Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

А. И. Кравченко, П. Д. Петрашенко, П. А. Хило

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ПРАКТИКУМ
по курсу «Физика»
для студентов всех специальностей
дневной формы обучения
В трех частях
Часть 2

Гомель 2010

УДК 53+537+537.6(075.8)
ББК 22.33я73
К78

*Рекомендовано научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого*
(*протокол № 4 от 22.12.2009 г.*)

Рецензент: канд. физ.-мат наук, доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого
В. И. Лашкевич

Кравченко, А. И.

К78 Электричество и магнетизм : практикум по курсу «Физика» для студентов всех специальностей днев. формы обучения : в 3 ч. Ч. 2 / А. И. Кравченко, П. Д. Петрашенко, П. А. Хило. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2010. – 68 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: http://lib.gstu.local. – Загл. с титул. экрана.

Содержит задачи для самостоятельного решения к практическим занятиям по разделу «Электричество и магнетизм», примеры решения задач, основные формулы и справочный материал.

Для студентов всех специальностей дневной формы обучения.

УДК 53+537+537.6(075.8)
ББК 22.33я73

Предисловие

Практикум по разделу «Электричество и магнетизм» курса «Физика» ч.2 содержит подборку задач различной степени сложности как для использования на практических занятиях, так и для самостоятельной работы студентов.

Практикум содержит задачи по основным темам практических занятий раздела «Электричество и магнетизм»: «Электростатика», «Потенциал», «Конденсаторы», «Законы постоянного тока», «Магнитное поле в вакууме», «Движение заряженных частиц в электрическом и магнитных полях», «Электромагнитная индукция » и др.

Приводятся так же основные формулы, примеры решения типовых задач и справочный материал.

Практикум предназначен для студентов дневного отделения.

1. Основные теоретические сведения

Закон сохранения заряда: $q_1 + q_2 + ...q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i = const$, где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ - алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n - число зарядов.

Закон Кулона: $\vec{F} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$, где $\vec{F}$ - сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2; $\vec{r}$ - вектор проведенный от q_1 к q_2; r – модуль этого вектора; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{Н} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$. Модуль вектора $\vec{F} : F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$.

Напряженность электрического поля: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$, где q_0 - единичный пробный точечный положительный заряд. Модуль напряженности поля, создаваемого точечным зарядом $q : E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$.

Принцип суперпозиции. Результирующая сила $\vec{F}$, действующая на точечный заряд в электрическом поле, созданном системой точечных зарядов равна геометрической сумме сил действующих со стороны каждого заряда в отдельности: $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$.

Напряженность поля, создаваемого системой точечных зарядов: $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$,а в случае протяженных зарядов: $\vec{E} = \int d\vec{E}$, где $d\vec{E}$ - поле, создаваемое зарядом dq.

Поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S: $\varPhi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S}$, $\varPhi_E = \oint_S E \cos\alpha dS$ или $\varPhi_E = \oint_S E_n dS$, где α - угол между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к элементу поверхности; $d\vec{S} = dS\vec{n}$ - вектор, численно равный площади поверхности dS и совпадающий по направлению с направлением нормали $\vec{n}$; E_n - проекция вектора напряженности на направление нормали.

Теорема Гаусса: $\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i$, где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ - алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности.

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\tau}{r}$,где $\tau = \frac{dq}{dl}$ - линейная плотность заряда.

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью: $E = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, где $\sigma = \frac{dq}{dl}$ - поверхностная плотность заряда.

Модуль напряженности поля, создаваемого заряженной металлической сферой: а) внутри сферы – E=0; б) на поверхности сферы - $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2}$, где R - радиус сферы; в) вне сферы – $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, где r –расстояние от центра сферы до точки.

Вектор электрического смещения $\vec{D}$ связан с вектором напряженности $\vec{E}$ электрического поля соотношением: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, где ε - относительная диэлектрическая проницаемость.

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике: $\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i^{св}$,где $\sum_{i=1}^{n} q_i^{св}$ - алгебраическая сумма свободных зарядов , находящихся внутри замкнутой поверхности S.

Потенциал электрического поля в точке (B):

$\varphi(B) = \frac{W(B)}{q_0} = \frac{A_{B,\infty}}{q_0} = \int_B^{\infty} E_r dr$,где $W(B)$ – потенциальная энергия заряда находящегося в точке (B); $A_{B,\infty}$ - работа сил электростатического поля по перемещению заряда из данной точки (B) в бесконечность; E_r - проекция вектора $\vec{E}$ на направление перемещения; q_0 - пробный заряд.

Потенциал поля, создаваемый точечным зарядом на расстоянии r от заряда q: $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Потенциал поля, созданного системой точечных зарядов: $\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$, где $\sum_{i=1}^{n} \varphi_i$ - алгебраическая сумма потенциалов, создаваемых отдельными зарядами в данной точке.

Потенциал поля связан с напряженностью электростатического поля соотношением: $\vec{E} = -grad\varphi$; $grad\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}$.

Для сферически симметричного поля, эта связь выражается формулой: $\vec{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$, или в скалярной форме – $E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}$. В случае одного направления поля: $E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d}$, где d – расстояние между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2 .

Работа сил поля по перемещению точечного заряда q из одной точки поля в другую: $A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r})d\vec{r} = q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r})d\vec{r} = q\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} E_r dr$, или $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, где E_r - проекция вектора напряженности $\vec{E}$ на направление перемещение.

Диполь - система двух разных по абсолютной величине, но противоположных по знаку зарядов. Электрический момент диполя: $\vec{p} = |q|\vec{l}$, где $\vec{l}$ - плечо диполя (рис. 1).

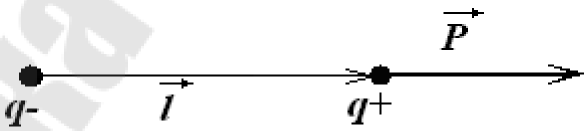

Рис.1

Электроемкость уединенного проводника: $C = \frac{|q|}{|\varphi|}$, где q - заряд проводника; φ - потенциал проводника.

Электроемкость конденсатора: $C = \frac{|q|}{|\Delta\varphi|}$, где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов пластин конденсатора; q - заряд пластины конденсатора.

Электроемкость сферы радиусом R: $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

Электроемкость плоского конденсатора: $C=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, где d - расстояние между пластинами конденсатора; S - площадь пластины (одной) конденсатора; ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электроемкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусом R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε): $C=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2-R_1}$.

Электроемкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε): $C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$.

Общая электроемкость последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i},$$ где n - число конденсаторов.

Общая электроемкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$C=C_1+C_2+\ldots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i .$$

Энергия заряженного конденсатора: $W=\dfrac{q\Delta\varphi}{2}=\dfrac{C\Delta\varphi^2}{2}=\dfrac{q^2}{2C}$.

Сила постоянного тока: $I=\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$, где Δq – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время Δt.

Модуль плотности тока: $j=\dfrac{I}{S}$, где S – площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle\vec{u}\rangle$ направленного движения заряженных частиц: $\vec{j}=q\cdot n\cdot\langle\vec{u}\rangle$, где q – заряд частицы; n – концентрация частиц.

Проводимость G проводника и удельная проводимость γ вещества:

$G = \frac{1}{R}$, $\gamma = \frac{1}{\rho}$,где R - сопротивление проводника; ρ - удельное сопротивление.

Сопротивление однородного проводника: $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$, где l - длина проводника; S - площадь поперечного сечения проводника.

Зависимость удельного сопротивления от температуры: $\rho = \rho_0\left(1 + \alpha t^0\right)$, где ρ и ρ_0 - удельное сопротивление при t^o и 0^o; t^o - температура (по шкале Цельсия); α - температурный коэффициент сопротивления. Сопротивление последовательно соединенных проводников: $R = R_1 + R_2 + ... + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$, где R_i - сопротивление i-го проводника; n - число проводников.

Сопротивление параллельно соединенных проводников:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи: $\pm I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R}$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} - э.д.с. источников тока, входящих в участок; R - сопротивление цепи (участка цепи). Закон Ома для однородного участка цепи $(\varepsilon_{12} = 0)$: $I = \frac{U}{R}$, где U - напряжение на участке цепи. Закон Ома для полной цепи $(\varphi_1 = \varphi_2)$: $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где r - внутреннее сопротивление источника тока; ε - э.д.с. источника.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей:

1.Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узловых точках цепи, равна нулю: $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$, где n - число токов сходящихся в узле;

2.Для любого замкнутого контура, произвольно выбранного в сложной цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_k на сопротивление R_k соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре: $\sum_{i=1}^{n} I_k R_k = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i$.

Работа тока за время t: $A = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$. Мощность тока: $P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}$. Закон Джоуля-Ленца: $Q = I^2Rt$, где Q - количество теплоты, выделяющееся в цепи за время t.

Закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \gamma\vec{E}$. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме: $\omega = \gamma E^2$, где ω - тепловая мощность тока.

Магнитная индукции $\vec{B}$ и напряженность $\vec{H}$ магнитного поля связаны соотношением $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где μ - магнитная проницаемость среды; в вакууме *μ=1*, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Гн}{м}$ - магнитная постоянная.

Закон Био-Савара-Лапласа: $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\left[Id\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$ или $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl$, где $d\vec{B}$ - магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$; $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от элемента тока к точке, в которой определяется магнитная индукция; α - угол между радиус-вектором и элементом тока.

Магнитная индукция в центре кругового витка с током определяется по формуле: $B = \frac{\mu\mu_0 l}{2R}$, где R - радиус витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\sqrt{\left(R^2 + h^2\right)^3}} = \frac{\mu_0\mu}{2}\frac{R^2 I}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}}$; где h - расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, созданная прямым бесконечно длинным проводником с током $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}$, где r_0 - кратчайшее расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника с током (рис. 2), может быть найдена по формуле: $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$. На рис. 2. направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено точкой - это значит, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

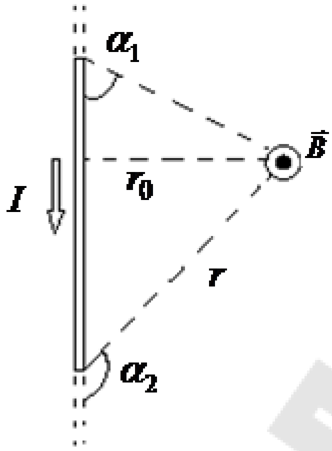

Рис. 2

Магнитная индукция поля длинного соленоида $B = \mu\mu_0 nl$, где n - отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (закон Ампера), $d\vec{F} = \left[Id\vec{l}, \vec{B}\right]$ или $dF = IBdl\sin\alpha$, где α - угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Магнитный момент плоского контура с током: $\vec{p}_m = \vec{n}IS$, где $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к плоскости контура; I - сила тока, протекающего по контуру; S - площадь контура.

Механический (вращательный) момент сил, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле, $\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]$, или $M = p_m B\sin\alpha$, где α - угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле $\Pi_{мех} = -\vec{p}_m\vec{B}$, или $\Pi_{мех} = -p_m B\cos\alpha$.

Сила Лоренца $\vec{F} = q\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$, или $F = q\text{vB}\sin\alpha$, где α - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Если частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях, то сила Лоренца определяется выражением $\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$.

Магнитный поток Φ сквозь поверхность:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности $\Phi = BS\cos\alpha$ или $\Phi = B_n S$, $B_n = B\cos\alpha$, где S - площадь контура; α - угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного магнитного поля и произвольной поверхности $\Phi = \int\limits_S B_n dS$ (интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток) для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков, определяется по формуле: $\psi = N\Phi$.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле: $A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$.

ЭДС индукции $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$. ЭДС индукции ε_i, возникающая в рамке площадью S, содержащей N витков при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B $\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t$

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле, $U = Bl\mathrm{v}\sin\alpha$, где l - длина проводника; α - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Магнитный поток сквозь контур и сила тока в нем связаны соотношением $\Phi = LI$, где L – индуктивность контура.

ЭДС самоиндукции: $\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt}$.

Индуктивность соленоида $L = \mu\mu_0 n^2 V$, где n - отношение числа витков соленоида к его длине; V - объем соленоида.

Энергия магнитного поля W, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L: $W = \dfrac{LI^2}{2}$.

Объемная плотность энергии магнитного поля: $\omega = \dfrac{BH}{2}$, или $\omega = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \dfrac{B^2}{2\mu_0\mu}$.

Формула Томсона. Период собственный колебаний в контуре без активного сопротивления $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где L- индуктивность контура; C- его электроемкость.

Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой ν колебаний $\lambda = cT$ или $\lambda = \frac{c}{\nu}$,где c- скорость электромагнитных волн в вакууме.

Скорость электромагнитных волн в среде $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где ε диэлектрическая проницаемость; μ - магнитная проницаемость среды.

2. Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных электрических заряда q_1=1 нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии d=10 см друг от друга. Определить модуль вектора напряженности $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке А, удаленной от заряда q_1 на расстояние r_1=9 см и от заряда q_2 на r_2=7 см.

Дано:

$q_1 = 1\text{нКл} = 1\cdot10^{-9}\,\text{Кл}$

$q_2 = -2\text{нКл} = -2\cdot10^{-9}\,\text{Кл}$

$d = 10\text{см} = 1\cdot10^{-1}\,\text{м}$

$r_1 = 9\text{см} = 9\cdot10^{-2}\,\text{м}$

$r_2 = 7\text{см} = 7\cdot10^{-2}\,\text{м}$

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\,\text{Ф/м}$

$E - ?$

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_1$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_1$.

Напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе (ε=1) зарядами q_1 и q_2:

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \qquad (1) \qquad\qquad E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}. \qquad (2)$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис. 3) направлен по силовой линии от заряда q_1, так как этот заряд положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду q_2, так как заряд отрицателен.

