## УДК 548.24 **Рюмцев А.А., Остриков О.М.**

### МЕТОДИКА РАСЧЕТАПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ У КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОЛОСЫ СДВИГА ТИПА ЧЕШУЙЧАТОГО НАВАЛА, НАХОДЯЩЕГОСЯ У ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СТЕКЛА

Введение. Методика расчета полей напряжений у криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала, базируется на использовании квазидислакационного подхода в решении задачи расчета полей напряжений, ввиду подобия процесса развития пирамидального скольжения в монокристаллах и негомогенной пластической деформации в аморфных средах при их локальном деформировании [1–7]. Данный подход к разработке методики расчета полей напряжений подход к разработке методики расчета полей напряжений подход к разработке методики расчета полей напряжений позволяет воспользоваться уже известными приемами математического моделирования дислокационных процессов [1].

Цель данной работы — разработка численно-аналитического метода расчета полей напряжений у криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала.

Постановка задачи. Согласно [1, 2], форма полос сдвига в зависимости от усилия, приложенного к индентору, может представлять собой луч или параболическую кривую (чешуйчатый навал). В данной работе рассматриваются только полосы сдвига в виде параболической кривой, схематическое изображение которых представлено на рис. 1. В данном случае, согласно [1], принимается краевой тип квазидислокаций. При большом масштабе рассмотрения полосы сдвига форма ее не является абсолютно гладкой (рис. 1, а), а имеет искривления в виде волнистостей, вызванных активным взаимодействием с другими полосами сдвига, монокристаллическими зернами, концентраторами напряжений и т.д. [1, 2]. Подобные искривления формы полосы сдвига можно условно представить как синусоиду, наложенную на параболу. Изображение схематическое данной формы полосы сдвига представлено на рисунке 1, б.

Напряжения, создаваемые криволинейной полосой сдвига, определяются с помощью криволинейного интеграла:

$$_{ij} = \underset{L_{AB}}{\overset{(0)}{ij}} dS , \qquad (1)$$

где *L<sub>AB</sub>* – задает профиль полосы сдвига; ρ – плотность квазидислокаций, формирующих полосу сдвига; <sup>(0)</sup><sub>*ij*</sub> – напряжения, создаваемые единичной квазидислокацией.

Криволинейный интеграл по общеизвестным правилам [3] сводится к определенному интегралу:

$$_{ij}(x,y) = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + (f())^{2}} () _{ij}^{(0)}(x,y,) d$$
, (2)

где *L* – величина проекции *L<sub>AB</sub>* на ось OY; *f*() – функция, определяющая форму полосы сдвига; () – линейная плотность квазидислокаций в полосе сдвига; – параметр интегрирования;

<sup>(0)</sup> (*x*, *y*, ) – напряжения, создаваемые единичной квазидислокацией у поверхности металлического стекла, которые находятся по формулам [4]:

$${}^{(0)}_{xx}(x,y, \cdot) = B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(\cdot))[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} \cdot (y \cdot )^{2}]}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y \cdot )^{2}]^{2}} + \\ + B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(\cdot))[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{2}}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{2}} + \\ + 4B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(\cdot))y_{0}[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2}(3y + 2 \cdot) \cdot (y + )^{2}(y \cdot 2 \cdot)]}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{3}} , \\ {}^{(0)}_{yy}(x,y, \cdot) = B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(\cdot))[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + 3(y \cdot )^{2}]}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y \cdot y_{0})^{2}]^{2}} + \\ + B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(y_{0}))[(x \cdot f_{1}(y_{0}))^{2} + 3(y + y_{0})^{2}]}{[(x \cdot f_{1}(y_{0}))^{2} + (y + y_{0})^{2}]^{2}} , \\ 4B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(\cdot))y \cdot [(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} \cdot 3(y + )^{2}]}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{3}} , \\ {}^{(0)}_{xy}(x,y, \cdot) = B_{tp} \frac{(y \cdot)[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} \cdot (y + )^{2}]}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{2}} + \\ + B_{tp} \frac{(y + )[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{2}}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{2}} , \\ 2B_{tp} \frac{(x \cdot f_{1}(\cdot))^{4} \cdot 6(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2}y(y + ) + (y \cdot )(y + )^{3}}{[(x \cdot f_{1}(\cdot))^{2} + (y + )^{2}]^{3}} , \\ \end{array}$$

где

$$B_{\rm kp} = \frac{D_{\rm kp}}{2 \ (1 \ )}. \tag{4}$$

Здесь — модуль сдвига; — коэффициент Пуассона;  $b_{_{\rm KP}}$  — модуль краевой квазидислокации, образующей полосу сдвига.

