

# РАСЧЕТЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 001.891.54

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗНОСА АБРАЗИВНО-ОТРЕЗНЫХ КРУГОВ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ

Н. А. СТАРОВОЙТОВ

УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», пр. Октября, 48, 246746 г. Гомель, Беларусь.

*Разработана математическая модель зависимости износа абразивно-отрезного круга от частоты и амплитуды его гармонических колебаний, возбудителями которых являются вращающиеся со шкивами шпиндель с кругом и ротор электродвигателя. Полученная экспериментальным путем эмпирическая зависимость скорости износа круга от величины его подачи, аппроксимирована полиномом второй степени и определены его коэффициенты методом наименьших квадратов. Получена расчетным путем зависимость износа круга от частоты и амплитуды его гармонических колебаний. Модель идентифицирована путем экспериментальных выборочных проверок влияния частоты и амплитуды колебаний на износ отрезных кругов с помощью однофакторных экспериментов, а также с помощью использования математического метода планирования многофакторных экспериментов и регрессивного анализа экспериментальных данных, подтверждающих идентичность математической модели износа абразивно-отрезного круга, что определяется большим значением коэффициента множественной корреляции  $r_{\text{мк}} = 0,897$ .*

### Введение

Возникающие в процессе резания колебания шпинделя с абразивно-отрезным кругом, существенно увеличивает износ круга, причем в зависимости от амплитуды и частоты колебаний наблюдается различная степень их влияния. Отдельные эмпирические зависимости износа инструмента от амплитуды и частоты колебаний приведены в литературе [1–6], носят эпизодический характер и недостаточны для формирования конкретных требований к динамическому качеству абразивно-отрезных станков.

В литературе по абразивной резке [7–9] говорится о вредном влиянии колебаний на стойкость отрезных кругов, однако никаких конкретных зависимостей стойкости круга от частоты и амплитуды колебаний не приводится.

В связи с этим развитие методов моделирования процесса износа абразивно-отрезных кругов с учетом влияния колебаний формообразующих элементов станка, является актуальной задачей.

### Методы проведения исследования

Для процесса абразивной резки материалов известны зависимости коэффициента шлифования от величины подачи круга [10, 11]. Эти зависимости имеют нелинейный характер с одним максимумом, соответствующим оптимальной по-

даче круга для конкретных условий резания: определенного материала, диаметра заготовки  $d_3$ , марки круга.

Допустим, что ширина пропила равна высоте круга. Тогда коэффициент шлифования  $G$  будет равен отношению площади разрезаемого сечения заготовки  $S_3$  к площади изношенной части круга  $S_n$ .

$$G = S_3/S_n. \quad (1)$$

Площадь изношенного круга  $S_n$  для круглых заготовок будет равна:

$$S_n = S_3/G = (\pi d_3^2)/(4G). \quad (2)$$

Время реза  $t_p$  заготовки диаметром  $d_3$  при скорости подачи круга  $v_n$  равно:

$$t_p = d_3/v_n. \quad (3)$$

Тогда скорость износа круга равна:

$$v_n = S_n/t_p = (\pi d_3^2 v_n)/(4G). \quad (4)$$

На рис. 1. приведена зависимость коэффициента шлифования  $G$  и скорости износа круга  $v_n$  от величины подачи круга  $v_n$  при разрезании закаленной HRC50 полосы 0,06×0,04 м из стали 45 кругом марки ИАЗ 0,400×0,004×0,032 14A80HCT3BY ГОСТ21963–82 со скоростью резания 80 м/с, без охлаждения.

