$ с углом при вершине $\alpha = 1'$ падает под углом $i = 18°$ монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить расстояние между двумя соседними минимумами при наблюдении интерференции в отраженном свете.

1.35.Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны 600 нм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы 4 м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца 1,8 мм.

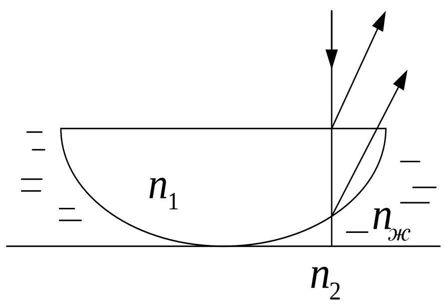
1.36.Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости.

1.37.Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона равно 9мм. Радиус кривизны линзы 15м. Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку. Наблюдение проводится в отраженном свете.

1.38.Найти расстояние между третьим и шестнадцатым темными кольцами Ньютона, если расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами равно 4,8 мм. Наблюдение проводится в отраженном свете.

1.39. Плосковыпуклая линза с показателем преломления $n = 1,6$ выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус третьего светлого кольца в отраженном свете $(\lambda = 0,6 \text{ мкм})$ равен 0,9мм. Определить фокусное расстояние линзы. Установка для наблюдения колец Ньютона расположена в воздухе.

1.40. Сферическая поверхность плосковыпуклой линзы с показателем преломления 1,52 соприкасается со стеклянной пластиной с показателем преломления 1,7. Пространство между линзой, радиус кривизны которой равен 1 м, и пластинкой заполнен жидкостью (см. рис.). Наблюдая кольца Ньютона в отраженном свете $(\lambda_0 = 0,589 \text{ мкм})$, измеряем радиус десятого темного кольца.



Определить показатель преломления жидкости в двух случаях:

1) $r_{10} = 2,05$ мм; 2) $r_{10} = 1,9$ мм.

1.41. Определите радиус 5 ой зоны Френеля для сферической волны, если расстояние от точечного источника света с длиной волны 600 нм до волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5м.

1.42. На зонную пластинку падает плоская монохроматическая волна с длиной волны 500нм. Определите радиус первой зоны Френеля, если расстояние от зонной пластинки до места наблюдения 1м.

1.43. На диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 5$мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 600$нм.

Определите расстояние от точки наблюдения до отверстия, если отверстие открывает две зоны Френеля.

1.44. Зонная пластинка даёт изображение источника, удалённого от нее на 2м, на расстоянии 1м от своей поверхности. Где получится изображение источника, если удалить его на бесконечность.

1.45. На круглое отверстие диаметром d = 4мм падает нормально параллельный пучок лучей $(\lambda = 0,5\text{ мкм})$. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $r_0 = 1\text{ м}$ от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран?

1.46. Сферическая волна, распространяющаяся от точечного монохроматического источника света $(\lambda = 600\text{ нм})$, встречает на своем пути диафрагму с круглым отверстием. Определить, при каком радиусе r отверстия центр дифракционной картины, наблюдаемой на экране, будет максимально освещенным. Считать расстояние от источника света до диафрагмы и от диафрагмы до экрана равным $a = 1\text{ м}$.

1.47. Монохроматический свет $(\lambda = 0,5\text{ мкм})$ падает нормально на круглое отверстие диаметром $d = 1\text{ см}$. На каком расстоянии от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы в отверстии помещалась одна зона Френеля?

1.48. На щель шириной $a = 4\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Сколько минимумов будет наблюдаться на экране в дифракционном спектре?

1.49. На щель шириной $a = 0,1\text{ мм}$ падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5\text{ мкм}$. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние l от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума $h = 1\text{ см}$.

1.50. Найти постоянную дифракционной решетки d, если при наблюдении в монохроматическом свете $(\lambda = 600\text{ нм})$ максимум пятого порядка отклонен на угол $\varphi = 18°$. Какое число штрихов N нанесено на единицу длины этой решетки?

1.51. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет. Определить угол дифракции для линии $\lambda_1 = 550\text{ нм}$ в четвертом порядке, если этот угол для линии $\lambda_2 = 600\text{ нм}$ в третьем порядке составляет $30°$.

1.52. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница $(\lambda_2 = 0{,}4$ мкм$)$ спектра третьего порядка?

1.53. На дифракционную решетку длиной l = 15 мм, содержащую $N = 3000$ штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 570$ нм. Определить максимально возможный порядок спектра, наблюдаемый с помощью этой решетки.