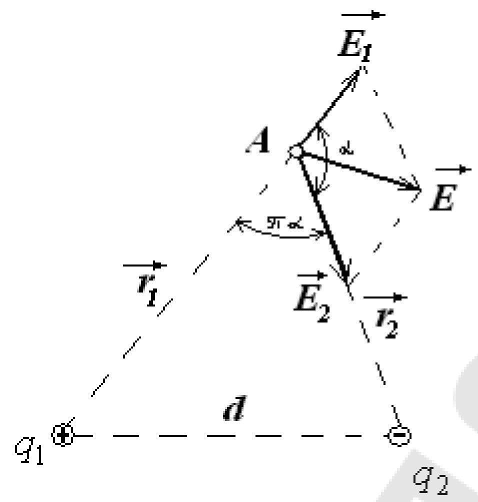

Рис. 3

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов: $E = \sqrt{E_1^{\ 2} + E_2^{\ 2} + 2E_1E_2\cos\alpha}$, (3), где α - угол между векторами $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_1$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d: $\cos\alpha = \dfrac{d^2 - r_1^{\ 2} - r_2^{\ 2}}{2r_1r_2}$. В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение cosα вычислить отдельно:

$$\cos\alpha = \frac{(0{,}1)^2 - (0{,}09)^2 - (0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07} = -0{,}238.$$

Подставив выражение E_1 из (1) и E_2 из (2) в (3) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon_0)$ за знак корня, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}\,. \qquad (4)$$

Произведем вычисления:

$$E = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot$$

$$\sqrt{\frac{\left(10^{-9}\right)^2}{(0{,}09)^4} + \frac{\left(2\cdot 10^{-9}\right)^2}{(0{,}07)^4} + 2\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0{,}09)^2\cdot(0{,}07)^2}(-0{,}238)}\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right) = 3{,}58\cdot 10^3\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right)$$

Ответ: $E = 3{,}58\cdot 10^3\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$

Пример 2. Тонкий стержень длиной *l=30* см (рис.4) несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью

τ =1 мкКл/м. на расстоянии $r_0 = 20$см от стержня находится заряд $q_1 = 10$ нКл, равноудаленный от концов стержня. Определить силу $\vec{F}$ взаимодействия точечного заряда с заряженным стержнем.

Дано:
$l = 30\text{см} = 3 \cdot 10^{-1}\text{м}$
$\tau = 1\text{мкКл/м} = 1 \cdot 10^{-6}\text{Кл/м}$
$r_0 = 20\text{см} = 2 \cdot 10^{-1}\text{м}$
$q_1 = 10\text{нКл} = 1 \cdot 10^{-8}\text{Кл}$

$\vec{F} - ?$

Решение. Закон Кулона позволяет вычислить силу взаимодействия точечных зарядов. По условию один из зарядов не является точечным, а второй представляет собой заряд, равномерно распределенный по длине стержня. Однако, если выделить на стержне дифференциально малый участок *dl*, то находящийся на нем заряд *dq=τdl* можно рассматривать как точечный и тогда по закону Кулона сила взаимодействия между зарядами q_1 и dq: $dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot \tau dl}{r^2}$, (1)

где *r* - расстояние от выделенного элемента до заряда q_1. Из рисунка следует, что $r = r_0 / \cos\alpha$ и $dl = (rd\alpha)/\cos\alpha$, где r_0 - расстояние от заряда q_1 до стержня. Подставив эти выражения *r* и *dl* в формулу (1), получим: $dF = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0} d\alpha$. (2)

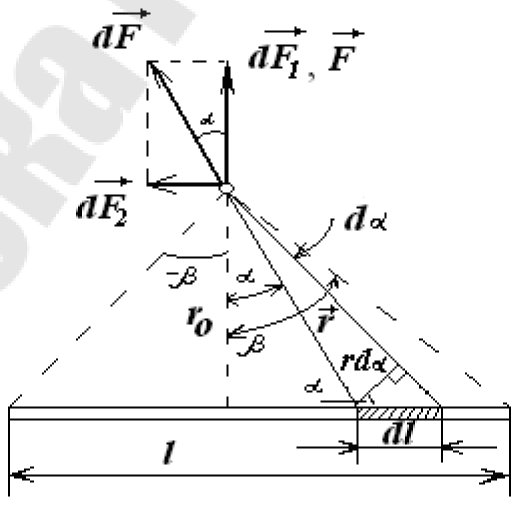

Рис.4

Следует иметь в виду, что $d\vec{F}$ - вектор, поэтому, прежде чем интегрировать, разложим его на две составляющие: $d\vec{F}_1$ перпендикулярно стержню и $d\vec{F}_2$ параллельно ему. Из рисунка видно, что

$dF_1 = dF\cos\alpha, dF_2 = dF\sin\alpha$. Подставляя значения dF из выражения (2) в эти формулы, найдем: $dF_1 = \dfrac{q_1\tau\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha$ и $dF_2 = \dfrac{q_1\tau\sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha$. Интегрируя выражение dF_1 в пределах от $-\beta$ до $+\beta$, получим:

$$F_1 = \int_{-\beta}^{+\beta}\frac{q_1\tau\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}d\alpha = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\int_{-\beta}^{+\beta}\cos\alpha d\alpha = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left|\sin\alpha\right|_{-\beta}^{+\beta};$$

$$F_1 = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left|\sin\beta - \sin(-\beta)\right| = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\cdot 2\sin\beta;$$

$$F_1 = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\sin\beta.$$

В силу симметрии расположения q_1 относительно стержня интегрирование второго выражения дает ноль.

Таким образом, величина силы действующей на заряд q_1,

$$F = F_1 = \frac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\sin\beta. \qquad (3)$$

Из рисунка 4, следует, что $\sin\beta = \dfrac{l/2}{\sqrt{r_0^2 + \dfrac{l^2}{4}}} = \dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. Подставив это выражение в формулу (3) получим: $F = \dfrac{q_1\tau}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\cdot\dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l}}$. (4)

Подставляем численные значения величин входящих в выражение (4) и производим вычисления:

$$F = \frac{1\cdot 10^{-8}\cdot 1\cdot 10^{-6}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 10^{-1}}\cdot\frac{3\cdot 10^{-1}}{\sqrt{4\cdot\left(2\cdot 10^{-1}\right)^2 + \left(3\cdot 10^{-1}\right)^2}} = 5{,}4\cdot 10^{-4}\ (\text{Н}).$$

С учетом направления силы, $\vec{F} = 5{,}4\cdot 10^{-4}\vec{j}$ (Н), ось У направлена перпендикулярно стержню.

Ответ: $\vec{F} = 5{,}4\cdot 10^{-4}\vec{j}$ (Н).

Пример 3. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -0{,}5$ нКл. Найти величину напряженности поля E в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см. Построить график $E(r)$.

Дано:
$R_1 = 6 см = 6 \cdot 10^{-2}$ м
$R_2 = 10 см = 1 \cdot 10^{-1}$ м
$q_1 = 1 нКл = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = -0{,}5 нКл = -5 \cdot 10^{-10}$ Кл
$r_1 = 5 см = 5 \cdot 10^{-2}$ м
$r_2 = 9 см = 9 \cdot 10^{-2}$ м
$r_3 = 15 см = 1{,}5 \cdot 10^{-1}$ м

$E_{1,2,3} - ?$
$E(r) - ?$

Решение. Заметим, что точки, в которых требуется найти напряженности электрического поля, лежат в трех областях (рис. 5): области I ($r_1 < R_1$), области II ($R_1 < r_2 < R_2$), области III ($r_3 > R_2$).

Для определения напряженности E$_1$ в области I проведем гауссову поверхность S$_1$ радиусом r$_1$, и воспользуемся теоремой Гаусса : $\oint\limits_{S_1} E_n dS = 0$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю). Из соображений симметрии $E_n = E_1 = const$. Следовательно, $E_1 \oint\limits_{S_1} dS = 0$ и E$_1$ (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1 < R_1$, будет равна нулю.

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2. В этом случае $\oint\limits_{S_2} E_n dS = \dfrac{q_1}{\varepsilon_0}$ (так как внутри гауссовой поверхности находится только заряд q_1).

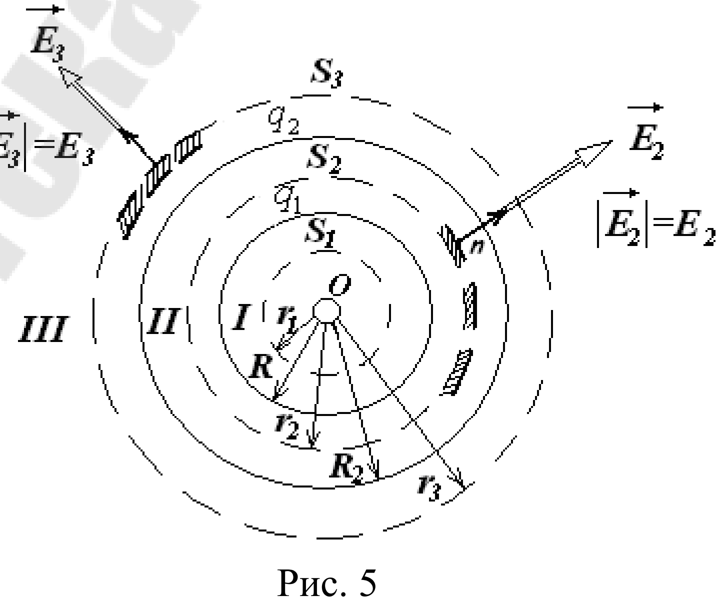

Рис. 5

Так как $E_n = E_2 = const$, то E_2 можно вынести за знак интеграла:

$$E_2 \oint\limits_{S_2} dS = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$ или $$E_2 S_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$ и $$E_2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S_2}$$,где $S_2 = 4\pi r_2^2$ - площадь гауссовой поверхности. Тогда $$E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3. Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что гауссова поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен алгебраической сумме зарядов. Тогда $E_3 = \dfrac{q_1 - q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3{}^2}$, так как q_2<0. (2)

Произведем вычисления:

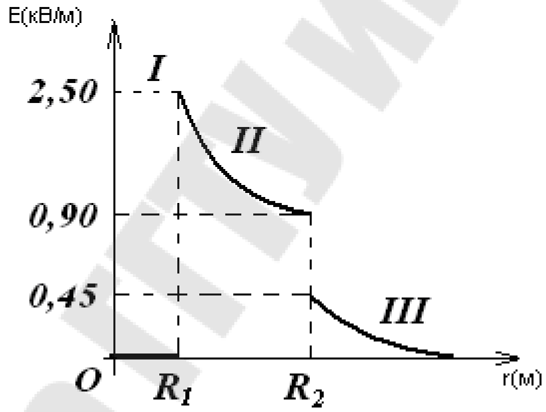

Рис.6

$$E_2 = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\frac{10^{-9}}{(0{,}09)^2}(\text{В/м}) = 1{,}11\cdot 10^3(\text{В/м});$$

$$E_3 = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\frac{(1-0{,}5)\cdot 10^{-9}}{(0{,}15)^2}(\text{В/м}) = 2\cdot 10^2(\text{В/м}).$$

Построим график *E(r)*. В области I ($r_1 < R_1$) *E=0*. В области II ($R_1 < r_2 < R_2$) $E_2(r)$ изменяется по закону $1/r_2$. В точке $r_1 = R_1$ напряженность

$$E_2(R_1) = |q_1| \Big/ \left(4\pi\varepsilon_0 R_1^2\right) = \frac{1\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 36\cdot 10^{-4}}(\text{В/м}) = 2{,}5\cdot 10^3(\text{В/м})$$

В точке $r = R_2$ (*r* стремиться к R_2 слева)

$E_2(R_2)=|q_1|/\left(4\pi\varepsilon_0 R_2^2\right)=0{,}9$ (кВ/м). В области III ($r_3 > R_2$) $E_3(r)$ изменяется по закону $1/r_2$, причем в точке $r = R_2$ (r стремиться к R_2 справа) $E_3(R_2)=q_1-|q_2|/\left(4\pi\varepsilon_0 R_2^2\right)=0{,}45$ (кВ/м). Таким образом, функция $E(r)$ в точках $r = R_1$, и $r = R_2$, терпит разрыв.

Ответ: E_1=0, E_2=1,11·10^3 В/м, E_3=2·10^2 В/м. График зависимости $E(r)$ представлен на рисунке 6.

Пример 4. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ =10 нКл/м. Определить напряженность поля $\vec{E}$ создаваемого таким распределенным зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги. Длина l нити составляет 1/3 длины окружности и равна 15 см.

Дано:
$\tau = 10$нКл/м $= 1\cdot 10^{-8}$ Кл/м
$l = 15$см $= 1{,}5\cdot 10^{-1}$м

$\vec{E}$ – ?

Решение. Выберем оси координат так, чтобы начало координат совпало с центром кривизны дуги, а ось 0Y была бы симметрично расположена относительно концов дуги (рис. 7).

На нити выделим элемент дуги dl. Заряд $dq = dl\tau$, находящийся на выделенном участке, можно считать точечным.

Определим напряженность электрического поля в точке 0. Для этого найдем сначала напряженность $d\vec{E}$ поля, создаваемого зарядом dq: $d\vec{E} = \dfrac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}$,где $\vec{r}$ - радиус - вектор, направленный от элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность. Выразим вектор $d\vec{E}$ через проекции dEx, и dEy на оси координат $d\vec{E} = \vec{i}\,dE_x + \vec{j}\,dE_y$,где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ - единичные векторы направлений (орты). Напряженность $\vec{E}$ найдем интегрированием: $\vec{E} = \int\limits_l d\vec{E} = \vec{i}\int\limits_l d\vec{E} + \vec{j}\int\limits_l dE_y$..Интегрирование ведется вдоль дуги длиной l. В силу симметрии $\int\limits_l dE_x = 0$. Тогда $\vec{E} = \vec{j}\int\limits_l dE_y$, (1), где $dE_y = dE\cos\vartheta = \tau dl\cos\vartheta/\left(4\pi\varepsilon_0 r^2\right)$. Так как $r = R = const$, $dl = Rd\vartheta$, то $dE_y = \dfrac{\tau R d\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\vartheta = \dfrac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\vartheta d\vartheta$. Подставим выражение dE_y в (1) и, приняв во внимание симметричное расположение дуги относительно оси 0Y, пределы интегрирования возьмем от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим: $\vec{E} = \vec{j}\,\dfrac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\displaystyle\int_0^{\pi|3} \cos\vartheta d\vartheta = \vec{j}\,\dfrac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\sqrt{3}/2$.

