

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Теоретические основы электротехники»

М. П. Тиличенко

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И АППАРАТЫ

ПРАКТИКУМ

по одноименному курсу

**для студентов машиностроительного
и механико-технологического факультетов
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2010

УДК 621.3+621.313(075.8)
ББК 31.2+31.261я73
Т40

*Рекомендовано научно-методическим советом
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 10 от 28.06.2010 г.)
и научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 15.06.2010 г.)*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Промышленная электроника» ГГТУ им. П. О. Сухого
Н. И. Вяхирев

Тиличенко, М. П.

Т40 Электротехника, электрические машины и аппараты : практикум по одному курсу для студентов машиностр. и механико-технолог. фак. днев. и заоч. форм обучения / М. П. Тиличенко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2010. – 61 с. – Систем. требования: РС не ниже Intel Celeron 300 МГц; 32 Mb RAM; свободное место на HDD 16 Mb; Windows 98 и выше; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Содержит домашние задания, контрольные вопросы, решение типовых задач, варианты задач для самостоятельного решения по следующим разделам курса: линейные электрические цепи постоянного тока; линейные электрические цепи однофазного и трехфазного синусоидального токов.

Для студентов машиностроительного и механико-технологического факультетов дневной и заочной форм обучения.

УДК 621.3+621.313(075.8)
ББК 31.2+31.261я73

© Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2010

Введение

Настоящее практическое пособие предназначено для студентов дневной и заочной форм обучения машиностроительного и механико-технологического факультетов, изучающих курс “Электротехника, электрические машины и аппараты”.

Пособие также предназначено для преподавателей, ведущих практические занятия по указанной дисциплине на дневной форме обучения, а также при проведении консультаций для студентов заочной формы обучения.

Домашнее задание к каждому занятию предусматривает подготовку студентов путем проработки соответствующего раздела учебного пособия [1], с последующей проверкой уровня подготовки путем ответа на контрольные вопросы и решения простых задач, помещенных в разделе “Вопросы для самоконтроля” этого учебного пособия.

Контроль подготовки студентов к занятиям также проводится преподавателем в начале каждого занятия путем устного опроса по контрольным вопросам, имеющимся в данном практическом пособии.

Раздел “Решение типовых задач” целесообразно использовать преподавателю на каждом занятии для иллюстрации решений на доске.

Закрепление пройденного на занятии материала осуществляется студентами путем решения задач из раздела “Варианты задач для самостоятельного решения” при подготовке к очередному занятию.

Вариант задачи определяется по двум последним цифрам номера зачетной книжки. При этом первая цифра определяет номер схемы электрической цепи, а вторая – номер строки в соответствующей таблице.

Решение задачи оформляется каждым студентом на сдвоенном листе из школьной тетради в клетку с указанием инициалов студента, шифра группы и номера варианта задачи, и сдается в начале следующего занятия на проверку.

Во второй половине третьего и шестого занятий в аудитории проводятся контрольные работы, которые оформляются аналогично и сдаются на проверку преподавателю.

Усвоение законов электротехники служит теоретической базой для изучения других дисциплин, что является основой полноценной профессиональной подготовки инженеров-машиностроителей.

Тема 1. Линейные электрические цепи постоянного тока

Занятие 1. Эквивалентные преобразования в электрических цепях. Анализ линейных электрических цепей постоянного тока с одним источником ЭДС.

1.1. Домашнее задание

1.1.1. Проработать теоретический материал к занятию №1 ([1], стр. 10-29).

1.1.2. Ответить на контрольные вопросы №№1-11 ([1], стр. 41,42).

1.1.3. Решить задачи №№12,13,14 ([1], стр. 42,43).

1.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

1.2.1. Что называется электрической цепью? Из каких трех групп элементов она состоит?

1.2.2. Дайте определение схемы замещения электрической цепи. Для чего она применяется?

1.2.3. Как обозначается на схеме замещения реальный источник ЭДС и резистор. Какими параметрами учитывается их влияние (воздействие) на режим работы электрической цепи?

1.2.4. По каким критериям классифицируют электрические цепи постоянного тока?

1.2.5. Что понимается под постоянным электрическим током, в каких единицах он измеряется и какой величиной обозначается?

1.2.6. Назовите основные топологические понятия, используемые в теории электрических цепей.

1.2.7. Дайте определение электродвижущей силы источника ЭДС, электрического напряжения и электрического потенциала. Какими величинами они обозначаются и в каких единицах измеряются?

1.2.8. Дайте определение электрического сопротивления и электрической проводимости. Какими величинами они обозначаются и в каких единицах измеряются?

1.2.9. Как определяется работа и мощность, совершаемая и развиваемая источником ЭДС за время t по разделению зарядов в источнике? Приведите формулы для $W_{ист}$ и $P_{ист}$. В каких единицах измеряются эти величины?

1.2.10. Как определяется энергия $W_{пр}$ и мощность $P_{пр}$, расходуемая (преобразуемая в тепло) в приемнике электрической энергии (в рези-

стороне) при протекании постоянного тока I , при напряжении U ? Приведите формулы для этих величин.

1.2.11. Сформулируйте закон сохранения энергии применительно к электрической цепи постоянного тока, записав его в форме уравнения баланса мощностей.

1.2.12. Какие виды (составляющие) потерь имеют место в цепи постоянного тока? Дайте определение коэффициента полезного действия применительно к простейшей электрической цепи, содержащей реальный источник ЭДС, реальную линию передачи и приемник (резистор).

1.2.13. В каких режимах может работать электрическая цепь (в зависимости от соотношения между R_n и R_0)? Охарактеризуйте каждый из них.

1.2.14. Сформулируйте закон Ома для участка цепи, для полной цепи, в обобщенной форме. Запишите выражения этого закона, воспользовавшись соответствующими схемами электрических цепей.

1.2.15. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа. Приведите их аналитические выражения, проиллюстрировав их соответствующими схемами.

1.2.16. Дайте определение последовательного соединения приемников (резисторов). Как определить напряжение на входе такой цепи по известным напряжениям на отдельных элементах? Как определить общее (эквивалентное) сопротивление всей цепи?

1.2.17. Дайте определение параллельного соединения приемников (резисторов) в электрической цепи. Как определить общий ток (ток в неразветвленной части цепи), зная токи, протекающие во всех параллельных ветвях? Как определить общую (эквивалентную) проводимость всей цепи?

1.2.18. Как анализируется цепь с параллельным соединением двух резисторов R_1 и R_2 ? Приведите формулы “разброса” токов.

1.2.19. Как анализируется цепь со смешанным (последовательно-параллельным) соединением резисторов?

1.2.20. Как рассчитать сопротивления резисторов при переходе от соединения “звезда” к эквивалентному соединению “треугольник”. Приведите формулы.

1.2.21. Как рассчитать сопротивления резисторов при переходе от соединения “треугольник” к эквивалентному соединению “звезда”? Приведите формулы.

1.2.22. Как производится расчет линейной электрической цепи с одним источником ЭДС методом эквивалентных преобразований?

1.3. Решение типовых задач

1.3.1. Рассчитать токи в ветвях электрической цепи рис. 1.1, если $R_1 = R_2 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$; $R_4 = 12 \text{ Ом}$; $R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}$; $R_7 = 2 \text{ Ом}$; $R_8 = 15 \text{ Ом}$; $R_9 = 10 \text{ Ом}$; $R_{10} = 20 \text{ Ом}$, а напряжение на входе цепи $U = 230 \text{ В}$. Составить баланс мощностей.

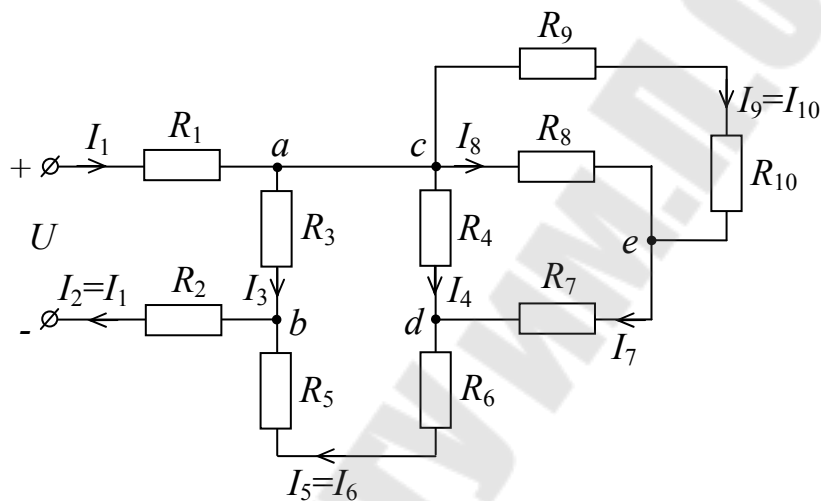


Рис. 1.1

Решение

Производим разметку цепи рис. 1.1 (узлы – буквами a, b, c, d, e ; токи – стрелками и величинами I_1, I_2, \dots, I_{10}).

Определяем общее (входное) сопротивление всей цепи, заменяя отдельные ее участки эквивалентными сопротивлениями. Расчет начинаем с наиболее удаленных от входа цепи участков.

На участке ce R_8 соединен параллельно с $R_9 + R_{10}$ и, следовательно,

$$R_{11} = \frac{R_8(R_9 + R_{10})}{R_8 + R_9 + R_{10}} = \frac{15(10 + 20)}{15 + 10 + 20} = 10 \text{ Ом.}$$

По отношению к узлам c и d резистор R_4 соединен параллельно с ветвью $R_7 + R_{11}$ и, следовательно, их эквивалентное сопротивление

$$R_{12} = \frac{R_4(R_7 + R_{11})}{R_4 + R_7 + R_{11}} = \frac{12(2 + 10)}{12 + 2 + 10} = 6 \text{ Ом.}$$

После замены участка cd резистором с эквивалентным сопротивлением R_{12} исходная схема примет вид рис. 1.2.

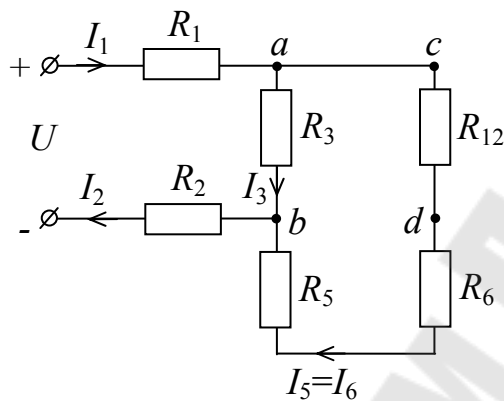


Рис. 1.2

По отношению к узлам ab резистор R_3 включен параллельно $R_5 + R_6 + R_{12}$ и, следовательно,

$$R_{13} = \frac{R_3(R_5 + R_6 + R_{12})}{R_3 + R_5 + R_6 + R_{12}} = \frac{8(1 + 1 + 6)}{8 + 1 + 1 + 6} = 4 \text{ Ом.}$$

После введения эквивалентного сопротивления R_{13} цепь рис. 1.2 примет вид рис. 1.3.

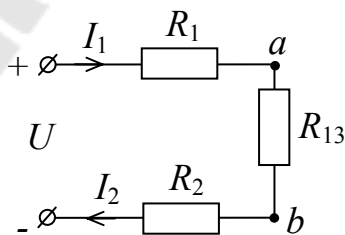


Рис. 1.3

Из этого рисунка следует, что токи

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_{13} + R_2} = \frac{230}{0,5 + 4 + 0,5} = 46 \text{ А.}$$

Определяем далее напряжение $U_{ab} = I_1 R_{13} = 46 \cdot 4 = 184$ В – по закону Ома.

Это же напряжение можно найти из второго закона Кирхгофа

$$U_{ab} = U - I_1(R_1 + R_2) = 230 - 46(0,5 + 0,5) = 230 - 46 = 184 \text{ В.}$$

Из рис. 1.2 следует, что $I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = \frac{184}{8} = 23$ А,

$$I_5 = I_6 = \frac{U_{ab}}{R_{12} + R_6 + R_5} = \frac{184}{6 + 1 + 1} = 23 \text{ А.}$$

Токи I_5 и I_6 можно найти также из выражения первого закона Кирхгофа для узла b рис. 1.2 $I_3 + I_5 - I_2 = 0$. Отсюда

$$I_5 = I_6 = I_2 - I_3 = 46 - 23 = 23 \text{ А.}$$

Напряжение между узлами cd рис. 1.2

$$U_{cd} = I_5 R_{12} = 23 \cdot 6 = 138 \text{ В.}$$

Далее из рис. 1.1 следует, что $I_4 = \frac{U_{cd}}{R_4} = \frac{138}{12} = 11,5$ А.

Из первого закона Кирхгофа для узла d

$$I_7 = I_5 - I_4 = 23 - 11,5 = 11,5 \text{ А.}$$

Напряжение между узлами ce

$$U_{ce} = I_7 R_{11} = 11,5 \cdot 10 = 115 \text{ В.}$$

Ток $I_8 = \frac{U_{ce}}{R_8} = \frac{115}{15} = 7,666$ А;

$$I_9 = I_{10} = \frac{U_{ce}}{R_9 + R_{10}} = \frac{115}{10 + 20} = 3,833 \text{ А}$$

Правильность расчета токов проверяем составлением баланса мощностей

$$P_{уст} = U I_1 = 230 \cdot 46 = 10580 \text{ Вт};$$

$$P_{np} = I_1^2 (R_1 + R_2) + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 (R_5 + R_6) + I_7^2 R_7 + I_8^2 R_8 + \\ + I_9^2 (R_9 + R_{10}) = 46^2 (0,5 + 0,5) + 23^2 \cdot 8 + 11,5^2 \cdot 12 + 23^2 (1 + 1) + \\ + 11,5^2 \cdot 2 + 7,666^2 \cdot 15 + 8,833^2 (10 + 20) = 2116 + 4232 + 1587 + \\ + 1058 + 264,5 + 881,513 + 440,757 = 10579,769 \text{ Вт}.$$

$$\delta P = \frac{P_{уст} - P_{np}}{P_{уст}} \cdot 100\% = \frac{10580 - 10579,769}{10580} \cdot 100\% = 0,002\%.$$

Поскольку $\delta P \ll 3\%$, то расчет токов выполнен верно.

1.3.2. В электрической цепи рис. 1.4 заданы напряжение источника $U = 20 \text{ В}$ и сопротивления резисторов $R_1 = 4 \text{ Ом}$; $R_2 = 1 \text{ Ом}$; $R_3 = 1 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = 4 \text{ Ом}$; $R_6 = 5 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях. Правильность расчета токов проверить составлением баланса мощностей.

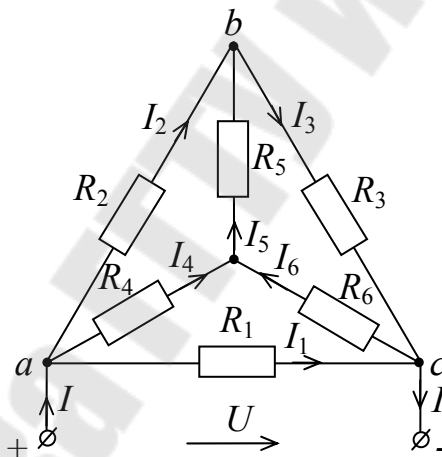


Рис. 1.4

Решение

Расчет токов следует выполнить, преобразовав предварительно звезду резисторов R_4 , R_5 , R_6 в эквивалентный треугольник.

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 R_5}{R_6} = 2 + 4 + \frac{2 \cdot 4}{5} = 7,6 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_4} = 4 + 5 + \frac{4 \cdot 5}{2} = 19 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 R_6}{R_5} = 2 + 5 + \frac{2 \cdot 5}{4} = 9,5 \text{ Ом.}$$

После замены R_4 , R_5 , R_6 на R_{45} , R_{56} , R_{46} , приходим к схеме рис. 1.5.

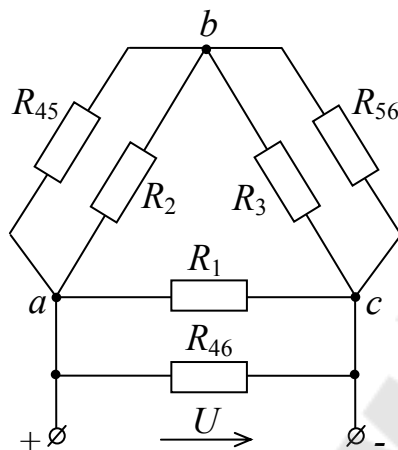


Рис. 1.5

Эквивалентным преобразованием параллельных участков упростим схему.

$$R_{ab} = \frac{R_2 R_{45}}{R_2 + R_{45}} = \frac{1 \cdot 7,6}{1 + 7,6} = 0,88 \text{ Ом;}$$

$$R_{bc} = \frac{R_3 R_{56}}{R_3 + R_{56}} = \frac{1 \cdot 19}{1 + 19} = 0,95 \text{ Ом;}$$

$$R_{ac} = \frac{R_1 R_{46}}{R_1 + R_{46}} = \frac{4 \cdot 9,5}{4 + 9,5} = 2,6 \text{ Ом.}$$

В результате замены параллельных участков эквивалентными величинами R_{ab} , R_{bc} , R_{ac} , приходим к схеме рис. 1.6.