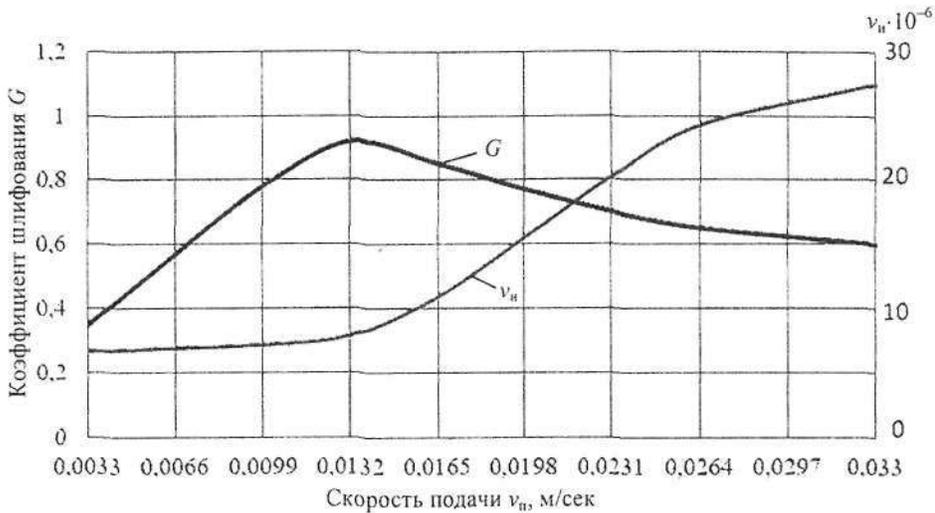


Рис. 1. Зависимость коэффициента шлифования  $G$  и скорости износа круга  $v_n$  от величины подачи круга  $v_n$

Произведя преобразования, можно получить износ круга за один оборот:

$$S_{н1} = (\pi d_s v_n) / (4G n_k). \quad (5)$$

Зависимость (5)  $v_n = f(v_n)$  показана на рис. 1.

Уменьшение радиуса круга  $\Delta r_k$  в результате его износа за один оборот можно найти из соотношения

$$S_{н1} = \pi r^2 - \pi(r_k - \Delta r_k)^2, \quad (6)$$

$$\Delta r_k = r_k - (r_k^2 - S_{н1} / \pi)^{1/2} \quad (7)$$

или с учетом [5]

$$\Delta r_{k1} = r_k - (r_k^2 - K_1 v_n / n_k)^{1/2}, \quad (8)$$

где  $K_1 = (\pi d_s) / (4G)$  – константа для  $\Delta r_k$  определенных условий резания.

Таким образом, исходя из (8)  $\Delta r_{k1}$  представляет собой величину уменьшения исходного радиуса в функции скорости перемещения центра круга за один его оборот.

Приведенные выше преобразования соответствуют случаю абразивной разрезки с постоянной величиной подачи абразивного круга.

Рассмотрим процесс абразивной разрезки при наличии гармонических синусоидальных колебаний центра круга. При этом мгновенная скорость подачи круга с учетом его колебаний, будет равна:

$$v(t) = v_n + A_{vy} \cos 2\pi f_k t. \quad (9)$$

Для определения площади износа круга за время  $t_p$  установим зависимость радиуса круга  $r_{kk}$  на  $k$ -ом обороте круга. Угол поворота будем отсчитывать от точки первоначального касания круга с заготовкой ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ).

Очевидно,  $r_0 = r_k$  что определяет исходный профиль круга.

Допустим, что  $r_{k(k-1)}$  уже известная функция и определим тогда  $r_{kk}(\varphi)$ . Для этого найдем зависимость скорости подачи  $v_n$  круга от угла поворота круга  $\varphi$  на  $k$ -ом обороте.

Время за которое круг совершит  $k$  оборотов и повернется на угол  $\varphi$  будет равно:

$$t = (k-1)/n_k + \varphi / 2\pi n_k. \quad (10)$$

Тогда скорость перемещения круга с учетом его колебаний в зависимости от угла поворота  $\varphi$  будет:

$$v_{nk}(\varphi) = v_n + A_{vy} \cos \frac{f_k}{n_k} [2\pi(k-1) + \varphi]. \quad (11)$$

Принимая в общем случае, что при поддержании постоянной скорости резания  $r_{k(k-1)} = \text{const}$ , фактическая скорость перемещения режущей кромки круга будет равна:

$$v_{nk}(\varphi) = v_n + A_{vy} \cos \frac{f_k}{n_k} [2\pi(k-1) + \varphi] + 2\pi r'_{k(k-1)}(\varphi) n_k, \quad (12)$$

где  $2\pi r'_{k(k-1)}(\varphi) n_k$  – приращение скорости подачи круга за счет двух соседних радиусов при повороте круга на угол  $\varphi$ .