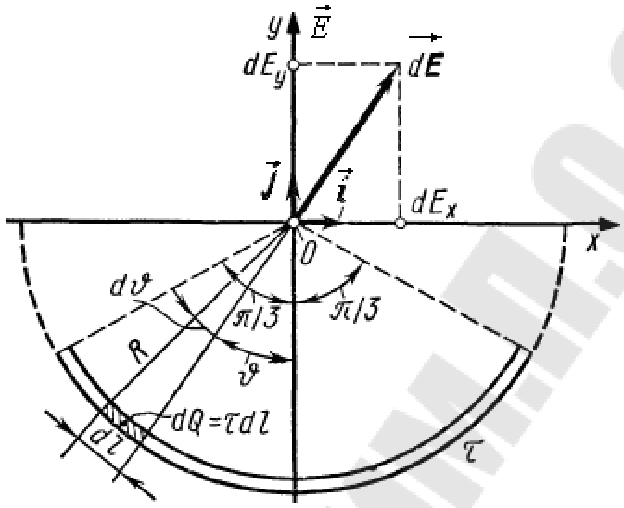

Рис. 7

Выразив радиус R через длину l нити ($3l = 2\pi R$), получим: $\vec{E} = \vec{j}\,\dfrac{\tau}{6\varepsilon_0 l}\sqrt{3}$. Из этой формулы видно, что напряженность поля по направлению совпадает с осью 0Y.

Проводим вычисления: $E = \dfrac{10^{-8}\cdot 1{,}73}{6\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}15}(\text{В/м}) = 2{,}18\cdot 10^3(\text{В/м})$

Ответ: $\vec{E} = 2{,}18\cdot 10^3\cdot\vec{j}\,\dfrac{\text{В}}{\text{м}}$.

Пример 5. На тонком стержне длиной l равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м^2. Найти потенциал φ, созданный распределенным зарядом в точке А, расположенной на оси стержня и удалённой от его ближайшего конца на расстояние l.

Дано:
$\tau = 10$ нКл/м^2 $= 10^{-8}$ нКл/м^2
$l_1 = l$
$l_2 = l$

$\varphi - ?$

Решение. В задаче рассматривается поле, создаваемое распределенным зарядом. В этом случае поступают следующим образом. На стержне выделяют малый участок длиной dx.

Тогда на этом участке сосредоточен заряд $dq = \tau \cdot dx$, который можно считать точечным. Потенциал $d\varphi$, создаваемый этим точечным зарядом в точке А (рис.8), можно определить по формуле: $d\varphi = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x} = \dfrac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x}$.

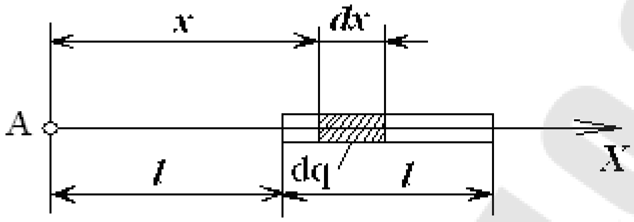

Рис.8.

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал электрического поля, создаваемого заряженным стержнем в точке А, найдем интегрированием этого выражения: $\varphi = \int\limits_{l}^{2l} \dfrac{\tau dx}{4\pi\varepsilon_0 x} = \dfrac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 x} \int\limits_{l}^{2l} \dfrac{dx}{x}$.

Выполним интегрирование: $\varphi = \dfrac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 x} \ln\Big|_{l}^{2l} = \dfrac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln 2$.

Подставим числовые значения физических величин в СИ $\tau = 10 \cdot 10^{-9}$ Кл/м, $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф и произведем вычисления: $\varphi = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}693(\text{В}) = 62{,}4(\text{В})$.

Ответ: $\varphi = 62{,}4$ В.

Пример 6 . Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра, в средней его части.

Дано:
$R = 1$ см
$\tau = 20$ нКл/м^2
$a_1 = 5$ см
$a_2 = 2$ см

$(\varphi_1 - \varphi_2) - ?$

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала: $\vec{E} = -grad\,\varphi$.

Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде : $E = -\dfrac{d\varphi}{dr}$ или $d\varphi = -Edr$.

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояниях r_1 и r_2, от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int\limits_{r_1}^{r_2} Edr . \qquad (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$. Подставив выражение E в (1), получим:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}, \text{ или } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (2)$$

Произведем вычисления, учитывая, что величины r_1 и r_2 входящие в формулу (2) в виде отношения, можно выразить в сантиметрах ($r_1 = R + \alpha_1 = 1{,}5$ см, $r_2 = R + \alpha_2 = 3$ см):

$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{10} \ln(3/1{,}5) = 3{,}6 \cdot 10^{2} \cdot 2{,}3 \ln 2 = 250$ В.

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = 250$ В.

Пример 7. Электрическое поле создается двумя зарядами $q_1 = 4$ мкКл и $q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 0{,}1$ м друг от друга. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $q = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рис.9).

Дано:	
$q_1 = 4$ мкКл $q_2 = -2$ мкКл $a = 0{,}1$ м $q = 50$ нКл	Решение. Для определения работы $A_{1,2}$ сил поля воспользуемся соотношением: $A_{1,2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Применяя принцип суперпозиции электрических полей,
$A_{1,2}$ – ?	

определим потенциалы φ_1 и φ_2 точек 1 и 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0\, a/2} - \frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0\, a/2} = \frac{2(|q_1| - |q_2|)}{4\pi\varepsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} - \frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{|q_1|/\sqrt{2} - |q_2|}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

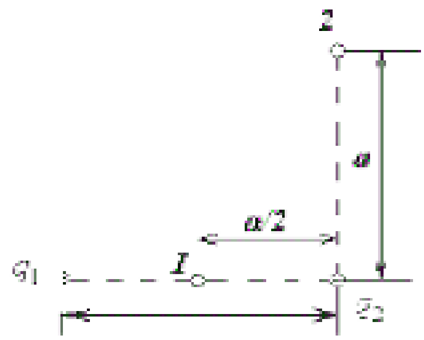

Рис.9.

Тогда $$A_{1,2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\alpha}\left[2(|q_1|-|q_2|)-(|q_1|/\sqrt{2}+|q_2|)\right],$$ или

$$A_{1,2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\alpha}\left[|q_1|\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+|q_2|\right].$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ ($q=50\cdot10^{-9}$ Кл, $q_1=4\cdot10^{-6}$ Кл, $a=0{,}1$ м, $1/(4\pi\varepsilon_0)=9\cdot10^{9}$ м/Ф) и произведём вычисления:

$$A_{1,2}=\frac{50\cdot10^{-9}\cdot9\cdot10^{9}}{0{,}1}\left[4\left(2-1/\sqrt{2}\right)-2\right]\cdot10^{-6}=14{,}3\cdot10^{-2}\ (\text{Дж}).$$

Ответ: $A_{1,2}=14{,}3\cdot10^{-2}$ Дж.

Пример 8. Конденсатор емкостью $C_1=3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi_1=40$ В. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2=5$ мкФ. Какая энергия W' израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Дано:
$C_1=3$ мкФ
$\Delta\varphi_1=40$ В
$C_2=5$ мкФ

$W'-?$

Решение. Энергия, израсходованная на образование искры, $W'=W_1-W_2$, (1), где W_1 - энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 - энергия, которую имеет батарея состоящая из двух конденсаторов .Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле $W=\frac{1}{2}C\Delta\varphi_1^2$, (2) где C - емкость конденсатора или батареи конденсаторов. Выразив в формуле (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и приняв во внимание, что общая емкость параллельно заряженных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим $W' = \frac{1}{2}C_1\Delta\varphi_1^2 - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\Delta\varphi_2^2$, (3), где $\Delta\varphi_2$ - разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов. Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов $\Delta\varphi_2$ следующим образом: $\Delta\varphi_2 = \frac{q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1\Delta\varphi_1}{C_1 + C_2}$ (4). Подставив выражение $\Delta\varphi_2$ в (3), найдем: $W' = \frac{C_1\Delta\varphi_1^2}{2} - \frac{{C_1}^2\Delta\varphi_1^2(C_1 + C_2)}{2(C_1 + C_2)^2}$ или $W' = \frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\Delta\varphi_1^2$. Произведем вычисления:

$$W' = \frac{1}{2}\frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 5\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-6} + 5\cdot 10^{-6}}\cdot 1600\,\text{Дж} = 1{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{Дж}.$$

Ответ: $W' = 1{,}5\cdot 10^{-3}$ Дж.

Пример 9. Определить заряд q, прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2$ В до $U = 4$ В в течение $t = 20$ с.

Дано:
$R = 3$ Ом
$U_0 = 2$ В
$U = 4$ В
$t = 20$ с
$q - ?$

Решение. Так как сила тока в проводнике изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $q = I\cdot t$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда и проинтегрируем

$q = \int_0^t Idt$. (1). Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$q = \int_0^t \frac{U}{R}dt. \qquad (2)$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой:

$U = U_0 + kt$, (3)

где k - коэффициент нарастания напряжения.Подставив это выражение U в формулу (2), найдем:

$$q=\int_0^t\left(\frac{U_0}{R}+\frac{kt}{R}\right)dt=\frac{U_0}{R}\int_0^t dt+\frac{k}{R}\int_0^t tdt. \qquad (4)$$

Проинтегрировав, получим:

$$q=\frac{U_0 t}{R}+\frac{kt^2}{2R}=\frac{1}{2R}\left(2U_0 t+kt^2\right). \qquad (5)$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3): $k=\left(U-U_0\right)/t=0{,}1\,\text{В/с}$. Подставив значение величин в формулу (5) найдем: $q=20\,\text{Кл}$.

Ответ: $q=20\,\text{Кл}$.

Пример 10. Сила тока в проводнике сопротивлением $R=20\,\text{Ом}$ нарастает в течение времени $\Delta t=2\text{с}$ по линейному закону от $I_0=0$ до $I=6\text{А}$ (рис. 10) Определить теплоту Q_1, выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 - за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1.

Дано:
$R=20\,\text{Ом}$
$\Delta t=2\text{с}$
$I_0=0$
$I=6\text{А}$

$Q_1-?$
$Q_2-?$
$Q_2/Q_1-?$

Решение. Закон Джоуля – Ленца в виде $Q=I^2Rt$ справедлив для постоянного тока ($I=const$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде:

$$dQ=I^2Rdt. \qquad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае $I=kt$, (2)

где k - коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока: $k=\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{6}{2}\frac{\text{А}}{\text{с}}=3\frac{\text{А}}{\text{с}}$.

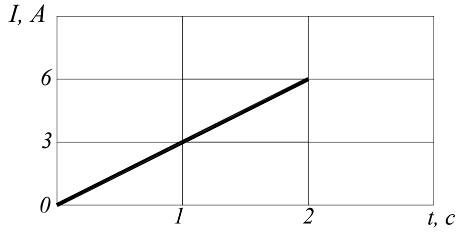

Рис. 10

С учетом (2) формула (1) примет вид: $dQ=k^2Rt^2dt$ (3).

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1, до t_2: $Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R \left(t_2{}^3 - t_1{}^3 \right)$. Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(1-0)(\text{Дж}) = 60\ (\text{Дж}), Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20(8-1)(\text{Дж}) = 420\ (\text{Дж}).$$

Следовательно, $Q_2 / Q_1 = 420/60 = 7$,т.е. за вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Ответ: $Q_1 = 60\ \text{Дж}, Q_2 = 420\ \text{Дж}$, $Q_2 / Q_1 = 7$.

Пример 11. По двум параллельным, бесконечно длинным проводникам, расстояние между которыми 8 см, текут в одном направлении токи силой 50 А каждый. Определить магнитную индукцию поля в точке, отстоящей от оси первого проводника на расстояние 5 см, а от другого - 10см.

Дано:
$d = 8\ \text{см} = 8 \cdot 10^{-2}$ м
$I_1 = I_2 = 50$ А
$r_1 = 5\ \text{см} = 5 \cdot 10^{-2}$ м
$r_2 = 10\ \text{см} = 10 \cdot 10^{-2}$ м

$B - ?$

Решение. Для нахождения магнитной индукции в заданной точке воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Согласно принципа суперпозиции индукция результирующего поля равна векторной сумме индукций, создаваемых каждым током в отдельности, то есть $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где вектор $\vec{B}$ векторная сумма индукций магнитных полей в точке A (рис.11). Модуль вектора $\vec{B}$ найдем по теореме косинусов:

$\left| \vec{B} \right| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cdot \cos\alpha}$, (1) где α - угол между $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Как известно, магнитная индукция прямого, бесконечно длинного проводника с током определяется формулой

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}, \text{ тогда } B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot r_1} \text{ и } B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot r_2}$$

(учли что $\mu = 1$ так, как среда в которой находятся проводники - воздух).

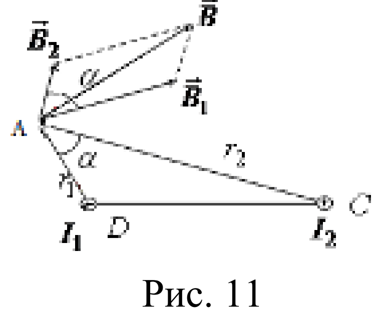

Рис. 11

По условию задачи токи в проводниках одинаковы, то есть $I_1 = I_2 = I$. Подставляя значения B_1 и B_2 в формулу (1) получаем:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1\, r_2}\cdot\cos\alpha}. \qquad (2)$$

Вычислим $\cos\alpha$, по теореме косинусов:

$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cdot\cos\alpha$ тогда $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}$. Вычислим значение косинуса $\cos\alpha = \dfrac{61}{100}$.

Подставив в формулу (2) числовые значения физических величин и произведя вычисления получаем: $B = 272{,}7$ мкТл.

Ответ: $B = 272{,}7$ мкТл.

Пример 12. По отрезку прямого проводника длиной 120 см течет ток 40 А. Определить магнитную индукцию поля, создаваемую этим током, в точке, равноудаленной от концов отрезка проводника и находящейся на расстоянии 20 см от его середины.

Дано:
$l = 120$ см $= 1{,}2$ м
$I = 40$ А
$r_0 = 20$ см $= 0{,}2$ м

$B - ?$

Решение. Для расчета индукции магнитного поля воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа и принципом суперпозиции магнитных полей.

