

УДК 621.316.11

АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ИНЖЕНЕРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ УЧЕТА ПОВЕРХНОСТНОГО ЭФФЕКТА В ТОКОПРОВОДЯЩИХ ЖИЛАХ СИЛОВЫХ КАБЕЛЕЙ

**А. А. АЛФЕРОВ, А. В. ЗАСИМЕНКО,
Т. В. АЛФЕРОВА, Ю. А. РУДЧЕНКО**

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Введение

Нелинейные электроприемники вызывают искажение синусоидальности кривой питающего тока и напряжения, что ведет к значительному технико-экономическому ущербу [1]. По данным центра электромагнитной безопасности [2], исследовавшего в России состояние электрических сетей крупнейших зданий, последние подвергаются интенсивному воздействию высших гармоник тока и напряжения. Очевидно, что подобная проблема существует и в Республике Беларусь.

Потребители электрической энергии с нелинейной вольт-амперной характеристикой вызывают дополнительный нагрев питающих их кабелей. Это связано с увеличением потерь мощности в кабелях, которое обусловлено ростом активного сопротивления токопроводящих жил за счет поверхностного эффекта (скин-эффекта).

Для учета влияния поверхностного эффекта на сопротивление токопроводящих жил кабеля следует иметь их адекватную математическую модель.

Целью данной работы является проведение анализа существующих математических моделей и методик учета поверхностного эффекта в токопроводящих жилах кабелей для определения области их применения при проведении практических расчетов.

Существующие инженерные математические модели учета поверхностного эффекта

При протекании по жилам проводов и кабелей переменных токов в них наблюдается скин-эффект – вытеснение тока к поверхности проводника.

Точные математические выражения, описывающие влияние частоты электрического тока на сопротивление токопроводящей жилы даны в теории электромагнитного поля [3]. Так, согласно теореме Умова–Поинтинга, активное сопротивление токопроводящей жилы определяется выражением

$$R_{\text{ж}} = \frac{\sqrt{\omega\gamma\mu} b_0}{2\pi\gamma b_1 a} \cos(\beta_0 - \beta_1 - 45), \quad (1)$$

где ω – угловая частота электрического тока; b_0 – модуль функции Бесселя нулевого порядка первого рода; b_1 – модуль функции Бесселя первого порядка первого рода; β_0 – аргумент функции Бесселя нулевого порядка первого рода; β_1 – аргумент функции Бесселя первого порядка первого рода; γ – удельная проводимость токопроводящей жилы; μ – магнитная проницаемость; a – радиус токопроводящей жилы.

Построим зависимость относительного сопротивления R^* медной токопроводящей жилы различного сечения от частоты электрического тока (рис. 1):

$$R^* = \frac{R_{\text{ж}}}{R} 100 \%,$$

где R – сопротивление токопроводящей жилы на постоянном токе.