Форму полосы сдвига типа чешуйчатых навалов без существенных локальных искривлений вдоль длины (рис. 1, а) можно описать функцией

$$f(\ ) = A_1 \times {}^2 + B_1, \tag{5}$$

где А<sub>1</sub> и В<sub>1</sub> – эмпирические коэффициенты.

Функция (5) описывает параболическую кривую, соответствующую форме полосы сдвига в виде чешуйчатого навала, окаймляющего отпечаток индентора [1], без волнистости формы.

В случае наличия волнистостей вдоль линии полосы сдвига (рис. 1,6), ее форма может быть описана функцией

$$f() = A_2 \times {}^2 + B_2 + C_2 \times \sin(D_2 \times), \quad (6)$$

где  $A_2, B_2, C_2$  и  $D_2$  – эмпирические коэффициенты.

**Рюмцев Александр Александрович,** аспирант кафедры «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

Остриков Олег Михайлович, к.физ.-мат.н., доцент, зав. кафедрой «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

Беларусь, ГГТУ, 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.

Машиностроение

Вестник Брестского государственного технического университета. №4. 2015





В данной работе рассмотрим четыре варианта распределения плотности квазидислокаций (). Пусть в первом случае плотность квазидислокаций постоянна

() = 
$$10^6 M^{-1}$$
. (7)

Во втором закон распределения квазидислокаций описывается линейной функцией

$$) = A_3 \times + B_3, \qquad (8)$$

где *A*<sub>3</sub>, *B*<sub>3</sub> – эмпирические коэффициенты. В третьем случае закон распределения квазидислокаций описывается квадратичной функцией типа

$$) = A_4 \times {}^2 + B_4 \times + C_4 , \qquad (9)$$

где А<sub>4</sub>, В<sub>4</sub>, и С<sub>4</sub> –эмпирические коэффициенты.

(

Пусть в четвертом случае плотность квазидислокаций изменяется по гармоническому закону, и для варианта, описанного формулами (4) закон распределения квазидислокаций пусть будет задан функцией

$$) = A_5 \times \sin(), \qquad (10)$$

где A<sub>5</sub> — эмпирический коэффициент.

Результаты расчетов полей напряжений и их обсуждение.

Для формы полосы сдвига, описываемой функцией (5), где примем  $A_1 = 1/200$  мкм<sup>-1</sup>,  $B_1$ =100 мкм; при распределении плотности квазидислокаций по закону, описываемому функцией (7), где () = 10<sup>6</sup> м<sup>-1</sup>, наибольшие напряжения <sub>xx</sub> сконцентрированы у

полосы сдвига на некотором удалении от конца 2 в отрицательном удалении по оси ОҮ в области I, II, причем в области II наблюдаются отрицательные напряжения, а в области I – положительные. Смена знака происходит у конца 2 полосы сдвига. Также напряжения локализованы у конца 1 как в области I, так и в области II, а также на некотором расстоянии от него у полосы сдвига в области II между концом 1 и вершиной полосы сдвига (рис. 2, а).

Для напряжений ху характерны несколько зон концентрации напряжений (рис. 2, б). Одна из них расположена у конца 1 одновременно в двух областях, при этом в области II напряжения положительны, а в области I – отрицательны. Однако в области I напряжения быстро уменьшаются у поверхности и значительно медленнее убывают вдоль полосы сдвига в положительном направлении по оси OY. В области І напряжения уменьшаются в положительном направлении по оси ОУ и создают удалённые центры локализации напряжений в положительном направлении по оси ОХ от конца 1 полосы сдвига. Данные напряжения положительны. Также на уровне вершины полосы сдвига по оси OY и на некотором удалении от конца 1 полосы по оси ОХ в положительном направлении, находится зона отрицательных напряжений. В свою очередь в области II напряжения сконцентрированы у полосы сдвига в зоне от конца 2 до вершины полосы сдвига и уменьшаются в положительном направлении по оси OX и в положительном направлении по оси OY, но намного медленнее, чем в ранее указанном направлении (рис. 2, б).