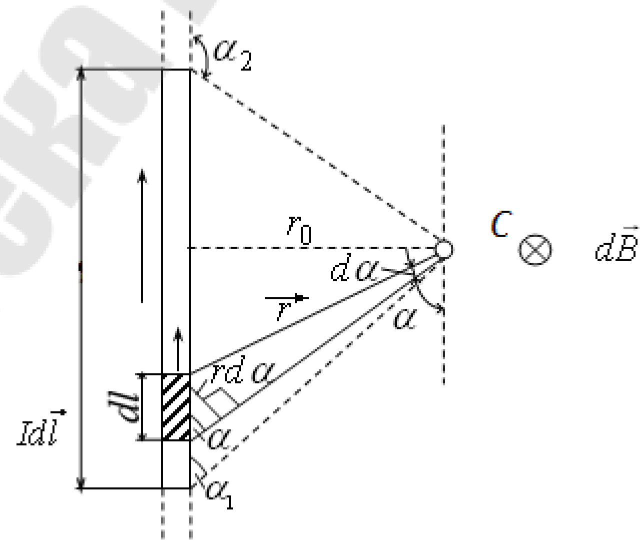

Рис. 12

Выберем на проводнике произвольно элемент тока $Id\vec{l}$ (рис.12). Этот элемент тока создает в точке С поле с индукцией $d\vec{B}$, которая согласно закону Био-Савара-Лапласа определяется выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{\left[Id\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$$; (1) а модуль вектора $d\vec{B}$ - $$\left|d\vec{B}\right| = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2}$$, (2) где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от элемента тока $Id\vec{l}$ в точку С поля; r - модуль радиус-вектора $\vec{r}$; α - угол между элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором $\vec{r}$. Вектор $d\vec{B}$ в точке С перпендикулярен плоскости рисунка и направлен от наблюдателя за плоскость рисунка. Результирующую индукцию магнитного поля определим, используя принцип суперпозиции, согласно которому $\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} d\vec{B} = \int_l d\vec{B}$.В точке С векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока имеют одинаковое направление, в данном случае за плоскость чертежа. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В этом случае выражение (2) можно записать в виде: $B = \frac{\mu_0\mu\cdot I}{4\pi}\int_l \frac{\sin\alpha}{r^2}dl$. (3) Данное выражение содержит две переменные величины: угол и расстояние. Преобразуем подинтегральное выражение так, чтобы в него входила только одна переменная - угол α. Из рис.12 находим $dl = \frac{r\cdot d\alpha}{\sin\alpha}$. Тогда $\frac{\sin\alpha}{r^2}dl = \frac{\sin\alpha}{r^2}\cdot\frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Величина r также зависит от α, из рис. 12 $r = \frac{r_0}{\sin\alpha}$, тогда $\frac{d\alpha}{r} = \frac{d\alpha}{r_0}\sin\alpha = \frac{\sin\alpha}{r_0}\cdot d\alpha$. Следовательно, выражение (3) можно записать в виде $B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\cdot d\alpha = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. (4) Полученное выражение (4) можно преобразовать, так как по условию задачи точка С расположена симметрично относительно отрезка проводника, то есть $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$. Выражение (4) примет вид:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cdot\cos\alpha_1. \qquad (5)$$

Из рис.12 следует, что $\cos\alpha_1 = \dfrac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + r_0^2}} = \dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$. Подставив последнее выражение в формулу (5) и учитывая, что $\mu = 1$ получим $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi\, r_0}\dfrac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$ что соответствует единице магнитной индукции.

Произведя вычисления, получаем $B = 37{,}9\,\text{мкТл}$.

Ответ: $B = 37{,}9\,\text{мкТл}$.

Пример 13. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10\,\text{см}$ течет ток $I = 80\,\text{А}$. Найти магнитную индукцию в точке A, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 20\,\text{см}$.

Дано:
$R = 10\,\text{см} = 0{,}1\,\text{м}$
$I = 80\,\text{А}$
$r = 20\,\text{см} = 0{,}2\,\text{м}$

$A - ?$

Решение. Расчет индукции магнитного поля проведем на основании закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции магнитных полей.

Выделим на кольце элемент тока $Id\,\vec{l}$ (рис. 13) и от него в точку A проведем радиус-вектор $\vec{r}$. Выделенный элемент тока создает в точке A магнитное поле индукцией $d\vec{B}$. Индукция магнитного поля, создаваемая этим элементом в точке A согласно закона Био-Савара-Лапласа будет $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{\left[Id\vec{l}\,,\vec{r}\right]}{r^3}$. Вектор $d\vec{B}$ в точке A направлен в соответствии с правилом буравчика, а его модуль определяется выражением $\left|d\vec{B}\right| = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{I\ dl\ \sin\ \alpha}{r^2}$. Согласно принципа суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция в точке A определяется интегрированием: $\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B}$,(1) где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца. Так как, в выражении (1) $d\vec{B}$ - это вектор, то прежде чем интегрировать следует разложить его на две составляющие: $d\vec{B}_\perp$, перпендикулярную плоскости кольца, и $d\vec{B}_\parallel$, параллельную плоскости кольца, то есть $d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel$.

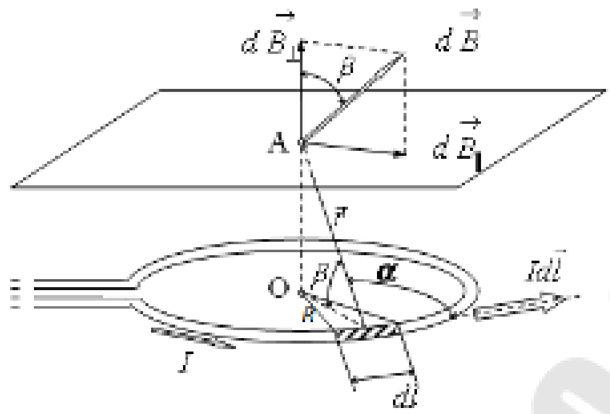

Рис. 13

Индукцию магнитного поля в точке A найдем интегрированием: $\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B}_\perp + \int\limits_l d\vec{B}_\parallel$. При этом, $\int\limits_l d\vec{B}_\parallel = 0$ из соображений симметрии, а векторы $d\vec{B}_\perp$, от различных элементов $Id\vec{l}$ сонаправлены, поэтому заменим векторное выражение скалярным: $B = \int\limits_l dB_\perp$, где $dB_\perp = dB\cos\beta$ и $dB = \dfrac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\dfrac{I\cdot dl}{r^2}$, так как $Id\vec{l}$ перпендикулярен $\vec{r}$, следовательно, $\sin\alpha = 1$. Таким образом, имеем

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cdot\cos\beta\cdot\int\limits_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\cdot\frac{\cos\beta}{r^2}\cdot l\,\Big|_0^{2\pi R} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\cdot\frac{\cos\beta\cdot 2\pi\cdot R}{r^2}$$

, учитывая, что $\cos\beta = \dfrac{R}{r}$ и сокращая на 2π получим $B = \dfrac{\mu_0\mu\, I\, R^2}{2\, r^3}$.

Проведем вычисления: $B = \dfrac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 80\cdot (0.1)^2}{2\cdot (0.2)^3} = 62{,}8$ мкТл.

Ответ: $B = 62{,}8$ мкТл.

Пример 14. Бесконечно длинный проводник, по которому течет ток $I = 50$ А, изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$. Определить магнитную индукцию проводника в точке А (рис.14), расстояние до которой $d = 5$ см.

Дано:
$I = 50$ А
$\alpha = 2\pi/3$
$d = 5$ см $= 5\cdot 10^{-2}$ м
$B - ?$

Решение. Изогнутый проводник можно рассматривать как два длинных проводника, концы которых соединены в точке О (рис. 15). В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в точке А будет равен геометрической сумме магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых отрезками длинных проводников 1 и 2, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Магнитную индукцию $\vec{B}_1$ найдем, воспользовавшись соотношением (4), найденным в примере 13: $B_1 = \dfrac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$, где r_0 - кратчайшее расстояние от проводника 1 до точки А (рис.15).

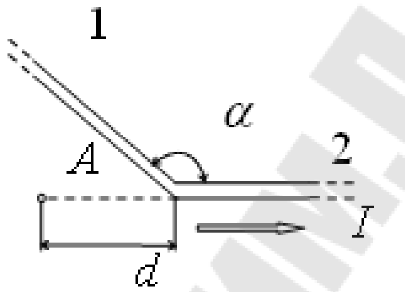

Рис.14.

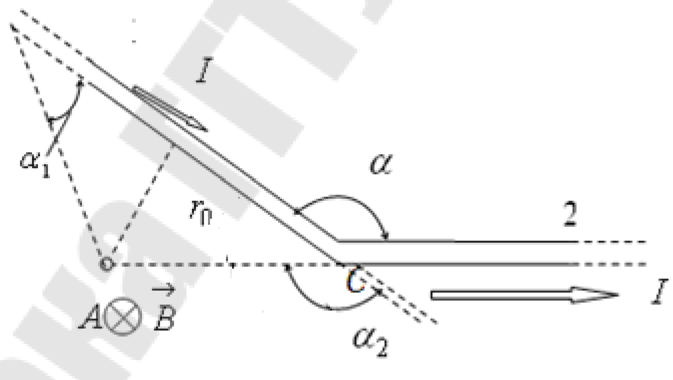

рис. 15

В данном случае $\alpha_1 \to 0$ (проводник бесконечно длинный), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3\,(\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2)$. Расстояние $r_0 = d\sin(\pi - \alpha) = d\sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$. Тогда магнитная индукция

$B_1 = \dfrac{\mu_0 \mu I}{4\pi d\ \sqrt{3}/2}(1 + 1/2) = \dfrac{\mu_0 \mu I \cdot 3}{4\pi d \cdot \sqrt{3}} = \dfrac{\mu_0 \mu I \cdot \sqrt{3}}{4\pi d}$. Магнитная индукция, создаваемая вторым отрезком проводника равна нулю. Это следует из закона Био-Савара, согласно которому в точках, лежащих на оси проводника, $d\vec{B} = 0$, т.к. $\left[Id\vec{l} \wedge \vec{r}\right] = 0$ и $B_2 = 0$. Так как $B = B_1$, то

$B = \dfrac{\sqrt{3}\mu_0 \mu I}{4\pi d}$. Вектор $\vec{B}$ сонаправлен с вектором $\vec{B}_1$. На рис. 15 это направление отмечено крестиком в кружочке (перпендикулярно плоскости чертежа, от нас).

Проведем вычисления: $B = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}}$ Тл $= 3{,}46 \cdot 10^{-5}$ Тл $= 34{,}6$ мкТл.

Ответ: $B = 34{,}6$ мкТл.

Пример 15. Два параллельных прямых проводника длиной $l = 2$ м каждый, находятся на расстоянии $d = 0{,}1$ м друг от друга. По ним текут одинаковые токи $I = 80$ А. Вычислить силу взаимодействия токов.

Дано	
$l = 2$ м	
$d = 0{,}1$ м	
$I = 80$ А	
$F - ?$	

Решение. Взаимодействие двух проводников, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой проводник (рис.16).

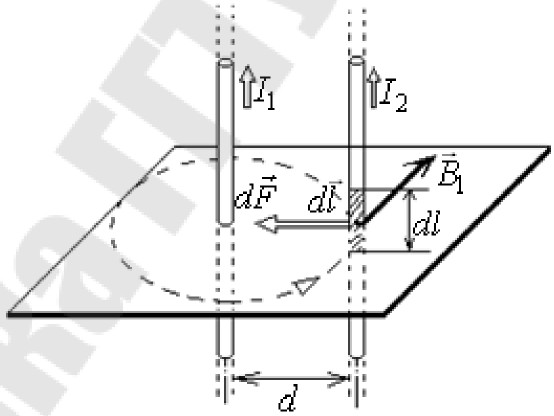

рис. 16

Пусть оба тока текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго проводника (с током I_2) магнитное поле. Вычислить силу $\overrightarrow{F_{21}}$, с которой магнитное поле, созданное током I_1, действует на проводник с током I_2. Для этого проведем магнитную силовую линию так, чтобы она касалась проводника с током I_2 и по касательной к ней - вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции $\left|\vec{B}\right|_1$, определяется соотношением: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ (1).

На каждый элемент тока второго проводника $I_2 d\vec{l}_2$ согласно закону Ампера действует сила $dF_{21} = I_2 B_1 dl_2 \sin(d\vec{l}_2 \hat{,} \vec{B}_1)$. Так как $I_2 d\vec{l}_2 \perp \vec{B}_1$, то $\sin({}_2 d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}) = 1$ и тогда $dF_{21} = I_2 B_1 dl_2$.Подставив в это выражение $\vec{B}_1$, согласно (1), получим $dF_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl_2$.Силу $\vec{F}$ взаимодействия проводников с токами найдем интегрированием последнего равенства: $F_{21} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^{l_2} dl_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2$. т.к. по условию $I_1 = I_2 = I$, то $F_{21} = \dfrac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$. Проведем вычисления: $F = 25{,}6\,\text{мН}$

Ответ: $F = 25{,}6\,\text{мН}$

Пример 16. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

Дано:
$U = 600$ В $B = 0{,}3$ Тл
$R - ?$

Решение. Траектория движения заряженной частицы в однородном магнитном поле будет окружностью только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\vec{V} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору $\vec{V}$, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$ и тогда по второму закону Ньютона, $\vec{F} = m\vec{a}_n$ (1)где m - масса протона.

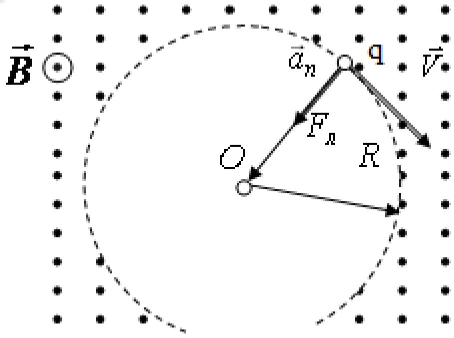

рис. 17

На рис.17 траектория протона совмещена с плоскостью чертежа. Сила Лоренца направлена перпендикулярно вектору $\vec{V}$ и направлена к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_л$ совпадают по направлению). Запишем выражение (1) в скалярной форме: $\overrightarrow{F_л} = m\overrightarrow{a_n}$, где $a_n = \dfrac{V^2}{R}$, а $F_л = qVB\sin\alpha$. В данном случае $\vec{V} \perp \vec{B}$, $\sin\alpha = 1$. Тогда : $qVB = \dfrac{mV^2}{R}$ и $R = \dfrac{mV}{qB}$.

Учитывая, что $m\vec{V}$ есть импульс протона ($\vec{p}$), тогда последнее выражение можно записать в виде: $R = \dfrac{p}{qB}$. Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е. $A = \Delta E$, или $q(\varphi_1 - \varphi_2) = E_2 - E_1$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение U); E_1 и E_2 - начальная и конечная кинетические энергии протона. Пренебрегая начальной кинетической энергией протона ($E_1 \approx 0$) и выразив кинетическую энергию E_2 через импульс p, получим:

$qU = \dfrac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mqU}$. Найденный импульс ($p$) подставим в формулу: $R = \dfrac{\sqrt{2mqU}}{qB} = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{q}}$.