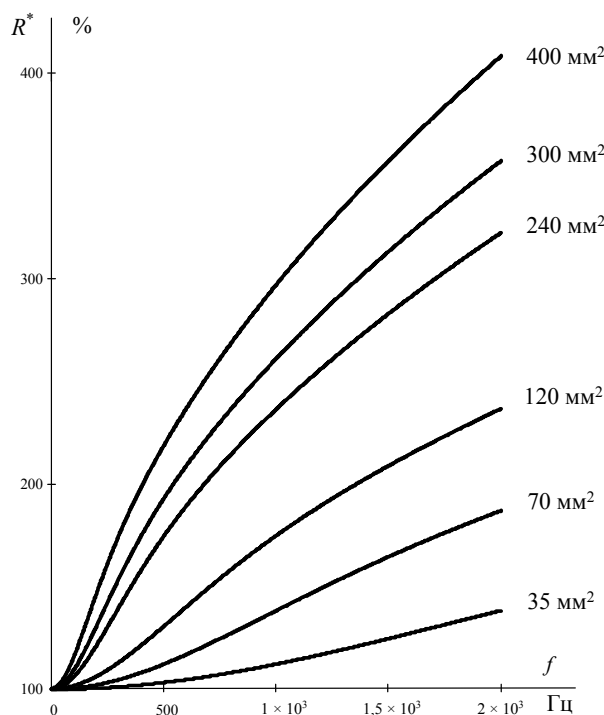


Рис. 1. Зависимость сопротивления токопроводящей жилы от частоты

Из анализа рис. 1 следует, что степень увеличения сопротивления токопроводящей жилы определяется не только частотой тока, но и радиусом (сечением) жилы. Поверхностный эффект сильнее проявляется у жил большего сечения.

Выражение (1) дает точные результаты, но содержит сложные математические функции и поэтому в инженерных расчетах не применяется. На практике используют более простые математические выражения, аппроксимирующие зависимость сопротивления токопроводящей жилы от частоты электрического тока.

В работах [4]–[8] встречаются различные методики учета поверхностного эффекта, но наиболее часто используется следующее выражение для определения сопротивления жилы переменному току [4]:

$$R_{\text{ж}} = R(1 + y_{\text{п}} + y_{\text{б}}), \tag{2}$$

где $y_{\text{п}}$ – коэффициент, учитывающий поверхностный эффект; $y_{\text{б}}$ – коэффициент, учитывающий эффект близости кабелей.

Значение $y_{\text{п}}$ предлагается рассчитывать по формуле

$$y_{\text{п}} = \frac{x^4}{192 + 0,8x^4}, \tag{3}$$

или определять графически [5] в зависимости от параметра x , который, в свою очередь, определяется выражением

$$x = \sqrt{\frac{8\pi f k}{R}} 10^{-7}, \quad (4)$$

где k – экспериментальный коэффициент [4], зависящий от конструкции токопроводящей жилы; R – сопротивление токопроводящей жилы постоянному току при максимально допустимой температуре $T_{ж\max}$, Ом/м

$$R = \frac{\rho[1 + \alpha(T_{ж\max} - 20)](1 + k_0)}{F_{ж}},$$

где ρ – удельное сопротивление материала жилы постоянному току при 20 °С, Ом · м; α – температурный коэффициент сопротивления, 1/°С; k_0 – коэффициент скрутки [6]; $T_{ж\max}$ – максимальная рабочая температура, °С (определяется типом используемой изоляции), установленная в стандарте или технических условиях на кабель конкретного типа; $F_{ж}$ – сечение жилы, м².

Выражение (3) дает достаточно точные значения при $x < 2,8$. Зависимость частоты электрического тока от сечения токопроводящей жилы (для $x = 2,8$), при которой можно использовать аппроксимацию (3), приведена на рис. 2.

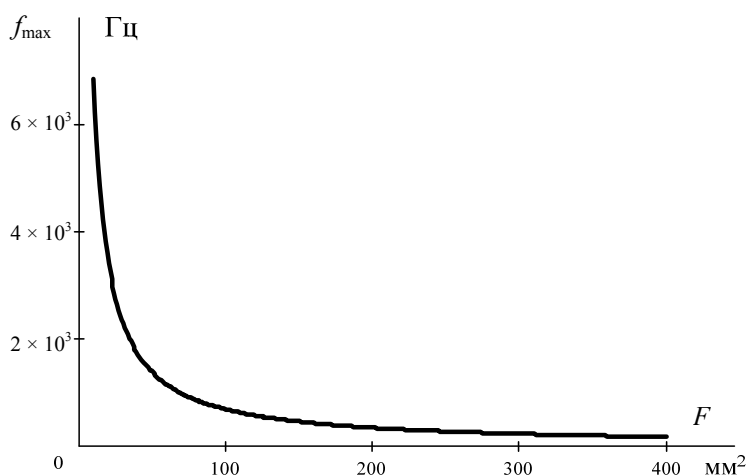
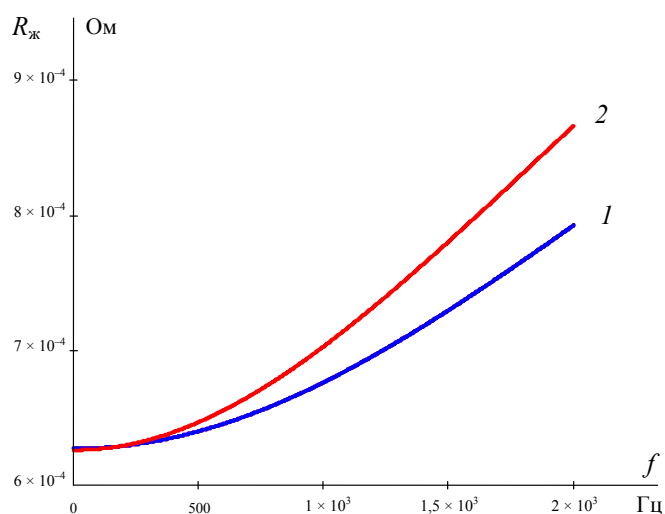