В области I напряжения уу локализованы у поверхности материала на некотором расстоянии от конца 1 полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ, а также у полосы сдвига в зоне между вершиной полосы и ее концом 1, а также на некотором удалении от конца 2 в отрицательном направлении по оси ОХ. Данные напряжения отрицательны и медленно убывают по модулю в направлении от этих зон. В области II напряжения локализованы у конца 1 и равномерно убывают от этой зоны. Также зоной локализации напряжений является зона у конца 2 полосы сдвига, при этом напряжения у конца 2 отрицательны и меняются на положительные вокруг вершины полосы сдвига (рис. 2, в).

Для полосы сдвига формы, описываемой функцией (5), где  $A_1 = 1/200 \text{ мкм}^{-1}$ ,  $B_1 = 100 \text{ мкм}$ ; при линейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8), где  $A_3 = 0.9 \times 10^6 \text{ M}^{-2}$ ;  $B_3 = 6 \times 10^6 \text{ M}^{-1}$ , напряжения  $_{xx}$  (рис. 3, а) локализованы на конце 1 у поверхности материала, а также на некотором удалении от данного конца в положительном и в отрицательном направлениях по оси ОХ у поверхности. В свою очередь в области II напряжения локализуются на некотором расстоянии от конца 2 у полосы сдвига, причем уменьшение их значений по модулю происходит в положительном по оси ОХ направлении и в отрицательном направлении по оси OY, а также в положительном направлении по оси OY, но с меньшей скоростью, нежели в указанном ранее направлении. Притом, данные напряжения положительны и меняют знак вокруг конца 2 (рис. 3, а). Для рассматриваемой плоскости напряжения  $_{xv}$  (рис. 3, 6) в об-

ласти I локализованы у полосы сдвига в зоне между концом 2 и вершиной полосы сдвига, при этом эпицентр локализации напряжений смещен у полосы сдвига ближе к концу 2 напряжения уменьшаются по модулю при удалении от полосы сдвига и в направлении поверхности материала. Данные напряжения отрицательны (рис. 3, б). Напряжения в области I также локализованы у конца 2 и на некотором расстоянии от него у полосы сдвига и уменьшаются при удалении от этой зоны. Причем, непосредственно у конца 2 значения напряжений по модулю значительно медленнее убывают, чем в иных участках данной зоны полосы сдвига. Данные напряжения положительны. Также у полосы сдвига в зоне между вершиной и концом 1 полосы сдвига локализованы отрицательные напряжения. В результате действия указанных выше напряжений возникают две удаленные зоны локализации напряжений. Одна. расположенная на некотором расстоянии от поверхности материала, в положительном направлении по оси ОХ от полосы сдвига, с положительными значениями, вторая, расположенная на уровне конца 2 полосы сдвига по оси OY на некотором расстоянии от полосы в положительном направлении по оси ОХ-с отрицательными (рис. 3, б).

Вестник Брестского государственного технического университета. №4. 2015



*Рис.* 2. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (7): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub>; в) <sub>xy</sub> (МПа)



*Рис.* 3. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)

Напряжения <sub>уу</sub> (рис. 3, в) в области II локализованы на некотором удалении от конца 1 в положительном направлении по оси ОХ и уменьшаются при удалении от этой зоны в положительном направлении по оси ОХ и ОУ, с максимумом напряжений в области II в зоне у полосы сдвига от конца 2 до вершины полосы (рис. 3, в). Данные напряжения уменьшаются преимущественно в положительном направлении по оси ОХ В области I наблюдаются знакопеременные напряжения. В зоне у полосы сдвига от ее вершины до конца 1 сосредоточены положительные напряжения, которые уменьшаются в отрицательном направлении по оси ОХ и меняют знак, принимая отрица-

#### Вестник Брестского государственного технического университета. №4. 2015

тельные значения, локализуясь на удалении от конца 1 полосы. Также в области I локализуются отрицательные напряжения, в зоне от конца 2 в положительном направлении по оси ОУ и отрицательном по оси ОХ, уменьшаясь в том же направлении. Данные напряжения, взаимодействуя с полями вышеперечисленных напряжений, создают зону положительных напряжений, близких к нулю у конца 2 полосы сдвига. Также отрицательные напряжения у конца 2 при взаимодействии с положительными напряжениями в области II создают локальную удаленную зону положительных напряжений на удалении от конца 2 в положительном направлении по оси ОХ.