После определения из (12)  $v_{nk}(\varphi)$ , находим соответствующее  $\Delta r_{kk}(\varphi)$  из [8].

В результате радиус круга после осуществления резания на  $k$ -ом обороте будет иметь величину:

$$\Delta r_{kk}(\varphi) = r_{k(k-1)}(\varphi) - \Delta r_{kk}(\varphi), \quad (13)$$

или

$$r_{kk}(\varphi) = [r_{k(k-1)}^2(\varphi) - v_{nk}(\varphi) K_1 / n_k]^{(1/2)}. \quad (14)$$

За время резания круг совершит  $n$  оборотов и его окончательный радиус будет равен:

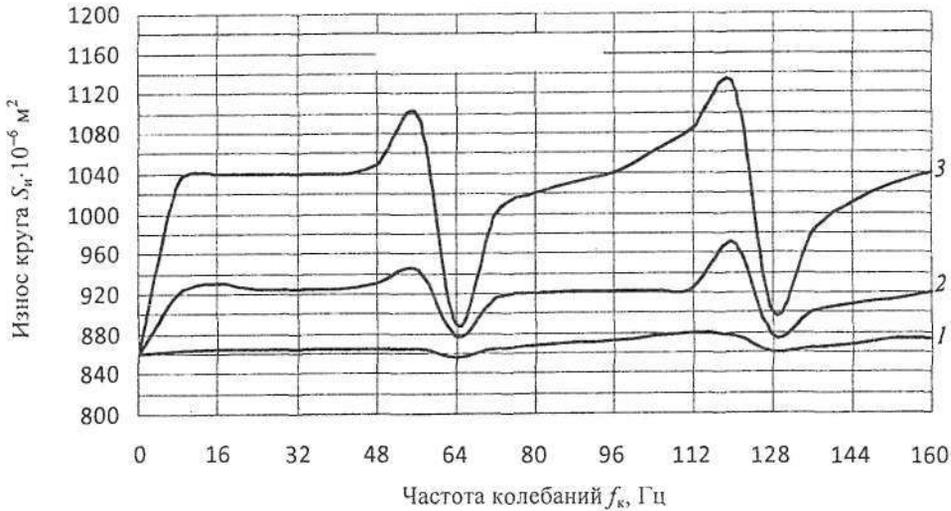


Рис. 2. Зависимость износа круга от частоты и амплитуды его колебаний при  $n_k = 64 \text{ с}^{-1}$ ,  $v_n = 0,01 \text{ м/с}$  после 300 оборотов при: 1 -  $A_k f_k = 256 \cdot 10^{-6} \text{ Гц} \cdot \text{м}$ ; 2 -  $A_k f_k = 768 \cdot 10^{-6} \text{ Гц} \cdot \text{м}$ ; 3 -  $A_k f_k = 1280 \cdot 10^{-6} \text{ Гц} \cdot \text{м}$

$$r_k(\varphi) = r_{kn}(\varphi). \quad (15)$$

Площадь износа абразивного круга в этом случае будет равна

$$S_n = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_k(\varphi)} r_k dr_k = \int_0^{2\pi} d\varphi \left. \frac{r_k^2}{2} \right|_0^{r_k(\varphi)} = 1/2 \int_0^{2\pi} r_k^2(\varphi) d\varphi. \quad (16)$$

Учитывая, что  $r_0 = r_k$ , износ круга за время резания  $t_p$  будет равен:

$$S_n = \pi r_k^2 - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r_{kk}^2(\varphi) d\varphi. \quad (17)$$

Формула (17) является математической моделью износа абразивно-отрезного круга и определяет зависимость основного критерия – скорости износа абразивно-отрезных кругов, от соотношения частоты колебаний и частоты вращения круга, скорости подачи, амплитуды колебаний и угла поворота круга.