Проведем вычисления: $R = \dfrac{1}{0.3}\sqrt{\dfrac{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1.6 \cdot 10^{-19}}}\ (\text{м}) = 0{,}0118\ (\text{м})$.

Ответ: $R = 11{,}8$ мм .

Пример 17. Электрон, влетев в однородное магнитное поле $B = 0{,}2$ Тл, стал двигаться по окружности радиуса 5см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Дано:
$B = 0{,}2$ Тл
$R = 5$ см $= 0{,}05$ м

$p_m - ?$

Решение. Траектория движения электрона будет окружностью, если он влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции.

На рис. 18. линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости чертежа и направлены "от нас" (обозначены крестиками).

Движение электрона по окружности эквивалентно круговому току, который в данном случае определяется выражением $I_{экв} = \dfrac{|e|}{T}$, где e- заряд электрона; T - период его обращения.

Период обращения выразим через скорость электрона и путь, проходимый им за период $T = \dfrac{2\pi R}{V}$. Тогда $I_{экв} = \dfrac{|e|V}{2\pi R}$. (1)

Зная $I_{экв}$, найдем магнитный момент эквивалентного кругового тока. По определению, магнитный момент контура с током выражается соотношением $p_m = I_{экв} S$, (2)

где S - площадь, ограниченная окружностью, описываемой электроном ($S = \pi R^2$). Подставив $I_{экв}$ из (1) в выражение (2) получим: $p_m = \dfrac{|e|V}{2\pi R}\pi R^2 = \dfrac{1}{2}|e|VR$, (3)

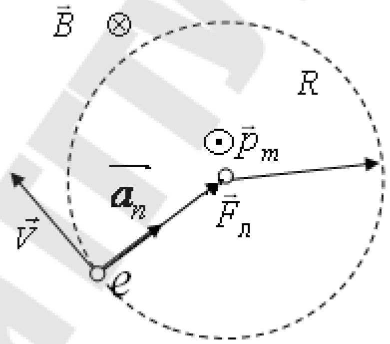

рис. 18

В полученном выражении неизвестной является скорость электрона, которая связана с радиусом окружности, по которой он движется, соотношением $R = \dfrac{mV}{qB}$ (см. пример 16).

Заменив q на $|e|$, найдем скорость $V = \dfrac{|e|BR}{m}$ и подставим в формулу (3): $p_m = \dfrac{|e^2|BR^2}{2m}$. Проведем вычисления: $p_m = 7{,}03\ пА \cdot м^2$

Ответ: $p_m = 7{,}03\ пА \cdot м^2$

Пример 18. Электрон движется в однородном магнитном поле $B = 10$ мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость V.

Дано:
$B = 10$ мТл
$h = 6$ см
R=1 см

$T - ?$
$V - ?$

<u>Решение</u>. Траектория движения электрона будет винтовая линия, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha \neq \pi/2$) к линиям магнитной индукции.

Разложим, как это показано на рис.19, вектор скорости $\vec{V}$ электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ $\left(\vec{V}_{\text{II}}\right)$ и перпендикулярную ему $\left(\vec{V}_{\perp}\right)$. Скорость $\vec{V}_{\text{II}}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $\vec{V}_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_л \perp \vec{V}_{\perp}$). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении вдоль силовой линии со скоростью V_{II} и равномерном движении по окружности со скоростью $V_{\perp}$.

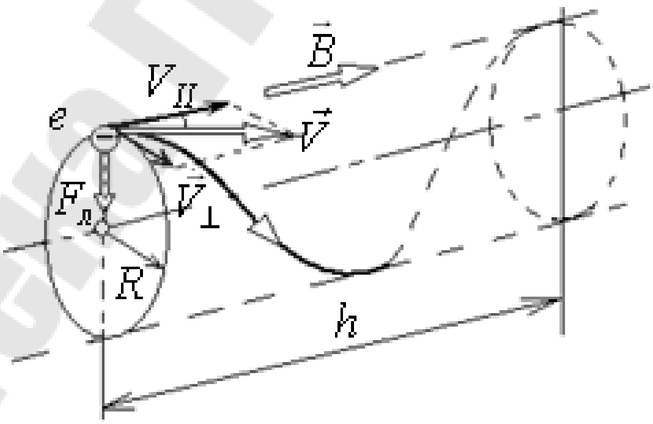

Рис. 19

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением: $T = \dfrac{2\pi R}{V_{\perp}}$. (1)

Найдем отношение $\frac{R}{V_\perp}$. Согласно второму закону Ньютона можно написать: $F_л = ma_n$, $a_n = \frac{V^2}{R}$ или

$$|e|V_\perp B = \frac{mV^2{}_\perp}{R};\ \frac{R}{V_\perp} = \frac{m}{|e|\cdot B}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в формулу (1) получим: $T = 2\pi \frac{m}{|e|B}$. (3)

Проведем вычисления: $T = 3{,}57$ нс. Модуль скорости V, как это видно из рис.19, можно выразить через $V_\perp$ и V_{II}. Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости: $V_\perp = \frac{|e|BR}{m}$

Параллельную составляющую скорости V_{II} найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T, электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т.е. $h = TV_{II}$, откуда $V_{II} = \frac{h}{T}$. Учитывая выражение (3), получим $V_{II} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}$

Таким образом, модуль скорости электрона

$V = \sqrt{V_\perp{}^2 + V^2{}_{II}} = \frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}$. Произведем вычисления:

$V = 2{,}46 \cdot 10^7$ м/с

Ответ: $T = 3{,}57$ нс, $V = 2{,}46 \cdot 10^7$ м/с.

Пример 19. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0{,}1$ Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к её массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Дано:
$U = 104$ В
$E = 10$ кВ/м
$B = 0{,}1$ Тл

$\frac{q}{m}$ – ?

Решение. Для того чтобы найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы:

$$qU = \frac{mV^2}{2}, \text{ или } \frac{q}{m} = \frac{V^2}{2U} . \qquad (1)$$

Скорость альфа-частицы найдем из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

1) сила Лоренца $\vec{F}_л = q\left[\vec{V}, \vec{B}\right]$, направленная перпендикулярно вектору скорости $\vec{V}$ и вектору магнитной индукции $\vec{B}$;

2) сила Кулона $\vec{F}_к = q\vec{E}$, сонаправленна с вектором напряженности $\vec{E}$ электростатического поля ($q > 0$). Направим вектор магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль оси Oz рис.20, скорость $\vec{V}$ - в положительном направлении оси Ox, тогда $\vec{F}_л$, и $\vec{F}_к$ будут направлены так, как показано на рисунке. Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил $\vec{F}_л$, и $\vec{F}_к$ будет равна нулю. В проекции на ось Oy получим следующее равенство (учитывая что $\vec{V} \perp \vec{B}$, а $\sin\alpha = 1$):

$$qE - qVB = 0 \text{ или } V = \frac{E}{B}.$$

Подставив это выражение скорости в формулу (1), получим: $\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}$. Проведем вычисления:

$$\frac{q}{m} = 4{,}81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг.}$$

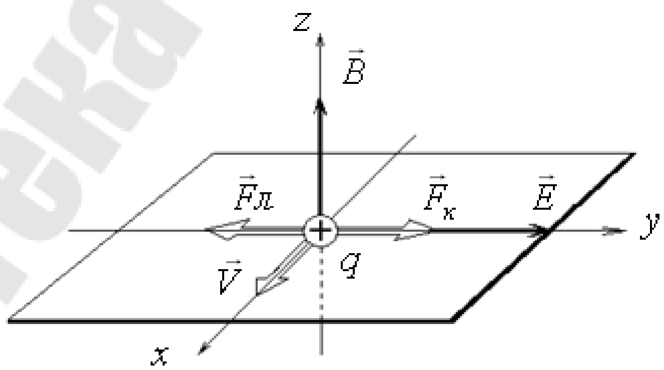

Рис.20.

Ответ: $\frac{q}{m} = 4{,}81 \cdot 10^7$ Кл/кг .

Пример 20 Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $\nu = 10\,\text{с}^{-1}$ относительно оси АС, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0{,}04\,\text{Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\beta = \dfrac{\pi}{3}$ с линиями поля. Площадь катушки равна $100\,\text{см}^2$.

Дано:
$N = 10^3$
$\nu = 10\,\text{с}^{-1}$
$B = 0{,}04\,\text{Тл}$
$\beta = \dfrac{\pi}{3}$
$S = 100\,\text{см}^2$
$\varepsilon_i - ?$

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, определяется по закону электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла:

$\varepsilon_i = -\dfrac{d\Psi}{dt}$ (1). Потокосцепление $\psi = N\Phi$, где N - число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Φ. Подставив выражение ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N\,\frac{d\Phi}{dt} \quad (2).$$

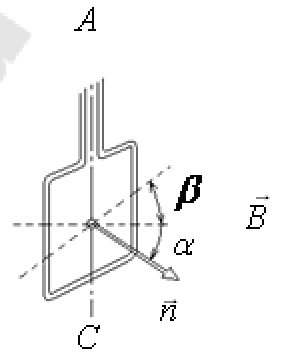

Рис.21

При вращении катушки магнитный поток Ф, пронизывающий катушку в момент времени t, изменяется по закону $\Phi = BS\cos\alpha$, где $\alpha = \omega t$, ω - угловая скорость катушки. Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Ф и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$\varepsilon_i = NBS\ \omega \sin \omega t$. Учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$ и что угол $\alpha = \omega t = \frac{\pi}{2} - \beta$ (рис.21.), получим $\varepsilon_i = 2\pi\nu NBS \cos\beta$. Произведем вычисления: $\varepsilon_i = 25{,}1$ В

Ответ: $\varepsilon_i = 25{,}1$ В

Пример 21. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$см и сопротивлением $R = 0{,}01$Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 40$мТл). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд q, который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Дано
$a = 5$см
$R = 0{,}01$Ом
$B = 40$мТл
$\alpha = \frac{\pi}{6}$

$q - ?$

Решение. При выключении магнитного ноля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая законом электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить, воспользовавшись законом Ома $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}$, где R - сопротивление рамки. Тогда

$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}$. Так как мгновенное значение силы индукционного тока $I_i = \frac{dq}{dt}$. то выражение принимает вид

$$\frac{dq}{dt}R = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ или } dq = -\frac{d\Phi}{R}. \qquad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1), найдем

$$\int_0^q dq = -\frac{1}{R}\int_{\Phi 1}^{\Phi 2} d\Phi, \text{ или } q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

При выключенном поле $\Phi_2 = 0$, тогда последнее равенство примет вид $q = \frac{\Phi_1}{R}$. (2)

Найдем магнитный поток Φ_1. По определению магнитного потока имеем $\Phi_1 = BS\cos\alpha$.

По условию задачи рамка квадратная, площадь ее $S = a^2$.

Тогда: $\Phi_1 = Ba^2 \cos\alpha$. (3)

Подставив (3) в (2), получим $q = \dfrac{Ba^2}{R}\cos a$.

Проведем вычисления:

$q = 8{,}67$мКл.

Ответ: $q = 8{,}67$мКл.

Пример 22. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к друг. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию магнитного поля соленоида.

Дано:	
$N = 1200$	
$I = 4\,A$	
$\Phi = 6$мкВб	
$L - ?$	

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением $\psi = LI$ (1).

Потокосцепление может быть определено через поток Φ и число витков N: $\psi = N\Phi$. (2)

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \quad (3)$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2}LI^2. \text{ или } W = \frac{1}{2}NI\Phi.$$

Проведем вычисления: $L = 1{,}8$мГн, $W = 14{,}4$мДж.

Ответ: $L = 1{,}8$мГн, $W = 14{,}4$мДж.

3. Задачи для самостоятельного решения

1.1 В вершинах и центре правильного треугольника со стороной 5 см, расположены одинаковые положительные заряды 0,5 мКл каждый. Какая сила действует на отрицательный заряд 0,7 мКл, находящийся на продолжении высоты, на расстоянии 7 см от вершины.

1.2 В центре квадрата расположен положительный заряд 250 нКл. Какой отрицательный заряд надо поместить в каждой вершине квадрата, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Будет ли это равновесие устойчивым.

1.3 В вершинах шестиугольника помещены одинаковые положительные заряды 10 нКл каждый. Какой отрицательный заряд надо поместить в центре шестиугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю.

1.4 В вершинах правильного шестиугольника со стороной а=10см расположены точечные заряды q, $2q$, $3q$, $4q$, $5q$, $6q$ $(q = 0{,}1\,\text{мкКл})$. Найти силу F, действующую на точечный заряд q, лежащий в плоскости шестиугольника и равноудаленный от его вершин.

1.5 Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 60\,см$. Сила отталкивания F_1 шаров равна 70 мкН. После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $F_2 = 160\,\text{мкН}$. Вычислить заряды q_1 и q_2, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

1.6 Три одинаковых заряда $q = 1\,\text{нКл}$ каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центре треугольника, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов. Будет ли это равновесие устойчивым.

1.7 Расстояние l между свободными зарядами $q_1 = 25\,\text{нКл}$ и $q_2 = 100\,\text{нКл}$ равно 0,3м. Определить точку на прямой, проходящей через заряды, в которую нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие.

1.8 Заряженный шарик массой $m = 3\,\text{г}$, подвешенный в воздухе на невесомой, нерастяжимой нити, образующей угол $\alpha = 45^{\circ}$ с вертикалью движется с постоянной угловой скоростью $\omega = 10\,\text{рад/с}$ по окружности радиусом $r = 5\,\text{см}$ (рис. 22). В точке *B* находится другой неподвижный, заряженный шарик, причем, расстояние *AO=OB*. Найти модули зарядов шариков q, считая их одинаковыми.

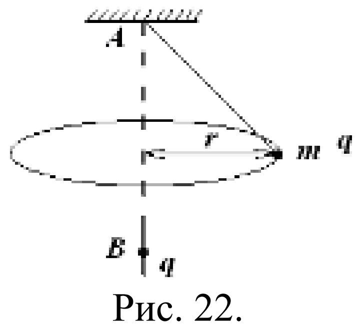

Рис. 22.

1.9 В вершинах правильного шестиугольника со стороной a помещаются точечные заряды одинаковой величины q. Найти напряженность поля $\vec{E}$ в центре шестиугольника при условии: а) знак всех зарядов одинаков; б) знаки соседних зарядов противоположны.

1.10 Электрическое поле создано двумя зарядами $q_1 = -15\,\text{нКл}$ и $q_2 = -30\,\text{нКл}$, находящимися на расстоянии $r = 5\,\text{см}$ друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ поля в точке, удаленной от первого заряда на расстоянии $r_1 = 10\,\text{см}$ и от второго на $r_2 = 8\,\text{см}$.