1.54. Дифракционная решетка длиной 5 мм может разрешить в первом порядке две спектральные линии натрия – $\lambda_1 = 589{,}0$ нм и $\lambda_2 = 589{,}6$ нм. Определить, под каким углом в спектре третьего порядка будет наблюдаться максимум интенсивности света с $\lambda_3 = 600$ нм, падающего на решетку нормально.

1.55. Сравнить наибольшую разрешающую способность для желтой линии натрия $(\lambda = 589$ нм$)$ двух дифракционных решеток одинаковой длины $(l = 4$ мм$)$, но разных периодов $(d_1 = 5$ мкм, $d_2 = 10$ мкм$)$.

1.56. Дифракционная решётка имеет $N = 1000$ штрихов и постоянную $d = 10$мкм. Определите угловую дисперсию для угла дифракции $\varphi = 30°$ в спектре третьего порядка. Найдите разрешающую способность дифракционной решетки в спектре пятого порядка.

1.57. Угловая дисперсия D_φ дифракционной решетки для $\lambda = 600$ нм в спектре второго порядка составляет $4 \cdot 10^5 \frac{\text{рад}}{\text{м}}$. Определить постоянную дифракционной решетки.

1.58. При нормальном падении света на дифракционную решётку на экране с помощью линзы (фокусное расстояние $F = 0{,}8$ м) наблюдается дифракционная картина. Красная линия $(\lambda = 630$ нм$)$ в спектре второго порядка наблюдается под углом $\varphi = 11°$. Определить постоянную решётки.

1.59. Узкий параллельный пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на грань кристалла с расстоянием между его атомными плоскостями $d = 0{,}3$нм. Определите длину волны рентгеновского излучения, если под углом $\vartheta = 30^0$ к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум первого порядка.

1.60. Определить расстояние между атомными плоскостями в кристалле каменной соли, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается при падении рентгеновских лучей с длиной волны 0,147 нм под углом $15°12'$ к поверхности кристалла.

1.61. Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен $40{,}5^0$. Определите угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла.

1.62. Свет проходя через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ($n = 1.5$), отражается от дна, причём отраженный свет плоскополяризован при падении его на сосуда сосуда под углом 41^0. Определите:1) показатель преломления жидкости; 2) угол падения света на дно сосуда, чтобы наблюдалось полное отражение.

1.63. Угол между плоскостями поляризации двух поляроидов 70°. Как изменится интенсивность пошедшего через них света, если этот угол уменьшится в 5 раз?

1.64. Какой угол образуют плоскости поляризации двух николей, если свет, вышедший из второго николя, был ослаблен в 5 раз? Учесть, что поляризатор поглощает 10, а анализатор – 8 % падающего на них света.

1.65.Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор уменьшается в четыре раза.

1.66. Степень поляризации P частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной.

1.67. Естественный свет проходит последовательно через два совершенных поляризатора, плоскости колебания которых образуют угол $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, по выходе из второго поляризатора?

1.68. Естественный свет интенсивностью I_0 проходит чрез два николя, плоскости пропускания которых расположены под углом 60° друг к другу. После прохождения через второй николь свет падает на зеркало и, отразившись, проходит опять через оба николя. Во сколько раз изменится интенсивность света после обратного прохождения через оба николя?

1.69. Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча составляет 0,124. Найти коэффициент пропускания света.

1.70. Определить степень поляризации P света, являющегося смесью естественного света с плоско поляризованным, если интенсивность поляризованного света и естественного равны.

1.71. Степень поляризации частично поляризованного света равна 0,8. Во сколько раз отличается амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, прошедшего через поляризатор, от амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности?

1.72. Определить минимальную толщину пластинки исландского шпата, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы падающий на нее нормально плоско поляризованный свет выходил циркулярно поляризованным. Показатели преломления для необыкновенного и обыкновенного лучей $n_e = 1,489$, $n_0 = 1,664$ (длина световой волны 527нм).

1.73. Определить разность показателей преломления для необыкновенного и обыкновенного лучей, если наименьшая толщина кварцевой кристаллической пластинки в целую длины волны для голубого света $\lambda = 486$нм равна 54мкм.