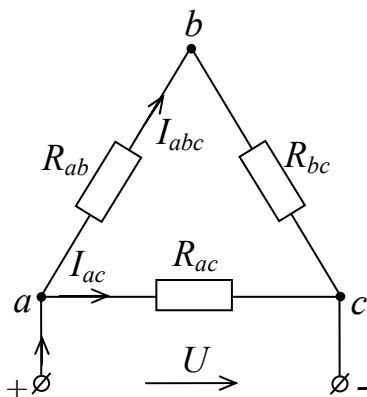


Рис. 1.6

Из рис. 1.6 следует, что общее (входное) сопротивление всей цепи

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_{ac}(R_{ab} + R_{bc})}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}} = \frac{2,6(0,88 + 0,95)}{2,6 + 0,88 + 0,95} = 1,108 \text{ Ом.}$$

Из рис. 1.4 следует, что ток I в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{R_{\text{вх}}} = \frac{20}{1,108} = 18,05 \text{ А.}$$

Ток I_1 находим по закону Ома $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{20}{4} = 5 \text{ А.}$

Для определения I_2 и I_3 необходимо найти U_{ab} и U_{bc} , что, в свою очередь, можно определить, рассчитав ток I_{abc} рис. 1.6 по первому закону Кирхгофа для узла a

$$I - I_{abc} - I_{ac} = 0 \text{ или } I_{abc} = I - I_{ac}.$$

Поскольку $I_{ac} = I_1 + I_{46}$, где $I_{46} = \frac{U}{R_{46}} = \frac{20}{9,5} = 2,105 \text{ А}$, то

$$I_{abc} = I - I_1 - I_{46} = 18,05 - 5 - 2,105 = 10,95 \text{ А.}$$

По закону Ома из рис. 1.6 находим

$$U_{ab} = I_{abc} R_{ab} = 10,95 \cdot 0,88 = 9,6 \text{ В;}$$

$$U_{bc} = I_{abc} R_{bc} = 10,95 \cdot 0,95 = 10,4 \text{ В.}$$

Из рис. 1.4 находим $I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{9,6}{1} = 9,6 \text{ А;}$

$$I_3 = \frac{U_{bc}}{R_3} = \frac{10,4}{1} = 10,4 \text{ А.}$$

Токи I_4 , I_5 , I_6 находим по первому закону Кирхгофа для узлов a , b , c .

Узел a : $I - I_2 - I_1 - I_4 = 0$;

$$I_4 = I - I_1 - I_2 = 18,05 - 5 - 9,6 = 3,45 \text{ А;}$$

Узел b : $I_2 + I_5 - I_3 = 0$;

$$I_5 = I_3 - I_2 = 10,4 - 9,6 = 0,8 \text{ А;}$$

$$\text{Узел } c: I_3 + I_1 - I_6 - I = 0;$$

$$I_6 = I_1 + I_3 - I = 5 + 10,4 - 18,05 = -2,65 \text{ А.}$$

Составляем баланс мощностей

$$P_{\text{ист}} = UI = 20 \cdot 18,05 = 361 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \\ = 5^2 \cdot 4 + 9,6^2 \cdot 1 + 10,4^2 \cdot 1 + 3,45^2 \cdot 2 + 0,8^2 \cdot 4 + 2,65^2 \cdot 5 = 361,79 \text{ Вт.}$$

$$\delta P = \frac{361 - 361,79}{361} \cdot 100\% = -0,22\%.$$

1.4. Варианты задач для самостоятельного решения

Для электрической цепи, изображенной на рис. 1.7, определить токи в ветвях и составить баланс мощностей. Значения сопротивлений резисторов и напряжения на входных зажимах цепи приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

| Вариант | U, В | Сопротивления, Ом | | | | | |
|---------|------|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | R ₁ | R ₂ | R ₃ | R ₄ | R ₅ | R ₆ |
| 1 | 100 | 19 | 10 | 16 | 9 | 8 | 10 |
| 2 | 90 | 13 | 11 | 15 | 13 | 10 | 12 |
| 3 | 110 | 11 | 18 | 12 | 10 | 14 | 13 |
| 4 | 80 | 12 | 13 | 15 | 12 | 10 | 7 |
| 5 | 120 | 9 | 11 | 9 | 10 | 8 | 16 |
| 6 | 70 | 7 | 16 | 9 | 8 | 8 | 10 |
| 7 | 130 | 8 | 16 | 12 | 8 | 7 | 14 |
| 8 | 60 | 9 | 13 | 15 | 12 | 10 | 7 |
| 9 | 140 | 10 | 12 | 8 | 6 | 13 | 9 |
| 0 | 50 | 14 | 7 | 12 | 8 | 17 | 12 |

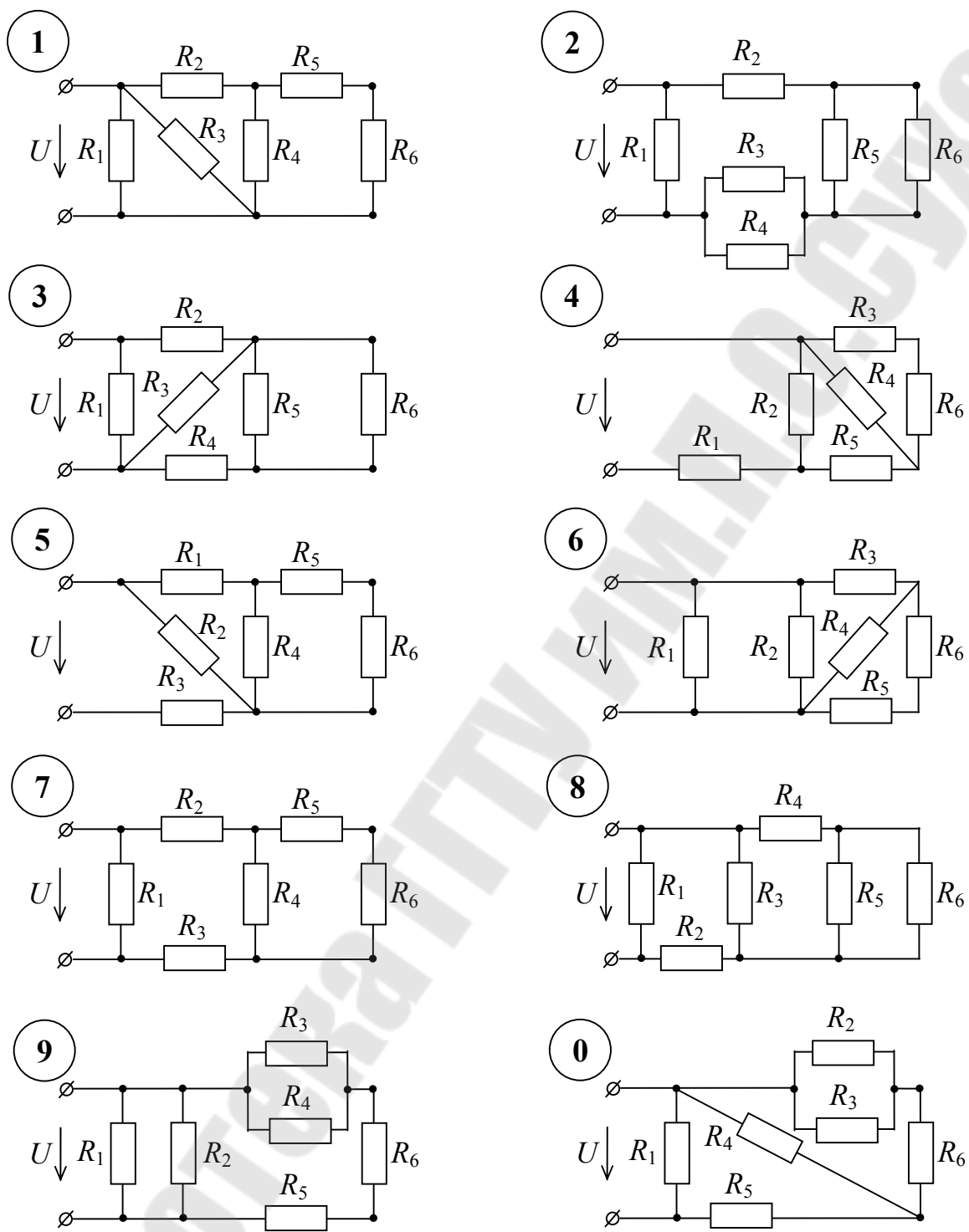


Рис. 1.7

Занятие 2. Анализ линейных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками ЭДС по законам Кирхгофа, методом контурных токов и методом эквивалентного генератора. Потенциальная диаграмма.

2.1. Домашнее задание

2.1.1. Решите свой вариант задачи 1.4.

2.1.2. Проработайте теоретический материал к занятию №2 ([1], стр. 29-31; стр. 34-37).

2.1.3. Решите задачи 15, 16 ([1], стр. 43)

2.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

2.2.1. Сколько всего уравнений необходимо составить по первому и второму законам Кирхгофа для расчета токов во всех ветвях сложной электрической цепи? Сколько - по первому закону и сколько – по второму?

2.2.2. Назовите все этапы расчета токов в ветвях сложной электрической цепи по законам Кирхгофа.

2.2.3. Как определяются знаки слагаемых IR при записи уравнений по второму закону Кирхгофа для контуров?

2.2.4. На применении какого закона Кирхгофа основан метод контурных токов?

2.2.5. Что понимается под контурным током и как он обозначается в каждом из независимых контуров?

2.2.6. Перечислите все этапы расчета токов в ветвях сложной электрической цепи методом контурных токов.

2.2.7. Как выражаются токи в ветвях цепи через контурные токи в независимых контурах?

2.2.8. Перечислите все этапы расчета тока в одной из ветвей сложной цепи постоянного тока по методу эквивалентного генератора.

2.2.9. Чем отличается выражение для искомого тока для пассивной и активной ветви, записанного через параметры ветви и параметры эквивалентного генератора?

2.2.10. В чем заключается опыт холостого хода, используемого для расчета ЭДС эквивалентного генератора E_2 . Как связано ЭДС E_2 с напряжением U_{xx} ветви?

2.2.11. В чем заключается опыт короткого замыкания ветви и как по U_{xx} и $I_{кз}$ определяется R_2 ?

2.2.12. Как расчетным путем определяется R_2 по схеме с разомкнутой ветвью, для которой рассчитывается ток при отсутствии в оставшейся части цепи источников ЭДС?

2.3. Решение типовых задач

2.3.1. Для цепи рис. 2.1, пользуясь законами Кирхгофа, найти токи ветвей, если $E_1 = 15\text{В}$, $E_2 = 70\text{В}$, $E_3 = 5\text{В}$, их внутренние сопротивления $R_{01} = R_{02} = 1\text{Ом}$, $R_{03} = 2\text{Ом}$, сопротивления резисторов $R_1 = 5\text{Ом}$, $R_2 = 4\text{Ом}$, $R_3 = 8\text{Ом}$, $R_4 = 2,5\text{Ом}$, $R_5 = 15\text{Ом}$.

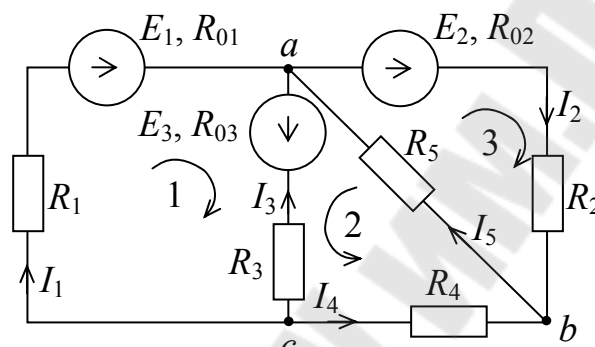


Рис. 2.1

Решение

В цепи рис. 2.1 пять ветвей $N_6 = 5$, число узлов $N_y = 3$ (a, b, c).

Число независимых уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, равно числу узлов минус единица, т.е. двум ($N_y - 1 = 3 - 1 = 2$). Число уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа, равно $N_6 - (N_y - 1) = 5 - (3 - 1) = 3$. Общее число независимых уравнений равно числу ветвей, т.е. числу неизвестных токов.

Обозначив токи в ветвях стрелками и величинами $I_1, I_2 \dots I_5$ и задавшись направлением обхода в каждом из независимых контуров дугами 1, 2, 3, составим систему уравнений

$$\text{Для узла } a: I_1 - I_2 + I_3 + I_5 = 0$$

$$\text{Для узла } c: -I_1 - I_3 - I_4 = 0$$

$$\text{Для контура 1: } I_1(R_1 + R_{01}) - I_3(R_3 + R_{03}) = E_1 + E_3$$

$$\text{Для контура 2: } -I_3(R_3 + R_{03}) + I_4 R_4 + I_5 R_5 = E_3$$

$$\text{Для контура 3: } I_2(R_2 + R_{02}) + I_5 R_5 = E_2$$

После подстановки заданных значений величин система уравнений будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 + I_5 &= 0 \\ I_1 + I_3 + I_4 &= 0 \\ 6I_1 - 10I_3 &= 20 \\ -10I_3 + 2,5I_4 + 15I_5 &= 5 \\ 5I_2 + 15I_5 &= 70 \end{aligned} \right\}$$

Решив систему уравнений, получим

$$I_1 = 5 \text{ А}, I_2 = 8 \text{ А}, I_3 = 1 \text{ А}, I_4 = -6 \text{ А}, I_5 = 2 \text{ А}.$$

Отрицательный знак для I_4 означает, что истинное направление этого тока противоположно принятому.

2.3.2. Методом контурных токов определить токи в ветвях цепи рис. 2.2, если $E_1 = 100 \text{ В}$; $E_2 = 30 \text{ В}$; $E_3 = 10 \text{ В}$; $E_4 = 6 \text{ В}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 6 \text{ Ом}$; $R_5 = 5 \text{ Ом}$; $R_{04} = 1 \text{ Ом}$; $R_6 = 15 \text{ Ом}$.

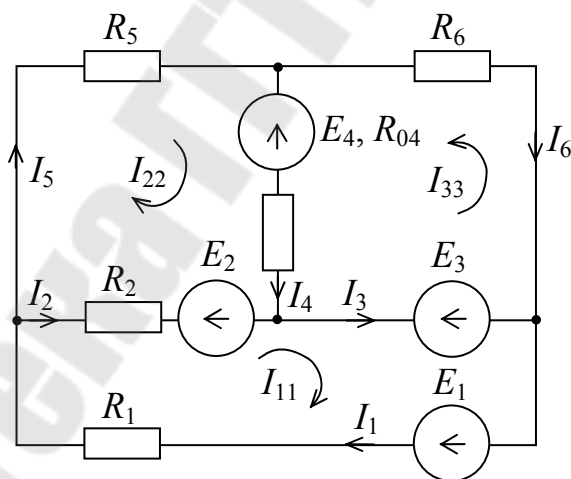


Рис. 2.2

Решение

Число уравнений, которые следует составить по второму закону Кирхгофа, равно числу независимых контуров

$$K = N_6 - (N_y - 1) = 6 - (4 - 1) = 3.$$

Задаемся произвольно дугами и величинами контурных токов I_{11} , I_{22} , I_{33} и направлением токов в ветвях $I_1, I_2 \dots I_6$.

Записываем систему уравнений

Для контура 1: $I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 + I_{33} \cdot 0 = E_1 - E_2 - E_3$.

Для контура 2: $-I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_{04} + R_5) + I_{33}(R_4 + R_{04}) = E_2 - E_4$.

Для контура 3: $I_{11} \cdot 0 + I_{22}(R_4 + R_{04}) + I_{33}(R_4 + R_{04} + R_6) = -E_3 - E_4$.

После подстановки заданных величин система будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} 20I_{11} - 10I_{22} + 0I_{33} &= 60 \\ -10I_{11} + 22I_{22} + 7I_{33} &= 24 \\ 0I_{11} + 7I_{22} + 22I_{33} &= -16 \end{aligned} \right\}$$

Найдем контурные токи I_{11} , I_{22} , I_{33} методом определителей

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \text{ где}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -10 & 0 \\ -10 & 22 & 7 \\ 0 & 7 & 22 \end{vmatrix} = 6500; \Delta_1 = \begin{vmatrix} 60 & -10 & 0 \\ 24 & 22 & 7 \\ -16 & 7 & 22 \end{vmatrix} = 32500;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 20 & 60 & 0 \\ -10 & 24 & 7 \\ 0 & -16 & 22 \end{vmatrix} = 26000; \Delta_3 = \begin{vmatrix} 20 & -10 & 60 \\ -10 & 22 & 24 \\ 0 & 7 & -16 \end{vmatrix} = -13000$$

Следовательно,

$$I_{11} = \frac{32500}{6500} = 5 \text{ А}; I_{22} = \frac{26000}{6500} = 4 \text{ А}; I_{33} = -\frac{13000}{6500} = -2 \text{ А}.$$

Сравнивая направление токов во внешних ветвях с направлением соответствующего контурного тока рис. 2.2, находим

$$I_1 = I_{11} = 5 \text{ А}; I_5 = I_{22} = 4 \text{ А}; I_6 = -I_{33} = 2 \text{ А}.$$

Токи в смежных ветвях (входящих одновременно в два смежных контура) определим алгебраическим суммированием контурных токов

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 5 - 4 = 1 \text{ А}; I_3 = I_{11} + I_{33} = 5 - 2 = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{22} = 5 - 4 = 1 \text{ А}.$$

2.3.3. Построить график изменения потенциала вдоль замкнутого контура цепи рис. 2.3, приняв $\varphi_a = 0$ (заземлив точку a). ЭДС $E_1 = 25\text{ В}$; $E_2 = 5\text{ В}$; $E_3 = 20\text{ В}$; $E_4 = 35\text{ В}$. Сопротивление резисторов $R_1 = 8\text{ Ом}$; $R_2 = 24\text{ Ом}$; $R_3 = 40\text{ Ом}$; $R_4 = 4\text{ Ом}$. Внутренние сопротивления источников $R_{01} = 2\text{ Ом}$; $R_{02} = 6\text{ Ом}$; $R_{03} = 2\text{ Ом}$; $R_{04} = 4\text{ Ом}$.