Для полосы сдвига формы, описываемой функцией (5), где  $A_1 = 1/200 \text{ мкм}^1, B_1 = 100 \text{ мкм};$  при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (9), где  $A_4 = 1/10 \rtimes 0^6 \text{ м}^3; B_4 = 1/5 \rtimes 0^6 \text{ м}^2; C_4 = 5 \rtimes 0^6 \text{ м}^1$ , напряжения <sub>хх</sub> локализованы в зоне у конца 1 у поверхности (рис. 4, а). Данные

напряжения отрицательны и уменьшаются по модулю при удалении от этой зоны. В области I напряжения локализованы у поверхности на удалении от конца 1 в отрицательном направлении по оси ОХ и уменьшаются при удалении от этой зоны. Также еще одним центром концентрации напряжений по оси ОХ является зона, расположенная у конца 2 в отрицательном направлении по оси ОУ от него. Данные напряжения положительны и постепенно уменьшаются при удалении от этой зоны в отрицательных направлениях по осям ОУ и ОХ. В области II у конца 2 сосредоточены отрицательные напряжения, которые уменьшаются в положительном направлении по оси ОҮ. Также на некотором расстоянии от конца 2 у полосы сдвига сосредоточены отрицательные напряжения, которые уменьшаются в положительном направлении по оси ОҮ. В свою очередь на некотором расстоянии от конца 2 у полосы сдвига сосредоточены отрицательные напряжения, уменьшающиеся по модулю в положительном направлении по оси OX и в отрицательном направлении по оси ОУ.

Наибольшие напряжения <sub>xv</sub> (рис. 4, б) в области I наблюдаются в зоне у полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OY от конца 2, и уменьшаются также в отрицательном направлении по оси ОУ к поверхности материала (рис. 4, б). На некотором расстоянии от поверхности в материале данные поля напряжения пересекают и огибают линию полосы сдвига, примыкая к зоне от конца 1 полосы сдвига до ее вершины в области II. Также напряжения локализуются в области І в отрицательном направлении по оси ОХ от конца 2 и уменьшаются в отрицательном направлении по оси ОХ. Данные поля напряжений на некотором удалении от полосы сдвига объединяются с полями напряжений, указанными выше. Данные напряжения отрицательны. В области II напряжения сконцентрированы у полосы сдвига в положительном направлении от конца 2 и до середины отрезка от конца 2 полосы сдвига до ее вершины, и уменьшаются в положительном направлении по оси ОУ от конца 2 при удалении от середины отрезка от вершины полосы сдвига до ее конца 2. При этом скорость падения значений напряжений, возникающих у конца 2, значительно ниже скорости уменьшения напряжений, возникающих у середины отрезка от конца 2 до вершины полосы сдвига. Также следует отметить, что данные полосы сдвига пересекаются и объединяются, не имея границ перехода. Также в области II формируется удаленная от полосы сдвига зона напряженности, расположенная в положительном направлении по оси ОХ отрезка от вершины полосы сдвига до ее конца 2 и имеющая отрицательные значения (рис. 4, б). Также на некотором расстоянии от поверхности и на удалении в положительном направлении по оси OX от полосы сдвига расположена ещё одна зона локализации положительных напряжений.

Наибольшие по модулю и отрицательные напряжения уу скон-

центрированы в области II у конца 2 в отрицательном направлении по осям ОХ и ОУ от него (рис. 4, в). Также они уменьшаются в направлении вектора вышеуказанного направления. Другая зона локализации напряжений расположена на некотором расстоянии от конца 1 в положительном направлении по оси ОХ и на удалении от поверхности в материале. Данные напряжения постепенно убывают при удалении от этой зоны вдоль поверхности материала. Перечисленные напряжения положи-