Эмпирическая зависимость  $v_n = f(v_n)$  (рис. 1) аппроксимируется полиномом.

$$v_n(v_n) = B_1 + B_2 v_n + B_3 v_n^2. \quad (18)$$

Определение коэффициентов полинома осуществлялось методом наименьших квадратов по стандартной программе.

$$\sum (v_{ni} - B_1 - B_2 v_{ni} - B_3 v_{ni}^2)^2 \rightarrow \min. \quad (19)$$

Для вычисления производной  $r_k(\varphi)$  использовалась также стандартная подпрограмма.

### Результаты исследования и их обсуждение

По результатам расчетов скорости износа круга  $v_n$  для различных частот  $f_k$  и амплитуд колебаний круга  $A_k$  были построены графики (рис. 2) зависимости износа круга от частоты его колебаний и амплитуды.

Видно, что на частотах вращения круга и на

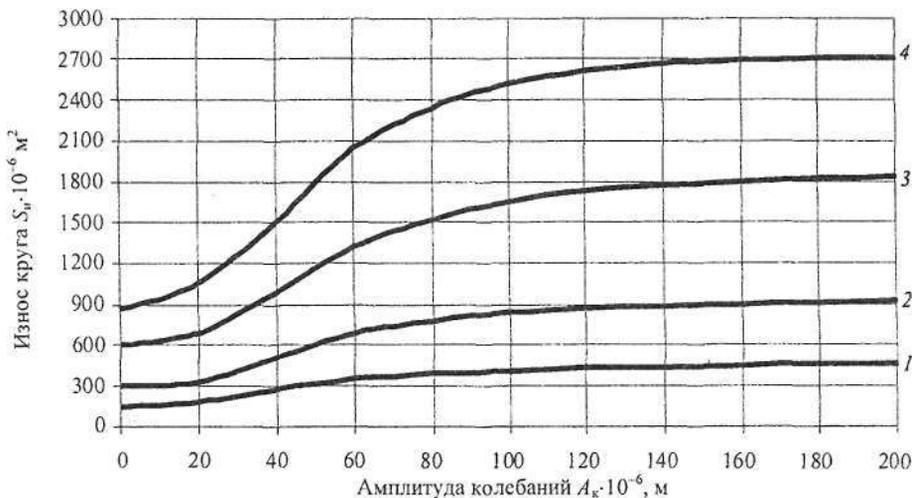


Рис. 3. Зависимость износа круга  $S_n$  от амплитуды  $A_k$  при  $n_k = 64 \text{ с}^{-1}$ ,  $v_n = 0,01 \text{ м/с}$ ,  $f_k = 56 \text{ Гц}$  при: 1 – износ круга после 50 оборотов; 2 – износ круга после 100 оборотов; 3 – износ круга после 200 оборотов; 4 – износ круга после 300 оборотов