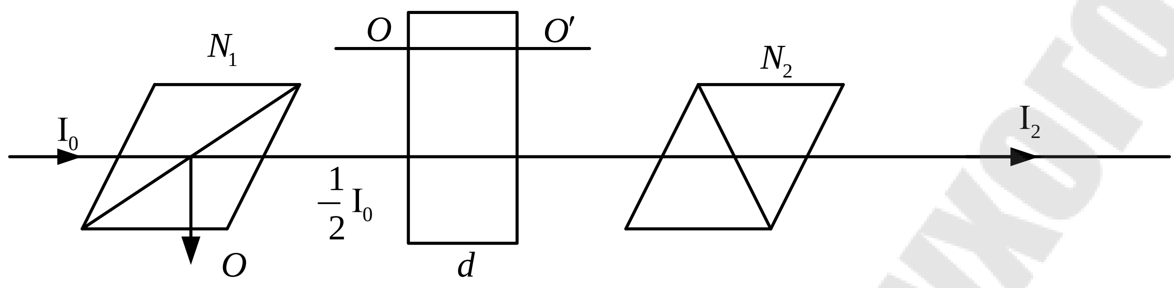
1.74. Ячейку Керра поместили между скрещенными поляризатором и анализатором. Вектор $\vec{E}$ напряженности электрического поля составляет угол $\alpha = 45°$ с плоскостями пропускания (главными плоскостями) поляризаторов. Конденсатор имеет длину $l = 15$ см и заполнен нитробензолом, постоянная Керра B для используемой длины волны и данной температуры равна $2,2 \cdot 10^{-10}$м/В. Определить минимальное значение напряженности электрического поля в конденсаторе, при котором интенсивность света за анализатором не будет зависеть от поворота анализатора.

1.75. Определите массовую концентрации С сахарного раствора, если при прохождении света через трубку длиной $l = 20$см с этим раствором плоскость поляризации света поворачивается на угол $\varphi = 10^0$. Удельное вращение $[\alpha]$ сахара равно $1,17 \cdot 10^{-2}$рад·м^2/кг.

1.76. Раствор сахара концентрацией $0,25$г/см^3 толщиной 20см поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на $30^\circ 20$. Второй раствор толщиной 15см поворачивает плоскость поляризации на 20^0. Определить концентрацию сахара во втором растворе.

1.77. Определите толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации монохроматического света определённой длины волны $\varphi = 180^0$.Удельное вращение в кварце для данной длины волны $\alpha = 0,52$ рад/мм.

1.78. Пластинка кварца толщиной 2 мм (удельное вращение кварца 15 град/мм), вырезанная перпендикулярно к оптической оси, помещена между двумя скрещенными николями (см. рис.). Пренебрегая потерями света в николях, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через эту систему.



1.79. Изменение дисперсии показателя преломления оптического стекла дало $n_1 = 1{,}528$ для $\lambda_1 = 0{,}434$ мкм и $n_2 = 1{,}523$ для $\lambda_2 = 0{,}486$ мкм. Вычислить отношение групповой скорости к фазовой для света с длиной волны 0,434 мкм.

1.80. Показатель преломления сероуглерода для света с длинами волн 509, 534 и 589 нм равен соответственно 1,647, 1,640 и 1,630. Вычислить фазовую и групповую скорость света вблизи длины волны 534 нм.

3.3.2. Задачи по квантовой природе излучения

2.1. Температура внутренней поверхности электрической печи T = 700^0C. Определите мощность излучения печи через небольшое отверстие диаметром d = 5см, рассматривая его как излучение абсолютно черного тела.

2.2. Мощность излучения расплавленного свинца, площадь поверхности которого $S = 40\,см^2$, взятого при температуре плавления, равна $N = 17{,}6$Вт. Найти отношение энергетических светимостей свинца и абсолютно черного тела для данной температуры.

2.3. Пренебрегая потерями тепла на теплопроводность, подсчитать мощность электрического тока, необходимую для накаливания вольфрамовой нити диаметром 1мм и длиной 20см до температуры 3500К. Коэффициент черноты вольфрама для данной температуры A_T=0,35. Какой ток потечет через лампу, если напряжение в сети 220В?

2.4. Температура черного тела T_2=3000К. При остывании тела длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 8$мкм. Определить температуру T_2, до которой тело охладилось.

2.5. Принимая Солнце за абсолютно черное тело и учитывая, что максимальное значение его плотности энергетической светимости приходится на длину волны λmax=500нм определить массу, теряемую Солнцем за 10 мин за счет излучения.

2.6. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны 5000Å. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: 1) энергетическую светимость Солнца; 2) поток энергии, излучаемый Солнцем.

2.7. В результате охлаждения черного тела длина волны, отвечающая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_{1\max} = 0,8$мкм до $\lambda_{2\max} = 2,4$мкм. Определить, во сколько раз изменятся: 1) энергетическая светимость тела; 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости

2.8. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна 0,58мкм. Определить: 1) энергетическую светимость поверхности тела; 2) спектральную плотность энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волн, равный 1нм, вблизи $\lambda_{\max}$.