Рис. 2. Зависимость частоты электрического тока от сечения токопроводящей жилы для условия $x = 2,8$

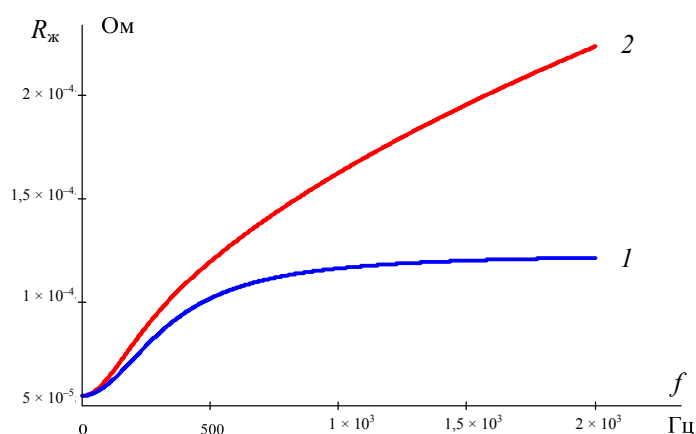
Таким образом, например, для медной токопроводящей жилы сечением 240 мм² область применения (3) ограничивается диапазоном частот от 0 до 285 Гц, т. е. пятой гармоникой. Этого недостаточно для анализа влияния высших гармоник (до 40-й включительно) на увеличение сопротивления токопроводящей жилы. Для сечений жил 35 мм² и ниже аппроксимацию (3) можно использовать до частот 2 кГц и выше (в случае необходимости).

Для того чтобы убедиться в правильности условия применения выражения (3), построим зависимость $R_{ж}(f)$ по выражениям (2)–(4) в диапазоне частот $f = 0$ –2 кГц для медной круглой многопроволочной жилы сечением 35 мм² (рис 3, а) и 400 мм² (рис. 3, б) для максимальной температуры жилы 80 °С. Первый график (рис 3, а) – «правильный», т. е. соответствует условию $x < 2,8$ во всем диапазоне частот,

второй (рис. 3, б) – «неправильный», для него условие $x < 2,8$ выполняется только в диапазоне частот от 0 до 170 Гц. Для сравнения, в тех же осях построим такие же зависимости по выражению (1), не учитывая при этом эффект близости.



а)



б)

Рис. 3. Зависимость сопротивления токопроводящей жилы от частоты:
 а – для $x < 2,8$ во всем диапазоне частот; б – для $x < 2,8$ только в диапазоне частот от 0 до 170 Гц («неправильный» график); 2 – графики построены по выражению (1);
 1 – графики построены по выражениям (2)–(4)

Из анализа графиков рис. 3 следует:

1. Для «неправильного» графика (график 1 на рис. 3, б) – в аппроксимации (3) увеличение сопротивления жилы при частотах выше 1 кГц проявляется слабо (сопротивление практически постоянно и не зависит от частоты), что не соответствует действительности (график 2 на рис. 3, б).