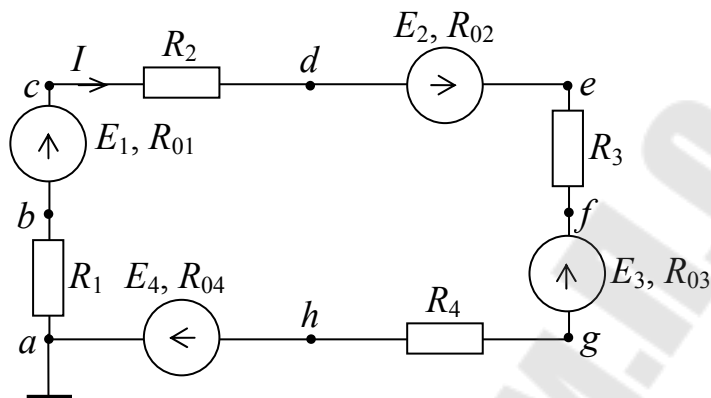


Рис. 2.3

Решение

Задаемся положительным направлением тока I и определяем его величину

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + E_4}{R_{01} + R_{02} + R_{03} + R_{04} + R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{45}{90} = 0,5\text{ А.}$$

Будем вычислять потенциал точек контура относительно точки a , обходя контур по часовой стрелке.

Потенциал φ_b меньше φ_a на величину падения напряжения $U_{R1} = I R_1$, т.е. $\varphi_b = \varphi_a - I R_1 = 0 - 0,5 \cdot 8 = -4\text{ В}$ (ток течет от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом).

Потенциал $\varphi_c > \varphi_b$ на величину E_1 , так как стрелка в изображении ЭДС указывает направление увеличения потенциала, но с учетом падения напряжения на R_{01}

$$\varphi_c = \varphi_b + E_1 - I R_{01} = -4 + 25 - 0,5 \cdot 2 = 20\text{ В.}$$

Рассуждая аналогично, рассчитаем потенциалы всех остальных точек контура

$$\varphi_d = \varphi_c - I R_2 = 20 - 0,5 \cdot 24 = 8\text{ В};$$

$$\varphi_e = \varphi_c + E_2 - I R_{02} = 8 + 5 - 0,5 \cdot 6 = 10\text{ В};$$

$$\begin{aligned}\varphi_f &= \varphi_e - I R_3 = 10 - 0,5 \cdot 40 = -10 \text{ В}; \\ \varphi_g &= \varphi_f - E_3 - I R_{03} = -10 - 20 - 0,5 \cdot 2 = -31 \text{ В}; \\ \varphi_h &= \varphi_g - I R_4 = -31 - 0,5 \cdot 4 = -33 \text{ В}; \\ \varphi'_a &= \varphi_h + E_4 - I R_{04} = -33 + 35 - 0,5 \cdot 4 = 0 \text{ В}\end{aligned}$$

Так как $\varphi'_a = \varphi_a = 0$, то из этого следует, что потенциалы определены верно.

Определяем суммарные сопротивления всех резисторов, включенных между точкой a и каждой последующей точкой по направлению обхода контура

$$\begin{aligned}R_a &= 0; R_b = R_1 = 8 \text{ Ом}; R_c = R_1 + R_{01} = 8 + 2 = 10 \text{ Ом}; \\ R_d &= R_1 + R_{01} + R_2 = 10 + 24 = 34 \text{ Ом}; R_e = R_d + R_{02} = 34 + 6 = 40 \text{ Ом}; \\ R_f &= R_e + R_3 = 40 + 40 = 80 \text{ Ом}; R_g = R_f + R_{03} = 80 + 2 = 82 \text{ Ом}; \\ R_h &= R_g + R_4 = 82 + 4 = 86 \text{ Ом}; R'_a = R_h + R_{04} = 86 + 4 = 90 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

По результатам расчетов строится потенциальная диаграмма рис. 2.4.

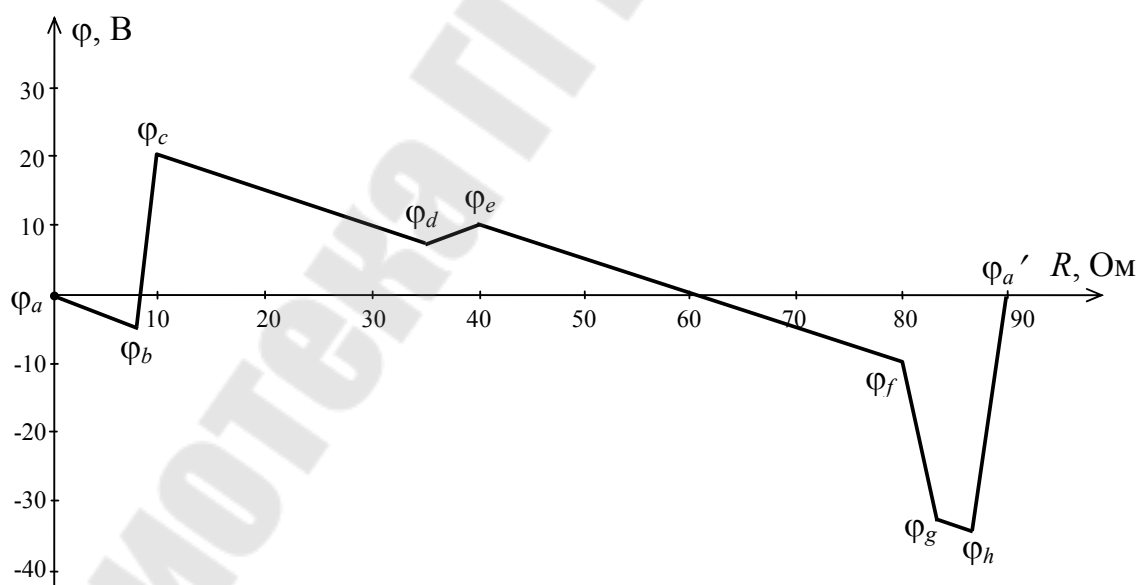


Рис. 2.4

2.3.4. Методом эквивалентного генератора найти ток в ветви R_5 цепи рис. 2.5, если $E_1 = E_2 = 20$ В; $R_1 = R_2 = 40$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 160$ Ом; $R_5 = 20$ Ом.

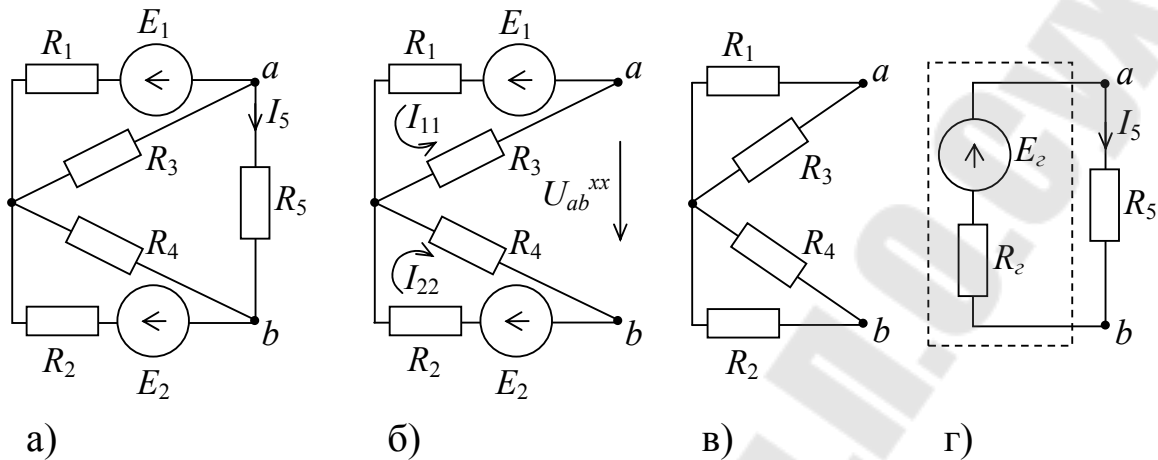


Рис. 2.5

Решение

Зададимся направлением тока I_5 в исходной цепи рис. 2.5а и, воспользовавшись рис. 2.5б, запишем выражение для искомого тока через параметры элементов ветви R_5 и через параметры E_2 и R_2 эквивалентного генератора.

По второму закону Кирхгофа

$$I_5 R_5 + I_5 R_2 = E_2, \text{ или } I_5 = \frac{E_2}{R_5 + R_2}.$$

Воспользовавшись схемой рис. 2.5б, где ветвь R_5 разомкнута (режим холостого хода ветви), определим $E_2 = U_{ab}^{xx} = \varphi_a^{xx} - \varphi_b^{xx}$

$$\varphi_a^{xx} = \varphi_b^{xx} + I_{22} R_4 - I_{11} R_3, \text{ где}$$

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1 + R_3} = \frac{20}{40 + 10} = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ А};$$

$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2 + R_4} = \frac{20}{40 + 160} = \frac{20}{200} = 0,1 \text{ А}.$$

Следовательно,

$$E_2 = \varphi_a^{xx} - \varphi_b^{xx} = U_{ab}^{xx} = I_{22} R_4 - I_{11} R_3 = 0,1 \cdot 160 - 0,4 \cdot 10 = 16 - 4 = 12 \text{ В}.$$

Воспользовавшись схемой рис. 2.5в, где, в сравнение с рис. 2.5б, отсутствуют все источники ЭДС, определим внутреннее сопротивление R_2 эквивалентного генератора

$$R_2 = R_{ab} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{40 \cdot 10}{40 + 10} + \frac{40 \cdot 160}{40 + 160} = 40 \text{ Ом.}$$

Определяем величину тока I_5 , протекающего через резистор R_5 в исходной цепи рис. 2.5а

$$I_5 = \frac{E_2}{R_2 + R_5} = \frac{12}{40 + 20} = \frac{12}{60} = 0,2 \text{ А.}$$

2.4. Варианты задач для самостоятельного решения

Для электрической цепи рис. 2.6:

- определите токи во всех ветвях методом контурных токов;
- постройте потенциальную диаграмму для контура, включающего оба источника;
- определите ток в ветви с резистором, указанным в таблице 2.1 методом эквивалентного генератора.

Таблица 2.1

| Величина | Вариант | | | | | | | | | | |
|---|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | |
| E_1 , В | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | |
| E_2 , В | 200 | 190 | 180 | 170 | 160 | 150 | 140 | 80 | 70 | 60 | |
| R_{01} , Ом | 2,5 | 2,4 | 2,8 | 2,6 | 1,2 | 2,7 | 2,6 | 2,8 | 2,4 | 2,7 | |
| R_{02} , Ом | 0,3 | 0,8 | 0,4 | 0,6 | 0,6 | 0,4 | 1,2 | 1 | 0,8 | 0,6 | |
| R_1 , Ом | 5 | 6 | 7 | 8 | 4 | 3 | 2 | 1 | 3 | 4 | |
| R_2 , Ом | 2 | 1 | 3 | 5 | 6 | 4 | 5 | 4 | 2 | 1 | |
| R_3 , Ом | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 30 | 25 | 20 | 15 | |
| R_4 , Ом | 18 | 16 | 21 | 14 | 19 | 26 | 27 | 17 | 23 | 18 | |
| R_5 , Ом | 20 | 24 | 30 | 26 | 28 | 22 | 15 | 16 | 21 | 17 | |
| R_6 , Ом | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 22 | 23 | |
| Резистор, в ветви с которым необходимо определить ток | R_4 | R_5 | R_3 | R_6 | R_5 | R_4 | R_3 | R_3 | R_4 | R_6 | |

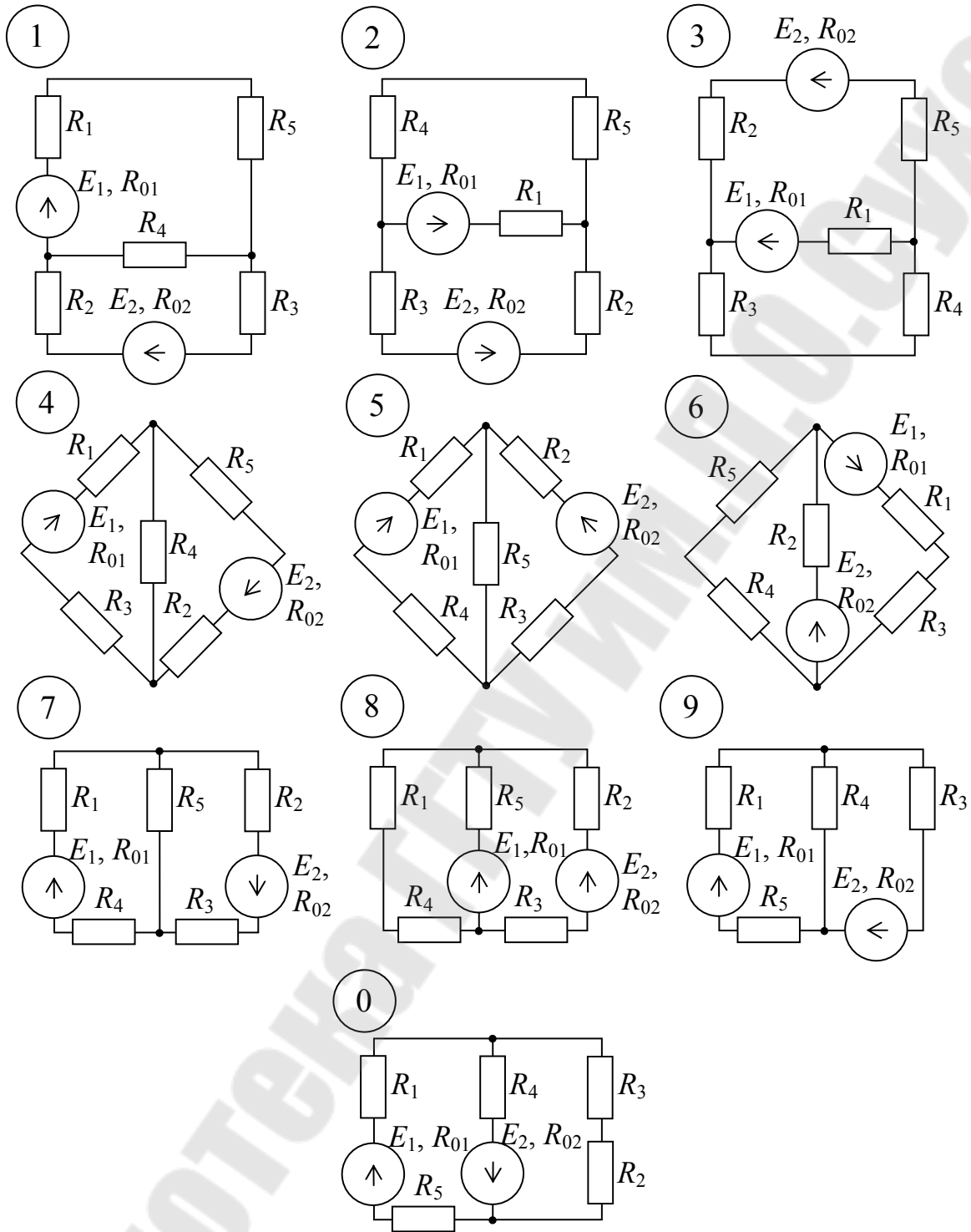


Рис. 2.6

Занятие 3. Анализ линейных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками ЭДС методом наложения токов и методом двух узлов. Контрольная работа по теме 1.

3.1. Домашнее задание

3.1.1. Проработать теоретический материал к занятию №3 [1], стр. 31-34.

3.1.2. Подготовиться к контрольной работе по теме 1, повторив весь материал темы 1 [1], стр. 10-37.

3.1.3. Решить свой вариант задачи 2.4.

3.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

3.2.1. На применении какого закона Кирхгофа основан метод узловых потенциалов?

3.2.2. Назовите этапы расчета токов в ветвях по методу узловых потенциалов применительно к электрической цепи с двумя узлами.

3.2.3. Как токи в ветвях выражаются через потенциалы узлов и параметры элементов ветви по обобщенному закону Ома?

3.2.4. Запишите выражение для междузвонного напряжения через ЭДС источников и проводимости ветвей.

3.2.5. Как определяются знаки слагаемых EG в выражении для междузвонного напряжения?

3.2.6. На каком принципе основан метод наложения токов, применяемый для расчета сложной линейной цепи постоянного тока?

3.2.7. Назовите этапы расчета токов в ветвях линейной электрической цепи по методу наложения токов.

3.2.8. Как определяют знаки частичных токов при их алгебраическом сложении для определения токов в ветвях исходной цепи?

3.3. Решение типовых задач

3.3.1. Для цепи рис. 3.1 дано $E_1 = 50\text{В}$; $E_2 = 25\text{В}$; $E_3 = 40\text{В}$; $R_1 = 50\text{Ом}$; $R_2 = 25\text{Ом}$; $R_3 = 40\text{Ом}$. Рассчитать токи в ветвях методом наложения токов.

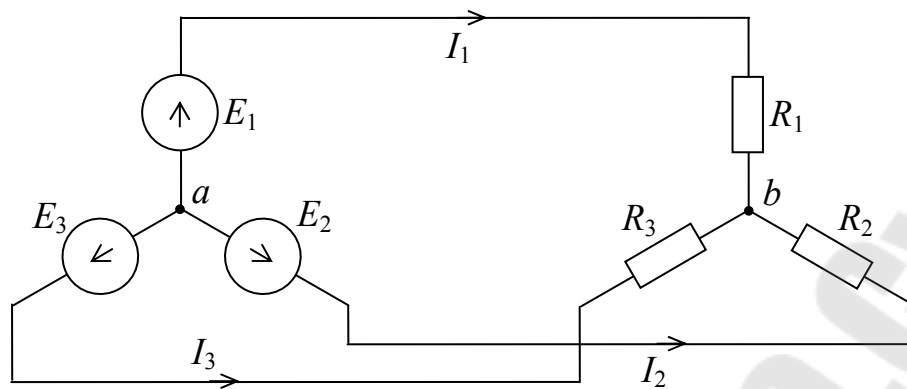


Рис. 3.1

Решение

Схему рис. 3.1 представим в виде рис. 3.2 и укажем направление токов I_1, I_2, I_3 .