2.9. Определить количество теплоты, теряемой 50см^2 поверхности расплавленной платины за 1 мин, если поглощательная способность платины $A_T = 0,8$. Температура t плавления платины равна 1770 °С.

2.10. Определите связь между истинной T и радиационной T_p температурами, если известна поглощательная способность A_T серого тела.

2.11. Красная граница фотоэффекта для металла $\lambda_k = 6,2 \cdot 10^{-5}$см. Найти величину запирающего напряжения $U_з$ для фотоэлектронов при освещении металла светом длиной волны $\lambda = 330$ нм.

2.12. Фотон с длиной волны 0,2мкм вырывает с поверхности натрия фотоэлектрон, кинетическая энергия которого 7,2эВ. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

2.13. Работа выхода электронов из молибдена 4,2эВ. Какова скорость электронов, вылетающих с поверхности молибдена при освещении его лучами с длиной волны 200нм?

2.14. На цинковую пластинку направлен монохроматический пучок света. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов U=1,5В. Определить длину волны λ света, падающего на пластину.

2.15. На поверхность металла падает монохроматический свет длиной волны λ=0,1мкм. Красная граница фотоэффекта λ_0=0,3мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

2.16. Определить максимальную скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла под действием γ – излучения с длиной волны λ=0,3нм.

2.17. Красная граница фотоэффекта для никеля равна 0,257мкм. Найти длину волны света, падающего на никелевый электрод, если фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов, равной 1,5В.

2.18. Какую часть энергии фотона составляет энергия, которая пошла на совершение работы выхода электронов из фотокатода, если красная граница для материала фотокатода равна 0,54мкм? Кинетическая энергия фотоэлектронов 0,5эВ.

2.19. Определить максимальную скорость электрона, вырванного с поверхности материала γ -квантом с энергией 1,53МэВ.

2.20. Определить, с какой скоростью υ должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия $E_к$ была равна энергии ε фотона с длиной волны $\lambda = 1$пм.

2.21. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм, производя давление $55 \cdot 10^{-6}$ Па. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности и число фотонов, падающих на площадь 1м^2 в 1с.

2.22. На идеально отражающую поверхность площадью S=5см^2 за время t = 3мин нормально падает монохроматический свет, энергия которого W = 9Дж. Определить световое давление, оказываемое на поверхность.

2.23. Световое давление, испытываемое зеркальной поверхностью площадью 1м^2, равно 10^{-6} Па. Найти длину волны света, если на поверхность ежесекундно падает $5 \cdot 10^{16}$ фотонов.

2.24. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}3$, расположенную перпендикулярно к падающему свету, равно 0,2мкПа. Определить число фотонов, поглощаемых ежесекундно 1м^2 этой поверхности.

2.25. Давление света с длиной волны 0,55мкм, нормально падающего на зеркальную поверхность, равно 9мкПа. Определить концентрацию фотонов вблизи поверхности.

2.26. На зеркальную поверхность площадью S = 6см^2 падает нормально поток излучения Φ_e=0,8Вт. Определить давление р и силу давления F света на эту поверхность.

2.27. Свет с длиной волны λ = 600нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на неё давление p = 4мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время t = 10с на площадь S = 1мм^2 этой поверхности.

2.28. Параллельный пучок света длиной волны λ = 500нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление p = 10мкПа. Определить концентрацию n фотонов в пучке.

2.29. Монохроматическое излучение с длиной волны λ = 500нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность. Поток энергии Φ = 0,6Вт. Определить число N фотонов, падающих на неё за время t = 5с.

2.30. Определить коэффициент отражения ρ поверхности, если при энергетической освещенности E_e = 120Вт/м^2 давление р света на неё оказалось равным 0,5мкПа.

2.31. Угол рассеяния фотона с энергией 1,2МэВ на свободном электроне $\theta = 60^\circ$. Найти длину волны рассеянного фотона.

2.32. В результате эффекта Комптона фотон рассеялся на покоившемся свободном электроне на угол $\theta = 90^\circ$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon' = 400$кэВ. Определить: 1) энергию фотона до рассеяния; 2) кинетическую энергию E_K электрона отдачи; 3) угол φ, под которым движется электрон отдачи.

2.33. Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}23$МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить кинетическую энергию электрона отдачи, если длина волны рассеянного фотона изменилась на 15 %.

2.34. Гамма – фотон с длиной волны 1,2пм в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 60°. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

2.35. В результате комптоновского рассеяния на свободном покоящемся электроне длина волны γ – фотона λ_1 увеличилась вдвое. Найти кинетическую энергию и импульс электрона отдачи, если угол рассеяния равен 60°.