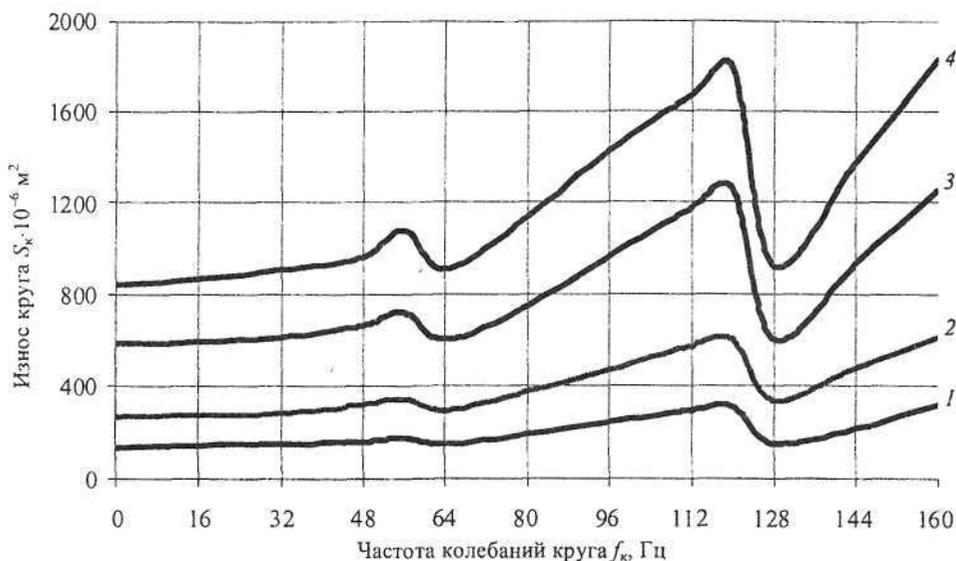


Рис. 4. Зависимость износа круга от частоты его колебаний при  $v_n = 0,01$  м/с,  $n_k = 64$  с<sup>-1</sup>,  $A_k = 20 \cdot 10^{-6}$  м:  
1 — износ круга после 50 оборотов; 2 — после 100 оборотов; 3 — после 200 оборотов; 4 — после 300 оборотов

частотах кратных им износ круга уменьшается 1,2–1,4 раза по сравнению с износом на других частотах.

Наличие в спектре частот колебаний не равных частоте вращения круга 64 с<sup>-1</sup> или не кратных ей (128 с<sup>-1</sup> и т.д.) вызывает резкое увеличение скорости износа круга. Скорость износа круга возрастает по мере приближения частоты его колебаний к частоте вращения шпинделя или кратной ей частоте.

При анализе (рис. 3) — зависимости износа круга от амплитуды его колебаний для различного количества оборотов с начала работы видно, что на самых неблагоприятных частотах колебаний круга 56 Гц, 120 Гц и т.д., близких к частоте его вращения, с увеличением амплитуды колебаний круга с  $15 \cdot 10^{-6}$  м до  $100 \cdot 10^{-6}$  м и выше, износ круга возрастает в 1,7–1,9 раза. При амплитуде колебаний круга до  $15 \cdot 10^{-6}$  м увеличение износа круга незначительное.

Из анализа зависимостей износа круга от частоты его колебаний для различного количества оборотов с начала работы (рис. 4) можно сделать вывод, что с увеличением частоты колебаний круга на частотах не равных или кратных частоте вращения круга износ круга резко возрастает. На самых неблагоприятных частотах колебаний, близких к частоте вращения круга (56 Гц, 120 Гц и т.д.), с ростом частоты колебаний круга в 2 раза его износ возрастает в 1,5–1,7 раза.

## Выводы

1. При частоте колебаний круга, равной частоте его вращения или кратной ей, наблюдается износ круга в 1,2–1,4 раза меньше по сравнению с износом на других частотах колебаний.

2. Наличие в спектре частот колебаний не равных частоте вращения круга или не кратных ей

вызывает возрастание износа круга. С приближением частоты колебаний круга к частоте его вращения или кратной ей износ круга резко возрастает.

3. На самых неблагоприятных частотах колебаний круга, близких к частоте его вращения ( $0,87n_k$ ;  $1,87n_k$  и т.д.), с увеличением амплитуды колебаний круга с  $15 \cdot 10^{-6}$  м до  $100 \cdot 10^{-6}$  м и выше износ круга возрастает в 1,7–1,9 раза. С ростом частоты колебаний круга в 2 раза износ круга возрастает в 1,5–1,7 раза.

4. Проведенные исследования показали, что основными источниками гармонических колебаний, являются вращающиеся со шкивами, шпиндель с кругом и ротор электродвигателя. При проектировании привода абразивно-отрезных станков рекомендуется применять между шпинделем и электродвигателем передаточные устройства без скольжения, например, плоскозубчатые ремни с передаточным числом равным 1.