тельны. В области I напряжения локализованы на небольшом удалении от поверхности материала и на расстоянии от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси OX и уменьшаются при удалении от этой зоны. Также в области I напряжения локализованы вдоль полосы сдвига и убывают при удалении от нее в отрицательном направлении по оси ОХ. Данные напряжения положительны, но на некотором расстоянии от полосы сдвига данные напряжения становятся отрицательными и локализуются на удалении от полосы сдвига в направлении к поверхности материала. Также в области I напряжения локализованы в двух зонах, расположенных в отрицательном направлении от конца 2 по оси ОХ и в отрицательном и положительном направлениях по оси ОУ соответственно. Напряжения, которые расположены в отрицательном направлении по оси ОУ, положительны, а те, что расположены в положительном направлении — отрицательны. В области II также удаленно локализованы положительные напряжения, которые уменьшаются при удалении от этой зоны, преимущественно в положительных направлениях по осям ОХ и ОУ, меняясь на отрицательные на некотором удалении от этой зоны (рис. 4. в).

У полосы сдвига формы, описываемой функцией (5), где  $A_1$ =1/200 мкм<sup>-1</sup>,  $B_1$ =100 мкм; распределение плотности квазидислокаций по гармоническому закону, описываемому функцией (10), где  $A_5$ =0,3×1 0<sup>6</sup> м<sup>-1</sup>, поля напряжений <sub>xx</sub> плотно прилегают к полосе сдвига. Ширина полосы, составленной максимальными амплитудами, незначительно увеличивается к концу 2 полосы сдвига (рис. 5, а). Напряжения вдоль полосы сдвига отрицательны. Также в областях I и II точечно локализованы напряжения в отрицательном и положительном направлениях по оси ОХ на уровне вершины полосы сдвига до поверхности материала по оси ОҮ.

Подобная картина наблюдается и для напряжений <sub>xy</sub>, за исключением того, что у конца 2 в отрицательных направлениях по осям ОХ и ОҮ от него появляются поля положительных напряжений (рис. 5, б). Также здесь присутствуют точечные напряжения в положительном направлении по оси ОХ от полосы сдвига и по оси ОУ на уровне полосы сдвига и в положительном направлении от нее.

<sub>уу</sub> локализованы у полосы сдвига в виде плотно Напряжения расположенных гармоник примерно равной амплитуды, пики которых образуют полосу, немного расширяющуюся к концу 2 (рис. 5, в). У конца 2 поля напряжений расположены лучами, исходящими из него. Данные напряжения чередуются по знаку и значению. Наибольшие по модулю – отрицательные, положительные же близки к нулю. На некотором расстоянии от конца 1 у полосы сдвига наблюдаются и в области I, и в области II симметрично расположенные относительно полосы сдвига поля напряжений. При этом, в области II поле положительных напряжений, в области I - отрицательных. Также в области I и в области II образуются точечные локализации напряжений. В области I они локализв отрицательном направлении по оси OX от полосы сдвига на некотором удалении от поверхности материала. Данные напряжения отрицательны. В области II в положительном направлении по оси ОУ на некотором удалении от конца 2 точечно локализованы отрицательные напряжения. В области II в положительном направлении по осям ОХ и ОУ расположены четыре точки локализации положительных напряжений.

В случае, когда форма полосы сдвига описывается функцией (6), где  $A_{2}$ —1/200 мкм<sup>-1</sup>;  $B_{2}$ =100 мкм;  $C_{2}$ =5 мкм;  $D_{2}$ =1/2; при распределении плотности квазидислокаций по закону, описываемому функцией (7), где () = 10<sup>6</sup> м<sup>-1</sup>, в области I наблюдаются положительные напряжения <sub>xx</sub> с максимумом у конца 2 полосы сдвига и, в отрицательных направлениях от него по осям ОХ и ОУ, уменьшаются при удалении от полосы сдвига к поверхности материала, а также вокруг конца 2 по часовой стрелке (рис. 6, а). В области II напряжения отрицательны с максимальным по модулю значением у полосы сдвига у отрезка между вершиной полосы и ее концом 1 и уменьшаются в положительном направлении от конца 2 по оси ОХ напряжения преимущественно постоянны по модулю и отрицательны.