2.36. Определить отношение релятивистского импульса p – электрона с кинетической энергией T = 1,53МэВ к комптоновскому импульсу m_0c электрона.

2.37. Фотон с энергией 0,49МэВ рассеялся на свободном электроне под углом 60°. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

2.38. Гамма-квант рассеялся на свободном протоне под углом 90°, при этом энергия его уменьшилась в два раза. Определить энергию падающего кванта.

2.39. Фотон рассеивается на свободном электроне. Определить угол рассеяния фотона и энергию фотона, если импульс рассеянного фотона равен половине импульса падающего фотона, а импульс отдачи электрона равен импульсу падающего фотона.

2.40. Определить импульс электрона отдачи при эффекте Комптона, если энергия падающего фотона равна удвоенной энергии покоя электрона и фотон был рассеян на угол 60°.

3.3.3. Задачи по квантовой физике и физике атомного ядра

3.1. Определить первый боровский радиус орбиты в атоме водорода и скорость движения электрона по этой орбите.

3.2. Чему равен момент импульса орбитального движения электрона, находящегося в атоме в основном состоянии?

3.3. Определить потенциал ионизации φ_i и первый потенциал возбуждения φ_1 атома водорода.

3.4. Электрон находится на третьей боровской орбите атома водорода. Определить: 1) радиус этой орбиты; 2) скорость электрона на этой орбите; 3) частоту вращения электрона на этой орбите; 4) потенциальную энергию электрона; 5) кинетическую энергию электрона; 6) полную энергию электрона на этой орбите.

3.5. Определить частоту света, излучаемого возбужденным атомом водорода при переходе электрона на второй энергетический уровень, если радиус орбиты электрона изменится в 9 раз.

3.6. Атом водорода испустил фотон с длиной волны $4{,}86 \cdot 10^{-7}$ м. Насколько изменилась энергия электрона в атоме?

3.7. Определить длину волны спектральной линии, соответствующей переходу электрона в атоме водорода с шестой орбиты на вторую

3.8. Найти длину волны λ фотона, соответствующую переходу электрона со второй орбиты на первую для двукратного ионизированного атома лития.

3.9. Определить наибольшие и наименьшие длины волн фотонов, излучаемых при переходе электронов в сериях Лаймана, Бальмера и Пашена.

3.10. На дифракционную решетку с периодом $d = 5$мкм нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. В спектре дифракционный максимум пятого порядка, наблюдаемый под углом $\varphi = 7°$, соответствует одной из линий серии Лаймана. Определить главное квантовое число, соответствующее энергетическому уровню, с которого произошел переход.

3.11. Вычислить длину волны де Бройля электрона, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}75c$ (c – скорость света в вакууме).

3.12. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы его длина волны де Бройля равнялась комптоновской длине волны?

3.13. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля для случаев: $U = 51$ В; $U = 510$ кВ.

3.14. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 500$ В, имеет длину волны де Бройля $\lambda = 1{,}282$ пм. Принимая заряд этой частицы равным заряду электрона, определить массу частицы.

3.15. Найти длину волны де Бройля для α – частицы, нейтрона и молекулы азота, движущихся со средней квадратичной скоростью при температуре 50°С.

3.16. Электрон обладает кинетической энергией T = 0,5МэВ. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия Т электрона увеличится вдвое?

3.17. Протон обладает кинетической энергией T = 2кэВ. Определить дополнительную энергию ΔT, которую необходимо ему сообщить для того, чтобы длина волны де Бройля λ уменьшилась в три раза.

3.18. Определить энергию ΔT, которую необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его де Бройлевская длина волны уменьшилась от λ_1 = 0,2нм до λ_2 = 0,1нм.

3.19. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в 1 – ом возбужденном состоянии.

3.20. Определите изменение длины волны де Бройля для электрона, совершающего переход в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

3.21. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии 10нс. Вычислить естественную ширину спектральной линии ($\lambda = 0{,}7$ мкм), соответствующую переходу между возбужденными уровнями атома.

3.22. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию электрона в атоме водорода.

3.23. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода – порядка $E_{\min} = 10{,}0$ эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома

3.24. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбужденном атоме водорода $E_к = 13{,}6$ эВ. Используя соотношение неопределенностей, найти наименьшую погрешность, с которой можно вычислить координату электрона в атоме.

3.25. Определить (в электрон – вольтах) неопределенность кинетической энергии электрона, который находится внутри атома диаметром d = 1 нм.

3.26. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, ширина которой $1{,}4\cdot10^{-9}$ м. Определить энергию, излучаемую при переходе электрона с третьего энергетического уровня на второй.