1.11 Тонкая бесконечная нить равномерно заряжена с линейной плотностью τ. Пользуясь принципом суперпозиции полей, найти напряженность поля $\vec{E}$ в точке, находящейся на расстоянии r_0 от нити в средней ее части.

1.12 Тонкий стержень длиной $l = 15\,\text{см}$ несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 8\,\text{нКл/м}$. Заряд $q = 15\,\text{нКл}$ равноудален от концов стержня на расстояние $r = 12\,\text{см}$. Найти силу $\vec{F}$ взаимодействия заряда и заряженного стержня.

1.13 Тонкий стержень длиной $l = 15\,\text{см}$ заряжен с линейной плотностью $\tau = 100\,\text{мКл/м}$. Найти напряженность $\vec{E}$ электрического поля в точке, расположенной на перпендикуляре к стрежню, проведенному через один из его концов, на расстоянии $r = 8\,\text{см}$ от этого конца.

1.14 Тонкий стержень длиной $l = 25\,\text{см}$ равномерно заряжен. Линейная плотность заряда $\tau = 15\,\text{нКл/м}$. На продолжении стержня на расстоянии $r = 15\,\text{см}$ от ближайшего его конца, находится точечный заряд $q = 7{,}8 \cdot 10^{-7}\,\text{Кл}$. Найти силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

1.15 Тонкий стержень длиной $l = 12\,\text{см}$ заряжен с линейной плотностью $\tau = 200\,\text{нКл/м}$. Найти напряженность $\vec{E}$ электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5\,\text{см}$ от стержня против его середины.

1.16 Треть тонкого кольца радиуса $R = 15\,\text{см}$ несет распределенный заряд $q = 30\,\text{нКл}$. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке О, совпадающей с центром кольца.

1.17 Тонкое полукольцо радиусом $R = 10\,\text{см}$ равномерно заряжено зарядом линейной плотностью $\tau = 1\,\text{нКл/м}$ и находится в масле. Определить напряженность поля $\vec{E}$ в центре кривизны.

1.18 Две третьих тонкого кольца радиусом $R = 30$ см несут равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 2$ нКл/м заряд. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке О, совпадающей с центром кольца.

1.19 Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ см несёт равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/м. В центре кривизны полукольца находиться заряд $q = 20$ нКл. Определить силу F взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

1.20 По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/м. В центре кольца находиться заряд $q = 0{,}4$ мкКл. Определить силу F, растягивающую кольцо. Взаимодействием зарядов кольца пренебречь.

2.1 Большая металлическая пластина несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 15$ мкКл/м^2). На малом расстоянии от пластины находится точечный заряд $q = 100$ нКл. Пользуясь теоремой Гаусса, найти силу $\vec{F}$ действующую на заряд.

2.2 Прямой металлический стержень диаметром $d = 5$ см и длиной $L = 4$ м несет равномерно распределенный по его поверхности заряд $q = 500$ нКл. Определить напряженность E поля в точке, находящейся против середины стержня на расстоянии $a = 1$ см от его поверхности.

2.3 Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом $R = 2$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 1$ нКл/м^2). Определить напряженность E поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

2.4 Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1 = 2$ см и $R_1 = 4$ см несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 1$ нКл/м и $\tau_2 = -0{,}5$ нКл/м. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность $\vec{E}$ поля в точках, находящихся на расстояниях $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см, $r_3 = 5$ см от оси трубок. Построить график зависимости $E(r)$.

2.5 Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределенный по площади заряд $\sigma = 1$ нКл/м^2. Определить напряженность

$\vec{E}$ поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

2.6 Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = 3$ нКл/м^2. Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

2.7 Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 10$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = -30$ нКл/м^2. Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S, равную 1 м^2.

2.8 Эбонитовый сплошной шар радиусом $R = 5$ см несет заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м^3. Определить напряженность $\vec{E}$ и смещение $\vec{D}$ электрического поля в точках: 1) на расстоянии $r_1 = 3$ см от центра шара; 2) на поверхности шара; 3) на расстоянии $r_2 = 10$ см от центра шара. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

2.9 Полый стеклянный шар несет равномерно распределенный по объему заряд. Его объемная плотность $\rho = 100$ нКл/м^3. Внутренний радиус R_1 шара равен 5 см, наружный — $R_2 = 10$ см. Определить напряженность $\vec{E}$ и смещение $\vec{D}$ электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстоянии: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 12$ см. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

2.10 Тонкий стержень несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Вблизи средней части стержня на расстоянии $r = 5$ см, малом по сравнению с его длиной, находится точечный заряд $q = 2$ нКл. Пользуясь теоремой Гаусса определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд.

2.11 На двух бесконечных, параллельных, металлических пластинах равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 23). Используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I, II, и III, принимая $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = -2\sigma$. Определить напряженность $\vec{E}$ поля в точке, находящейся в области II, если $\sigma = 50$ нКл/м^2. Построить график $E(x)$.

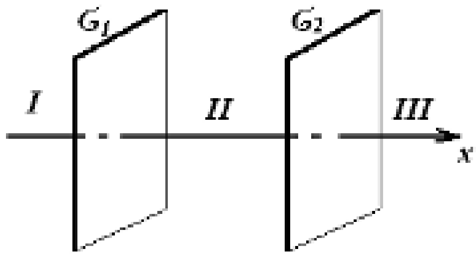

Рис. 23.

2.12 См. условие задачи 2.11. Принять $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = -2\sigma$ и $\sigma = 30$ нКл/м^2. Точку расположить слева от пластин.

2.13 На металлической сфере радиусом $R = 10$ см находиться заряд $q = 1$ нКл. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля в следующих точках: 1) на расстоянии $r_1 = 8$ см от центра сферы; 2) на поверхности ее; 3) на расстоянии $r_2 = 15$ см от центра сферы. Построить график зависимости $E(r)$.

2.14 Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -0{,}5$ нКл. Найти напряженность $\vec{E}$ поля в точках, отстоящих от центра сферы на расстояниях $r_1 = 5$ см; $r_2 = 9$ см; $r_3 = 15$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

2.15 Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 0{,}5$ нКл/м^2. Пользуясь теоремой Гаусса и принципом суперпозиции полей, определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд q помещенный: а) в центр шара; б) на расстояние $3R$. Принять радиус шара $R = 15$ см и $q = 25$ нКл.

2.16 На двух концентрических заряженных проводящих шарах радиусом R и $3R$, равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = -10$ нКл/м^2, $\sigma_2 = 30$ нКл/м^2 (рис.24). Пользуясь теоремой Гаусса и принципом суперпозиции полей, найти зависимость напряженности электрического поля от расстояния от центра $E(r)$ для трех областей: I, II, и III. Построить график зависимости $E(r)$. Определить напряженность поля $\vec{E}$ в точке, удаленной от центра на расстояние $4R$.

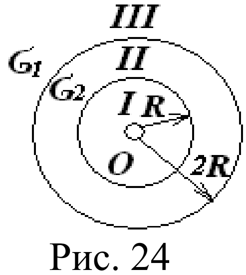

Рис. 24

2.17 На двух концентрических заряженных проводящих шарах радиусом $0{,}5R$ и $2R$, равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 20\,\text{нКл/м}^2$ нКл и $\sigma_2 = 30\,\text{нКл/м}^2$ (рис. 24). Пользуясь теоремой Гаусса и принципом суперпозиции полей, найти зависимость напряженности электрического поля от расстояния от центра $E(r)$ для трех областей: I, II, и III. Построить график зависимости $E(r)$.Вычислить напряженность поля $\vec{E}$ в точке удаленной от центра на расстояние $3R$.

2.18 На двух коаксиальных бесконечных заряженных проводящих цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 25\,\text{нКл/м}^2$ и $\sigma_1 = 15\,\text{нКл/м}^2$ (рис. 25). Пользуясь теоремой Гаусса и принципом суперпозиции полей, найти зависимость $E(r)$, напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II, и III. Построить график $E(r)$. Вычислить напряженность поля $\vec{E}$ в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние $r = 2{,}5R$.

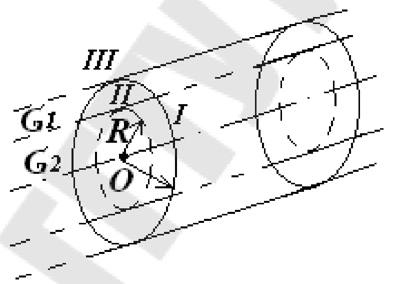

Рис. 25.

2.19 На двух коаксиальных бесконечных заряженных проводящих цилиндрах радиусами $0{,}5R$ и $1{,}5R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = -30\,\text{нКл/м}^2$ и $\sigma_1 = 20\,\text{нКл/м}^2$ (рис.25). Пользуясь теоремой Гаусса и принципом суперпозиции полей, найти зависимость напряженности $E(r)$ электрического поля от расстояния для трех областей: I, II, и III. Построить график $E(r)$. Вычислить напряженность поля $\vec{E}$ в точках, удаленных от оси цилиндров на расстояние: а) $r = 0{,}1R$; б) $r = 2R$.

2.20 Тонкий стержень несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 20\,\text{нКл/м}$. Вблизи средней части стержня на расстоянии $r = 2\,\text{см}$, малом по сравнению с его длиной, находится точечный заряд $q = 20\,\text{нКл}$. Пользуясь теоремой Гаусса определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд.

3.1 По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Определить потенциал φ в центре кольца и в точке, лежащей на оси кольца, на расстоянии $h = 10$ см от центра.

3.2 Тонкий стержень длиной $l = 20$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 5$ нКл. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек, лежащих на оси стержня на расстояниях $a_1 = 10$ см и $a_2 = 25$ см, от одного из его концов.

3.3 Заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = -25$ нКл/м^2. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от плоскости на расстояние $l = 15$ см.

3.4 Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Плоскости несут равномерно распределенные по поверхности заряды с плотностью $\sigma_1 = -0{,}5$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = 1{,}5$ нКл/м^2. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$ заряженных плоскостей.

3.5 Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $q = 1$ нКл из точки 1 в точку 2 поля, созданного заряженным проводящим шаром (рис. 26). Потенциал φ шара равен 1 кВ.

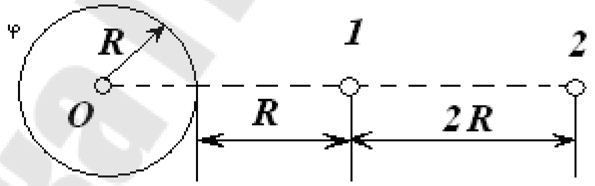

Рис. 26

3.6 На отрезке прямого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ мкКл/м. Определить работу A сил поля по перемещению заряда $q = 1$ нКл из точки В в точку С (рис. 27).

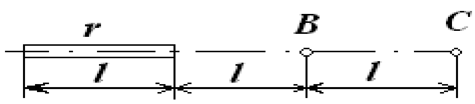

Рис. 27

3.7 Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен зарядом с линейной плотностью $\tau = 15$ нКл/м. Какую работу A надо совершить, чтобы перенести заряд $q = 0{,}7$ Кл из центра полукольца в бесконечность.

3.8 Положительно заряженная частица, заряд которой равен элементарному заряду электрона e, прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 10$ кВ и летит на ядро атома натрия, заряд которого равен 11 элементарным зарядам. На какое наименьшее расстояние $r_{\min}$ частица может приблизиться к ядру? Начальное расстояние частицы от ядра можно считать практически бесконечно большим, а массу частицы – пренебрежительно малой по сравнению с массой ядра.

3.9 Два протона, находящиеся на большом расстоянии друг от друга, сближаются с относительной начальной скоростью $\mathrm{v} = 1$ Мм/с. Определить минимальное расстояние $r_{\min}$ на которое они могут подойти друг к другу.

3.10 В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м влетает (вдоль силовой линии) электрон со скоростью $\mathrm{v}_0 = 4$ Мм/с. Определить расстояние l, которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна половине начальной.

3.11 Протон, летевший горизонтально со скоростью $\mathrm{v} = 0{,}9$ Мм/с, влетел в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 120$ В/см, направленное вертикально вверх. Какова будет по абсолютному значению и направлению скорость $\vec{\mathrm{v}}$ протона через 1 мс?

3.12 α - частица движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 250$ В α - частица имела скорость $\mathrm{v}_1 = 1{,}2 \cdot 10^4$ м/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость v_2 α - частицы будет равна $4\mathrm{v}_1$.

3.13 Протон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью $\mathrm{v} = 5$ Мм/с, направленной параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к отрицательно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора, если расстояние между пластинами 20 мм, разность потенциалов $\Delta\varphi = 20$ В и длина l пластин равна 5 см?

3.14 Электрон влетел в плоский конденсатор, имея скорость $\mathrm{v} = 15$ Мм/с, направленную параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составляло угол $\alpha = 40^{\circ}$ с первоначальным направление скорости. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами, если длина l пластин равна 8 см и расстояние d между ними равно 4 см.

3.15 Пылинка массой $m = 20$ нг, несущая на себе заряд $q = 10$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U = 300$ В, пылинка имела скорость $v_2 = 20$ м/с. Определить скорость v_1 до того, как она влетела в поле.

3.16 Металлический шарик диаметром $d = 2$ см заряжен отрицательно до потенциала $\varphi = 150$ В. Сколько электронов находится на поверхности шарика?

3.17 Электрон влетел в плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость $v = 10$ Мм/с, направленную параллельно пластинам, расстояние d между которыми равно 2 см. Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к пластинам, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

3.18 Протон сближается с α -частицей. Скорость v_1 протона в лабораторной системе отсчета на достаточно большом удалении от частицы равна 300 км/с, а скорость v_2 α-частицы можно принять равной нулю. Определить минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое подойдет протон к α-частице, и скорости v_1 и v_2 обеих частиц в этот момент. Заряд α-частицы равен двум элементарным положительным зарядам.

3.19 Положительно заряженная частица, заряд которой равен элементарному заряду e, прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 60$ кВ и летит на ядро атома лития, заряд которого равен трем элементарным зарядам. На какое наименьшее расстояние $r_{\min}$ частица может приблизиться к ядру? Начальное расстояние частицы от ядра можно считать практически бесконечно большим, а массу частицы — пренебрежимо малой по сравнению с массой ядра.

3.20 Два электрона, находящиеся на большом расстоянии друг от друга, сближаются с относительной начальной скоростью $u = 10$ Мм/с. Определить минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое они могут подойти друг к другу.