2. Выражения (1) и (2)–(4) дают разные результаты при выполнении условия $x < 2,8$ во всем диапазоне частот.

3. Погрешность аппроксимации (3) относительно аппроксимации (1) зависит от частоты тока и от сечения токопроводящей жилы. Зависимость максимальной частоты от сечения токопроводящей жилы, при которой относительная погрешность не превышает 5 %, приведена на рис. 4.

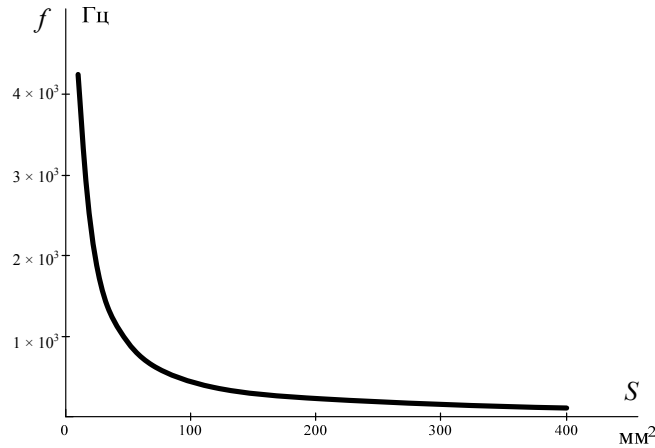


Рис. 4. Зависимость максимальной частоты (при которой относительная погрешность не превышает 5 %) от сечения токопроводящей жилы

Активное сопротивление жилы кабеля на частоте n -й гармоники в некоторых публикациях [7] определяется по выражению

$$R_{\text{ж}} = R(0,187 + 0,532 \cdot \sqrt{n}), \quad (5)$$

где n – номер гармоники.

В выражении (5) на частоте основной гармоники $n = 1$ (50 Гц) сопротивление жилы кабеля $R_{\text{ж}}$ получается меньше значения сопротивления жилы постоянному току R , что не может соответствовать действительности. В то же время в [7] ничего не сказано, для каких гармоник следует применять данное выражение. Построим графическую зависимость относительного активного сопротивления медной токопроводящей жилы различного сечения от частоты $R^*(f)$ по выражению (5), представленную на рис. 5.

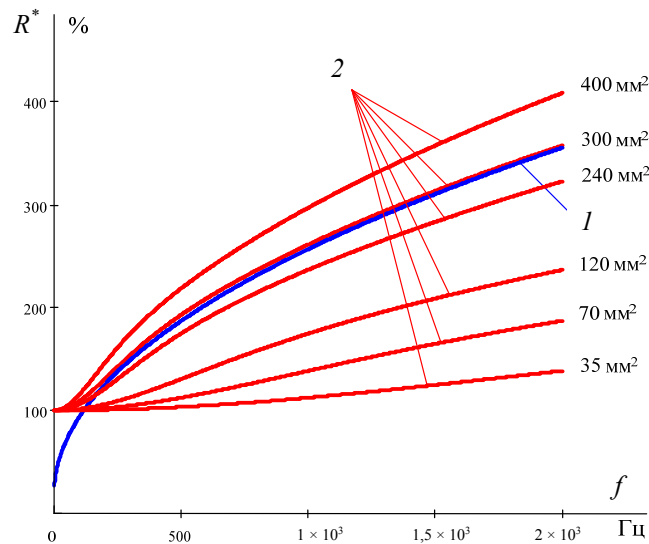


Рис. 5. Зависимость относительного активного сопротивления медной токопроводящей жилы от частоты $R^*(f)$:
1 – по выражению (5); 2 – по выражению (1)

Из анализа (рис. 5) можно сделать вывод, что аппроксимация (5) хорошо совпадает с графиком, построенным по выражению (1), в области частот от 200 Гц и выше лишь для значений сечения около 300 мм², при других значениях сечения отличия

существенны (рис. 5). Это объясняется тем, что аппроксимация (5) не учитывает геометрические размеры жилы (зависимость I , построенная для различных сечений, неизменна).