8.27. Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками. Пользуясь уравнением Шредингера, найти собственные значения энергии E_n частицы

3.28. Частица находится в одномерной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками. Определить нормированную собственную волновую функцию $\psi_n(x)$, описывающую состояние частицы при данных условиях.

3.29. Определить ширину l одномерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками, при которой дискретность энергетического спектра электрона, находящегося в возбужденном состоянии (n = 3), вдвое больше его средней кинетической энергии при температуре T = 300К.

3.30. Атом водорода находится в основном состоянии. Собственная волновая функция, описывающая состояние электрона в атоме имеет вид

$$\psi(r)=c\cdot e^{-\frac{r}{a_o}},$$

где c – некоторая постоянная.

Из условия нормировки волновой функции найти постоянную c.

3.31. Сколько электронов, протонов и нейтронов содержится в ядре хлора $_{17}CI^{35}$?

3.32. При бомбардировке α-частицами ядер алюминия $_{13}Al^{27}$ образуется новое ядро неизвестного элемента X и $_0n^1$. Этим элементом является

3.33. Укажите, какая частица образуется в результате реакции

$_2He^4 + {_3Li^7} = {_5B^{10}} + X$.

3.34. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $^{16}_{8}O$.

3.35. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра бора $^{11}_{5}B$ при распаде на свободные нуклоны.

3.36. Первоначальная масса радиоактивного изотопа радона $^{222}_{86}Rn$ (период полураспада $T_{1/2} = 3.82$ суток) равна 1,5г. Определить: 1) начальную активность препарата изотопа; 2) его активность через 5 суток

3.37. В какой элемент превращается $^{238}_{92}\mathrm{U}$ после трех α–распадов и двух β -распадов?

3.38. Вычислить энергию ядерной реакции $^{2}_{1}\mathrm{H}+^{7}_{3}\mathrm{Li}\rightarrow 2\cdot ^{4}_{2}\mathrm{He}+^{1}_{0}n$.

3.39. Какое количество энергии освобождается при соединении одного протона и двух нейтронов в одно ядро?

3.40. Каков к.п.д. атомной электростанции мощностью $P=5\cdot 10^{8}$ Вт, если за t=1год было израсходовано m=965кг урана $^{235}_{92}U$? В каждом акте деления выделяется $\Delta E=200$ МэВ энергии.

Приложение

1. Основные физические постоянные:

скорость света в вакууме – $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с

ускорение свободного падения – $g = 9.81$ м/с^{2}

гравитационная постоянная – $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Нм^{2}/кг^{2}

постоянная Авогадро – $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

молекулярная газовая постоянная – $R = 8.31$ Дж /моль·К

объём моля идеального газа при нормальных условиях – $V_0 = 22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^{3}/моль

постоянная Больцмана – $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж /К

элементарный заряд – $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

магнетон Бора – $\mu_{Á} = 9627 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл;

масса протона – $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг;

масса электрона – $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг;

удельный заряд электрона – $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг;

электрическая постоянная – $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

магнитная постоянная – $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

постоянная Ридберга – $R = 1{,}10 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$

скорость света в вакууме – $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с

число Авогадро – $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

заряд электрона – $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл

постоянная Планка – $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4)

постоянная в законе Вина – $b = 2{,}89 \cdot 10^{-3}$ м · К

радиус первой боровской орбиты – $a_o = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м

атомная единица массы – 1а.е.м. $= 1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг

2. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	10^{9}
мега	М	10^{6}
кило	к	10^{3}
гекто	г	10^{2}
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}
нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}

3. Некоторые характеристики Солнца, Земли и Луны

Физические параметры	Солнце	Земля	Луна
Масса, кг	$1{,}97 \cdot 10^{30}$	$5{,}96 \cdot 10^{24}$	$7{,}33 \cdot 10^{22}$
Радиус, м	$6{,}95 \cdot 10^{8}$	$6{,}37 \cdot 10^{6}$	$1{,}74 \cdot 10^{6}$
Средняя плотность, кг/ м^3	1400	5518	3350
Среднее расстояние от Земли, км	$1{,}496 \cdot 10^{8}$	--	384440

4. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/ м^3	Газ	Плотность, кг/ м^3
Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

5. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, 10^{-9}м	Газ	Диаметр, 10^{-9}м
Аргон	0,29	Гелий	0,19
Водород	0,23	Кислород	0,29

6.Поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	а, н·м/ моль^2	в, 10^5 м^3/ моль
Азот	0,135	3,86
Аргон	0,134	3,22
Кислород	0,136	3,17
Неон	0,209	1,70
Углекислый газ	0,361	4,28

7. Диэлектрическая проницаемость ε

Вода – 81;
Парафин – 2,0;
Слюда – 6,0;
Стекло – 7,0;
Фарфор – 5,0;
Масло трансформаторное – 2,2;
Эбонит – 6,0.