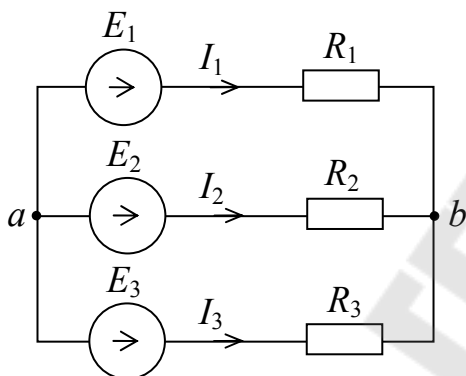


Рис. 3.2

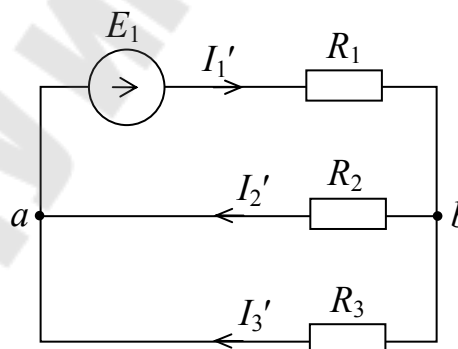


Рис. 3.3

Составляем первую вспомогательную цепь рис. 3.3. Оставляем только E_1 , а E_2 и E_3 убираем, заменив их перемычками. Частичные токи I'_1, I'_2, I'_3 определим методом эквивалентных преобразований

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{50}{50 + \frac{25 \cdot 40}{25 + 40}} = 0,765 \text{ A};$$

$$I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 0,765 \frac{40}{25 + 40} = 0,47 \text{ A};$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0,765 \frac{25}{25 + 40} = 0,294 \text{ A}.$$

Составляем вторую вспомогательную цепь рис. 3.4, оставив в ней только E_2 , и рассчитываем частичные токи I_1'' , I_2'' , I_3''

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{25}{25 + \frac{50 \cdot 40}{50 + 40}} = 0,529 \text{ A};$$

$$I_1'' = I_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0,529 \frac{40}{50 + 40} = 0,235 \text{ A};$$

$$I_3'' = I_2'' \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 0,529 \frac{50}{50 + 40} = 0,294 \text{ A}.$$

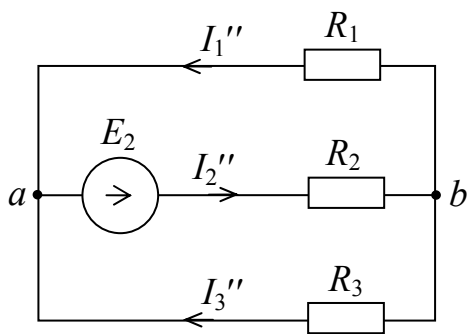


Рис. 3.4

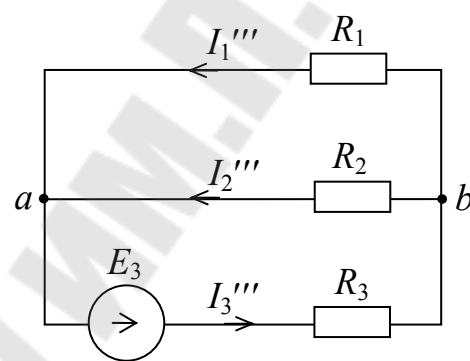


Рис.3.5

Составляем третью вспомогательную цепь рис. 3.5, оставив в ней только E_3 , и рассчитываем частичные токи I_1''' , I_2''' , I_3'''

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{40}{40 + \frac{50 \cdot 25}{50 + 25}} = 0,706 \text{ A};$$

$$I_1''' = I_3''' \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,706 \frac{25}{50 + 25} = 0,235 \text{ A};$$

$$I_2''' = I_3''' \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,706 \frac{50}{50 + 25} = 0,47 \text{ A}.$$

Определяем токи в ветвях исходной цепи рис. 3.2 алгебраическим суммированием частичных токов в каждой ветви. Если при этом направление частичного тока совпадает с направлением определяемого тока в исходной цепи, то он берется со знаком "+", а если встречен – то со знаком "-".

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_1' - I_1'' - I_1''' = 0,765 - 0,235 - 0,235 = 0,295 \text{ A}; \\
 I_2 &= -I_2' + I_2'' - I_2''' = -0,47 + 0,529 - 0,47 = -0,411 \text{ A}; \\
 I_3 &= -I_3' - I_3'' + I_3''' = -0,294 - 0,294 + 0,706 = 0,118 \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Правильность расчета токов можно проверить соблюдением первого закона Кирхгофа для узлов

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0; 0,295 - 0,411 + 0,118 = 0,002 \approx 0.$$

Следовательно, токи в ветвях исходной цепи рассчитаны правильно.

3.3.2. Для цепи рис. 3.1 по исходным данным задачи 3.3.1 рассчитать токи в ветвях методом двух узлов.

Решение

Приняв потенциал узла a равным нулю $\varphi_a = 0$, записываем уравнение по первому закону Кирхгофа для незаземленного узла

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Выражаем токи в ветвях по обобщенному закону Ома

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_1}{R_1} = (E_1 - \varphi_b)G_1; \quad G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ См};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_2}{R_2} = (E_2 - \varphi_b)G_2; \quad G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ См};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_3}{R_3} = (E_3 - \varphi_b)G_3; \quad G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{40} = 0,025 \text{ См}.$$

Подставив выражения для I_1, I_2, I_3 в уравнение первого закона Кирхгофа и решив его относительно φ_b , получим выражение для расчета межузлового напряжения

$$U_{ba} = \varphi_b - \varphi_a = \varphi_b = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{50 \cdot 0,02 + 25 \cdot 0,04 + 40 \cdot 0,025}{0,02 + 0,04 + 0,025} =$$

$$= \frac{1+1+1}{0,085} = 35,3 \text{ В.}$$

Пользуясь выражениями для токов по обобщенному закону Ома, зная $U_{ba} = \varphi_b$, рассчитываем эти токи

$$I_1 = (E_1 - U_{ba})G_1 = (50 - 35,3) \cdot 0,02 = 0,294 \text{ А};$$

$$I_2 = (E_2 - U_{ba})G_2 = (25 - 35,3) \cdot 0,04 = -0,412 \text{ А};$$

$$I_3 = (E_3 - U_{ba})G_3 = (40 - 35,3) \cdot 0,025 = 0,117 \text{ А.}$$

3.4. Контрольная работа по теме 1.

Для заданного варианта электрической цепи [1], стр. 307-308.

- определите число узлов N_y , число ветвей N_ϕ и число независимых контуров N_k ;

- запишите систему уравнений для расчета токов в ветвях по законам Кирхгофа (метод узловых и контурных уравнений);

- запишите систему уравнений для расчета токов в ветвях по методу контурных токов. Токи в ветвях выразите через контурные токи;

- преобразуйте схему к двум узлам, заменив треугольник сопротивлений эквивалентной звездой и для преобразованной схемы приведите формулы для токов в ее ветвях по методу двух узлов. Приведите формулы для эквивалентных сопротивлений;

- запишите выражения для расчета тока в ветви R_6 по методу эквивалентного генератора ($I_6 = \dots$; $E_2 = \dots$; $R_2 = \dots$);

- запишите уравнения баланса мощностей для исходной цепи, считая известными ЭДС, токи в ветвях и сопротивления резисторов.

Тема 2. Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока

Занятие 4. Цепь синусоидального тока с последовательным соединением RLC-элементов. Треугольники сопротивлений и напряжений. Резонанс напряжений.

4.1. Домашнее задание

4.1.1. Проработать теоретический материал к занятию №4 ([1], стр. 62-88).

4.1.2. Ответить на контрольные вопросы №1-7 ([1], стр.50).

4.1.3. Решить задачи №7, №8 ([1], стр. 95).

4.1.4. Решить задачу №8 ([1], стр.50)

4.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

4.2.1. Дайте определение электрической цепи синусоидального тока. Запишите общие выражения для мгновенных величин $e(t)$, $u(t)$, $i(t)$.

4.2.2. Какими параметрами характеризуется любая синусоидальная функция?

4.2.3. Дайте определение мгновенных, амплитудных действующих и средних значений ЭДС тока и напряжения, изменяющихся во времени по синусоидальному закону.

4.2.4. Дайте определения периода, частоты, начального и полного фазового угла, угла сдвига фаз между напряжением и током.

4.2.5. На каком явлении основана работа генератора синусоидального тока, в чем суть этого явления (закона)?

4.2.6. Как связан заряд Q на конденсаторе с напряжением u , приложенном к нему? Дайте определение емкости C конденсатора. В каких единицах измеряется электрическая емкость?

4.2.7. Какова природа емкостного сопротивления конденсатора в цепи синусоидального тока? Приведите формулу для емкостного сопротивления конденсатора с емкостью C на частоте f .

4.2.8. Как связано потокосцепление ψ , создаваемое катушкой индуктивности обтекаемой током с величиной тока i ? Дайте определение индуктивности катушки. В каких единицах измеряется индуктивность?

- 4.2.9. Какова природа индуктивного сопротивления катушки в цепи синусоидального тока? Приведите формулу для индуктивного сопротивления катушки с индуктивностью L на частоте f .
- 4.2.10. Запишите в комплексной форме сопротивления резистора, конденсатора и катушки индуктивности.
- 4.2.11. Запишите в комплексной форме выражение закона Ома для резистора; для резистора, соединенного последовательно с конденсатором; для резистора, соединенного последовательно с катушкой индуктивности.
- 4.2.12. Дайте определение векторной диаграммы напряжений и токов. Начертите векторные диаграммы для трех видов цепей вопроса 4.2.11.
- 4.2.13. Запишите выражения для мгновенных значений падений напряжений на резисторе $u_R(t)$, на конденсаторе $u_C(t)$ и на катушке индуктивности $u_L(t)$.
- 4.2.14. Запишите формулы для первого и второго законов Кирхгофа для узла и для замкнутого контура через мгновенные значения величин i , u , e и через комплексные значения \underline{I} , \underline{U} , \underline{E} .
- 4.2.15. Запишите формулу для полного сопротивления Z и разности фаз φ для цепи с последовательным соединением RLC-элементов. нарисуйте треугольник сопротивлений для этой цепи.
- 4.2.16. Дайте определения активной и реактивной составляющих напряжения. Нарисуйте треугольник напряжений.
- 4.2.17. В каких случаях в цепи с последовательным соединением RLC-элементов возникает режим резонанса напряжений?
- 4.2.18. Приведите формулы для резонансной частоты f , ω , характеристического сопротивления ρ_u добротности q RLC-цепи.
- 4.2.19. Каким показаниям фазометра, ваттметра и амперметра, включенным в последовательную RLC-цепь, отвечает режим резонанса напряжений?
- 4.2.20. Как последовательную RLC-цепь можно настроить в режим резонанса напряжений?

4.3. Решение типовых задач

- 4.3.1. Для заданных комплексных напряжений $\underline{U}_1 = 220 \text{ В}$; $\underline{U}_2 = (60 + j80) \text{ В}$; $\underline{U}_3 = 50 e^{j60^\circ} \text{ В}$ и токов $\underline{I}_1 = (8,8 - j6,6) \text{ А}$; $\underline{I}_2 = 10 \text{ А}$; $\underline{I}_3 = 10 e^{j45^\circ} \text{ А}$ определить действующие значения напря-

жений U_1, U_2, U_3 и токов I_1, I_2, I_3 , комплексные сопротивления $Z_1, Z_2, Z_3, R_1, R_2, R_3, Y_1, Y_2, Y_3$.

Решение

$$U_1 = |U_1| = 220 \text{ В};$$
$$U_2 = |U_2| = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ В}; U_3 = |U_3| = 50 \text{ В};$$
$$I_1 = |I_1| = \sqrt{8,8^2 + 6,6^2} = 11 \text{ А}; I_2 = |I_2| = 10 \text{ А}; I_3 = |I_3| = 10 \text{ А}.$$

Комплексные сопротивления

$$\underline{Z}_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{220}{8,8 - j6,6} = \frac{220(8,8 + j6,6)}{8,8^2 + 6,6^2} = (16 + j12) \text{ Ом};$$
$$\underline{Z}_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{60 + j80}{10} = (6 + j8) \text{ Ом};$$
$$\underline{Z}_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{50e^{j60^\circ}}{10e^{j15^\circ}} = 5e^{j(60-15)} = 5e^{j45^\circ} = 5(\cos 45 + j \sin 45) =$$
$$= 5(0,707 + j0,707) = (3,535 + j3,535) \text{ Ом}.$$

Из выражения для $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3$ следует, что $R_1 = 16 \text{ Ом}$; $X_1 = 12 \text{ Ом}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$; $X_2 = 8 \text{ Ом}$; $R_3 = X_3 = 3,535 \text{ Ом}$.

Комплексные проводимости

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{16 + j12} = \frac{16 - j12}{16^2 + 12^2} = (0,04 - j0,03) \text{ См};$$
$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{6 + j8} = \frac{6 - j8}{6^2 + 8^2} = (0,06 - j0,08) \text{ См};$$
$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{5e^{j45}} = 0,2e^{-j45} \text{ См}.$$

4.3.2. Определить амплитудное U_m и действующее U напряжение, если его среднее значение $U_{cp} = 198\text{ В}$.

Решение

В соответствии с определением действующего U и среднего U_{cp} значений [1], стр. 66 для синусоидальных величин $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$;

$$U_{cp} = \frac{2}{\pi} U_m.$$

Следовательно, $U_m = \frac{\pi}{2} U_{cp} = \frac{3,14}{2} \cdot 1,98 = 311,017\text{ В}$.

Тогда $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{311,017}{\sqrt{2}} = 219,922\text{ В}$.

4.3.3. Определить амплитудное значение напряжения U_m , частоту f , период T и начальный фазовый угол ψ_u , если мгновенное напряжение $u(t) = 310 \sin\left(628t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Решение

Записав выражения для мгновенного значения напряжения в общем виде $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и сравнивая его с заданным выражением, получаем, что $U_m = 310\text{ В}$; $\omega = 2\pi f = 628\text{ с}^{-1}$; $\psi_u = \frac{\pi}{3}$.

Из связи круговой частоты ω и циклической частоты f $\omega = 2\pi f$ [1], стр. 63 следует, что $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{628}{6,28} = 100\text{ Гц}$.

Из выражения связи периода T и круговой частоты ω следует, что $T = \frac{2\pi}{\omega}$ [1], стр. 65. Следовательно, $T = \frac{6,28}{628} = \frac{1}{f} = 0,01\text{ с}$.

4.3.4. Написать выражение для мгновенного тока $i(t)$, если $\underline{I}_m = 10 e^{-j30^\circ}$ А.

Решение

По определению

$$i(t) = \text{Im}[\underline{I}_m e^{j\omega t}] = \text{Im}[10 e^{-j30^\circ} e^{j\omega t}] = \text{Im}[10 e^{j(\omega t - 30^\circ)}] = \\ = \text{Im}[10 \cos(\omega t - 30^\circ) + j10 \sin(\omega t - 30^\circ)] = 10 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ А.}$$

4.3.5. Приборы, включенные в электрическую цепь рис. 4.1, показывают $U_V = 20$ В, $U_{V_c} = 63$ В, $U_{V_k} = 66$ В, $I_A = 0,85$ А, $\varphi \approx 20^\circ$, $\cos \varphi = 0,94$. Частота питающей сети $f = 50$ Гц.

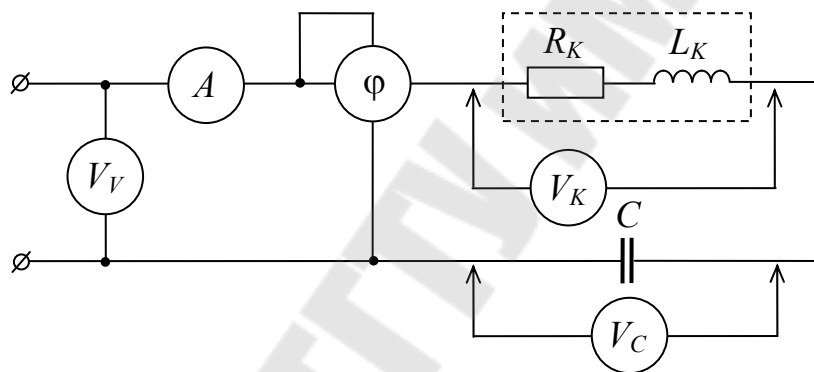


Рис. 4.1

Требуется:

- определить Z, R, X всей цепи;
- определить Z_k, R_k, X_k, L_k катушки индуктивности;
- определить X_C, C – конденсатора;
- определить резонансную частоту f_0 , характеристическое сопротивление ρ и добротность q цепи;
- построить векторную диаграмму.

Решение

Для всей цепи:

$$Z = \frac{U_V}{I_A} = \frac{20}{0,85} = 23,53 \text{ Ом}; \quad P = U_V I_A \cos \varphi = 20 \cdot 0,85 \cdot 0,94 = 16 \text{ Вт};$$

$$R = R_k = \frac{P}{I_A^2} = \frac{16}{0,85^2} = 22,4 \text{ Ом};$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{23,53^2 - 22,14^2} = 7,96 \text{ Ом}.$$

Для катушки индуктивности:

$$Z_k = \frac{U_{V_k}}{I} = \frac{66}{0,85} = 77,65 \text{ Ом};$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{77,65^2 - 22,14^2} = 74,43 \text{ Ом};$$

$$L_k = \frac{X_k}{2\pi f} = \frac{74,43}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,237 \text{ Гн}.$$

Для конденсатора:

$$X_C = \frac{U_{V_C}}{I_A} = \frac{63}{0,85} = 74,12 \text{ Ом};$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 74,12} = 0,0000429 \text{ Ф} = 42,9 \text{ мкФ}.$$

Определяем f_0 , ρ и q :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{0,237 \cdot 0,0000429}} = 49,9 \text{ Гц};$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0,237}{0,0000429}} = 74,32 \text{ Ом}; \quad q = \frac{\rho}{R} = \frac{74,32}{22,14} = 3,36.$$

Построение векторной диаграммы:

Задаемся масштабами $m_I = 0,01 \text{ А/мм}$; $m_V = 1 \text{ В/мм}$.