Вестник Брестского государственного технического университета. №4. 2015



*Рис.* 4. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при гармоническом законе распределения плотности квазидислокаций, описываемом функцией (9): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)



*Рис.* 5. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (5), при законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (10): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)

В области I напряжения <sub>*ху*</sub> в этом случае локализуются у поло-

сы сдвига у зоны от вершины до конца 1 и уменьшаются при удалении от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ и в направлении к поверхности. В области II напряжения знакопеременны (рис. 6, б). Максимумы положительных напряжений наблюдаются у полосы сдвига у отрезка от конца 2 полосы до ее вершины и уменьшаются в положительном направлении от полосы сдвига и на некотором расстоянии от поверхности. Между этими зонами положительных напряжений имеется зона напряжений отрицательных, которая берет свое начало у полосы сдвига и уменьшается в положительных направлениях по осям ОХ и ОҮ.



*Рис.* 6. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (6), при линейном законе распределения плотностей квазидислокаций, задаваемом функцией (7): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)



*Рис.* 7. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (6), при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)

Напряжения <sub>уу</sub> в области I отрицательны и имеют максимум на некотором удалении от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ у поверхности материала (рис. 6, в). Также максимумы напряжений наблюдаются у полосы сдвига у зоны при ее вершине. Они

отрицательны, и поля напряжений, созданные данными двумя эпицентрами напряжений, объединяются и уменьшаются в направлении отрицательном по оси ОХ и положительном по оси ОУ. В области II в положительном по оси ОХ направлении от конца 2 расположен максимум отрицательных напряжений, которые убывают при удалении от этой зоны и меняют свои значения на положительные вокруг вершины полосы сдвига. Напряжения у вершины 1 положительны и убывают при удалении от этой зоны, достигая некоего постоянного значения в положительном направлении от полосы сдвига по оси ОХ в значительном объеме материала.

В случае, когда форма полосы сдвига описывается функцией (6), где  $A_2$ = -1/100 мкм<sup>-1</sup>;  $B_2$ =100 мкм;  $C_2$ =5 мкм;  $D_2$ =1/2, при линейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (8), где  $A_3$ =0,9×1 0<sup>6</sup> м<sup>-2</sup>;  $B_3$ =6×1 0<sup>6</sup> м<sup>-1</sup>, напряжения <sub>xx</sub> в области I локализованы на некотором расстоянии от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ у поверхности материала и положительны, а также у конца 1 также у поверхности (рис. 7, а). Еще максимум положительных напряжений наблюдается у конца 2 в отрицательных направлении к поверхности и вокруг конца 2. В области II напряжения локализованы у полосы сдвига у отрезка от вершины полосы до ее конца 2 и уменьшаются в положительных направлении к оси ОХ.

Напряжения <sub>ху</sub> в области II локализованы у полосы сдвига в

зоне у вершины и уменьшаются при удалении от этой зоны (рис. 7, б). Также наблюдается максимум напряжений у конца 2 в отрицательном направлении по оси OX от него. При дальнейшем удалении от этих зон, поля напряжений объединяются в одну зону и уменьшаются в отрицательном направлении по оси ОХ от полосы сдвига и вокруг конца 2, где напряжения становятся положительными. В области II напряжения положительны и максимальны у конца 2 и у отрезка от конца 2 до вершины полосы сдвига и убывают преимущественно в положительном направлении по оси ОХ. Также наблюдается удаленная от полосы сдвига зона концентрации положительных напряжений в положительном направлении по оси ОХ на некотором расстоянии от поверхности материала. Между этими зонами положительных напряжений расположена зона значительных размеров с отрицательными напряжениями. Также зоной локализации отрицательных напряжений является зона у конца 1 полосы сдвига на некотором расстоянии от поверхности материала.

Напряжения "у в области I отрицательны и локализуются на

некотором удалении в отрицательном направлении по оси ОХ от конца 1 у поверхности материала и убывают при удалении от этой зоны (рис. 7, в). Также напряжения локализуются у полосы сдвига в зоне у её вершины. Еще одним центром локализации напряжений является зона у конца 2 в положительном направлении по оси ОУ от него и отрицательном направлении по оси ОХ. Напряжения уменьшаются также в данном направлении и обходят вокруг отрезка от конца 2 полосы сдвига до вершины в области II со сменой напряжений на положительные. Также на удалении от полосы сдвига в положительном направлении по оси ОХ наблюдается локальная область концентрации положительных напряжений. Также напряжения положительные в области II локализованы у полосы сдвига у конца 1 у поверхности материала и убывают при удалении от этой зоны.