8.Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент проводников (при 20^{o}С)

Проводник	Удельное сопротивление, нОм·м	Температурный коэффициент, К$^{-1}$
Алюминий	28	0,0038
Вольфрам	55	0,0051
Железо	98	0,0062
Константан	480	0,00002
Медь	17,2	0,0043
Никель	400	0,000017
Нихром	980	0,00026

9. Работа выхода электронов

Металл	А, Дж	А, эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3

Рубидий	$3,4\cdot10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4\cdot10^{-19}$	4,0

10. Относительные атомные массы (округленные значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов.

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

11. Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бериллий	${}^{7}_{4}Be$	7,01693
Азот	${}^{14}_{7}N$	14,00307		${}^{9}_{4}Be$	9,01219
Водород	${}^{1}_{1}H$	1,00783	Бор	${}^{10}_{5}B$	10,01294
	${}^{2}_{1}H$	2,01410		${}^{11}_{5}B$	11,00930
	${}^{3}_{1}H$	3,01605	Углерод	${}^{14}_{6}C$	12,00000
Гелий	${}^{3}_{2}He$	3,01603		${}^{13}_{6}C$	13,00335
	${}^{4}_{2}He$	4,00260		${}^{14}_{6}C$	14,00324
Литий	${}^{6}_{3}Li$	6,01513	Кислород	${}^{16}_{8}O$	15,99491
	${}^{7}_{3}Li$	7,01601		${}^{17}_{8}O$	16,99913

12. Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Период полураспада
Актиний	${}^{225}_{89}Ac$	10 суток
Иод	${}^{131}_{53}I$	8 суток
Кобальт	${}^{60}_{27}Co$	5,3 года
Магний	${}^{27}_{12}Mg$	10 минут
Радий	${}^{226}_{86}Ra$	1620 лет
Радон	${}^{222}_{86}Rn$	3,8 суток
Стронций	${}^{90}_{38}Sr$	27 лет
Фосфор	${}^{32}_{15}P$	14,3 суток
Церий	${}^{144}_{58}Ce$	285 суток

13. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_o		E_o	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	939
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733
Нейтральный π-мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14498	$2{,}16\cdot10^{-11}$	135

Литература

Основная литература

1. Савельев И.В. Курс физики. Т. 1-3. - М.: Наука, 1989.

2. Детлаф А. А., Яворский М. Б. Курс физики.- М.: Высш. шк., 1989. - 608с.

3. Трофимова Т. И. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1990. - 478 с.

4. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики для вузов. - М., 2003. - 303 с.

5. Чертов А. Г., Воробьёв А. А. Задачник по физике. - М.: Высш. шк., 1988. - 526 с.

6. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. - Наука, 1988. - 381 с.

7. Чертов А. Г. Физические величины. - М.: Высш. шк., 1990. – 315 с.

Дополнительная литература

8. Иродов И.Е. Основные законы механики - М.: Высш. шк, 1985 - 248с.

9. Калашников С. Г. Электричество. - М: Наука, 1977. - 668 с.

10. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. - М.: Высшая школа,1983. - 463 с.

11. Ландсбер Г.С. Оптика. - М.: Наука, 1976. - 936 .

12. Калитиевский Н. И. Волновая оптика. - М.: Высш. шк., 1978. - 384 с.

13. Шпольский Э. В. Атомная физика. Т. 1, 2. - М.: Наука, 1974.

14. Епифанов Г. И. Физика твёрдого тела. - М.: Высшая школа, 1977. - 288с.

15. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. - М.: Наука, 1980. - 312с.

16. Иродов И. Е. Задачи по общей физике.- М.: Наука, 1988. – 416 с.

17. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. - М.: Высш. шк. 1977.-351 с.

18. Савельев И.В. Сборник задач и вопросов по общей физике.- М.: Наука, 1988.-288 с.

19. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике.- М.: Наука,1990. - 624 с.

20. Кузглин Х. Справочник по физике. - М.: Мир, 1985. - 520 с.

Методические указания и пособия

21.154эл. Механика и молекулярная физика: практикум по курсу «Физика» для студентов всех специальностей дневной формы обучения: в3ч. Ч. 1/ О.И. Проневич, С.В. Пискунов. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2010. – 69с.