Определяем $U_{X_k} = I_A X_k = 0,85 \cdot 74,43 = 63,26 \text{ В}$;

$$U_R = I_A R = 0,85 \cdot 22,14 = 18,8 \text{ В}.$$

Определяем длины векторов в принятых масштабах:

$$\ell_{I_A} = \frac{I_A}{m_I} = \frac{0,85}{0,01} = 85 \text{ мм}; \quad \ell_{U_{X_k}} = \frac{U_{X_k}}{m_V} = \frac{63,26}{1} = 63,26 \text{ мм};$$

$$\ell_{U_C} = \frac{U_C}{m_U} = \frac{63}{0,1} = 63 \text{ мм}; \quad \ell_{U_R} = \frac{U_R}{m_U} = \frac{18,8}{1} = 18,8 \text{ мм}.$$

Приняв начальную фазу тока равной нулю ($\psi_i = 0$) и учитывая, что U_R направлен по I , U_{X_k} - с опережением на 90° , а U_C - с запаздыванием на 90° по отношению к I , получаем диаграмму рис. 5.2.

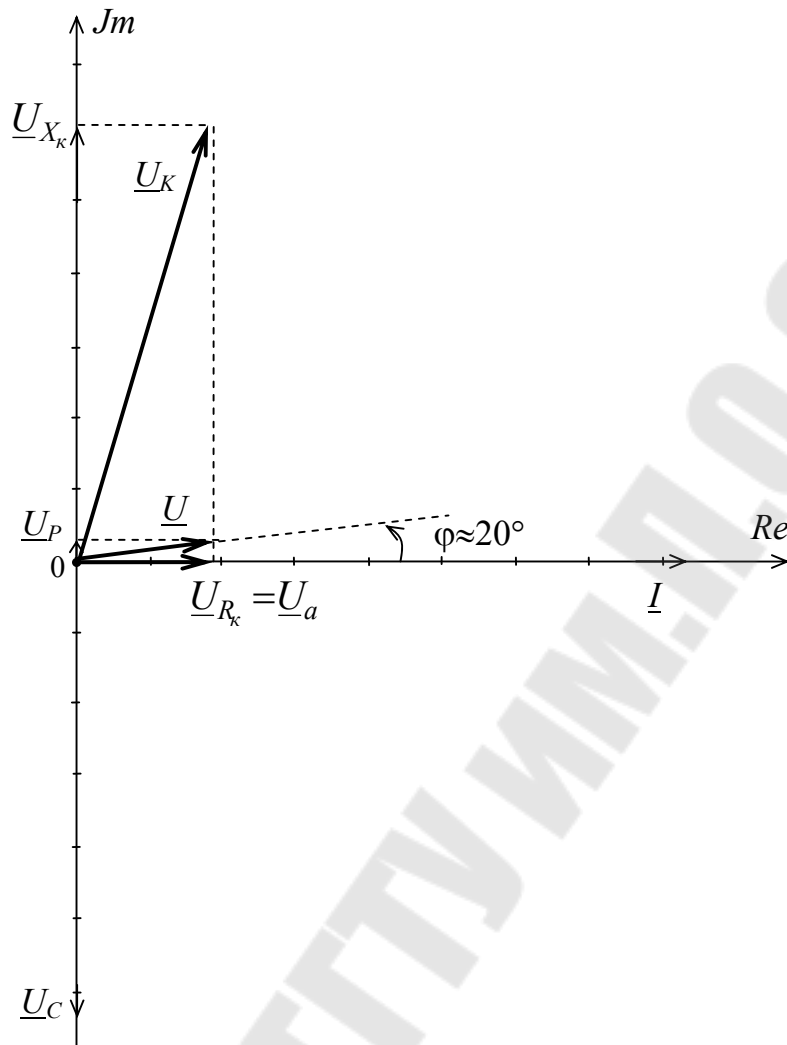


Рис. 4.2

Из рис. 4.2 следует, что режим работы цепи рис. 5.1 близок к резонансу напряжений ($U_P \approx 0$; $\varphi \approx 0$; $U_{X_k} \approx U_C$).

4.3.6. К цепи из последовательно соединенных RLC-элементов подключен источник ЭДС с напряжением $U = 20\text{ В}$ при частоте $f = 500\text{ Гц}$. Найти действующие значения тока I в цепи, напряжения U_R , U_L , U_C на каждом элементе и настроить векторную диаграмму, если $R = 3\text{ Ом}$, $L = 3\text{ мГн}$, $C = 15\text{ мкФ}$. Определить частоту f_0 , на которой будет иметь место режим резонанса напряжений.

Решение

Схема цепи представлена на рис. 4.3

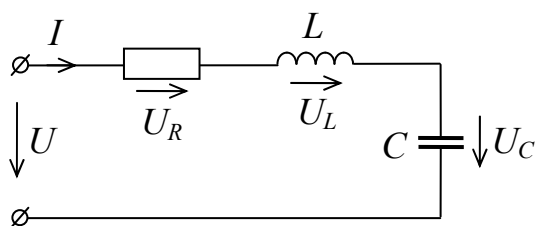


Рис. 4.3

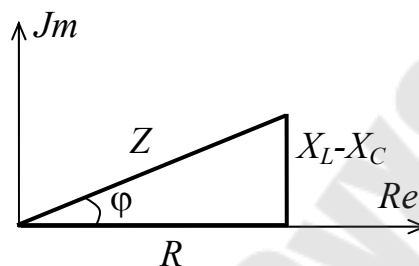


Рис. 4.4

Рассчитаем сопротивления элементов цепи

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 500 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 25,2 \text{ Ом},$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 500 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 21,2 \text{ Ом}.$$

Из треугольника сопротивлений рис. 4.4 определяем полное сопротивление цепи

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом}.$$

По закону Ома для действующих величин определяем действующее значение тока в цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{5} = 4 \text{ А}.$$

Определяем действующие значения напряжений на элементах цепи

$$U_R = I R = 4 \cdot 3 = 12 \text{ В}, \quad U_L = I X_L = 4 \cdot 25,2 = 100,8 \text{ В},$$

$$U_C = I X_C = 4 \cdot 21,2 = 84,8 \text{ В}.$$

Для построения векторной диаграммы задаемся масштабами $m_U = 20 \text{ В/см}$, $m_I = 1 \text{ А/см}$.

Для цепи с последовательным соединением RLC-элементов диаграмму начинают строить с вектора тока, приняв его начальную фазу равной нулю $\psi_i = 0$, т.е. направляя этот вектор в положительном направлении действительной оси рис. 4.5. Вектор U_R параллелен вектору I , вектор U_L опережает ток I на 90° и, следовательно, повернут на 90° против часовой стрелки. Вектор U_C отстает от тока I на 90° .

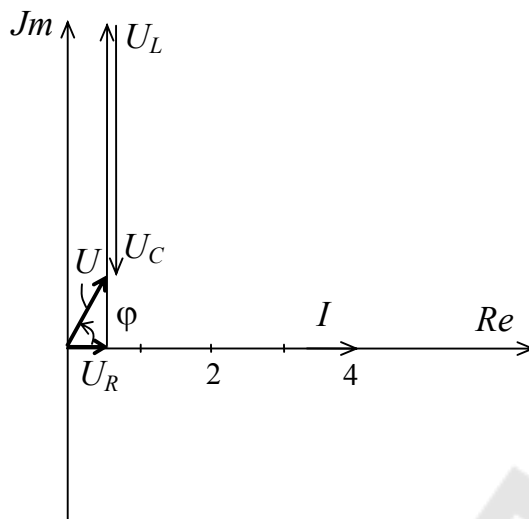


Рис. 4.5

Угол φ между U на входе цепи и током I , как следует из рис. 2.25, можно определить из выражения $\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}$

$$\text{или } \varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{U_L - U_C}{U_R}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{100,8 - 84,8}{12}\right) = 53,1^\circ.$$

Это же значение угла φ следует из треугольника сопротивлений рис. 4.4

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{X_L - X_C}{R} = 53,1^\circ.$$

$$f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1/2\pi\sqrt{3 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 75 \text{ Гц}.$$

4.4. Варианты задач для самостоятельного решения

Напряжение на зажимах цепи рис. 4.6 изменяется по закону $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$. Амплитудное значение U_m и начальная фаза ψ_u напряжения, а также значения активных R , индуктивных X_L и емкостных X_C сопротивлений приведены в таблице 4.1. Определить:

- показание приборов, указанных на схеме;
- закон изменения тока в цепи $i(t)$;
- закон изменения напряжения между точками подключения вольтметра;
- построить векторную диаграмму.

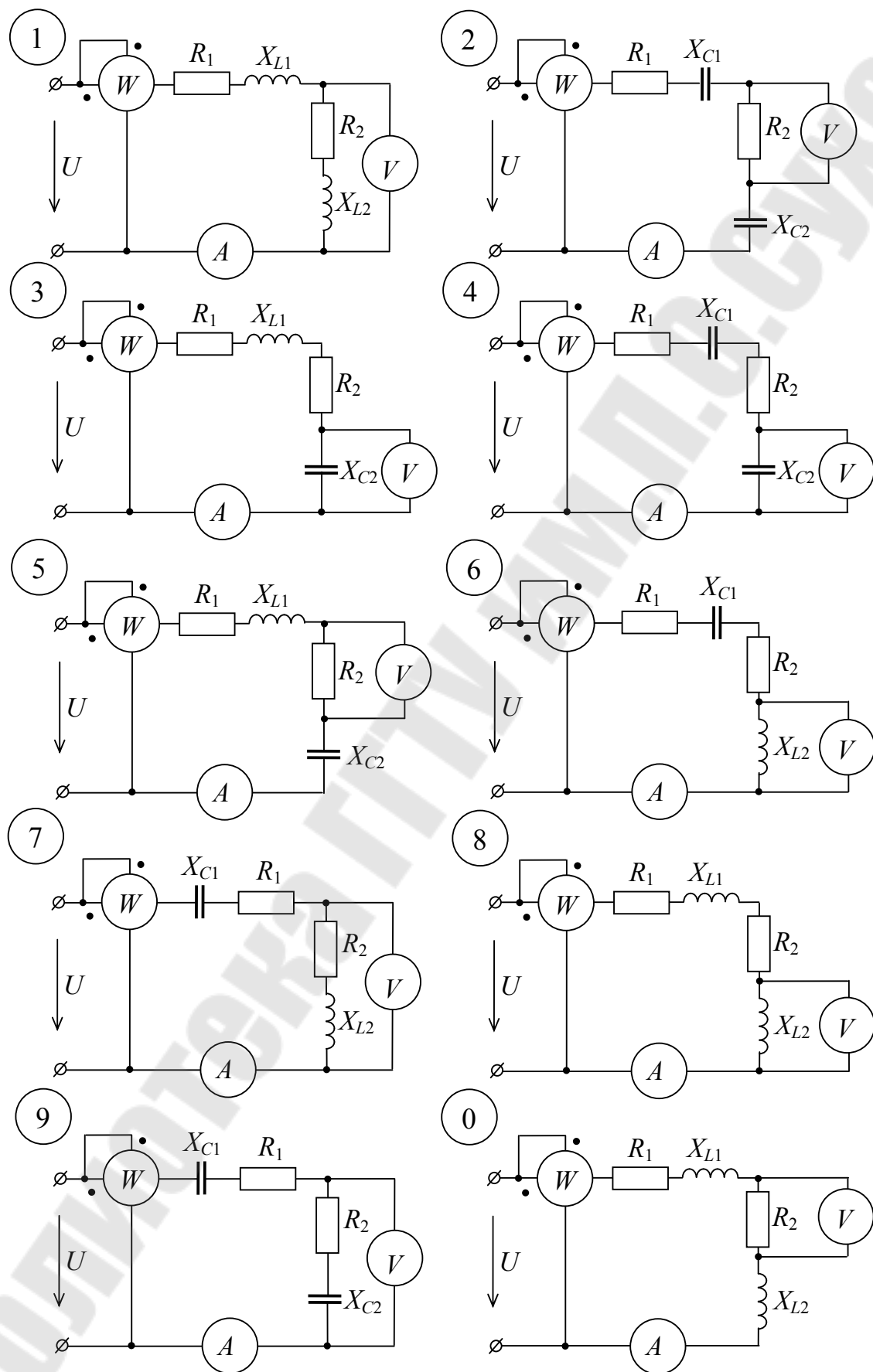


Рис. 4.6

Таблица 4.1

| Вариант | U_m | ψ_u | R_1 | X_{L1} | X_{C1} | R_2 | X_{L2} | X_{C2} |
|---------|-------|----------|-------|----------|----------|-------|----------|----------|
| | В | град | Ом | | | | | |
| 1 | 180 | 30 | 2 | 9 | 10 | 17 | 12 | 12 |
| 2 | 340 | -60 | 8 | 16 | 6 | 4 | 4 | 15 |
| 3 | 460 | 15 | 4 | 8 | 13 | 6 | 7 | 4 |
| 4 | 200 | -45 | 3 | 15 | 12 | 4 | 11 | 10 |
| 5 | 300 | 75 | 2 | 13 | 6 | 7 | 15 | 5 |
| 6 | 260 | 65 | 4 | 11 | 9 | 5 | 3 | 6 |
| 7 | 160 | -30 | 6 | 7 | 10 | 11 | 2 | 14 |
| 8 | 240 | -15 | 10 | 4 | 12 | 12 | 16 | 4 |
| 9 | 320 | 35 | 7 | 10 | 6 | 5 | 12 | 17 |
| 0 | 400 | 20 | 7 | 16 | 6 | 6 | 14 | 2 |

Занятие 5. Цепь синусоидального тока с параллельным соединением RLC-элементов. Треугольники проводимостей и токов. Резонанс токов. Мощность в цепи синусоидального тока. Баланс мощностей.

5.1. Домашнее задание

5.1.1. Проработайте теоретический материал к занятию №5 ([1], стр. 88-103).

5.1.2. Ответить на контрольные вопросы и решить задачи №9-18 ([1], стр. 96).

5.1.3. Решите свой вариант задачи 4.4.

5.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

5.2.1. Для комплексного сопротивления $Z = R + jX$ запишите выражения для активной G и реактивной B составляющих комплексной проводимости через R и X .

5.2.2. Начертите треугольник проводимостей на комплексной плоскости и приведите выражения для G и B через Y и φ , а также для Y и φ через G и B .

5.2.3. Поясните порядок построения векторных диаграмм для цепи с параллельным соединением конденсатора емкости C и катушки индуктивности с параметрами L, R .

- 5.2.4. Дайте определение режима резонанса токов в цепи с параллельным соединением RLC-элементов.
- 5.2.5. Запишите формулу для расчета комплексного сопротивления цепи, состоящей из параллельно включенных комплексных сопротивлений \underline{Z}_1 и \underline{Z}_2 .
- 5.2.6. Дайте определения активной и реактивной составляющих тока. Поясните эти понятия с использованием треугольника токов.
- 5.2.7. При каком соотношении между реактивными составляющими токов параллельных ветвей RLC-цепи будет иметь место резонанс токов? Как это соотношение определяет связь между реактивными составляющими проводимостей ветвей?
- 5.2.8. Приведите формулу для резонансной частоты ω'_0 резонанса токов.
- 5.2.9. Начертите векторные диаграммы для цепи с параллельным соединением катушки индуктивности и конденсатора для трех случаев: $B_L < B_C$, $B_L = B_C$ и $B_L > B_C$.
- 5.2.10. Чему равна полная проводимость цепи с параллельным соединением катушки индуктивности и конденсатора при резонансе токов?
- 5.2.11. Каким значениям показаний фазометра и амперметра, включенных в неразветвленный участок цепи с параллельным соединением RLC-элементов, отвечает режим резонанса токов? Как соотносятся в этом режиме действующие значения токов в ветвях и общего тока?
- 5.2.12. Дайте определения мгновенной $p(t)$, активной P , реактивной Q , полной S и комплексной \underline{S} мощностей.
- 5.2.13. Начертите на комплексной площади треугольник мощностей и запишите формулы для расчета S , P , Q .
- 5.2.14. Как рассчитывается мощность \underline{S} в комплексной форме? Какому геометрическому образу отвечает на комплексной плоскости комплексная мощность?
- 5.2.15. Как рассчитывается комплексная мощность, развиваемая источником ЭДС $\underline{S}_{ист}$ и комплексная мощность $\underline{S}_{пр}$, потребляемая электрической цепью?
- 5.2.16. Что называется коэффициентом мощности?
- 5.2.17. Запишите уравнение баланса мощностей в комплексной форме для электрической цепи синусоидального тока.
- 5.2.18. Как строится векторно-топографическая диаграмма?

5.3. Решение типовых задач

5.3.1. В электрической цепи рис. 5.1 имеет место режим резонанса токов. При этом показания амперметров равны $I_1 = 10 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$. Определить величину емкостного сопротивления X_2 идеального конденсатора, если индуктивное сопротивление катушки индуктивности $X_1 = 10 \text{ Ом}$.