Для следующего варианта формы полосы сдвига, которая описывается функцией (7), где  $A_2 = -1/200$  мкм<sup>-1</sup>;  $B_2 = 100$  мкм;  $C_2 = 5$  мкм;  $D_2 = 1/2$ , при нелинейном распределении плотности квазидислокаций, описываемом функцией (9), где  $A_4 = 1/10 \times 10^6$  м<sup>-3</sup>;  $B_4 = 1/5 \times 10^6$  м<sup>-2</sup>;  $C_4 = 5 \times 10^6$  м<sup>-1</sup>, напряжения <sub>xx</sub> локализованы в области I у поверхности на некотором удалении от полосы сдвига в отрицательном направлении по оси ОХ к поверхности (рис. 8, а). Также напряжения локализуются у конца 2 полосы сдвига и убывают в отрицательном направлении по оси ОУ к поверхности материала и вокруг самого конца 2, где в положительном направлении от конца 2 при условном переходе в область 2 наблюдается удлинённая область отрицательных напряжения максимальны по модулю и отрицательны у полосы сдвига у отрезка от конца 2 полосы до ее вершины, и убывают в положительном направлении по оси ОХ.

пряжений огибают поле положительных напряжений, расположенное на некотором удалении от полосы сдвига в положительном направлении по осям ОХ и ОҮ. Также следует отметить концентрацию напряжений непосредственно у конца 1 у поверхности. Данные напряжения убывают при удалении от этой зоны.

Напряжения <sub>xv</sub> в области I отрицательны и максимальны по модулю в зоне у вершины полосы сдвига, а также у конца 2 полосы в отрицательном направлении от него по оси OX (рис. 8, б). Убывают данные напряжения при удалении от этих зон, при этом поля напряжений ближе к поверхности материала огибают полосу сдвига. Стоит отметить. что значения напряжений меняются на отрицательные вокруг конца 2. В области II напряжения максимальны у конца 2 в положительном направлении от него по оси ОУ, а также у самой полосы сдвига у отрезка от конца 2 до вершины, убывая, преимущественно, в положительном направлении по оси ОҮ. Также положительные напряжения сконцентрированы на некотором расстоянии от поверхности материала, на удалении от полосы сдвига в положительном направлении по оси ОХ. Между областями концентрации положительных напряжений, на некотором удалении от полосы сдвига, в положительном направлении по оси OX расположена область с отрицательными напряжениями.

Напряжения <sub>уу</sub> в области I знакопеременнны (рис. 8, в). У полосы сдвига у отрезка от конца 1 до ее вершины напряжения положительны и уменьшаются в отрицательном направлении по оси ОХ, при этом на некотором расстоянии от полосы сдвига напряжения становятся отрицательными и имеют максимальные значения по модулю на удалении от полосы сдвига у поверхности материала. Также положительные напряжения сконцентрированы у конца 2 в отрицательных направлениях по осям ОХ и ОУ от него и убывают при удалении этой зоны. В области II напряжения также знакопеременны. У конца 2 в положительном направлении по оси ОУ от него сконцентрированы отрицательные напряжения. У полосы сдвига, у отрезка от конца 2 до вершины полосы, сконцентрированы отрицательные напряжения, которые постоянны в положительном направлении по оси ОУ от этой зоны и уменьшаются в положительном направлении по оси ОХ. При этом на некотором расстоянии от полосы сдвига в положительном направлении по оси OX напряжения становятся положительными и достигают максимума в зоне, расположенной на расстоянии от полосы сдвига в положительных направлениях по осям ОХ и ОУ. Еще одним центром концентрации положительных напряжений является зона у конца 1 у поверхности. Напряжения уменьшаются при удалении от этой зоны вокруг вершины полосы сдвига.

Для полосы сдвига формы, описываемой функцией (6), где  $A_1$ =1/200 мкм<sup>-1</sup>,  $B_1$ =100 мкм; распределение плотности квазидислокаций по гармоническому закону, описываемому функцией (10), где  $A_5$ =0,3×1 0<sup>6</sup> M<sup>-1</sup>, напряжения <sub>xx</sub> знакопеременны и сконцентрированы у полосы сдвига (рис. 9, а). Причем ближе к средней линии полосы сдвига напряжения максимальны по модулю и отрицательны. У вершин амплитуд напряжения знакопеременны и значительно меньше по модулю напряжений у средней линии полосы сдвига.