4.1 Напряженность поля заряженного плоского конденсатора с расстоянием между пластинами 6см равна 150В/см. Параллельно пластинам в конденсатор вносится незаряженная металлическая пластина толщиной 1,5см. Найти разность потенциалов между пластинами конденсатора до и после внесения металлической пластины.

4.2 Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C_{1,2} = 100\,пФ$ каждый соединены в батарею последовательно. Определить насколько изменится емкость C батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить стеклом.

4.3 Конденсатор состоит из двух концентрических сфер. Радиус R_1 внутренней сферы равен 10см, а внешней $R_2 = 10{,}3\,см$. Промежуток между сферами заполнен парафином. Внутренней сфере сообщен заряд $q = 5\,мкКл$. Определить разность потенциалов U между сферами.

4.4 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 0{,}2\,мкФ$ был заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 300\,В$. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $\Delta\varphi_2 = 450\,В$, разность потенциалов $\Delta\varphi$ на нем изменилась до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

4.5 Вычислить емкость цилиндрического конденсатора, если его длина 50см, радиус внутреннего цилиндра 4см, а внешнего 20см. Полость между цилиндрами по всей длине конденсатора заполнена трансформаторным маслом.

4.6 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 10\,мкФ$ был заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 150\,В$. К нему подсоединили параллельно незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 300\,мкФ$. Какая разность потенциалов установиться после их соединения?

4.7 После зарядки до разности потенциалов $\Delta\varphi = 1{,}5\,В$ плоский воздушный конденсатор с расстоянием между пластинами $d = 2{,}0\,см$ и площадью пластин $S = 0{,}2\,м^2$ каждая, отключают от источника тока и увеличивают расстояние между пластинами вдвое. Определить работу, совершаемую против сил поля по раздвижению пластин, и плотность энергии электрического поля конденсатора до и после раздвижения пластин.

4.8 Плоский конденсатор с площадью пластин $20\,см^2$ каждая и расстоянием между ними 3мм, заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$. Найти емкость конденсатора; заряд который необходимо сообщить, чтобы зарядить конденсатор до напряжения 250В; изменение разности потенциалов между обкладками конденсатора, если в заряженном состоянии (он отключен) из него вынуть диэлектрик; энергию поля конденсатора при наличии диэлектрика и без него.

4.9 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 660$ пФ заряжен до разности потенциалов $U = 1,5$ кВ и отключен от источника тока. Затем к конденсатору подсоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 400$ пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

4.10 Определить электроемкость C плоского слюдяного конденсатора, площадь S пластин которого равна $100\,\text{см}^2$, а расстояние между ними равно 0,1мм.

4.11 Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 1,3см, площадь S пластин равна $20\,\text{см}^2$. В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной $d_1 = 0,7$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 0,3$ мм. Определить электроемкость C конденсатора.

4.12 На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2\,\text{мкКл/м}^2$. Расстояние d между пластинами равно 1мм. Насколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3мм?

4.13 В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной $d = 1$ см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На - сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

4.14 Электроемкость C плоского конденсатора равна 1,5 мкФ. Расстояние d между пластинами равно 5мм. Какова будет электроемкость C конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита толщиной $d_1 = 3$ мм?

4.15 Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. Какова будет разность потенциалов U_2, если вытащить стеклянную пластинку из конденсатора?

4.16 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 0,2$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 450$ В, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

4.17 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 0{,}6$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и соединен со вторым конденсатором электроемкостью $C_2 = 0{,}4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 150$ В. Найти заряд Δq, перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

4.18 Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Электроемкость C такой батареи конденсаторов равна 89 пФ. Площадь S каждой пластины равна $100\,\text{см}^2$. Диэлектрик — стекло. Какова толщина d стекла?

4.19 Плоский воздушный конденсатор электроемкостью $C = 100$ нФ заряжен до разности потенциалов $U = 300$ В. После отключения от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность потенциалов U на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу A внешних сил по раздвижению пластин.

4.20 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 650$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 2$ кВ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 400$ пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

5.1 Сила тока I в проводнике меняется со временем t по уравнению $I = 1 + 5t$, где I - выражено в амперах и t - в секундах. Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за промежуток времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 8$ с? При какой силе постоянного тока через поперечное сечение проводника это же время проходит такое же количество электричества? Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 4$ А до $I = 10$ А в течение пяти секунд. Определить заряд q, прошедший в проводнике.

5.2 Определить заряд q, прошедший по проводу с сопротивлением $R = 5$ Ом, при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 3$ В до $U = 7$ В в течение 15 с.

5.3 Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при $20^\circ C$ равно 35,8 Ом. Какова будет температура нити лампочки, если при включении в сеть напряжением 120В по нити идет ток 0,33А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама равен $4{,}6 \cdot 10^{-3}\ {}^\circ C^{-1}$.

5.4 Реостат из железной проволоки, миллиамперметр и генератор тока включены последовательно. Сопротивление реостата при $0^\circ C$ равно 120 Ом, сопротивление миллиамперметра 20 Ом. Миллиамперметр показывает 22 мА. Что будет показывать миллиамперметр, если реостат нагреется на $50^\circ C$? Температурный коэффициент сопротивления железа $6\cdot 10^{-3}\ ^\circ C^{-1}$. Сопротивлением генератора пренебречь.

5.5 Лампочка и реостат, соединенные последовательно, подсоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120\ \text{Вт}$. Найти силу тока I в цепи.

5.6 Э.д.с. батареи аккумулятора $\varepsilon = 12\ \text{В}$, силу тока I короткого замыкания равна 5 А. Какую наибольшую мощность P_{max} можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

5.7 Два источника тока $\varepsilon_1 = 8\ \text{В}$, $(r_1 = 2\ \text{Ом})$, $\varepsilon_2 = 6\ \text{В}$, $(r_1 = 1{,}5\ \text{Ом})$ и реостат $R = 10\ \text{Ом}$ соединены, как показано на рис. 28. Вычислить силу тока I, текущего через реостат.

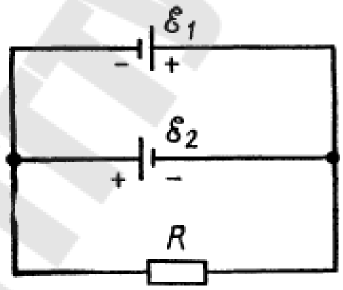

рис.28

5.8 Определить силу тока I_3 в резисторе сопротивлением R_3 (рис. 29) и напряжение U_3 на концах резистора, $\varepsilon_1 = 4\ \text{В}$, $R_1 = 2\ \text{Ом}$, $\varepsilon_2 = 3\ \text{В}$, $R_2 = 6\ \text{Ом}$, $R_3 = 1\ \text{Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

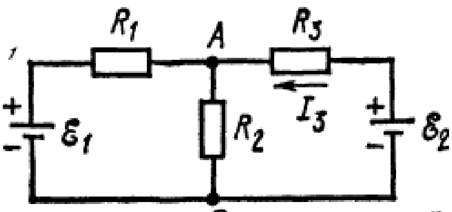

рис. 29

5.9 Три батареи с ЭДС $\varepsilon_1 = 12$ В, $\varepsilon_2 = 5$ В, $\varepsilon_3 = 10$ В и одинаковыми внутренними сопротивлениями r, равными 1 Ом, соединены между собой одноименными полюсами. Сопротивление соединительных проводов ничтожно мало. Определить силы токов I, идущих через каждую батарею.

5.10 Обмотка катушки из медной проволоки при температуре14°C имеет сопротивление 10 Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равно 12,2 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди равен $4{,}15 \cdot 10^{-3} {}^\circ C^{-1}$.

5.11 Найти внутреннее сопротивление генератора, если известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при двух значениях внешнего сопротивления $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 0{,}2$ Ом. Найти КПД генератора в каждом из этих случаев.

5.12 От генератора, ЭДС которого равна 110В, требуется передать энергию на расстояние 250м. Потребляемая мощность 1 кВт. Найти минимальное сечение медных проводящих проводов, если потери мощности в сети не должны превышать 1%.

5.13 От батареи, ЭДС которой равна 500В, требуется передать энергию на расстояние 2,5км. Потребляемая мощность 10 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных проводящих проводов 1,5см.

5.14 Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 40$ Ом равномерно нарастает от $I_0 = 3$ А до $I_{max} = 10$ А в течение времени $t = 10$ с. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

5.15 Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом равномерно убывает от $I_1 = 15$ А до $I_2 = 3$ А в течение времени $t = 12$ с. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени.

5.16 В проводнике за время $t = 15$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 4$ А до $I_2 = 12$ А выделилось количество теплоты $Q = 8$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

5.17 По проводнику сопротивлением $R = 12$ Ом течет ток, сила которго возрастает. Количество теплоты Q, выделяющееся в проводнике за время $t = 15$ с, равно 3500 Дж. Определить количество электричества q, протекающее за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, сила тока в проводнике равна $I_0 = 3$ А.

5.18 Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от $I_0 = 4$ А до некоторого максимального значения в течение времени $t = 5$ с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 0{,}6$ кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление R его равно 3 Ом.

5.19 Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 \cdot e^{-\alpha t}$. Определите количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением R=15 Ом за время, в течение которого ток уменьшится в *e* раз. Коэффициент α принять равным $2 \cdot 10^{-2} c^{-1}$, а $I_0 = 10$ А.

5.20 Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом за время t, равное половине периода T, если начальная сила тока $I_0 = 5$ А, циклическая частота $\omega = 76\pi$ с$^{-1}$.

6.1 Длинный проводник с током 8А изогнут под прямым углом. Найти магнитную индукцию в точке, которая отстоит от плоскости проводника на 35см и находится на перпендикуляре к проводникам, проходящим через точку изгиба.

6.2 Два круговых витка, диаметром 6см каждый, расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5см друг от друга. По виткам текут токи силой 4А в одном направлении. Найти индукцию магнитного поля в центре одного из витков.

6.3 Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Диаметр каждого витка 6см. По виткам текут одинаковые токи силой 10 А. Найти индукцию магнитного поля в центре этих витков.

6.4 Из проволоки длиной 1м согнута квадратная рамка. По рамке течет ток силой 12А. Найти индукцию магнитного поля в центре рамки.

6.5 Бесконечно длинный провод образует круговую петлю, касательную к проводу. По проводу идет ток силой 7А. Радиус петли 12см. Найти индукцию магнитного поля в центре петли.

6.6 Ток силой 18А течет по длинному проводнику, согнутому с закруглением 10см так, что не согнутые участки становятся параллельными. Найти индукцию магнитного поля в центре закругления.

6.7 Определить магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца диаметром 18см, в точке, расположенной на расстоянии 20см от центра кольца, если в центре кольца индукция магнитного поля равна 60 мкТл.

6.8 По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток силой 60А. Длина сторон прямоугольника составляет 30 и 80см. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

6.9 Два круговых витка радиусом 4см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5см друг от друга. По виткам текут одинаковые токи силой 6 А. Найти индукцию магнитного поля в центре одного из витков. Токи в витках текут в противоположных направлениях.

6.10 В однородном магнитном поле с индукцией 0,25Тл находится прямой проводник длиной 15см, по которому течет ток силой 5А. На проводник действует сила 0,13Н. Определить угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

6.11 По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток 10А. Под ним на расстоянии 1,5см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток 1,5 А. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

6.12 По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии 10см друг от друга, текут одинаковые токи силой 100А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу, действующую на отрезок длиной 1м третьего провода. Оси проводников лежат в вершинах правильного треугольника.

6.13 Из проволоки длиной 40см сделан квадратный контур. Найти вращающий момент сил, действующий на контур, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого 0,2 Тл. По контуру течет ток силой 3А. Плоскость контура составляет 30° с направлением магнитного поля.

6.14 Из проволоки длиной 28см согнут круговой контур. Найти вращающий момент сил, действующий на контур, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого 0,15 Тл. По контуру течет ток силой 5А. Плоскость контура составляет угол 60° с направлением магнитного поля.

6.15 Тонкое проводящее кольцо с током 40А помещено в однородное магнитное поле с индукцией 80 мТл. Плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. Диаметр кольца равен 30см. Найти силу, растягивающую кольцо.

6.16 На рис. 30 изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние AB между проводниками равно 10см, токи $I_1 = 20$ А и $I_1 = 30$ А. Найти вектор индукции $\vec{B}$ магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2, M_3. Расстояния $M_1A = 2$ см, $AM_2 = 4$ см и $BM_1 = 3$ см.

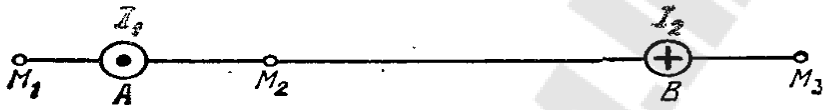

Рис.30

6.17 На рис. 31 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния $AB = BC = 5$ см, токи $I_1 = I_2 = I$ и $I_3 = 2I$. Найти точку на прямой AC, в которой индукция магнитного поля, вызванного токами I_2 и I_3, равна нулю.

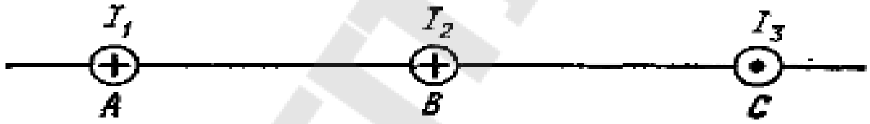

Рис. 31

6.18 Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости (рис. 32). Найти вектор индукции магнитного поля в точках M_1 и M_2, если токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $BM_1 = CM_2 = 2$ см.

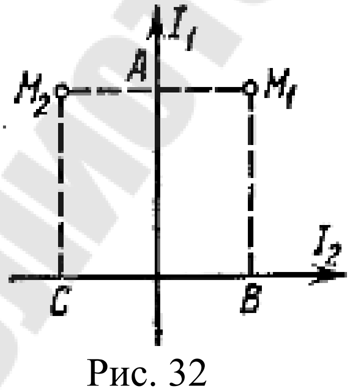

Рис. 32

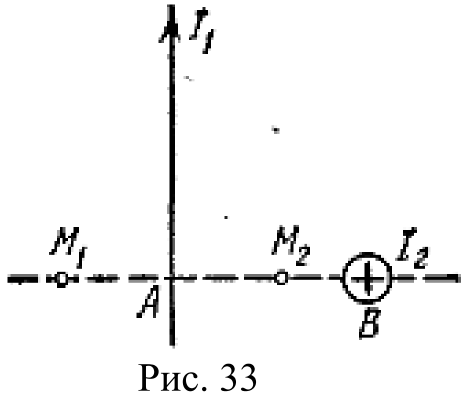

Рис. 33

6.19 Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 33). Найти вектор магнитной индукции магнитного поля в точках M_1 и M_2, если токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $AB = 2$ см.