В [8] предлагается учитывать поверхностный эффект следующим образом. Считают, что ток при наличии поверхностного эффекта протекает не через все сечение проводника, а только через верхний слой толщиной Δ . Соответственно, уменьшается активное сечение токопроводящей жилы (заштрихованная область на рис. 6) и, как следствие, пропорционально возрастает сопротивление жилы.

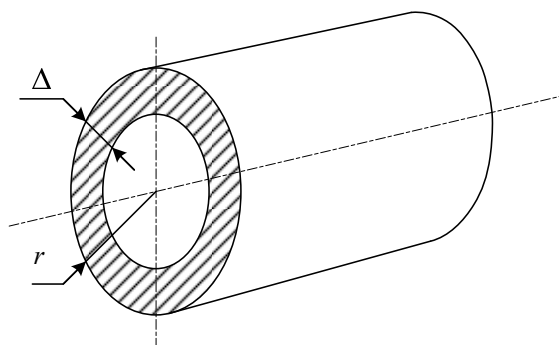


Рис. 6. К пояснению скин-эффекта

Сопротивление токопроводящей жилы при этом определяется по выражению

$$R_{\text{ж}} = R \frac{F_r}{F_{\Delta}}, \quad (6)$$

где F_r – площадь поперечного сечения токопроводящей жилы; F_{Δ} – активное сечение токопроводящей жилы на n -й гармонике.

В [8] приведено следующее выражение для определения активного сопротивления токопроводящей жилы на n -й гармонике:

$$F_{\Delta} = \pi \left[r^2 - \Delta^2 0,5 \left(\frac{r - \Delta}{|r - \Delta|} + 1 \right) \right],$$

где r – радиус жилы; Δ – толщина токопроводящего слоя;

$$\Delta = c \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \rho}{2\pi f \mu_0}}, \quad (7)$$

где c – скорость света в вакууме, $3 \cdot 10^8$ м/с; ρ – удельное сопротивление материала жилы; ε_0 – электрическая постоянная; μ_0 – относительная магнитная проницаемость; f – частота сети.

Известно, что с ростом частоты толщина токопроводящего слоя уменьшается и, соответственно, уменьшается активное сечение токопроводящей жилы. Из данной же формулы следует, что активное сечение жилы с ростом частоты (т. е. с уменьшением толщины токопроводящего слоя Δ) возрастает, что не соответствует действительности (при бесконечно большой частоте и, соответственно, толщине токопроводящего слоя $\Delta = 0$ сечение получается равно полному сечению жилы $F_{\text{ж}}^{(n)} = \pi r^2$). Таким образом, следует признать данное выражение ошибочным.

Активное сечение токопроводящей жилы (при условии, что $\frac{r}{\Delta} > 10$) можно разделить по выражению

$$F_{\Delta} = F_r - F_{r-\Delta} = \pi r^2 - \pi(r - \Delta)^2 = \pi\Delta(2r - \Delta). \quad (8)$$

Выражение (7) получено для условия бесконечно толстого провода, т. е. когда зависимость плотности тока от глубины экспоненциальна и дает хорошие результаты. Когда толщина скин-слоя соизмерима с радиусом жилы или даже превышает значение радиуса, выражение (7) дает некоторую погрешность (значение величины скин-слоя получается меньше, чем на самом деле, т. е. поверхностный эффект преувеличен).

Построим графическую зависимость относительного активного сопротивления медной токопроводящей жилы сечением 400 мм^2 от частоты тока $R^*(f)$ по выражениям (6)–(8) и сравним с аппроксимацией (1) (рис. 7).