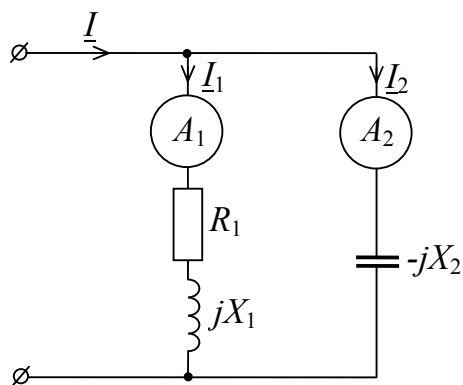


Рис. 5.1

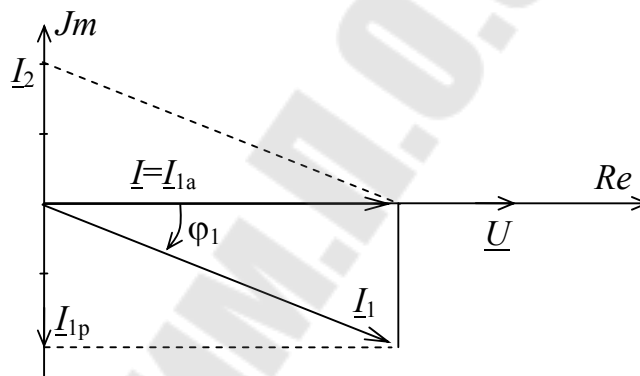


Рис. 5.2

Решение

Определим угол сдвига фаз между током \underline{I}_1 и напряжением \underline{U} , приложенном ко входу цепи рис. 5.1, приняв $\psi_u = 0$. Из рис. 5.2 следует, что $\sin \varphi_1 = \frac{I_2}{I_1} = 0,4$, а угол $\varphi_1 = \arcsin 0,4 \approx 23,6^\circ$.

Из рис. 5.1 следует, что $X_2 = \frac{U}{I_2}$; $U = I_1 Z_1$. Из треугольника сопротивлений для ветви $R_1 X_1$ следует, что $Z_1 = \frac{X_1}{\sin \varphi_1} = \frac{10}{0,4} = 25 \text{ Ом}$ и, следовательно, $U = I_1 Z_1 = 10 \cdot 25 = 250 \text{ В}$.

Таким образом, искомое сопротивление

$$X_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{250}{4} = 62,5 \text{ Ом}.$$

При построении векторной диаграммы рис. 5.2 учтено, что ток \underline{I}_2 опережает напряжение \underline{U} на 90° . При этом условие резонанса учтено соотношением $I_{1p} = I_{2p} = I_2$.

5.3.2. Для цепи рис. 5.3 заданы: $R_1 = 8 \text{ Ом}$; $X_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 12 \text{ Ом}$; $X_2 = 5 \text{ Ом}$; $U = 130 \text{ В}$. Вычислить комплексные токи \underline{I} , \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , комплексную активную и реактивную мощности \underline{S} , P , Q . Найти напряжение между точками a и b \underline{U}_{ab} . Правильность расчета токов проверить составлением баланса мощностей. Построить векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторно-лучевой диаграммой токов.

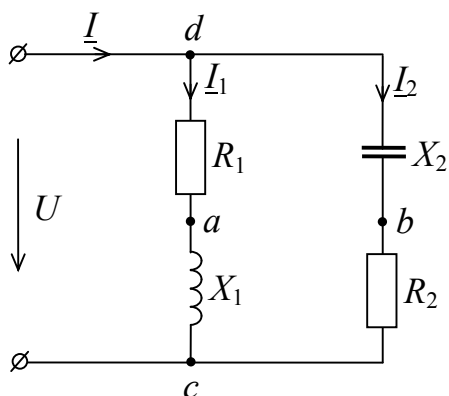


Рис. 5.3

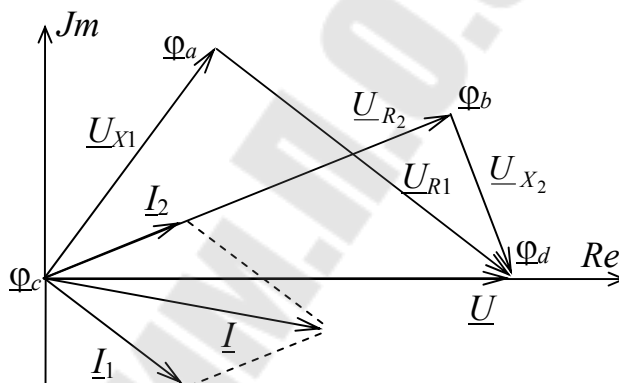


Рис. 5.4

Решение

Определим комплексные сопротивления ветвей

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = (8 + j16) \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2 = R_2 + jX_2 = (12 - j5) \text{ Ом}.$$

Определим комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(8 + j16)(12 - j5)}{8 + j16 + 12 - j5} = (18,6 + j3,96) \text{ Ом}.$$

Пусть начальная фаза напряжения источника питания равна нулю $\psi_u = 0$, тогда $\underline{U} = 130 \text{ В}$.

По закону Ома в комплексной форме определяем комплексные токи в ветвях

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{130}{8 + j16} = (10,4 - j7,8) = 13e^{-j36,8^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{130}{12 - j5} = (9,23 + j3,84) = 10e^{j22,6^\circ} \text{ А}.$$

Ток в неразветвленной части цепи определим по первому закону Кирхгофа для узла α : $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$

$$\underline{I} = 10,4 - j7,8 + 9,23 + j3,84 = 19,63 - j3,96 = 20e^{-j11,3^\circ} \text{ А}.$$

Этот ток можно также найти по формуле

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{130}{18,6 + j3,96} = 20e^{-j11,3^\circ} \text{ А.}$$

Комплексная мощность цепи

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 130 \cdot 20e^{j11,3} = (2549,6 + j509,46) \text{ ВА.}$$

Учитывая, что $P = \text{Re}[\underline{U} \underline{I}^*]$, а $Q = \text{Im}[\underline{U} \underline{I}^*]$, получим значения активной и реактивной мощностей

$$P = 2549,6 \text{ Вт}; \quad Q = 509,46 \text{ Вар.}$$

Составляем баланс мощностей

$$P_{\text{ист}} = \text{Re}[\underline{U} \underline{I}^*] = 2549,6 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 13^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 12 = 1352 + 1200 = 2552 \text{ Вт};$$

$$Q_{\text{ист}} = \text{Im}[\underline{U} \underline{I}^*] = 509,46 \text{ Вар};$$

$$Q_{\text{пр}} = I_1^2 X_1 - I_2^2 X_2 = 13^2 \cdot 6 - 10^2 \cdot 5 = 1014 - 500 = 514 \text{ Вар};$$

$$\delta P = \frac{P_{\text{ист}} - P_{\text{пр}}}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{2549,6 - 2552}{2549,6} \cdot 100\% = -0,09\%;$$

$$\delta Q = \frac{Q_{\text{ист}} - Q_{\text{пр}}}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{509,46 - 514}{509,46} \cdot 100\% = -0,89\%.$$

Поскольку $\delta P < 3\%$ и $\delta Q < 3\%$, то принято считать, что токи рассчитаны правильно.

Найдем напряжение между точками a и b

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{\varphi}_a - \underline{\varphi}_b = \underline{I}_2(-jX_2) - \underline{I}_1 R_1 = (9,23 + j3,84)(-j5) - (10,4 - j7,8) \cdot 8 = \\ &= (-64 + j16,2) = 66e^{j165,8} \text{ В.} \end{aligned}$$

Векторно-топографическая диаграмма приведена на рис. 2.28

$$\underline{\varphi}_d = \underline{\varphi}_c + \underline{U} = 0 + 130 = 130 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_a &= \underline{\varphi}_d - \underline{I}_1 R_1 = 130 - 13e^{-j36,8} \cdot 8 = 130 - 104(\cos 36,8 - j \sin 36,8) = \\ &= (46,72 + j62,298) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_b &= \underline{\varphi}_d - \underline{I}_2(-jX_2) = 130 + 10e^{j22,6} e^{j90} \cdot 5 = 130 - 19,21 + j46,16 = \\ &= (110,79 + j46,16) \text{ В.} \end{aligned}$$

Задавшись масштабами $m_U = 20 \text{ В/см}$, $m_I = 5 \text{ А/см}$, строим диаграмму.

5.3.3. Для электрической цепи рис. 5.5 приборы показали $U_V = 34,5$ В; $\varphi = 0^\circ$ ($\cos \varphi = 1$); $I_1 = 0,13$ А; $I_2 = 0,34$ А; $I_3 = 0,33$ А. Требуется:

- определить активную мощность P , потребляемую цепью;
- определить полную y , активную g и реактивную b проводимости всей цепи;
- φ_k и b_k - для катушки индуктивности;
- b_c - для конденсатора;
- построить векторную диаграмму.

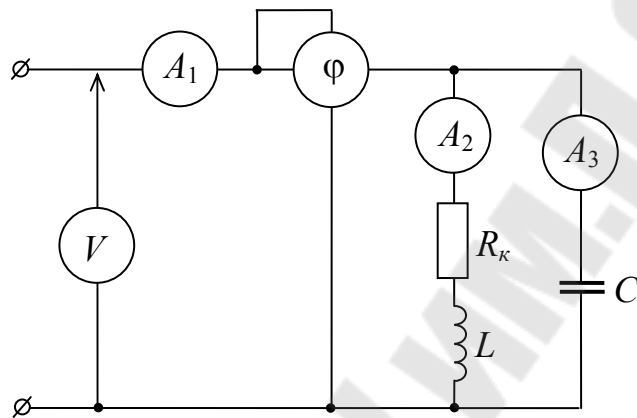


Рис. 5.5

Решение

а) $P = U I_1 \cos \varphi = 34,5 \cdot 0,13 \cdot 1 = 4,48$ Вт;

б) $y = \frac{I_1}{U} = \frac{0,13}{34,5} = 0,00376 \text{ Ом}^{-1}$; $g = \frac{P}{U^2} = \frac{4,48}{34,5^2} = 0,00376 \text{ Ом}^{-1}$;

$b = \sqrt{y^2 - g^2} = 0$ (режим резонанса токов);

в) $\varphi_k = \arccos(g_k / y_k)$, где $g_k = g = 0,00376 \text{ Ом}^{-1}$;

$y_k = \frac{I_2}{U} = \frac{0,34}{34,5} = 0,00985 \text{ Ом}^{-1}$; $\varphi_k = \arccos\left(\frac{0,00376}{0,00985}\right) = 67,5^\circ$;

$b_k = \sqrt{y_k^2 - g_k^2} = \sqrt{0,00985^2 - 0,00376^2} = 0,0091 \text{ Ом}^{-1}$;

г) $b_c = \frac{I_3}{U} = \frac{0,33}{34,5} = 0,0095 \text{ Ом}^{-1}$;

д) построение векторной диаграммы.

Задавшись масштабами, строим диаграмму рис. 5.6.

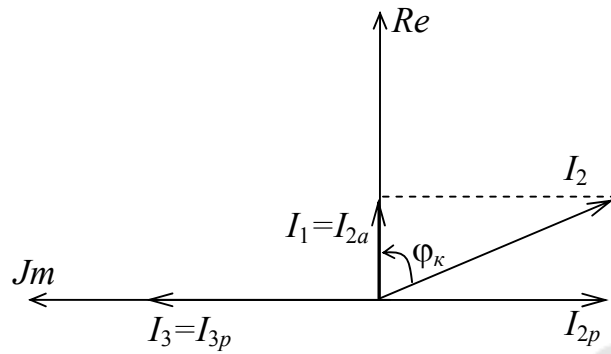


Рис. 5.6

5.4. Варианты задач для самостоятельного решения

Для цепи синусоидального тока рис.5.7 заданы параметры ее элементов и действующее значение напряжения на ее зажимах табл. 5.1. Частота питающей сети $f = 50$ Гц.

Требуется:

- определить действующие значения токов в ветвях и в неразветвленной части цепи комплексным методом;
- по полученным комплексным токам записать выражение для мгновенного значения напряжения на участке цепи с параллельным соединением элементов и для токов в ветвях;
- построить векторную диаграмму;
- составить баланс активных и реактивных мощностей.

Таблица 5.1

| Вариант | U | R_1 | L_1 | C_1 | R_2 | L_2 | C_2 | R_3 | L_3 | C_3 |
|---------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | В | Ом | мГн | мкФ | Ом | мГн | мкФ | Ом | мГн | мкФ |
| 1 | 220 | 9 | 15 | 800 | 9 | 17 | 1000 | 5 | 14 | 800 |
| 2 | 127 | 6 | 20 | 200 | 8 | 18 | 800 | 6 | 10 | 700 |
| 3 | 380 | 8 | 25 | 400 | 7 | 20 | 600 | 7 | 8 | 450 |
| 4 | 380 | 5 | 16 | 600 | 6 | 48 | 400 | 8 | 13 | 600 |
| 5 | 127 | 7 | 10 | 500 | 5 | 13 | 500 | 9 | 11 | 500 |
| 6 | 220 | 4 | 14 | 1000 | 12 | 31 | 700 | 10 | 9 | 400 |
| 7 | 220 | 3 | 18 | 700 | 6 | 20 | 900 | 7 | 21 | 300 |
| 8 | 127 | 6 | 12 | 300 | 7 | 16 | 450 | 8 | 18 | 200 |
| 9 | 380 | 5 | 26 | 650 | 6 | 18 | 650 | 6 | 15 | 900 |
| 0 | 127 | 8 | 24 | 480 | 8 | 26 | 800 | 4 | 12 | 600 |

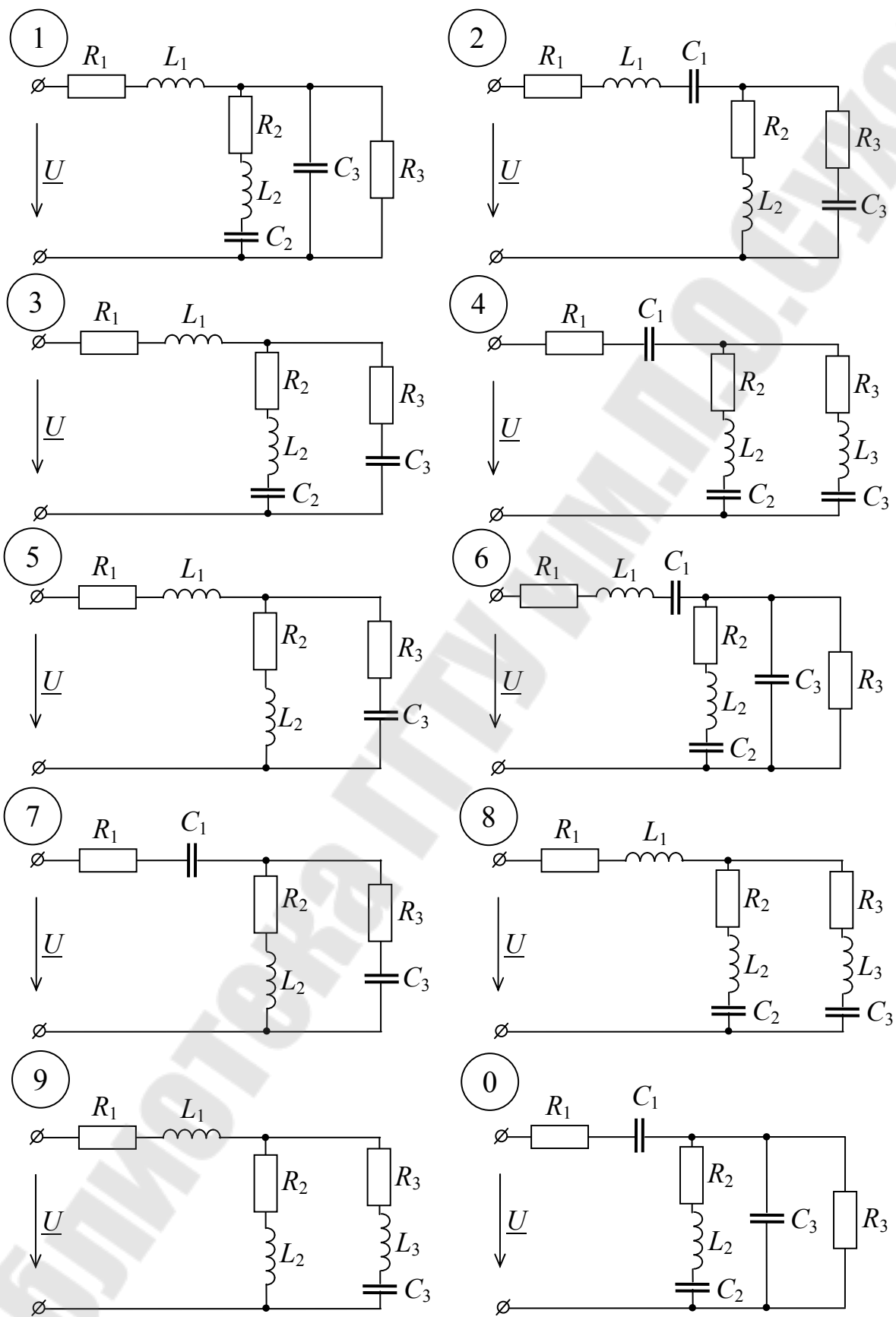


Рис. 5.7

Занятие 6. Анализ линейных электрических цепей однофазного синусоидального тока с несколькими источниками ЭДС в символической форме. Контрольная работа по теме 3.

6.1. Домашнее задание

6.1.1. Проработайте теоретический материал к занятию №6 ([1], стр. 103-109).

6.1.2. Подготовьтесь к контрольной работе, повторив весь материал темы 3 ([1], стр. 62-109).

6.1.3. Выполните свой вариант задачи 5.4.

6.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

6.2.1. Как исходная электрическая цепь (разветвленная с несколькими источниками ЭДС) заменяется комплексным расчетным эквивалентом?

6.2.2. Перечислите этапы расчета цепи в символической форме методом контурных уравнений (методом непосредственного применения законов Кирхгофа).

6.2.3. Перечислите этапы расчета цепи в символической форме методом контурных токов.

6.2.4. Перечислите этапы расчета цепи в символической форме методов двух узлов.

6.2.5. Перечислите этапы расчета цепи в символической форме методом наложения токов.

6.2.6. Перечислите этапы расчета цепи в символической форме методом эквивалентного генератора.