6.20 Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии 10см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Найти числовое значение и направление вектора индукции магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10см от каждого проводника.

7.1 Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией 2 мТл, движется по круговой орбите радиусом 15см. Определить магнитный момент эквивалентного кругового тока.

7.2 Электрон движется по окружности радиусом 0,5см с линейной скоростью 1 Мм/с. Определить магнитный момент, создаваемый эквивалентным круговым током.

7.3 В атоме водорода электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом 53 пм. Найти магнитный момент эквивалентного кругового тока.

7.4 Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл по окружности. Определить угловую скорость вращения электрона.

7.5 Электрон, обладая скоростью 10 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля равна 0,1 мТл. Определить нормальное и тангенциальное ускорение электрона.

7.6 Электрон, ускоренный разностью потенциалов 480 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии 0,5см от него. Определить силу, действующую на электрон, если по проводнику течет ток силой 10 А.

7.7 Электрон, обладая скоростью 1 Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом 60° к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Индукция магнитного поля равна 2 мТл. Определить радиус витка и шаг спирали.

7.8 Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,3 мТл по винтовой линии. Определить скорость электрона, если радиус винтовой линии равен 3см, а шаг ее равен 9 см.

7.9 Ионы двух изотопов с массами равными $6{,}5 \cdot 10^{-26}$ кг и $6{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг, ускоренные разностью потенциалов 500В, влетают в однородное магнитное поле с индукцией 0,5 Тл перпендикулярно линиям индукции. Принимая заряд каждого иона равным элементарному электрическому заряду, определить, во сколько раз будут отличаться радиусы траекторий ионов изотопов.

7.10 Найти кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом 60см в магнитном поле, индукция которого равна 0,1 Тл.

7.11 Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью 1 Мм/с. Индукция магнитного поля равна 0,25 Тл. Радиус окружности 4см. Найти заряд частицы, если известно, что ее энергия равна 12 кэВ.

7.12 Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл по винтовой линии, радиус которой равен 1см, а шаг равен 8см. Определить период вращения электрона и его скорость.

7.13 В однородном магнитном поле с индукцией 3 Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию, радиус которой 8см, а шаг равен 40см. Определить кинетическую энергию протона.

7.14 Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов 110 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 12$ кВ/м) и магнитное ($B = 0{,}11$ Тл) поля. Найти отношение заряда частицы к ее массе, если двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

7.15 Однородное электрическое поле с напряженностью 100 В/м перпендикулярно к однородному магнитному полю с индукцией 20 мТл. Электрон влетает перпендикулярно обоим полям. При какой начальной скорости электрон будет двигаться в этих полях прямолинейно?

7.16 Отрицательный ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 640$ В, попадает в однородные взаимно перпендикулярные электрическое ($E = 2$ В/см) и магнитное ($B = 1{,}5$ мТл) поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион движется прямолинейно.

7.17 Протон влетел в скрещенные под углом $\alpha = 120^{\circ}$ электрическое ($E = 20$ кВ/м) и магнитное ($B = 50$ мТл) поля. Определить ускорение протона, если его скорость ($|\vec{v}| = 0{,}4$ Мм/с) перпендикулярна $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

7.18 Заряженная частица, двигаясь перпендикулярно скрещенным под прямым углом магнитному ($B = 250$ мТл) и электрическому ($E = 0{,}4$ кВ/см) полям, не испытывает отклонений при определенной скорости. Определить эту скорость v и возможные отклонения Δv от нее, если значения электрического и магнитного полей могут быть обеспечены с точностью до 0,3%.

7.19 В однородные взаимно перпендикулярные электрическое ($E = 0{,}5$ кВ/см) и магнитное ($H = 1$ МА/м) поля влетел ион. При какой скорости иона (по модулю и направлению) он будет двигаться прямолинейно?

7.20 Однородное магнитное ($B = 3$ мТл) и электрическое ($E = 12$ кВ/см) поля скрещены под прямым углом. Электрон имеющий скорость $4 \cdot 10^6$ м/с, влетает в эти поля так, что силы, действующие на него со стороны полей сонаправлены. Определить ускорение электрона.

8.1 Найти магнитный поток Φ, создаваемый соленоидом сечением $S = 10$ см^2, если он имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I = 10$ А.

8.2 Плоский контур, площадь S которого равна 25 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл . Определить магнитный поток Φ, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями индукции.

8.3 Соленоид длиной $L = 1$ м и сечением $S = 16$ см^2 содержит $N = 2000$ витков. Вычислить потокосцепление ψ при силе тока I в обмотке 10 А.

8.4 В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток силой $I = 50$ А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $L = 65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Найти магнитный поток Φ, пронизывающий рамку.

8.5 Квадратный проводящий контур со стороной 20см и током 10 А находится в магнитном поле напряженностью 160 кА/м . Плоскость контура составляет с направлением поля угол 30°. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы удалить контур за пределы поля.

8.6 Плоский проводящий виток радиусом 30см и током 12 А расположен в однородном магнитном поле 0,3 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть виток на 180° вокруг оси, совпадающей с диаметром витка и перпендикулярной направлению магнитного поля.

8.7 Квадратный контур со стороной 0,1м находится в однородном магнитном поле 0,8 Тл под углом 50° к линиям индукции. Какую работу нужно совершить, чтобы при силе тока 6 А в контуре изменить его форму на окружность.

8.8 Плоский контур ($S = 100\ \text{см}^2$), в котором течет ток 45А, расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить индукцию поля, если при перемещении контура из поля в область, где поле отсутствует, совершена работа 0,4 Дж.

8.9 Виток радиусом 5см находится в равновесии в однородном магнитном поле напряженностью 40 кА/м. По витку течет ток 10А. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток около оси, совпадающей с диаметром витка на 90°.

8.10 Длинный прямой провод, по которому течет ток 50А, расположен в одной плоскости с прямоугольной рамкой так, что две большие стороны ее длиной 0,6м параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине 0,4м. Определить магнитный поток Φ, пронизывающий рамку.

8.11 Магнитный поток Φ сквозь сечение соленоида равен 50 мкВб. Длина соленоида 0,5м. Найти магнитный момент соленоида P_m, если его витки плотно прилегают друг к другу.

8.12 Виток, в котором течет ток 60А, свободно установился в однородном магнитном поле 0,02 Тл. Диаметр витка 0,14м. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол 60°.

8.13 Виток диаметром 30 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией 0,2 Тл. При токе в витке 1 А на него действует вращающий момент $5{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{Н} \cdot \text{м}$. Определить, какой угол составляет плоскость контура с направлением магнитного поля.

8.14 По витку диаметром 16 см течет ток 14 А. Виток находится в равновесии в однородном магнитном поле 0,06 Тл. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток около оси, совпадающей с диаметром витка на 180°.

8.15 В однородном магнитном поле находится кольцо из меди диаметром 20 см, плоскость которого перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить скорость изменения магнитного поля, если ток в кольце 2 А, а диаметр провода 3 мм $\left(\rho_{меди} = 17\,\text{нОм}\cdot\text{м}\right)$?

8.16 Магнитная индукция однородного магнитного поля изменяется по закону $B = \left(2 + 5t^2\right)\cdot 10^{-2}$ Тл. Определить зависимость магнитного потока и ЭДС индукции от времени, если контур площадью $S = 0{,}01\,\text{м}^2$ расположен перпендикулярно вектору магнитной индукции. Определить мгновенное значение магнитного потока и ЭДС индукции в конце пятой секунды.

8.17 Кольцо из медного провода массой $m = 10$ г помещено в однородное магнитное поле ($B = 0{,}5$ Тл) так, что плоскость кольца составляет угол 60° с вектором магнитной индукции. Определить заряд, который пройдет по кольцу, если отключить магнитное поле.

8.18 Тонкий медный провод массой $m = 5$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0{,}2$ Тл) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд, который потечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

8.19 В однородном магнитном поле с индукцией 0,75 Тл вращается квадратная рамка со стороной 5 см, изготовленная из медной проволоки сечением $0{,}5\,\text{мм}^2$. Концы рамки замкнуты. Максимальное значение силы тока, индуцируемого в рамке при ее вращении 1,9 А. Определить число оборотов рамки в секунду.

8.20 В однородном магнитном поле с индукцией 0,35 Тл равномерно с частотой 8 об/с вращается плоская рамка площадью $50\,\text{см}^2$, содержащая 1500 витков. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

9.1 В колебательном контуре, состоящем из конденсатора и катушки индуктивностью 5,0 мГн, происходят электромагнитные колебания, при которых максимальная сила тока 10 мА. Определить емкость конденсатора, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает 50 В, а активным сопротивлением катушки можно пренебречь.

9.2 Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, который состоит из конденсатора емкостью $C = 2$ мкФ и катушки длиной $l = 0{,}1$ м и радиусом $R = 1$ см, содержащей $N = 500$ витков, если магнитная проницаемость среды, заполняющей катушку, равна $\mu = 4$, а сопротивлением катушки можно пренебречь.

9.3 Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 2,0 мкФ и катушки индуктивностью 0,10 Гн и сопротивлением 10 Ом. Определить логарифмический декремент затухания колебаний.

9.4 Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, содержащего конденсатор емкостью $C = 0{,}5$ мкФ, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает $U_m = 100$ В, а максимальная сила тока в катушке равна $I_m = 50$ мА. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

9.5 На какую длину волны настроен радиоприемник, если его приемный контур обладает индуктивностью 1,5 мГн и емкостью 450 пФ?

9.6 Собственные колебания в колебательном контуре протекают согласно уравнению $i = 2\sin 100\pi t$ мА. Найти индуктивность L катушки, если емкость конденсатора $C = 10$ мкФ.

9.7 Катушка индуктивностью $L = 1$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см. Определить период T колебаний.

9.8 Конденсатор электроемкостью $C = 500$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l = 40$ см и площадью S сечения, равной 5 см. Катушка содержит $N = 1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти частоту собственных колебаний контура.

9.9 Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 20$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 80$ нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2 %. Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

9.10 Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1{,}6$ мГн, электроемкость $C = 0{,}04$ мкФ и максимальное напряжение U_{max} на зажимах, равное 200 В Определить максимальную силу в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало.

9.11 Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C = 8$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0{,}5$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{max} = 40$ мА ?

9.12 Катушка (без сердечника) длиной $L = 50$ см площадью S_1 сечения, равной 3 см^2, имеет $N = 1000$ витков и соединена параллельно с конденсатором Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2 = 75$ см^2 каждая. Расстояние a между пластинами равно 5 мм. Диэлектрик – воздух. Определить период T колебаний контура.

9.13 Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора электроемкостью $C = 1$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 1$ мГн. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту ν колебаний.

9.14 Индуктивность L колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость C контура, чтобы он резонировал на длине волны 300 м?

9.15 На какой длине волны будет резонировать контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 4$ мкГн и конденсатора емкостью $C = 1{,}11$ нФ?

9.16 Три одинаково заряженных конденсатора емкостью $C = 5$ мкФ каждый соединяют в батарею и подключают к катушке, активное сопротивление которой $R = 20$ Ом и индуктивность $L = 0{,}02$ Гн. Во сколько раз будут отличаться периоды затухающих колебаний, если конденсаторы один раз соединить параллельно, а второй — последовательно?

9.17 Резонансная частота колебательного контура, состоящего из последовательно соединенных конденсатора и катушки индуктивности, $\nu_0 = 4$ кГц. Определить индуктивность катушки, если полное сопротивление, оказываемое этим контуром переменному току частотой $\nu = 1$ кГц, равно $Z = 1$ кОм, а активное сопротивление катушки $R = 10$ Ом.

9.18 Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 40$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 10$ нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 4 %. Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

9.19 Колебательный контур имеет индуктивность $L = 0{,}5$ мГн, электроемкость $C = 0{,}1$ мкФ и максимальное напряжение U_{max} на зажимах, равное 300 В Определить максимальную силу в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало.

9.20 Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью С =10 пФ и катушку индуктивностью $L = 1{,}5$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{max} = 25$ мА ?

4. Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1977 - 1979. – Т.1. – 1977. – 350 с.; Т.2. – 1978. – 480 с.; Т.3. – 1979. – 304 с.

2. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 1989. – 608 с.

3. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 630 с.

4. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.

5. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1973. – 464 с.

6. Чертов, А.Г. Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Высшая школа, 1988. – 572 с.

7. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике / И.Е. Иродов. – М.: Наука, 1979. – 368 с.

8. Савельев, И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1983. – 386 с.

9. Воробьев, А.А. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов / А.А. Воробьев, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. – М.: Высшая школа, 1987. – 208 с.

10. Физика: метод. Указания к контрольным работам по курсу «Физика» для студентов технических специальностей заочной формы обучения/ В. И. Дробышевский, А. И. Кравченко, П. А. Хило. – Гомель,2007. – 97 с.

5. Приложение

1. Основные физические постоянные:

элементарный заряд - $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

магнетон Бора - $\mu_Б = 9б27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл;

масса протона - $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг;

масса электрона - $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг;

удельный заряд электрона - $\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг;

электрическая постоянная - $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

магнитная постоянная - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

скорость света в вакууме - $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с.

2. Диэлектрическая проницаемость ε

Вода – 81;
Парафин – 2,0;
Слюда – 6,0;
Стекло – 7,0;
Фарфор – 5,0;
Масло трансформаторное – 2,2;
Эбонит – 6,0.

3. Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент проводников (при 20°С)

Проводник	Удельное сопротивление, нОм·м	Температурный коэффициент, $К^{-1}$
Алюминий	28	0,0038
Вольфрам	55	0,0051
Железо	98	0,0062
Константан	480	0,00002
Медь	17,2	0,0043
Никель	400	0,000017
Нихром	980	0,00026

Содержание

Кравченко Александр Ильич
Петрашенко Петр Дмитриевич
Хило Петр Анатольевич

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Практикум
по курсу «Физика»
для студентов всех специальностей
дневной формы обучения
В трех частях
Часть 2

Подписано в печать 20.08.10.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Ризография. Усл. печ. л. 4,18. Уч.-изд. л. 3,97.
Изд. № 2.
E-mail: ic@gstu.by
http://www.gstu.by

Отпечатано на цифровом дупликаторе
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.
Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого».
246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.