Также, в области I имеются две точки локализации отрицательных напряжений. Одна расположена в положительном направлении по оси ОХ от вершины полосы сдвига, а другая — в положительном направлении от конца 2 полосы сдвига по оси ОҮ.

Напряжения <sub>xy</sub> знакопеременны и максимальны у полосы сдвига в пиках вершин (рис. 9, 6). Причем, наибольшие по модулю напряжения располагаются ближе к поверхности материала. Также на некотором расстоянии от поверхности материала в области I образуется зона положительных напряжений одинаковых значений в положительном направлении от конца 2 полосы сдвига по оси ОҮ. Данные напряжения по модулю незначительны. Также и в области I, и в области II образуются точечные концентрации напряжений, причем в области II положительные, в области I — отрицательные.

Напряжения уу сконцентрированы у полосы сдвига и знакопеременны (рис. 9, в). Вдоль средней линии полосы сдвига напряжения



*Рис.* 8. Распределение напряжений у полосы сдвига описываемой функцией (6), при гармоническом законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (9): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)



*Рис.* 9. Распределение напряжений у полосы сдвига, описываемой функцией (6), при законе распределения плотностей квазидислокаций, описываемом функцией (10): a) <sub>xx</sub>; б) <sub>yy</sub> (МПа)

максимальны по модулю и отрицательны. На периферии полосы сдвига напряжения знакопеременны и незначительны. Также в области II локализуются точечные напряжения, причем в положительном направлении по оси OX от конца 2 полосы сдвига – напряжения отрицательны, а на удалении в положительных направлениях по осям OX и ОУ от конца 2 – положительны. В области I напряжения точечно локализованы и отрицательны.

Заключение. Методика расчета полей напряжений у криволинейной полосы сдвига, находящейся у поверхности аморфного материала, предложенная в данной статье, позволяет составить достаточно полную картину полей напряжений в аморфном материале, вызванных полосой сдвига формой чешуйчатого навала. Полученные распределения полей напряжений позволяют определить наиболее опасные места в аморфном материале для зарождения разрушения.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Верещагин, М.Н. Особенности пластической деформации при индентировании пирамидой Виккерса поверхности аморфного сплава Fe-Cr-Mo-V-B-Si / М.Н. Верещагин, В.Г. Шепелевич, О.М. Остриков, С.Н. Цыбранкова // Физика металлов и металловедение. – 2002. – Т. 93.–№ 5. – С. 101–104.
- Верещагин, М.Н. Аналогии и различия в развитии сдвиговой пластической деформации при локальном деформировании аморфных и монокристаллических материалов / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2003 – № 3. – С. 35–37.
- Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн М.: Наука, 1974. – 832 с.

- Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел: монография. – Гомель: Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
- Верещагин, М.Н. Моделирование напряженного состояния у полосы сдвига в аморфном материале / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков, Д.Б. Зюков // Доклады НАН Беларуси. – 2003. – Т. 47. –№ 3. – С. 113–115.
- Верещагин, М.Н. Дислокационная модель полисинтетических полос сдвига в аморфных материалах / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2003. – Т. 44. –№ 3. – С. 164–168.
- Верещагин, М.Н. Дислокационная модель полос сдвига в аморфных материалах / М.Н. Верещагин, О.М. Остриков, С.Н. Цыбранкова // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2004 – № 4. – С. 98–105.
- Остриков, О.М. Дислокационная гармоническая модель полосы сдвига в аморфном материале // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2007. –№ 4. – С. 41–48.
- 9. Глезер, А.М. Структура и механические свойства аморфных сплавов / А.М. Глезер, Б.В. Молотилов М.: Металлургия, 1992 208 с.

#### Материал поступил в редакцию 10.12.15

# RYUMISEV A.A., OSTRIKOV O.M. Method of calculation of fields of tension at a curvilinear strip of shift like the scaly naval which is at a surface of metal glass

The method of calculation of fields of tension at the curvilinear strip of shift which is at a surface of amorphous material is offered. This technique allowed to describe nature of distribution of napryazhennost in amorphous material at shift strips a form of scaly naval at various regularities of distribution of quasidislocations. Probable places of concentration of the greatest tension in which cracks – irreversible defects can arise are defined.