6.3. Решение типовых задач

6.3.1. Для электрической цепи рис. 6.1

$$e_1(t) = 127 \sin(314t - 45^\circ); e_2(t) = 220 \sin(314t - 45^\circ);$$

$$R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом}; R_3 = 300 \text{ Ом};$$

$$L_1 = 0,1 \text{ Гн}; C_2 = 0,15 \text{ мкФ}.$$

Необходимо:

- рассчитать токи в ветвях методом узловых и контурных уравнений, контурных токов, двух узлов, наложения токов;
- рассчитать ток I_2 методом эквивалентного генератора;

- правильность расчета токов проводить составлением баланса мощностей.

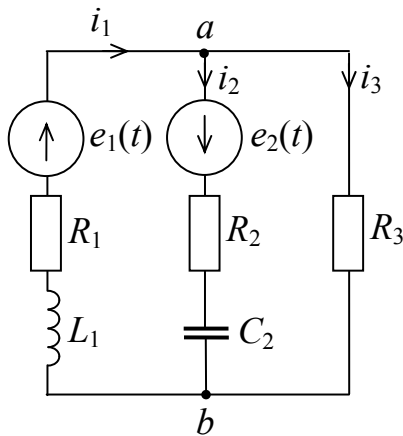


Рис. 6.1

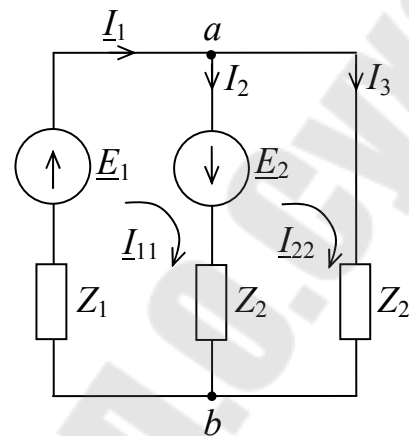


Рис. 6.2

Решение

Проводим разметку токов i_1 , i_2 , i_3 в ветвях исходной цепи рис. 6.1.

Определяем комплексные действующие значения ЭДС E_1 , E_2 :

$$E_1 = (127/\sqrt{2})e^{-j45} = 89,802e^{-j45} \text{ В};$$

$$E_2 = (220/\sqrt{2})e^{j45} = 155,563e^{j45} \text{ В}.$$

Определяем комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L = 100 + j314 \cdot 0,1 = (100 + j31,4) = 104,814e^{j17,4^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C} = 200 - j\frac{1}{314 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}} = (200 - j212,314) = 291,68e^{-j46,71^\circ} \text{ Ом}.$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 = 300 \text{ Ом}.$$

Составляем схему рис. 6.2 (комплексный расчетный эквивалент) и размечаем на ней узлы a и b и токи \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I}_3 .

Составляем систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа.

Так как в цепи 2 узла, то по первому закону Кирхгофа составляем одно уравнение.

Так как в цепи три ветви (три неизвестных тока), то по второму закону составляем два уравнения в комплексной форме (например,

для левого и правого контуров), задавшись направлением обхода контуров дугами рис. 6.2:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 &= 0 \\ \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 &= \underline{E}_1 + \underline{E}_2 \\ -\underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_3 \underline{Z}_3 &= -\underline{E}_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 + \underline{E}_2 &= 89,802(\cos 45 - j \sin 45) + 155,563(\cos 45 + j \sin 45) = \\ &= (173,5 + j46,5) = 179,62e^{j15^\circ} \text{ В} = \underline{E}_{12} \end{aligned}$$

Решим систему методом исключения
 $\underline{I}_1 = (\underline{E}_{12} - \underline{I}_2 \underline{Z}_2) / \underline{Z}_1$; $\underline{I}_3 = (\underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{E}_2) / \underline{Z}_3$.

Подставив эти выражения в первое уравнение системы, получим уравнение относительно \underline{I}_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\underline{E}_{12} - \underline{I}_2 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} - \underline{I}_2 - \frac{\underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{E}_2}{\underline{Z}_3} &= 0; \\ \frac{\underline{E}_{12}}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \underline{I}_2 - \underline{I}_2 - \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \underline{I}_2 + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_3} &= 0. \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{E}_{12} / \underline{Z}_1 + \underline{E}_2 / \underline{Z}_3}{1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3} = \\ &= \frac{179,62e^{j15} / 104,814e^{j17,4} + 155,563e^{j45} / 300}{1 + 291,68e^{-j46,7} / 104,814e^{j17,4} + 291,68e^{-j46,71} / 300} = \\ &= \frac{1,714e^{-j2,7} + 0,518e^{j45}}{1 + 2,783e^{-j64,1} + 0,972e^{-j46,71}} = \frac{1,712 - j0,081 + 0,366 + j0,366}{1 + 1,216 - j2,503 + 0,686 - j0,707} = \\ &= \frac{2,078 + j0,285}{2,882 - j3,21} = \frac{2,097e^{j7,8}}{4,314e^{-j48,1}} = 0,486e^{j55,9} \text{ А}. \end{aligned}$$

Определяем токи \underline{I}_1 и \underline{I}_3 :

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= (173,5 + j46,5 - 0,486e^{j55,9} 291,68e^{-j48,71}) / 104,814e^{j17,4} = \\ &= (173,5 + j46,5 - 141,756e^{j9,2}) / 104,814e^{j17,4} = 0,394e^{j21} \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \underline{I}_2 - \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_3} = \frac{291,68e^{-j46,7}}{300} \cdot 0,486e^{j55,9} - \frac{155,563e^{j45}}{300} = \\ &= 0,972e^{-j46,7} \cdot 0,486e^{j55,9} - 0,518e^{j45} = 0,466 + j0,075 - 0,366 - j0,366 = \\ &= (0,1 - j0,291) = 0,307e^{-j71} \text{ А.} \end{aligned}$$

Расчет токов другими методами проиллюстрируем только составлением уравнений (без вычислений).

Метод контурных токов

Составляем систему уравнений в символической форме для контурных токов рис. 6.2 по второму закону Кирхгофа

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{11}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \underline{I}_{22}\underline{Z}_2 &= \underline{E}_{12} \\ -\underline{I}_{11}\underline{Z}_2 + \underline{I}_{22}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) &= -\underline{E}_2 \end{aligned} \right\}$$

Рассчитав контурные токи \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22} , например, методом определителей

$$\underline{I}_{11} = \frac{\begin{vmatrix} \underline{E}_{12} & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{E}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{vmatrix}}; \quad \underline{I}_{22} = \frac{\begin{vmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{E}_{12} \\ -\underline{Z}_2 & -\underline{E}_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{vmatrix}},$$

определяем токи в ветвях, выражая их через контурные

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}; \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22}; \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{22}.$$

Метод двух узлов

Приняв $\underline{\varphi}_b = 0$, определяем междуузловое напряжение

$$\underline{U}_{ab} = \underline{\varphi}_a - \underline{\varphi}_b = \underline{\varphi}_a = \frac{\underline{E}_1 \underline{Y}_1 - \underline{E}_2 \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}, \text{ где}$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} - \text{ комплексные проводимости ветвей.}$$

Определяем далее токи в ветвях по обобщенному закону Ома, считая \underline{U}_{ab} известной величиной

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{\varphi}_b - \underline{\varphi}_a + \underline{E}_1}{\underline{Z}_1} = (\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_1;$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{\varphi}_a - \underline{\varphi}_b + \underline{E}_2}{\underline{Z}_2} = (\underline{E}_2 + \underline{U}_{ab}) \underline{Y}_2; \quad \underline{I}_3 = \underline{U}_{ab} \underline{Y}_3.$$

Метод наложенных токов

По схеме рис. 6.2 составляем первую вспомогательную цепь рис. 6.3а.

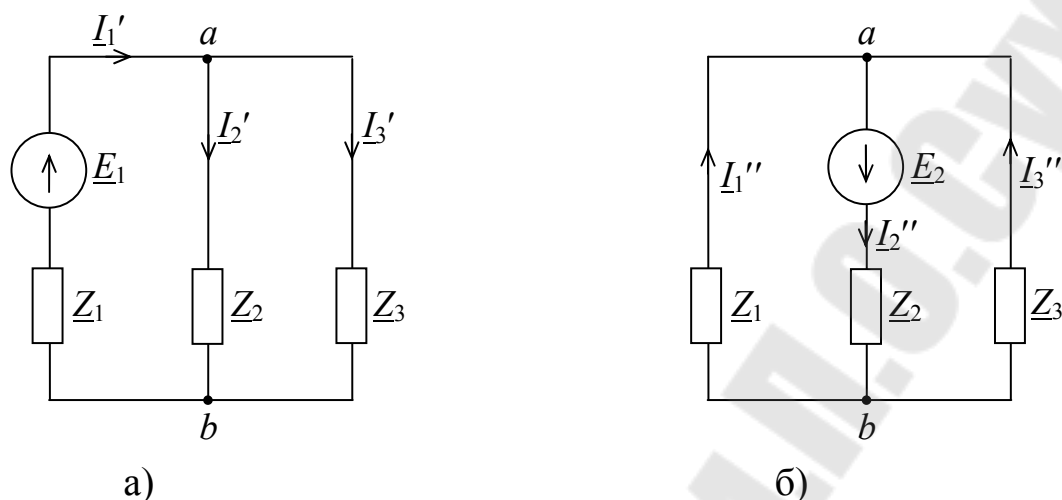


Рис. 6.3

Указав направление частичных токов в ветвях \underline{I}_1' , \underline{I}_2' , \underline{I}_3' , рассчитываем их, например, методом эквивалентных преобразований

$$\underline{I}_1' = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}}; \quad \underline{I}_2' = \underline{I}_1' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}; \quad \underline{I}_3' = \underline{I}_1' \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}.$$

Составляем вторую вспомогательную цепь рис. 6.3б и рассчитываем частичные токи \underline{I}_1'' , \underline{I}_2'' , \underline{I}_3'' :

$$\underline{I}_2'' = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}}; \quad \underline{I}_1'' = \underline{I}_2'' \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}; \quad \underline{I}_3'' = \underline{I}_2'' \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}.$$

По найденным частичным токам находим токи в ветвях исходной цепи, сравнивая направления искомого (полного) токов с направлениями частичных токов и суммируя частичные токи алгебраически

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' + \underline{I}_1''; \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_2' + \underline{I}_2''; \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_3' - \underline{I}_3''.$$

Метод эквивалентного генератора

Записываем выражение для искомого тока \underline{I}_2 через параметры ветви \underline{E}_2 , \underline{I}_2 и параметры генератора \underline{E}_2 , \underline{Z}_2 :

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 + \underline{E}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2}.$$

При этом схема рис. 6.2 представляется цепью рис. 6.4а.

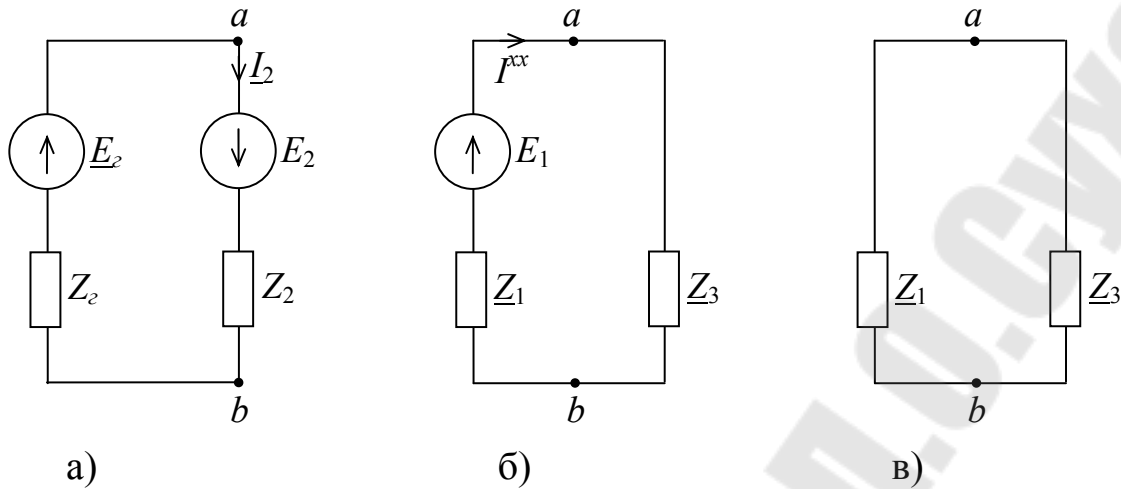


Рис. 6.4

Далее, разомкнув ветвь E_2 , Z_2 рис. 6.4б, находим \underline{E}_2 :

$$\underline{E}_2 = \varphi_a^{xx} - \varphi_b^{xx} = U_{ab}^{xx} = -\underline{I}^{xx} \underline{Z}_1 + E_1 \text{ или } \underline{E}_2 = \underline{I}^{xx} \underline{Z}_3, \text{ где}$$

$$\underline{I}^{xx} = \frac{E_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}. \text{ Следовательно, } \underline{E}_2 = \frac{E_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}.$$

Для определения \underline{Z}_2 в схеме рис. 6.4б удаляем источник ЭДС E_1 рис. 6.4в и по отношению к точкам a и b определяем эквивалентное комплексное сопротивление

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \underline{Z}_2.$$

Следовательно, для искомого тока получается следующее выражение

$$I_2 = \frac{\frac{E_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} + E_2}{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} + \underline{Z}_2} = \frac{E_1 \underline{Z}_3 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) E_2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)}.$$

Правильность расчета токов проверяем составлением уравнения для баланса мощностей

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{ум}} &= \underline{E}_1 \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \underline{I}_2^* = 89,8e^{-j45} \cdot 0,394e^{-j21} + 155,563e^{j45} \cdot 0,486e^{-j55,9} = \\ &= 35,381e^{-j66} + 75,604e^{-j10,9} = 14,39 - j32,32 + 72,24 - j14,296 = \\ &= (86,63 - j46,616) = P_{\text{ум}} + jQ_{\text{ум}}; \end{aligned}$$

$$P_{уст} = 86,63 \text{ Вт}; Q_{уст} = -46,616 \text{ Вар};$$

$$\underline{S}_{np} = I_1^2 \underline{Z}_1 + I_2^2 \underline{Z}_2 + I_3^2 \underline{Z}_3 = 0,394^2 (100 + j31,4) + 0,486^2 (200 - j212,314) +$$

$$+ 0,307^2 \cdot 300 = 15,52 + j4,87 + 47,2 - j50,148 + 28,275 = 91 - j45,28 = P_{np} + jQ_{np}$$

$$\delta P = \frac{86,63 - 91}{86,63} \cdot 100\% = -5\%; \delta Q = \frac{-46,116 + 45,28}{-46,116} \cdot 100\% = 1,8\%.$$

6.4. Контрольная работа по теме 2.

Для заданного варианта электрической цепи рис. ([1], стр. 317) требуется:

- записать выражение для $\underline{Z}_{ex} = R_{ex} + jX_{ex}$ через параметры R и X ветвей (считая R и X ветвей заданными величинами). Выделить выражения для R_{ex} и X_{ex} . Записать выражение для \underline{Z}_{ex} и φ ;
- записать систему уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных величин токов i_1, i_2, i_3 и ЭДС e . Перейти к комплексной форме через $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{E}$;
- записать систему уравнений для расчета токов в ветвях по методу контурных токов в символической форме. Токи в ветвях выразить через контурные токи;
- записать выражения для расчета токов в ветвях по методу двух узлов в символической форме;
- записать выражения для расчета \underline{I}_2 по методу эквивалентного генератора;
- записать выражения для показаний приборов, включенных в электрическую цепь.

Тема 3. Линейные электрические цепи трехфазного синусоидального тока

Занятие 7. Расчет линейных трехфазных электрических цепей синусоидального тока при соединении звезда-звезда и звезда-треугольник

7.1. Домашнее задание

7.1.1. Проработайте теоретический материал к занятию №7 [1], стр. 116-133.

7.1.2. Ответьте на вопросы и решите задачи №1-11 [1], стр. 133-134.

7.2. Вопросы для проверки подготовленности студентов к занятию

7.2.1. Запишите выражения для комплексных фазных и линейных напряжений для генератора при соединении его статорных обмоток звездой.

7.2.2. Как производится расчет токов трехфазной цепи при соединении генератора с нагрузкой по схеме звезда-звезда с нейтральным проводом?

7.2.3. Дайте определение трехфазной симметричной системы фазных (линейных) напряжений.

7.2.4. Что понимают под фазным (линейным) напряжением?

7.2.5. Как обозначают на электрических схемах фазы трехфазного генератора?

7.2.6. Перечислите возможные способы задания трехфазной симметричной системы ЭДС.

7.2.7. Дайте классификацию приемников, включаемых в трехфазную электрическую сеть. Приведите примеры трехфазных и однофазных приемников (потребителей) электрической энергии.

7.2.8. Какие провода в трехфазной цепи называют линейными и какой – нулевым?

7.2.9. Назовите величины, характеризующие режим работы электрической цепи.

7.2.10. Как рассчитываются токи в трехфазной цепи при соединении звезда-треугольник?

7.2.11. Как связаны комплексные линейные и фазные напряжения на генераторе при соединении его фаз (статорных обмоток) по схеме звезда?

- 7.2.12. Укажите соотношения между фазными и линейными напряжениями при соединении фаз симметричного приемника звездой. Как соотносятся фазные и линейные токи?
- 7.2.13. Укажите соотношения между фазными и линейными напряжениями и фазными и линейными токами при соединении фаз симметричного приемника треугольником.
- 7.2.14. Как рассчитываются токи в трехфазной цепи при соединении звезда-звезда без нейтрального провода при симметричной и несимметричной нагрузках?
- 7.2.15. Что представляет собой векторная диаграмма токов, совмещенная с топографической диаграммой напряжений для трехфазной цепи. Как она строится для соединения звезда-треугольник и звезда-звезда?
- 7.2.16. Как рассчитывается мощность, развиваемая трехфазным генератором?
- 7.2.17. Как рассчитывается мощность, потребляемая трехфазным приемником?
- 7.2.18. Как составляется (записывается) уравнение баланса мощностей для трехфазной цепи при соединении звезда-звезда и звезда-треугольник?
- 7.2.19. Какие меры техники безопасности следует соблюдать при эксплуатации трехфазных установок? Что такое защитное заземление и защитное зануление?