Для идентификации математической модели износа отрезных кругов был проведен ряд экспериментальных исследований. Проверка влияния частоты и амплитуды колебаний на величину износа круга проводилась на станке мод. ГД71. Частота вращения шпинделя изменялась с помощью частотно-регулируемого главного привода, а необходимая амплитуда колебаний круга достигалась за счет установки дисбалансных грузов на шпинделе и шкиву электродвигателя.

Экспериментальные выборочные проверки влияния частоты и амплитуды колебаний на износ отрезных кругов с помощью однофакторных экспериментов, а также с помощью использования математического метода планирования многофакторных экспериментов и регрессивного анализа экспериментальных данных, подтверждают идентичность математической модели износа абразивно-отрезного круга, что определяется большим

значением коэффициента множественной корреляции  $r_{мк} = 0,897$ .

### Литература

1. Бармин, Б.П. Вибрации и режимы резания / Б.П. Бармин. – М.: Машиностроение, 1972. – 71 с.
2. Дикушин, В.М. Исследование колебаний металлорежущих станков при резании металлов. / Под ред. В.М. Дикушина, Д.Н. Решетова. – М.: Машгиз, 1958. – 294 с.
3. Захейзин, А. М. Определение износа шлифовального круга по параметрам вибрации станка / А.М. Захейзин, Т.В. Малышева // Вестник Южно-Уральского государственного университета. – 2007. – № 11. – С. 17–23.
4. Макаров, А.Д. Износ и стойкость режущих инструментов / А.Д. Макаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 264 с.
5. Паршаков, А.Н. Колебания при шлифовании, производительность и качество обработки / А.Н. Паршаков, А.В. Якимов // Вестник машиностроения. – 1979. – № 8. – С. 44–47.
6. Рыжов, Д.И. Вибрации при резании металлов, методы их устранения / Д.И. Рыжов. – М.: Машгиз, 1961. – 172 с.
7. Филимонов, Л.Н. Стойкость шлифовальных кругов / Л.Н. Филимонов. – Л.: Машиностроение, 1973. – 136 с.
8. Polacek, M. Selbststerregte Schwingungen beim Schleifen / M. Polacek, L. Pluchar // Maschinenmarkt. – 1964. – № 11. – S. 25–32.
9. Schettler, E. Trennschleifmaschine für Verfahrensforschung / E. Schettler // Fertigungstechnik und Betrieb. – 1966. – № 11. – S. 690–694.
10. Farmer, D.A. Economics Factors in Abrasive Machining / D.A. Farmer, M.C. Shaw // Tool and Manufacturing Engineer. – 1967. – Vol. 59. – P. 42.
11. Farmer, D.A. Economics of the Abrasive Cut-Off Operations / D.A. Farmer, M.C. Shaw // Trans. ASME. – 1967. – Vol. B89. – P. 514.

Starovoytov N. A.

#### Mathematical modeling of the process of abrasive cutoff disk wear during harmonic vibrations.

A mathematical model of the dependence of the abrasive cutoff disk wear on the frequency and amplitude of its harmonic vibrations has been developed, the vibration excitors being rotating with pulleys spindle with the disk and the electric motor spindle. Experimentally obtained empirical dependence of the rate of the disk wear on the amount of its advance is approximated with the polynomial of the second degree and its coefficients are determined by the least square method. The dependence of the disk wear on the frequency and amplitude of its harmonic vibrations is obtained by calculation. The model is identified by experimental selection check of the influence of the frequency and amplitude of vibrations on cutoff disk wear by the use of single-factor experiments and also by the use of mathematical methods of planning multifactorial experiments and regression analysis of experimental data confirming identity of the mathematical model of the abrasive cutoff disk wear which is determined by large value of the multiple correlation coefficient  $r_{мк} = 0,897$ .

Поступила в редакцию 27.03.2015.

© Н. А. Старовойтов, 2015.