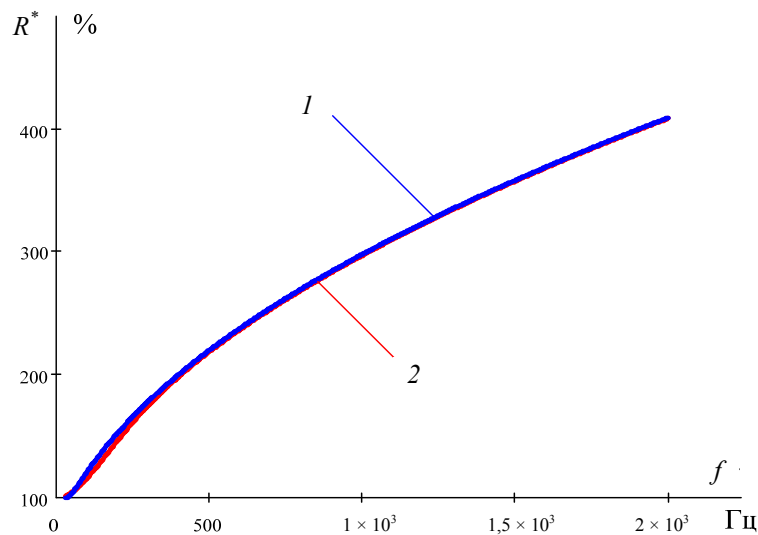


Рис. 7. Зависимость относительного активного сопротивления медной токопроводящей жилы сечением 400 мм^2 от частоты тока в диапазоне от 30 до 2000 Гц :
1 – построенная по выражениям (6)–(8); 2 – построенная по выражению (1)

На рис. 7 наблюдается хорошее совпадение графиков. Некоторое отличие можно заметить лишь при низких частотах (до 300 Гц).

Заключение

Таким образом, проведенный анализ существующих математических моделей учета поверхностного эффекта в токопроводящих жилах кабелей позволил определить область их применения. При расчетах с применением ПЭВМ следует использовать выражение (1); при расчетах без ПЭВМ для определения сопротивления токопроводящих жил на низких частотах (когда выполняется условие $x < 2,8$) использовать выражения (2)–(4), на более высоких частотах, когда не выполняется условие $x < 2,8$ – применять выражения (6)–(8).

Литература

1. Жежеленко, И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий / И. В. Жежеленко. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 160 с.

2. Высшие гармоники в сетях электроснабжения 0,4 кВ / О. Григорьев [и др.] // Новости электротехники. – 2002. – № 6 (18) ; 2003. – № 1 (19). – С. 54–56.
3. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. – М. : Высш. шк., 1986. – 263 с.
4. МЭК 60287-1-1. Кабели электрические. Расчет номинальной токовой нагрузки. Ч. 1–1. Уравнения для расчета номинальной токовой нагрузки (100%-й коэффициент нагрузки) и расчет потерь. Общие положения.
5. Брагин, С. М. Электрический и тепловой расчет кабеля / С. М. Брагин. – М. : Госэнергоиздат, 1960. – 328 с.
6. Ларина, Э. Т. Силовые кабели и кабельные линии : учеб. пособие для вузов / Э. Т. Ларина. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 368 с.
7. Избранные вопросы несинусоидальных режимов в электрических сетях предприятий / И. В. Жежеленко [и др.]. – М. : Энергоатомиздат, 2007. – 296 с.
8. Шпиганович, А. Н. Анализ влияния высших гармонических составляющих на безотказность электроизоляционных покрытий / А. Н. Шпиганович, С. В. Довженко // Журн. науч. публ. аспирантов и докторантов. – 2008. – Режим доступа: <http://www.jurnal.org/articles/2008/elect7.html>. – Дата доступа: 02.03.2012.

Получено 02.04.2015 г.