7.3. Решение типовых задач

7.3.1. Для электрической трехфазной цепи при соединении звезда-звезда без нейтрального провода экспериментально измерены величины линейных напряжений $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 21\text{В}$, а также действующие значения токов I_a, I_b, I_c и фазных напряжений для следующих приемников:

а) $R_a > R_b = R_c$: $I_a = 0,45\text{ А}$; $I_b = I_c = 0,57\text{ А}$; $U_a = 14\text{ В}$;

$U_b = U_c = 12\text{ В}$.

б) $X_a, R_b = R_c$: $I_a = 0,35\text{ А}$; $I_b = 0,71\text{ А}$; $I_c = 0,35\text{ А}$; $U_a = 18\text{ В}$;

$U_b = 14,5\text{ В}$; $U_c = 7\text{ В}$.

в) $R_a = \infty, R_b = R_c$: $I_a = 0$; $I_b = I_c = 0,52\text{ А}$; $U_a = 19\text{ В}$;

$U_b = U_c = 11\text{ В}$.

г) $R_a = 0, R_b = R_c$: $I_a = 1,74\text{ А}$; $I_b = I_c = 1\text{ А}$; $U_a = 0$;

$U_b = U_c = 21\text{ В}$.

Требуется построить для каждого из указанных режимов векторную диаграмму.

Решение

а) Режим несимметричной активной нагрузки.

Задаемся масштабами $m_U = 5 \text{ В/см}$; $m_I = 0,5 \text{ А/см}$. Проводим оси действительных (Re) и мнимых (Im) чисел, обозначив оси и начало координат $\varphi_N = 0$, т.е. потенциал нейтральной точки генератора принимаем равным нулю, рис. 7.1.

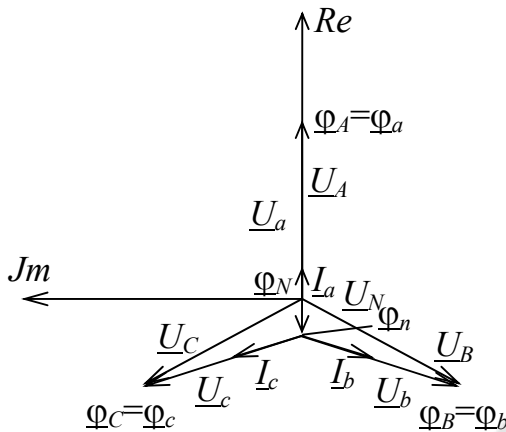


Рис. 7.1

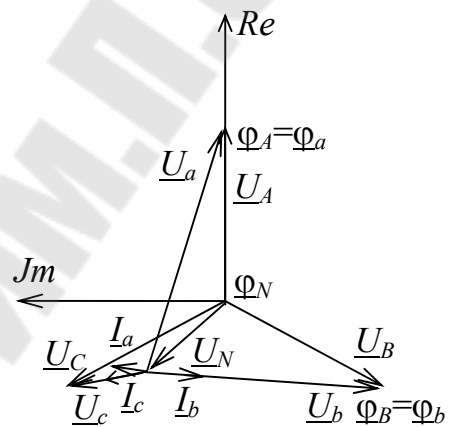


Рис. 7.2

Определив действующее значение фазного напряжения генератора $U_\phi = U_n / \sqrt{3} = 21 / \sqrt{3} = 12,12 \text{ В}$ и записав выражения для комплексных фазных напряжений $\underline{U}_A = 12,12 \text{ В}$, $\underline{U}_B = 12,12 e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_C = 12,12 e^{j120^\circ} \text{ В}$, строим эти три напряжения и обозначаем точки φ_A , φ_B , φ_C и напряжения \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C .

Методом “засечек” определяем положение точки с потенциалом φ_n и строим вектор $\underline{U}_n = \varphi_n - \varphi_N = \varphi_n$. Для этого определяем длины

векторов \underline{U}_a , \underline{U}_b , \underline{U}_c в выбранном масштабе $\ell_{U_a} = \frac{U_a}{m_U} = 28 \text{ мм}$,

$\ell_{U_b} = \ell_{U_c} = \frac{12}{5} = 24 \text{ мм}$, и из точек φ_A , φ_B , φ_C проводим дуги найденных радиусов ℓ_{U_a} , $\ell_{U_b} = \ell_{U_c}$ и определяем φ_n .

Определив далее длины векторов $l_{I_a} = \frac{I_a}{m_I} = \frac{0,45}{0,5} = 9 \text{ мм}$,

$l_{I_b} = l_{I_c} = \frac{0,57}{0,5} = 11,4 \text{ мм}$ и учитывая, что во всех фазах нагрузки активные, направляем векторы токов по направлению соответствующих фазных напряжений приемника.

б) Режим с конденсатором в фазе a и резисторами в фазах b и c .

Соблюдая рассмотренную для режима a методику и учитывая, что вектор \underline{I}_a следует повернуть против часовой стрелки на 90° по отношению к \underline{U}_a , получаем диаграмму рис. 7.2.

$$l_{\underline{U}_a} = \frac{18}{5} = 36 \text{ мм}; \quad l_{\underline{U}_b} = \frac{14,5}{5} = 29 \text{ мм}; \quad l_{\underline{U}_c} = \frac{7}{5} = 14 \text{ мм};$$

$$l_{\underline{I}_a} = \frac{0,35}{0,5} = 7 \text{ мм}; \quad l_{\underline{I}_b} = \frac{0,71}{0,5} = 14,2 \text{ мм}; \quad l_{\underline{I}_c} = \frac{0,35}{0,5} = 7 \text{ мм}.$$

в) Режим холостого хода фазы a при активных нагрузках в фазах b и c .

$$l_{\underline{U}_a} = \frac{19}{5} = 38 \text{ мм}; \quad l_{\underline{U}_b} = l_{\underline{U}_c} = \frac{11}{5} = 22 \text{ мм};$$

$$l_{\underline{I}_b} = l_{\underline{I}_c} = \frac{0,52}{0,5} = 10,4 \text{ мм}.$$

Диаграмма для этого режима приведена на рис. 7.3.

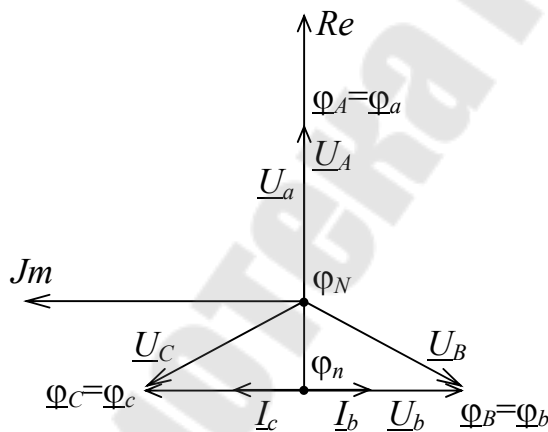


Рис. 7.3

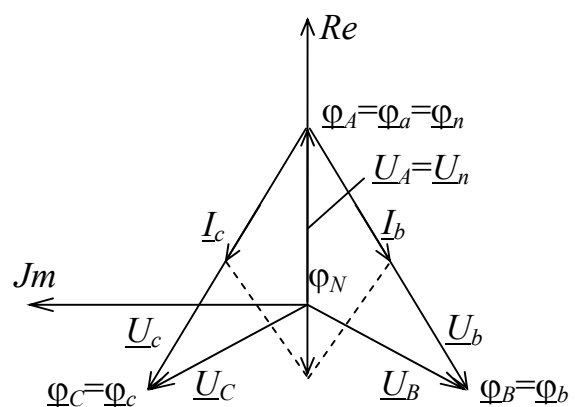


Рис. 7.4

г) Режим короткого замыкания фазы a и активных нагрузок в фазах b и c

$$\ell_{\underline{U}_a} = 0; \ell_{\underline{U}_b} = \ell_{\underline{U}_c} = \frac{21}{5} = 44 \text{ мм};$$

$$\ell_{\underline{I}_a} = \frac{1,74}{0,5} = 34,8 \text{ мм}; \ell_{\underline{I}_b} = \ell_{\underline{I}_c} = \frac{1}{0,5} = 20 \text{ мм}.$$

Диаграмма для этого режима приведена на рис. 7.4.

7.3.2. Для электрической трехфазной цепи при соединении “звезда-треугольник” экспериментально измерены величины $U_{\text{л}} = 21 \text{ В}$, I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} , I_A , I_B , I_C для следующих режимов:

- а) $R_{ab}; R_{bc} = R_{ca}: I_{ab} = 0,44 \text{ А}; I_{bc} = I_{ca} = 1 \text{ А}; I_A = 1,35 \text{ А}; I_B = 1,32 \text{ А}; I_C = 1,8 \text{ А}$
- б) $X_{ab}; R_{bc} = R_{ca}: I_{ab} = 0,23 \text{ А}; I_{bc} = I_{ca} = 1 \text{ А}; I_A = 1,25 \text{ А}; I_B = 0,85 \text{ А}; I_C = 1,75 \text{ А}$
- в) $R_{ab}; R_{bc} = \infty R_{ca}: I_{ab} = I_{ca} = 1 \text{ А}; I_{bc} = 0 \text{ А}; I_A = 1,75 \text{ А}; I_B = I_C = 1,03 \text{ А}$
- г) Обрыв линейного провода $A-a$, при симметричной нагрузке $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca}: I_{ab} = I_{ca} = 0,42 \text{ А}; I_{bc} = 1 \text{ А}; I_A = 0; I_B = I_C = 1,55 \text{ А}$.
- Требуется построить для каждого режима векторную диаграмму.

Решение

а) Режим несимметричной активной нагрузки.

Задав масштабы $m_U = 0,5 \text{ В/мм}; m_I = 0,05 \text{ А/мм}$, определив комплексные фазные напряжения $\underline{U}_A = 12,12 \text{ В}; \underline{U}_B = 12,12e^{-j120^\circ} \text{ В}; \underline{U}_C = 12,12e^{j120^\circ} \text{ В}$ и построив трехлучевую симметричную звезду из этих напряжений рис. 7.5, строим векторы комплексных линейных напряжений $\underline{U}_{AB} = 21e^{j30^\circ} \text{ В} = \underline{U}_{ab}; \underline{U}_{BC} = 21e^{-j90^\circ} \text{ В} = \underline{U}_{bc}; \underline{U}_{CA} = 21e^{j150^\circ} \text{ В} = \underline{U}_{ca}$.

Определяем длины векторов фазных токов

$$I_{ab} = \frac{0,44}{0,05} = 8,8 \text{ мм}; I_{ba} = I_{ca} = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ мм}.$$

Начала этих векторов совпадает с началом соответствующих фазных напряжений $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$. Направление фазных токов $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$ для активных (резистивных) нагрузок совпадает с направлением соответствующих фазных напряжений рис. 7.5.

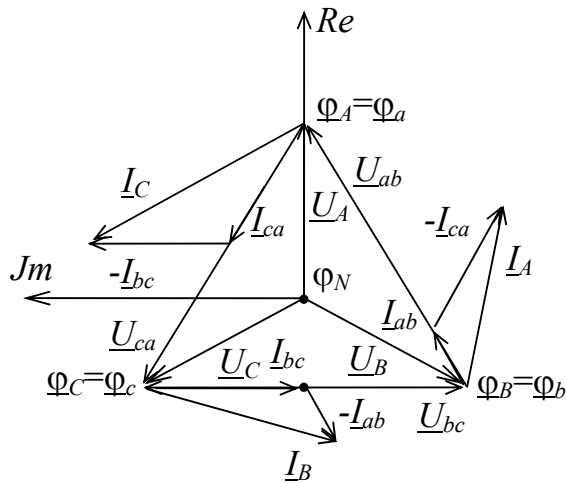


Рис. 7.5

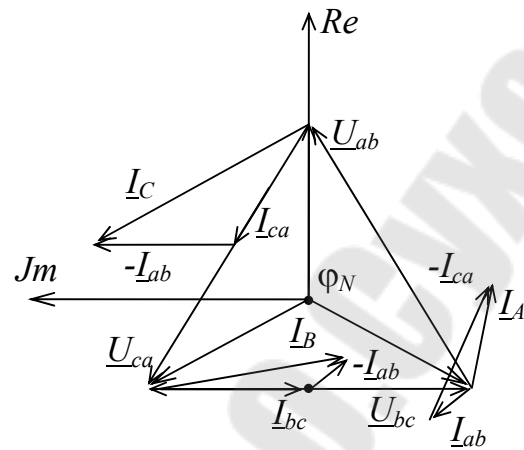


Рис. 7.6

Линейные токи \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C строим в соответствии с выражениями первого закона Кирхгофа для точек a , b и c (для узлов).

$$a: \underline{I}_A + \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{ab} = 0 \rightarrow \underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$$

$$b: \underline{I}_B + \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{bc} = 0 \rightarrow \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$$

$$c: \underline{I}_C + \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ca} = 0 \rightarrow \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$

Каждое из этих выражений реализуется построением треугольников (сложением соответствующих векторов фазных токов) для графического построения векторов линейных токов \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C .

б) Режим с конденсатором в фазе ab и резисторами в фазах bc и ca . Диаграмма приведена на рис. 7.6. В отличие от предыдущего режима вектор \underline{I}_{ab} направлен с опережением по фазе по отношению к \underline{U}_{ab} на 90° (повернут на 90° против часовой стрелки).

в) Режим активной нагрузки в фазах ab и ca и холостого хода ($R_{bc} = \infty$) в фазе bc .

Диаграмма приведена на рис. 7.7.

г) Режим активной симметричной нагрузки $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca}$, при обрыве линейного провода $A-a$.

Схема для этого режима приведена на рис. 7.8а. Приняв начальную фазу напряжения $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_{bc}$ равной нулю и учитывая, что $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = R_\phi$, строим диаграмму рис. 7.8б.

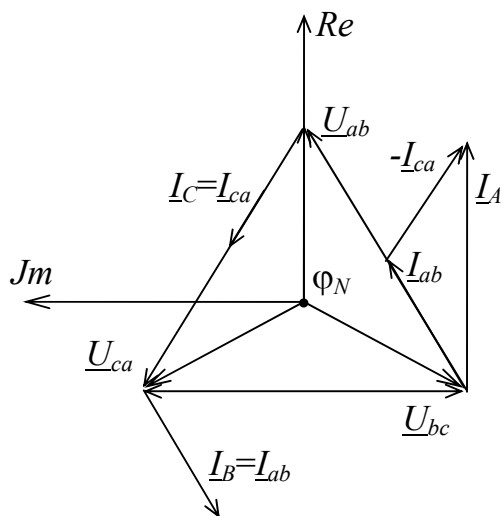


Рис. 7.7

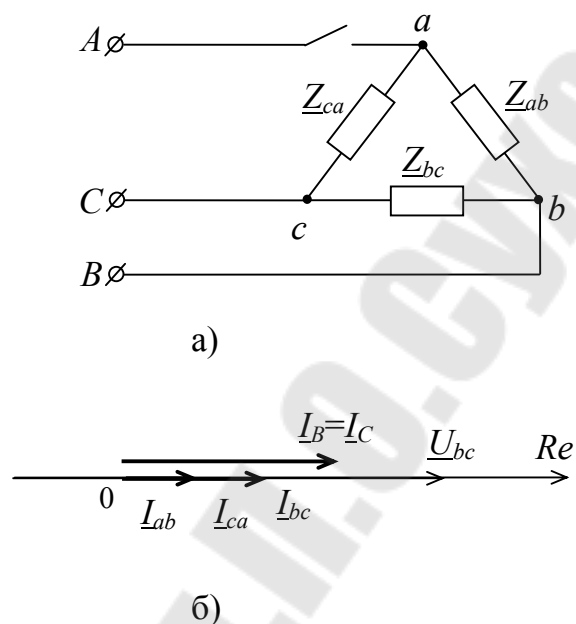


Рис. 7.8

7.4. Варианты задач для самостоятельного решения

Для заданной цепи по заданным параметрам и линейному напряжению:

- определить линейные и фазные токи, ток в нейтральном проводе (для схемы четырехпроводной звезды). Правильность расчета токов проверить составлением баланса мощностей;
- построить векторно-топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с диаграммой токов на комплексной плоскости.

Исходные данные приведены в [1], стр. 325-326.

Литература

1. Тиличенко, М.П., Грачев, С.А. “Электротехника, электрические машины и аппараты”: Учебное пособие для студентов металлургических и машиностроительных специальностей/ М.П. Тиличенко, С.А. Грачев. - Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2009.- 342 с.
2. Сборник задач по электротехнике и основам электроники: Учебное пособие /под ред. Г.Г. Рекус, А.И. Белоусова. – М.: Высшая школа, 1991.- 416с.
3. Сборник задач по электротехнике и основам электроники: Учебное пособие /под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1987.- 288с.

Содержание

| | |
|---|----|
| Тема 1. Линейные электрические цепи постоянного тока | 4 |
| Тема 2. Линейные электрические цепи однофазного синусоидального тока | 28 |
| Тема 3. Линейные электрические цепи трехфазного синусоидального тока..... | 53 |
| Литература | 60 |

Тиличенко Михаил Павлович

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И АППАРАТЫ

**Практикум
по одноименному курсу
для студентов машиностроительного
и механико-технологического факультетов
дневной и заочной форм обучения**

Подписано в печать 12.10.10.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 3,72. Уч.-изд. л. 3,53.

Изд. № 69.

E-mail: ic@gstu.by

<http://www.gstu.by>

Отпечатано на цифровом дуплекаторе
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.

Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.