27. 329эл. Электричество и магнетизм: курс лекций по одноим. дисциплине для студентов техн. специальностей днев. и заоч. форм обучения: в 3 ч. Ч. 2 / П. А. Хило. А. И. Кравченко. - Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого. 2013. - 274 с.

28. 3981. Электричество и магнетизм: практикум по курсу «Физика» для студентов всех специальностей дневной формы обучения: в3ч. Ч. 2/ А.И. Кравченко, П.Д. Петрашенко, П.А. Хило. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2010. – 68с.

33. 58эл. Оптика, атомная и ядерная физика: конспект лекций по курсу «Физика» для студентов дневной и заочной формы обучения / А.А. Панков, П.А. Хило. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2009. – 170 с.

34. 235эл. Оптика, атомная и ядерная физика: практикум по курсу «Физика» для студентов технических специальностей дневной формы обучения: в 3 ч. Ч.3. / П.А. Хило, А.И. Кравченко, П.Д. Петрашенко. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2011. – 54 с.

Содержание

Предисловие 3
1. Механика и молекулярная физика 4
1.1.1. Кинематика поступательного и вращательного движения. Основные понятия и формулы 4
1.1.2. Динамика материальной точки. Динамика вращательного движения. Основные понятия и формулы 7
1.1.3. Механические колебания. Упругие волны. Основные понятия и формулы 16
1.1.4. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Законы идеального газа. Основы термодинамики. Основные понятия и формулы 22
1.2. Примеры решения задач по разделу «Механика и молекулярная физика» 32
1.3. Задачи для самостоятельного решения по разделу «Механика и молекулярная физика» 45
1.3.1. Задачи по кинематике поступательного и вращательного движения 45
1.3.2. Задачи по динамике материальной точки и динамике вращательного движения 47
1.3.3. Задачи по механике жидкостей, задачи по основам специальной теории относительности 52
1.3.4. Задачи по механическим колебаниям и упругим волнам 54
1.3.5. Задачи по молекулярно – кинетической теории идеального газа и законам идеального газа 56
1.3.6. Задачи по элементам статистической физики 58
1.3.7. Задачи по основам термодинамики 60
1.3.8. Задачи по реальным газам и насыщенным парам 62
1.3.9. Задачи по жидкостям и твёрдому телу 63
2. Электричество и магнетизм 66
2.1.1. Электростатика. Основные понятия и формулы 66
2.1.2. Законы постоянного тока. Основные понятия и формулы 71
2.1.3. Магнитное поле. Основные понятия и формулы 75
2.1.4. Электромагнитная индукция. Электромагнитные колебания и волны. Основные понятия и формулы 77
2.2. Примеры решения задач по разделу «Электричество и магнетизм» 81
2.3. Задачи для самостоятельного решения по разделу «Электричество и магнетизм» 113

2.3.1. Задачи по электростатике 113
2.3.2. Задачи на законы постоянного тока 115
2.3.3. Задачи по магнитному полю и движению заряженных частиц в магнитном поле 118
2.3.4. Задачи по электромагнитной индукции и электромагнитным колебаниям и волнам 122
3. Оптика. Атомная и ядерная физика 128
3.1.1. Геометрическая оптика. Основные понятия и формулы 128
3.1.2. Интерференция света. Основные понятия и формулы 131
3.1.3. Дифракция света. Основные понятия и формулы 134
3.1.4. Поляризация и дисперсия света. Основные понятия и формулы 136
3.1.5. Тепловое излучение. Основные понятия и формулы 138
3.1.6. Квантово-оптические явления. Основные понятия и формулы 141
3.1.7. Атом водорода в теории Бора. Основные понятия и формулы 142
3.1.8. Элементы квантовой механики. Элементы физики атомного ядра. Основные понятия и формулы 144
3.2. Примеры решения задач по разделу «Оптика. Атомная и ядерная физика 148
3.3.Задачи для самостоятельного решения по разделу «Оптика. Атомная и ядерная физика» 161
3.3.1. Задачи по геометрической и волновой оптике 161
3.3.2. Задачи по квантовой природе излучения 170
3.3.3. Задачи по квантовой физике и физике атомного ядра 174
Приложение 178
Литература 183
Содержание 185

ФИЗИКА

Практикум
для студентов специальностей
1-40 05 01 «Информационные системы и технологии»,
1-53 01 07 «Информационные технологии
и управление в технических системах»
и 1-27 01 01 «Экономика и организация производства»
дневной формы обучения

Составители: **Хило** Петр Анатольевич
Кравченко Александр Ильич
Дробышевский Витальдий Иванович

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 19.12.16.
Рег. № 60Е.
http://www.gstu.by